

< 논문 >

## 원통형 셸에 발생한 구조손상의 규명

김성환\* · 이우식†

(2005년 3월 29일 접수, 2005년 10월 24일 심사완료)

### Identification of the Structural Damages in a Cylindrical Shell

Sunghwan Kim and Usik Lee

**Key Words :** Structural Damage Identification(구조손상 규명), Orthotropic Damage(직교 이방성 손상), Cylindrical Shell(원통형 셸), Continuum Damage Model(연속체 손상 모델)

#### Abstract

In this paper, a structural damage identification method (SDIM) is developed to identify the line crack-like directional damages generated within a cylindrical shell. First, the equations of motion for a damaged cylindrical shell are derived. Based on a theory of continuum damage mechanics, a small material volume containing a directional damage is represented by the effective orthotropic elastic stiffness, which is dependent of the size and the orientation of the damage with respect to the global coordinates. The present SDIM is then derived from the frequency response function (FRF) directly solved from the equations of motion of a damaged shell. In contrast with most existing SDIMs which require the modal parameters measured in both intact and damaged states, the present SDIM may require only the FRF-data measured at damaged state. By virtue of utilizing FRF-data, one may choose as many sets of excitation frequency and FRF measurement point as needed to acquire a sufficient number of equations for damage identification analysis. The numerically simulated damage identification tests are conducted to study the feasibility of the present SDIM.

#### 1. 서론

원통형 셸 구조의 대표적인 응용 예로서 비행기 동체, 가스탱크, 압축용기, 보일러 등이 있다. 이러한 구조물에 손상이 발생하면 구조물의 파괴를 포함한 대형 사고가 발생할 수 있으므로, 초기 단계에서부터 구조손상의 발생 여부를 검출하고 발생된 구조손상의 상태를 보다 정확히 진단하는 것이 매우 중요하다. 일반적으로 구조손상은 진동응답(vibration response)의 변화는 물론 고유진동수(natural frequency), 모드형상(mode shape), 모드감쇠(modal damping)와 같은 모드 매개변수(modal

parameter)의 변화를 가져온다. 따라서 구조손상에 의한 구조물의 동특성 변화를 역으로 이용하여 구조물의 손상을 규명할 수 있다. 기존의 구조손상 규명기법(structural damage identification method)을 살펴보면 대부분의 경우 고유진동수, 모드형상, 모드감쇠, 주파수응답함수(FRF, frequency response function)등을 이용하고 있다.<sup>(1-6)</sup>

원통형 셸 구조물을 대상으로 하는 손상규명기법은 몇몇 문헌에 발표된 바 있다.<sup>(7-10)</sup> Srinivasan 과 Kot<sup>(7)</sup>이 구조손상에 의한 모드 변형에너지(modal strain energy)의 변화를 이용하는 새로운 손상색인법(damage index method)을 소개하였다. Royston 등<sup>(8)</sup>은 손상으로 인해 발생하는 슬릿모드 현상(slit-mode phenomena)을 이용하여 축방향 대칭 구조물의 손상을 탐지하였다. Ip 과 Tse<sup>(9)</sup>는 섬유강화 복합재료 셸에서 고유진동수의 민감도와 모드형상을 사용하여 손상의 위치를 찾는 연구를 수행하였다.

† 책임저자, 회원, 인하대학교 기계공학과 교수  
E-mail : ulee@inha.ac.kr  
TEL : (032)860-7318 FAX : (032)866-1434

\* 인하대학교 대학원 기계공학과

최근에 Lee 등<sup>(10)</sup> 및 Kim 등<sup>(11)</sup>은 FRF 데이터를 이용하여 원통형 셸에 발생한 손상의 위치와 크기를 규명하기 위한 구조손상규명기법을 소개하였다.

국부 구조손상(local structural damage)이 갖는 손상의 방향성은 균열의 전파방향을 좌우하고 결국 구조물의 최종 파괴 형태와 잔류 수명을 결정하는데 매우 중요한 역할을 한다. 따라서, 국부 구조손상의 위치와 크기 이외에 방향성을 동시에 규명하는 것이 매우 중요하다. 그러나 문헌에 발표된 대부분의 구조손상 규명기법에서는 단지 손상의 위치와 크기만을 규명하는 것으로 제한되어 있다.

물리적 관점에서 볼 때 구조재료의 파괴 과정은 미소 균열 단면의 성장과 이들의 연속적인 결합을 통한 전파과정으로 이해할 수 있다. 얇은 평판이나 셸 구조물에서 주로 발견되는 구조물의 파단 면을 살펴보면 대부분 두께를 관통하는 그러한 단면을 형성하고 있다. 따라서, 초기 미소 균열을 두께를 관통하는 파단 면으로 형성된 선관통형 균열(line through-crack)로 생각할 수 있을 것이다. Lee 등<sup>(10)</sup>이 이처럼 선관통형 균열로 가정할 수 있는 구조손상에 대하여 구조손상을 포함하는 국부 미소 체적을 직교 이방성 재료(orthotropic material)로 등가적으로 표현하는 연속체 손상역학 이론을 소개한 바 있다. 즉, 선관통형 국부 구조손상 부위에 대한 유효 직교 이방성 탄성강도(effective orthotropic elastic stiffness)는 손상이 없는 초기상태에서의 물성치인 등방성 탄성강도(isotropic elastic stiffness), 손상의 크기 및 손상의 방향 각도의 함수로 표현할 수 있다. 따라서 국부 탄성강도가 초기의 등방성에서 직교 이방성으로 변화하는 것을 역으로 이용하면 국부 구조손상의 방향성을 규명할 수 있을 것이다.

따라서, 본 연구의 목적은 (1) FRF 데이터를 이용하여 원통형 셸 구조물에 발생한 손상의 위치와 크기 이외에 손상의 방향성을 동시에 규명하기 위한 새로운 손상규명이론을 제안하고, (2) 제안된 손상규명기법의 타당성을 수치해석적으로 검증하는데 있다. 이를 위해 먼저 선관통형 구조손상을 갖는 얇은 원통형 셸의 운동방정식을 유도하였다. 이 운동방정식으로부터 구한 주파수응답함수(FRF)로부터 구조손상규명 알고리즘을 유도하였다.

## 2. 손상이 있는 원통형 셸의 운동방정식

Fig. 1 과 같이 반지름  $R$ , 길이  $L$ , 두께  $h$  인 얇은 원통형 셸을 생각한다. 손상이 없는 원통형 셸은 등방성 재료이며 탄성계수  $E$ , 푸아송 비  $\nu$ , 밀도  $\rho$  를 갖는다.  $x$  축은 원통형 셸의 길이(또는 축) 방

향,  $y$  축은 셸의 원주 방향,  $z$  축은 셸 표면에서 안쪽으로 수직인 방향을 나타낸다.  $u(x, \theta, t)$ ,  $v(x, \theta, t)$ ,  $w(x, \theta, t)$ 는 각각 길이방향, 원주방향, 반경 방향의 변위이고,  $p_z(x, \theta, t)$ 는 반경 방향의 외력이다.

### 2.1 선관통형 구조손상의 모델링

Fig. 2(a)에 보인 같이 길이  $2l$  인 선관통형 국부 구조손상이  $(x_D, \theta_D)$ 에 위치하고 있다고 가정하자. Fig. 2(b)에서 좌표 축 (1, 2)는 손상 좌표이다. 손상의 방향은 기준 좌표축  $x$  와 손상 좌표 1-축 사이의 각도  $\phi$ 로 나타낸다. 앞에서 언급한 바와 같이, Lee 등<sup>(11)</sup>은 Fig. 2 에 보인 바와 같이 선관통형 구조손상을 내부에 포함하는 손상된 부위의 유효 직교 탄성강도를 다음과 같이 유도하였다.

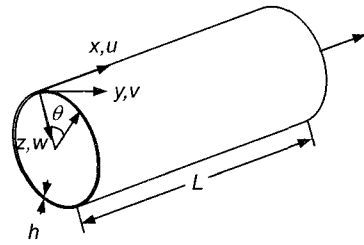


Fig. 1 Geometry of a cylindrical shell

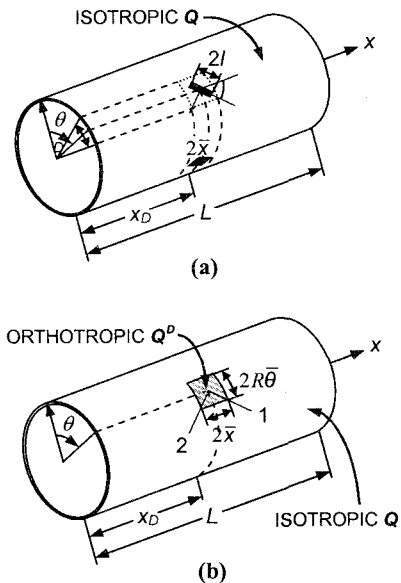


Fig. 2 (a) An isotropic cylindrical shell with a line through-crack and (b) its equivalent continuum damage model represented by effective orthotropic elastic stiffness

$$Q^D = Q - \Delta Q \quad (1)$$

여기서

$$Q^D = [Q_{ij}^D], \quad Q = [Q_{ij}] \quad (2)$$

$$\Delta Q = [Q_{ij} e_{ij}] D = \hat{Q} D \quad (i, j = 1, 2, 6; \text{no sum})$$

식 (1)에서  $Q$  는 손상이 없는 정상 상태에서의 등방성 탄성강도<sup>(13)</sup>이고  $e_{ij}$  는 재료의 방향성 매개변수(material directivity parameters)<sup>(12)</sup>로서 다음과 같다.

$$e_{11} = \frac{2\nu^2}{1-\nu^2}, \quad e_{22} = e_{12} = e_{21} = \frac{2}{1-\nu^2} \quad (3)$$

$$e_{16} = e_{26} = e_{61} = e_{62} = 0, \quad e_{66} = \frac{1}{1+\nu}$$

식 (2)에서  $D$  는 손상의 크기를 나타내는 손상변수로서 하나의 손상을 내부에 포함하는 미소체적의 부피 ( $4\bar{x}R\bar{\theta}h$ ) 와 실제로 손상된 부위의 부피 ( $\pi h l^2$ ) 의 비로서 정의되며 다음과 같은 극한 값을 갖는다.<sup>(12)</sup>

$$D = \frac{\pi h l^2}{4\bar{x}R\bar{\theta}h} = \begin{cases} 0 & \text{for intact state} \\ 1 & \text{for complete material failure} \end{cases} \quad (4)$$

식 (1)에서 주어진 유효 직교 이방성 탄성강도  $Q^D$  는 손상 좌표 (1, 2)를 기준으로 하여 유도되었기 때문에 다음과 같은 좌표변환을 사용하여 기준 좌표계 ( $x, \theta$ )로 변환해 주어야 한다.

$$\bar{Q}^D = T(\phi)^T Q^D T(\phi) \quad (5)$$

여기서  $T(\phi)$ 는 좌표변환 행렬<sup>(13)</sup>이며,  $\phi$ 는 기준 좌표축  $x$  을 기준으로 하여 측정한 손상의 방향각도이다. 식 (1)을 식 (5)에 대입하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\bar{Q}^D = Q - \Delta \bar{Q} \quad (6)$$

여기서

$$\Delta \bar{Q} = T(\phi)^T \hat{Q} T(\phi) D = Q^*(\phi) D \quad (7)$$

손상된 부위의 탄성강도는 식 (6)과 같이  $\bar{Q}^D$  로 나타낼 수 있으며  $\bar{Q}^D$  는 손상이 없는 등방성 재료의 등가강성  $Q$ , 재료 방향성 매개변수  $e_{ij}$ , 손상 방향각도  $\phi$ , 그리고 손상크기  $D$  로 결정된다.

### 2.2 운동방정식

진폭이 작은 진동을 하는 얇은 원통형 셀에 대한 운동방정식은 다음과 같이 주어진다.<sup>(14)</sup>

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial N_{x\theta}}{\partial \theta} = \rho h \ddot{u}$$

$$\frac{\partial N_{x\theta}}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial N_\theta}{\partial \theta} = \rho h \ddot{v}$$

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{2}{R} \frac{\partial^2 M_{x\theta}}{\partial x \partial \theta} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 M_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{1}{R} N_\theta + P_z(x, \theta, t) = \rho h \ddot{w}$$

여기서 각 방향 힘( $N_x, N_\theta, N_{x\theta}$ )과 모멘트( $M_x, M_\theta, M_{x\theta}$ )는 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_\theta \\ N_{x\theta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{K}_{11}^D & \bar{K}_{12}^D & \bar{K}_{16}^D \\ \text{symm} & \bar{K}_{22}^D & \bar{K}_{26}^D \\ & & \bar{K}_{66}^D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{x0} \\ \varepsilon_{\theta 0} \\ \varepsilon_{x\theta} \end{Bmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_\theta \\ M_{x\theta} \end{Bmatrix} = -\frac{h^2}{12} \begin{bmatrix} \bar{K}_{11}^D & \bar{K}_{12}^D & \bar{K}_{16}^D \\ \text{symm} & \bar{K}_{22}^D & \bar{K}_{26}^D \\ & & \bar{K}_{66}^D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \chi_x \\ \chi_\theta \\ 2\chi_{x\theta} \end{Bmatrix}$$

여기서  $\bar{K}^D = [\bar{K}_{ij}^D]$  ( $i, j = 1, 2, 6$ )는 손상된 셀의 막강성(membrane stiffness)으로서 다음과 같이 정의된다.<sup>(13)</sup>

$$\bar{K}^D = h \bar{Q}^D \quad (10)$$

식 (9)에서 ( $\varepsilon_{x0}, \varepsilon_{\theta 0}, \varepsilon_{x\theta}$ )는 막 변형률(membrane strain)이고 ( $\chi_x, \chi_\theta, \chi_{x\theta}$ )는 곡률 변화이다. 이들은 Donnell-Mushtari 셀 이론을 적용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.<sup>(15)</sup>

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{x0} \\ \varepsilon_{\theta 0} \\ \varepsilon_{x\theta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ 1 \frac{\partial v}{\partial \theta} - w \\ \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} \chi_x \\ \chi_\theta \\ \chi_{x\theta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \\ \frac{1}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta} \end{Bmatrix} \quad (11)$$

식 (6)의  $\bar{Q}^D$  를 식 (10)에 대입하면 다음 식을 유도할 수 있다.

$$\bar{K}^D = K - \Delta \bar{K} \quad (12)$$

여기서

$$\Delta \bar{K} = h \Delta \bar{Q} = h Q^*(\phi) D \quad (13)$$

여기서  $\Delta \bar{K}$  는 막 강성의 섭동량으로서 구조손상  $D$  로 인한 막 강성의 감소를 나타낸다.

Fig. 2(b)에서 원통형 셀은 손상이 없는 등방성 부분(손상을 포함하는 미소 체적의 바깥 부위)과 손상이 있는 이방성 부분(손상을 포함하는 미소체적 부위)으로 구분할 수 있기 때문에  $\bar{K}^D$  는 다음과 같이 두 가지의 값을 갖는다.

$$\bar{K}^D = \begin{cases} \bar{K}^D (D=0) = K & (\text{미소체적 외부}) \\ \bar{K}^D (D \neq 0) = \bar{K}^D & (\text{미소체적 내부}) \end{cases} \quad (14)$$

여기서  $K$  는 손상이 없는 정상적인 셀 부위의 막 강성으로서 다음과 같이 주어진다.

$$K_{11} = K_{22} = K, \quad K_{12} = K_{21} = \nu K$$

$$K_{16} = K_{61} = K_{26} = K_{62} = 0, \quad K_{66} = \left(\frac{1-\nu}{2}\right)K \quad (15)$$

여기서

$$K = \frac{Eh}{1-\nu^2} \quad (16)$$

식 (14)로부터, 국부 손상을 갖는 원통형 셀 전체의 막 강성 분포는 다음과 같이 함수적으로 표현할 수 있다.

$$\bar{K}^D(x, \theta) = K - \Delta\bar{K}(x, \theta) \quad (i, j = 1, 2, 6) \quad (17)$$

식 (17)을 식 (9)에 대입하고 그 결과를 식 (8)에 대입하면, 선관통형 손상이 있는 원통형 셀의 운동방정식은 다음과 같은 형태로 유도할 수 있다.

$$[\bar{L}]\{u(x, \theta, t)\} + \{f(x, \theta, t)\} = \rho h \{\ddot{u}(x, \theta, t)\} \quad (18)$$

여기서

$$\{u(x, \theta, t)\} = \{u(x, \theta, t) \quad v(x, \theta, t) \quad w(x, \theta, t)\}^T$$

$$\{f(x, \theta, t)\} = \{p_x(x, \theta, t) \quad p_\theta(x, \theta, t) \quad p_z(x, \theta, t)\}^T \quad (19)$$

식 (18)에서  $[\bar{L}] = [L] + [L_D]$  는 국부 손상을 갖는 원통형 셀의 미분 연산자 행렬(differential operator matrix)이고  $[L]$  은 손상이 없는 원통형 셀에 대한 미분 연산자 행렬<sup>(10)</sup>이다.  $[L_D]$  는 손상으로 인한 미분 연산자의 섭동행렬(perturbed differential operator matrix)로서 다음과 같이 유도된다.

$$[L_D] = - \begin{bmatrix} L_{D11} & L_{D12} & L_{D13} \\ L_{D21} & L_{D22} & L_{D23} \\ L_{D31} & L_{D32} & L_{D33} \end{bmatrix} \quad (20)$$

여기서

$$L_{D11} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \Delta\bar{K}_{11} \frac{\partial}{\partial x} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial x} \left( \Delta\bar{K}_{16} \frac{\partial}{\partial \theta} \right)$$

$$+ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \Delta\bar{K}_{16} \frac{\partial}{\partial x} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \Delta\bar{K}_{26} \frac{\partial}{\partial \theta} \right)$$

$$L_{D12} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \Delta\bar{K}_{16} \frac{\partial}{\partial x} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial x} \left( \Delta\bar{K}_{12} \frac{\partial}{\partial \theta} \right)$$

$$+ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \Delta\bar{K}_{66} \frac{\partial}{\partial x} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \Delta\bar{K}_{26} \frac{\partial}{\partial \theta} \right)$$

$$L_{D13} = -\frac{1}{R} \left( \frac{\partial(\Delta\bar{K}_{12})}{\partial x} + \Delta\bar{K}_{12} \frac{\partial}{\partial x} \right)$$

$$- \frac{1}{R^2} \left( \frac{\partial(\Delta\bar{K}_{26})}{\partial \theta} + \Delta\bar{K}_{26} \frac{\partial}{\partial \theta} \right)$$

$$L_{D21} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \Delta\bar{K}_{16} \frac{\partial}{\partial x} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial x} \left( \Delta\bar{K}_{66} \frac{\partial}{\partial \theta} \right)$$

$$+ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \Delta\bar{K}_{12} \frac{\partial}{\partial x} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \Delta\bar{K}_{26} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \quad (21)$$

$$L_{D22} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \Delta\bar{K}_{66} \frac{\partial}{\partial x} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial x} \left( \Delta\bar{K}_{26} \frac{\partial}{\partial \theta} \right)$$

$$+ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \Delta\bar{K}_{26} \frac{\partial}{\partial x} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \Delta\bar{K}_{22} \frac{\partial}{\partial \theta} \right)$$

$$L_{D23} = -\frac{1}{R} \left( \frac{\partial(\Delta\bar{K}_{26})}{\partial x} + \Delta\bar{K}_{26} \frac{\partial}{\partial x} \right)$$

$$- \frac{1}{R^2} \left( \frac{\partial(\Delta\bar{K}_{22})}{\partial \theta} + \Delta\bar{K}_{22} \frac{\partial}{\partial \theta} \right)$$

$$L_{D31} = \frac{1}{R} \left( \Delta\bar{K}_{12} \frac{\partial}{\partial x} \right) + \frac{1}{R^2} \left( \Delta\bar{K}_{26} \frac{\partial}{\partial \theta} \right)$$

$$L_{D32} = \frac{1}{R} \left( \Delta\bar{K}_{26} \frac{\partial}{\partial x} \right) + \frac{1}{R^2} \left( \Delta\bar{K}_{22} \frac{\partial}{\partial \theta} \right)$$

$$L_{D33} = -\frac{h^2}{12} \left[ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \Delta\bar{K}_{11} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \Delta\bar{K}_{12} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \right.$$

$$+ \frac{2}{R} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \Delta\bar{K}_{16} \frac{\partial^2}{\partial x \partial \theta} \right) + \frac{2}{R} \frac{\partial^2}{\partial x \partial \theta} \left( \Delta\bar{K}_{16} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right)$$

$$+ \frac{2}{R^3} \frac{\partial^2}{\partial x \partial \theta} \left( \Delta\bar{K}_{26} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) + \frac{4}{R^4} \frac{\partial^2}{\partial x \partial \theta} \left( \Delta\bar{K}_{66} \frac{\partial^2}{\partial x \partial \theta} \right)$$

$$+ \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left( \Delta\bar{K}_{12} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) + \frac{1}{R^4} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left( \Delta\bar{K}_{22} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right)$$

$$\left. + \frac{2}{R^3} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left( \Delta\bar{K}_{26} \frac{\partial^2}{\partial x \partial \theta} \right) \right] - \frac{\Delta\bar{K}_{22}}{R^2}$$

국부 손상이 전혀 없는 경우  $\Delta\bar{K}(x, \theta) = 0$  이기 때문에  $[L_D]$  는 영이 되며, 이 경우 식 (18)은 손상이 없는 원통형 셀에 대한 운동방정식이 된다.

### 3. 손상이 있는 원통형 셀의 강제진동응답

#### 3.1 강제진동응답

원통형 셀의 한 점  $(x_F, \theta_F)$  에 크기가  $F_0$  인 힘을 주기적으로 가할 때 외력  $p_z(x, \theta, t)$  는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$p_z(x_F, \theta_F, t) = F_0 \delta(x - x_F) \delta(\theta - \theta_F) e^{i\omega t} \quad (22)$$

여기서  $\omega$ 는 가진 주파수이고  $\delta(\cdot)$ 는 Dirac delta 함수이다.

손상이 있는 원통형 셀의 강제진동응답은 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$\{u(x, \theta, t)\} = \sum_{I=1}^M \{U_I(x, \theta)\} q_I(t) \quad (23)$$

여기서  $\{U_I\} = \{U_I \ V_I \ W_I\}^T$  ( $I = 1, 2, \dots, M$ )는 손상이 없는 셀의 정규모드(normal mode)이고  $q_I$  ( $I = 1, 2, 3, \dots, M$ )는 모드좌표(modal coordinate)이며  $M$ 은 모드중첩에 사용되는 정규모드의 개수이다. 정규모드  $\{U_I\}$ 는 손상이 없는 다음과 같은 원통형 셀의 고유치 문제(eigenvalue problem)

$$[L]\{U_I\} = -\rho h \Omega_I^2 \{U_I\} \quad (\text{no sum on } I) \quad (24)$$

를 만족시키고, 동시에 다음의 직교성(orthogonality property)

$$\int_A \rho h \{U_I\}^T \{U_J\} dx d\theta = \delta_{IJ} \quad (25)$$

$$\int_A \{U_I\}^T [L] \{U_J\} dx d\theta = -\Omega_I^2 \delta_{IJ} \quad (\text{no sum on } I) \quad (26)$$

을 만족시킨다. 여기서  $\Omega_I$ 는 손상이 없는 원통형 셀의 고유진동수이고  $\delta_{IJ}$ 는 Kronecker delta 이다.

식 (22)와 식 (23)을 식 (18)에 대입하고 식 (24)~(26)을 적용하면 다음과 같이 연성된 모드방정식(coupled modal equations)을 얻을 수 있다.

$$\ddot{q}_I + \Omega_I^2 q_I - \sum_{J=1}^M \lambda_{IJ} q_J = f_I(t) \quad (\text{no sum on } I) \quad (27)$$

여기서  $f_I$  ( $I = 1, 2, 3, \dots, M$ )는 모드 힘(modal forces)으로 다음과 같다.

$$f_I(t) = \int_0^L \int_0^{2\pi} p_z(x_F, \theta_F, t) W_I dx d\theta = W_I(x_F, \theta_F) F_0 e^{i\omega t} \quad (28)$$

그리고  $\lambda_{IJ}$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\lambda_{IJ} = \int_A \{U_I\}^T [L_D] \{U_J\} dx d\theta \quad (29)$$

여기서 행렬  $\lambda = [\lambda_{IJ}]$ 는 손상의 영향을 나타내는 행렬로서 여기에서 손상영향행렬(damage influence matrix)이라고 부른다. 일반적으로  $\lambda$ 는 대각선 행렬이 아니기 때문에 손상으로 인해 식 (27)은 모드 좌표(modal coordinates)들 사이에 서로 연성되어 있다.

식 (27)을  $q_I$ 에 관하여 풀고 그 결과를 식 (23)에 대입하면, 손상이 있는 원통형 셀의 강제진동응답은 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\{u(x_M, \theta_M, t)\} = \left( \sum_{I=1}^M \{U_I\} \frac{W_I(x_F, \theta_F)}{\Omega_I^2 - \omega^2} + \sum_{I=1}^M \sum_{J=1}^M \lambda_{IJ} \{U_I\} \frac{W_J(x_F, \theta_F)}{(\Omega_I^2 - \omega^2)(\Omega_J^2 - \omega^2)} \right) F_0 e^{i\omega t} \quad (30)$$

여기서  $(x_M, \theta_M)$ 은 진동응답의 측정점을 나타낸다.

### 3.2 손상영향행렬 $\lambda$

양단이 단순 지지된 원통형 셀을 예제로 생각한다. 원통형 셀의 진동은 중심축에 대해 비대칭인 정규모드(normal mode)와 중심축에 대해 대칭인 정규모드로 구성된다. 비대칭 정규모드는 다음과 같이 주어진다.<sup>(15)</sup>

$$\{U_I\} = \begin{Bmatrix} U_I \\ V_I \\ W_I \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} A_{mni} \cos\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \cos(n\theta) \\ B_{mni} \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \sin(n\theta) \\ C_{mni} \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \cos(n\theta) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_{1I} \frac{\partial W_I}{\partial x} \\ P_{2I} \frac{\partial W_I}{\partial \theta} \\ W_I \end{Bmatrix} \quad (31)$$

여기서  $m = 1, 2, 3, \dots, n = 1, 2, 3, \dots, i = 1, 2, 3$  이고,  $P_{1I}$ 와  $P_{2I}$ 는 각각 다음과 같이 정의된다.

$$P_{1I} = \frac{L}{m\pi} \frac{A_{mni}}{C_{mni}}, \quad P_{2I} = -\frac{1}{n} \frac{B_{mni}}{C_{mni}} \quad (32)$$

여기서 하첨자  $I$ 는 모드번호  $mni$ 를 간략히 나타낸 것이다.  $n=0$ 일 때, 반경방향과 길이방향 진동에 의한 대칭모드 ( $i=1$  또는  $3$ )는 다음과 같다.<sup>(15)</sup>

$$\{U_I\} = \begin{Bmatrix} U_I \\ V_I \\ W_I \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} A_{m0i} \cos\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \\ 0 \\ C_{m0i} \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_{1I} \frac{\partial W_I}{\partial x} \\ 0 \\ W_I \end{Bmatrix} \quad (33)$$

그리고 비틀림 진동에 의한 대칭모드( $n=0, i=2$ )는 다음과 같다.<sup>(15)</sup>

$$\{U_I\} = \begin{Bmatrix} U_I \\ V_I \\ W_I \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ B_{m02} \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (34)$$

손상영향행렬  $\lambda$ 는 식 (31), (33) 또는 식 (34)를 식 (29)에 대입하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\lambda = [\lambda_{IJ}] = \int_A M_{IJ}(x, \theta) \Lambda(x, \theta) dx d\theta \quad (35)$$

여기서 하첨자  $I$ 와  $J$ 는 모드번호  $mni$ 와  $rsj$ 를 간략히 나타낸 것이며,  $M_{IJ}(x, \theta)$ 는  $1 \times 6$  행렬로서 다

음과 같이 정의된다.

$$M_{IJ}(x, \theta) = [M_{IJ}^{(1)} M_{IJ}^{(2)} M_{IJ}^{(3)} M_{IJ}^{(4)} M_{IJ}^{(5)} M_{IJ}^{(6)}] \quad (36)$$

그리고 식 (43)에서  $A(x, \theta)$ 는  $6 \times 1$  행렬로 다음과 같다.

$$A(x, \theta) = \{\Delta\bar{K}_{11} \ \Delta\bar{K}_{12} \ \Delta\bar{K}_{16} \ \Delta\bar{K}_{22} \ \Delta\bar{K}_{26} \ \Delta\bar{K}_{66}\}^T \quad (37)$$

식 (35)에서,  $M_{IJ}$ 는  $n \geq 1, s \geq 1$  인 경우, 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} M_{IJ}^{(1)} &= \left( P_{1I}P_{1J} + \frac{h^2}{12} \left( \frac{m\pi}{L} \right)^2 \left( \frac{r\pi}{L} \right)^2 \right) W_I W_J \\ M_{IJ}^{(2)} &= \left[ \left( P_{1I}P_{2J} \frac{1}{R} + \frac{h^2}{12R^2} \right) \left( \frac{m\pi}{L} \right)^2 s^2 \right. \\ &\quad + \left. \left( P_{2I}P_{1J} \frac{1}{R} + \frac{h^2}{12R^2} \right) n^2 \left( \frac{r\pi}{L} \right)^2 \right. \\ &\quad + \left. P_{1I} \frac{1}{R} \left( \frac{m\pi}{L} \right)^2 + P_{1J} \frac{1}{R} \left( \frac{r\pi}{L} \right)^2 \right] W_I W_J \\ M_{IJ}^{(3)} &= - \left[ P_{1I}P_{1J} \frac{1}{R} + P_{1I}P_{2J} + \frac{h^2}{6R} \right] \left( \frac{m\pi}{L} \right)^2 W_I \frac{\partial^2 W_J}{\partial x \partial \theta} \\ &\quad - \left[ P_{1I}P_{1J} \frac{1}{R} + P_{2I}P_{1J} + \frac{h^2}{6R} \right] \left( \frac{r\pi}{L} \right)^2 \frac{\partial^2 W_I}{\partial x \partial \theta} W_J \\ M_{IJ}^{(4)} &= \left[ \left( P_{2I}P_{2J} \frac{1}{R^2} + \frac{h^2}{12R^4} \right) n^2 s^2 + P_{2I} \frac{1}{R^2} n^2 \right. \\ &\quad + \left. P_{2J} \frac{1}{R^2} s^2 + \frac{1}{R^2} \right] W_I W_J \\ M_{IJ}^{(5)} &= - \left[ \left( P_{2I}P_{1J} \frac{1}{R^2} + P_{2I}P_{2J} \frac{1}{R} + \frac{h^2}{6R^3} \right) n^2 \right. \\ &\quad + \left. P_{1J} \frac{1}{R^2} + P_{2J} \frac{1}{R} \right] W_I \frac{\partial^2 W_J}{\partial x \partial \theta} \\ &\quad - \left[ \left( P_{1I}P_{2J} \frac{1}{R^2} + P_{2I}P_{2J} \frac{1}{R} + \frac{h^2}{6R^3} \right) s^2 \right. \\ &\quad + \left. P_{1I} \frac{1}{R^2} + P_{2I} \frac{1}{R} \right] \frac{\partial^2 W_I}{\partial x \partial \theta} W_J \\ M_{IJ}^{(6)} &= \left( P_{1I}P_{1J} \frac{1}{R^2} + P_{1I}P_{2J} \frac{1}{R} + P_{2I}P_{1J} \frac{1}{R} \right. \\ &\quad + \left. P_{2I}P_{2J} + \frac{h^2}{3R^2} \right) \frac{\partial^2 W_I}{\partial x \partial \theta} \frac{\partial^2 W_J}{\partial x \partial \theta} \end{aligned} \quad (38)$$

막 강성의 섭동량  $\Delta\bar{K}$ 는 구조손상의 분포 상태에 따라 변한다. 따라서  $\Delta\bar{K}$ 를  $(x, \theta)$ 의 함수로 표현하기 위해 Fig. 2에서와 같이 국부 손상이  $(x_D, \theta_D)$ 에 위치한다고 가정하고, 그 손상을 포함하는

미소체적 ( $2\bar{x} \times 2R\bar{\theta}$ )을 생각한다. 손상의 크기와 방향을 각각  $D$ 와  $\phi$ 라고 하면, 원통형 셀 전체에 대한 섭동량  $\Delta\bar{K}$ 의 분포는 식 (13)으로부터 다음과 같이 함수의 형태로 표현할 수 있다.

$$\Delta\bar{K}(x, \theta) = hQ^*(\phi)Dd(x, \theta) \quad (39)$$

여기서  $d(x, \theta)$ 는 손상분포함수(damage distribution function)로서 다음과 같다.

$$\begin{aligned} d(x, \theta) &= [H\{x - (x_D - \bar{x})\} - H\{x - (x_D + \bar{x})\}] \\ &\quad \times [H\{\theta - (\theta_D - \bar{\theta})\} - H\{\theta - (\theta_D + \bar{\theta})\}] \end{aligned} \quad (40)$$

위 식에서  $H(\cdot)$ 는 Heaviside 단위함수이다.

식 (39)는 원통형 셀에 하나의 손상이 존재하는 경우에 대하여 유도한 식이다. 일반적으로 원통형 셀에 여러 개, 즉  $N$ 개의 국부손상이 존재하는 경우 식 (39)는 다음과 같이 일반화 할 수 있다.

$$\Delta\bar{K}(x, \theta) = \sum_{i=1}^N hQ^*(\phi_i)D_i d_i(x, \theta) \quad (41)$$

여기서  $D_i$ 와  $\phi_i$ 는 각각  $i$ 번째 미소체적내의 손상 크기와 방향을 나타낸다. 그리고  $d_i(x, \theta)$ 은 원통형 셀의  $i$ 번째 손상의 위치(즉,  $i$ 번째 미소체적)를 나타내며 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} d_i(x, \theta) &= [H\{x - (x_{D_i} - \bar{x}_i)\} - H\{x - (x_{D_i} + \bar{x}_i)\}] \\ &\quad \times [H\{\theta - (\theta_{D_i} - \bar{\theta}_i)\} - H\{\theta - (\theta_{D_i} + \bar{\theta}_i)\}] \end{aligned} \quad (42)$$

여기서  $(x_{D_i}, \theta_{D_i})$ 은 Fig. 3에서와 같이  $i$ 번째 손상의 위치를 나타내며,  $i$ 번째 미소체적의  $x$ 방향과  $\theta$ 방향 길이는 각각  $2\bar{x}_i, 2R\bar{\theta}_i$ 이다.

식 (41)의  $\Delta\bar{K}_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, 6$ )를 식 (37)에 대입하면  $A(x, \theta)$ 는 다음과 같이 유도된다.

$$A = \sum_{i=1}^N K(P + H'_{cos} + H'_{sin})D_i d_i(x, \theta) \quad (43)$$

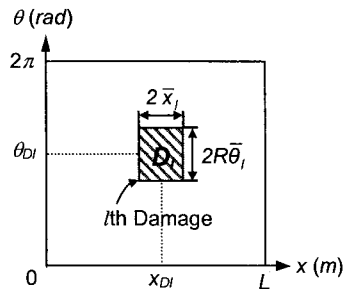


Fig. 3 Dimensions of the small material volume (SMV) containing the  $i$ th local damage

여기서  $\mathbf{P}$ ,  $\mathbf{H}'_{\cos}$ ,  $\mathbf{H}'_{\sin}$  은 각각 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{P} = \left\{ \begin{array}{cccc} \frac{1+\nu^2}{1-\nu^2} & \frac{2\nu}{1-\nu^2} & 0 & \frac{1+\nu^2}{2(1+\nu)} \\ \frac{2\nu}{1-\nu^2} & \frac{1+\nu^2}{1-\nu^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos 2\phi_l & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos 2\phi_l \end{array} \right\}^T$$

$$\mathbf{H}'_{\cos} = \{-\cos 2\phi_l \ 0 \ 0 \ \cos 2\phi_l \ 0 \ 0\}^T \quad (44)$$

$$\mathbf{H}'_{\sin} = \left\{ 0 \ 0 \ -\frac{1}{2}\sin 2\phi_l \ 0 \ -\frac{1}{2}\sin 2\phi_l \ 0 \right\}^T$$

식 (36)과 식 (43)을 식 (35)에 대입하면 손상영향 행렬  $\lambda$  는 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\lambda = \sum_{l=1}^N (\alpha^l + \beta^l \cos 2\phi_l + \gamma^l \sin 2\phi_l) D_l \quad (45)$$

여기서  $\alpha^l = [\alpha'_{lU}]$ ,  $\beta^l = [\beta'_{lU}]$ ,  $\gamma^l = [\gamma'_{lU}]$  은  $l$  번째 미소체적에 대한 값 들로써 다음과 같이 계산된다.

$$\alpha'_{lU} = K \int_{\theta_{Dl}-\bar{\theta}_l}^{\theta_{Dl}+\bar{\theta}_l} \int_{x_{Dl}-\bar{x}_l}^{x_{Dl}+\bar{x}_l} \left[ \left( \frac{1+\nu^2}{1-\nu^2} \right) M_{lU}^{(1)} + \left( \frac{2\nu}{1-\nu^2} \right) M_{lU}^{(2)} + \left( \frac{1+\nu^2}{1-\nu^2} \right) M_{lU}^{(4)} + \left( \frac{1-\nu}{2(1+\nu)} \right) M_{lU}^{(6)} \right] dx d\theta \quad (46)$$

$$\beta'_{lU} = K \int_{\theta_{Dl}-\bar{\theta}_l}^{\theta_{Dl}+\bar{\theta}_l} \int_{x_{Dl}-\bar{x}_l}^{x_{Dl}+\bar{x}_l} (-M_{lU}^{(1)} + M_{lU}^{(4)}) dx d\theta$$

$$\gamma'_{lU} = -\frac{1}{2} K \int_{\theta_{Dl}-\bar{\theta}_l}^{\theta_{Dl}+\bar{\theta}_l} \int_{x_{Dl}-\bar{x}_l}^{x_{Dl}+\bar{x}_l} (M_{lU}^{(3)} + M_{lU}^{(5)}) dx d\theta$$

손상영향행렬  $\lambda$  는 손상이 없는 원통형 셀의 고유 모드  $U_l$ , 손상방향각도  $\phi$ , 그리고 손상크기  $D$  로 결정된다.

### 4. 손상규명이론

#### 4.1 손상규명이론의 공식화

일반적으로 원통형 셀의 축방향 변위  $u(x, \theta, t)$  나 원주 방향 변위  $v(x, \theta, t)$  을 측정하는 것 보다 반경 방향 변위  $w(x, \theta, t)$  을 측정하는 것이 상대적으로 쉽다. 따라서, 손상이 있는 원통형 셀에서 측정된 반경 방향 이너턴스 FRF(inertance FRF) 데이터를 구조손상 규명에 필요한 실험 데이터로써 사용한다. 이너턴스 FRF 는 가속도와 힘의 비로써 다음과 같이 정의된다.

$$\mathcal{A}(\omega; x_M, \theta_M) = \frac{\ddot{w}(x_M, \theta_M, t)}{p_z(x_F, \theta_F, t)} \quad (47)$$

여기서  $\ddot{w}(x_M, \theta_M, t)$  은  $(x_M, \theta_M)$  에서 측정된 반경 방향 가속도이고  $p_z(x_F, \theta_F, t)$  는 원통형 셀의 한 점  $(x_F,$

$\theta_F)$  에 수직방향으로 가한 외력이다. 식 (22)의 외력  $p_z(x_F, \theta_F, t)$  와 식 (30)에서 구한 손상이 있는 원통형 셀의 진동응답  $w(x_M, \theta_M, t)$  를 식 (47)에 대입하면 손상이 있는 원통형 셀의 이너턴스 FRF 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\mathcal{A}^D(\omega; x_M, \theta_M) = \mathcal{A}(\omega; x_M, \theta_M) + \Delta\mathcal{A}(\omega; x_M, \theta_M) \quad (48)$$

여기서  $\mathcal{A}(\omega; x_M, \theta_M)$  는 손상이 없는 원통형 셀에 대한 이너턴스 FRF 이고,  $\Delta\mathcal{A}(\omega; x_M, \theta_M)$  는 손상으로 인해 발생된 이너턴스 FRF 의 섭동량으로써 각각 다음과 같이 주어진다.

$$\Delta\mathcal{A}(\omega; x_M, \theta_M) = -\omega^2 \Psi_M^T \lambda \Psi_F \quad (49)$$

$$\mathcal{A}(\omega; x_M, \theta_M) = -\omega^2 \Psi_M^T \text{diag}[\Omega^2 - \omega^2] \Psi_F \quad (50)$$

여기서

$$\Psi_M = \begin{Bmatrix} \vdots \\ W_l(x_M, \theta_M) \\ \Omega_l^2 - \omega^2 \\ \vdots \end{Bmatrix}, \quad \Psi_F = \begin{Bmatrix} \vdots \\ W_l(x_F, \theta_F) \\ \Omega_l^2 - \omega^2 \\ \vdots \end{Bmatrix} \quad (51)$$

$$\text{diag}[\Omega^2 - \omega^2] = \begin{bmatrix} \ddots & & & \\ & \Omega_l^2 - \omega^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \ddots \end{bmatrix}$$

식 (51)에서  $\text{diag}[\cdot]$  는 대각 행렬을 나타낸다. 식 (48)로부터 구조손상의 영향이 식 (45)의 손상영향 행렬  $\lambda$  를 통하여 이너턴스 FRF 의 섭동량  $\Delta\mathcal{A}$  에만 나타나는 것을 알 수 있다.

식 (45)를 식 (49)에 대입하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\sum_{l=1}^N [a^l(\omega; x_M, \theta_M) + b^l(\omega; x_M, \theta_M) \cos 2\phi_l + c^l(\omega; x_M, \theta_M) \sin 2\phi_l] D_l = \Delta\mathcal{A}(\omega; x_M, \theta_M) \quad (52)$$

여기서

$$a^l(\omega; x_M, \theta_M) = -\omega^2 \Psi_M^T(\omega; x_M, \theta_M) \alpha^l \Psi_F(\omega)$$

$$b^l(\omega; x_M, \theta_M) = -\omega^2 \Psi_M^T(\omega; x_M, \theta_M) \beta^l \Psi_F(\omega) \quad (53)$$

$$c^l(\omega; x_M, \theta_M) = -\omega^2 \Psi_M^T(\omega; x_M, \theta_M) \gamma^l \Psi_F(\omega)$$

식 (52)는 손상정보(손상의 크기  $D_l$ , 손상 방향각도  $\phi_l$ )와 손상으로 인한 주파수응답함수의 변화 ( $\Delta\mathcal{A}$ ) 사이의 관계를 보여준다. 따라서, 먼저 손상이 있는 원통형 셀로부터  $\Delta\mathcal{A}$  를 측정하면 식 (52)는 손상을 규명하는데 사용할 수 있다.

임의의 가진 주파수( $\omega$ )와 측정점  $(x_M, \theta_M)$  을 조합하여 선택하면, 식 (52)는 손상크기  $D_l$  과 손상방향각도  $\phi_l$  에 대한 대수방정식을 얻을 수 있다. 따라

서 가진 주파수와 측정점의 조합  $(\omega, x_M, \theta_M)$ 을 필요한 수  $2N$  만큼 선택하면 다음과 같은  $(x_F, \theta_F)$ 에서 대수방정식을 행렬식의 형태로 얻을 수 있다.

$$X(\Phi)D = \Delta A \tag{54}$$

여기서

$$\begin{aligned} D &= \{D_1 \ D_2 \ \dots \ D_N\}^T \\ \Phi &= \{\phi_1 \ \phi_2 \ \dots \ \phi_N\}^T \\ \Delta A &= \{\Delta A_1 \ \Delta A_2 \ \dots \ \Delta A_{2N}\}^T \end{aligned} \tag{55}$$

식 (54)에서  $X(\Phi)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} X(\Phi) &= A + B \text{diag}[\cos 2\phi] + C \text{diag}[\sin 2\phi] \\ A &= [a_{kl}] = a^l(\omega; x_M, \theta_M)_k \quad (k = 1, 2, \dots, 2N) \\ B &= [b_{kl}] = b^l(\omega; x_M, \theta_M)_k \quad (l = 1, 2, \dots, N) \\ C &= [c_{kl}] = c^l(\omega; x_M, \theta_M)_k \end{aligned} \tag{56}$$

식 (54)는 본 연구에서 제시하는 다수의 국부 구조손상을 동시에 검출하기 위한 구조손상 규명이론을 나타낸다. 본 이론은 손상의 위치와 크기뿐만 아니라 손상의 방향각도를 동시에 규명하게 한다.

식 (54)는 미지의 손상크기  $D$ 와 손상 방향각도  $\Phi$ 에 관한 비선형 연립방정식이다. 따라서 식 (54)를 풀기 위하여 적절한 반복법(iterative method)을 사용할 필요가 있으며, 본 연구에서는 뉴턴-랩슨법(Newton-Raphson method)을 활용하였다.

### 5. 수치예제 및 고찰

예제로 양단이 단순지지된 얇은 원통형 셸을 생각하였다. 원통형 셸은 반경  $R = 0.125m$ , 길이  $L = 0.3m$ , 두께  $h = 0.003m$ , 탄성계수  $E = 206GPa$ , 푸아송비  $\nu = 0.33$ , 밀도  $\rho = 7,850kg/m^3$ 이다.

먼저 선관통형 손상을 갖는 원통형 셸에서 손상방향에 따른 원통형 셸의 고유진동수를 계산하였다. 선관통형 손상의 길이는  $0.015m$  이고  $(x_D, \theta_D) = (0.135m, 0.9\pi)$ 에 위치해 있다. 손상된 부위의 유효탄성강도  $Q_{ij}^D$ 를 계산하기 위하여 미소 체적의 길이는 각각  $2\bar{x} = 0.03m$ ,  $2\bar{\theta} = 0.2\pi$  로 선택하였다. 그 결과 손상의 크기가  $D = 0.3$ 로 계산된다. Table 1은 손상이 없는 정상적 상태에서의 고유진동수와 원형구멍(circular hole)과 같은 등방성 손상(isotropic damage)이 있는 경우의 고유진동수, 그리고 선관통형 손상(orthotropic damage)이 있는 경우의 고유진동수를 손상의 방향을 변화시키면서 비교한 것이다. Table 1을 보면,  $(x_F, \theta_F)$ 에서 손상이 존재하면 일반적으로 고유진동수의 크기가 감소하고 손상 방향에 따라서도 그 크기가 변화하는 것을 알 수 있다.

다음으로 본 연구에서 유도한 손상규명이론의 타당성을 검증하기 위해 Fig. 4에 보인 두 가지 수치예제를 수행하였다. (a) 한 개의 구조손상을 갖는 경우와 (b) 세 개의 구조손상을 갖는 경우로 하였다. 각 구조 손상에 자세한 상세한 정보는 Table 2에 주어졌다. 구조손상 규명해석은 Fig. 4와 같이 원통형 셸을 100개의 유한요소로 나누고 각 유한요소에서의 손상의 크기와 손상의 방향각도를 예측하는 방법으로 수행하였다. 외력을 가한 위치는  $(x_F, \theta_F) = (0.15m, \pi)$ 이다.

**Table 1** Natural frequency (Hz) of the intact shell and the damaged shell with isotropic and orthotropic damage

Mode number ( $m, n, i$ )	Intact shell	Damaged shell			
		Isotropic Damage	Orthotropic Damage		
			$\phi = 0^\circ$	$\phi = 30^\circ$	$\phi = 45^\circ$
(1,0,1)	6167.0	6166.7	6146.4	6143.5	6141.5
(1,1,1)	3269.2	3264.7	3262.4	3234.1	3226.9
(1,2,1)	1756.0	1752.7	1754.8	1681.1	1654.5
(1,3,1)	1095.9	1093.9	1094.7	1053.7	1043.7
(1,4,1)	1022.1	1019.9	1018.6	957.7	924.3
(1,5,1)	1317.2	1313.5	1309.3	1277.5	1266.6
(2,0,1)	6472.0	6472.0	6466.2	6467.6	6469.0
(2,1,1)	5444.1	5440.1	5436.0	5440.9	5442.5
(2,2,1)	3912.8	3906.2	3906.4	3880.0	3876.2
(2,3,1)	2789.2	2782.9	2784.7	2789.2	2788.5
(2,4,1)	2171.5	2167.4	2168.5	2164.6	2162.5
(2,5,1)	2027.8	2025.3	2025.6	2022.8	2022.0



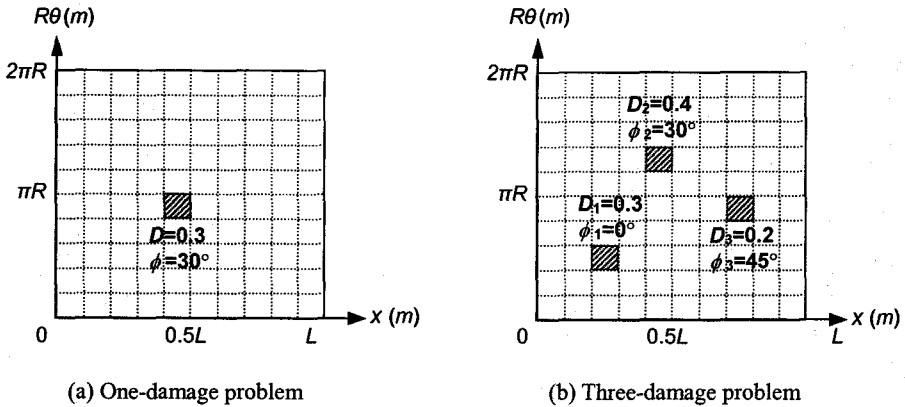


Fig. 4 Two example problems considered for the numerically simulated damage identification tests

Table 2 Damage information pre-specified for the damage identification tests

Example problems	Effective damage magnitude	Damage orientation (degrees)	Damage location ( $x_D, \theta_D$ )
One-damage	$D = 0.3$	$\phi = 30^\circ$	$(0.135m, 0.9\pi)$
Three-damage	$D_1 = 0.3$	$\phi_1 = 0^\circ$	$(0.075m, 0.5\pi)$
	$D_2 = 0.4$	$\phi_2 = 30^\circ$	$(0.135m, 1.3\pi)$
	$D_3 = 0.2$	$\phi_3 = 45^\circ$	$(0.225m, 0.9\pi)$

Fig. 5 와 6 은 각각 하나의 구조손상이 있는 경우와 세 개의 구조손상이 있는 경우, 충분히 수렴된 손상규명 결과를 나타내며, 본 연구의 구조손상규명이론이 손상의 크기와 위치 뿐만 아니라 손상의 방향까지도 규명할 수 있음을 보여준다.

Fig. 5 와 6 는 사용된 FRF 데이터에 측정오차가 전혀 포함되어 있지 않은 이론적으로 구한 FRF를 사용하여 얻은 결과이다. 그러나 실제로 실험을 통해 측정되는 FRF 에는 다소의 실험 오차가 불가피 하다.<sup>(4,5)</sup> 따라서 본 연구에서는 이러한 실험오차를 유사하게 모사하기 위하여 Thyagarajan 등<sup>(9)</sup>의 방법을 채용하여, 다음과 같이  $e\%$ 의 오차를 이론적으로 구한 FRF 데이터에 추가 반영하였다.

$$\bar{A} = A \left( 1 + \frac{e}{100} \times randn \right) \quad (57)$$

여기서  $\bar{A}$ 는  $e\%$  실험오차를 포함한 이너턴스 FRF 이고,  $randn$  은 MATLAB<sup>®</sup>의 내장함수로 난수발생 함수이다.

Fig. 7 과 8 은 하나의 선관통형 손상과 세 개의 선관통형 손상을 가진 원통형 셀에 대하여 측정오차가 포함된 FRF 데이터를 사용한 손상규명 결과를 보여준다. Fig. 7 과 8 에서 보듯이 FRF 의 측정오차가 커질수록 손상규명 결과의 정확도가 떨어

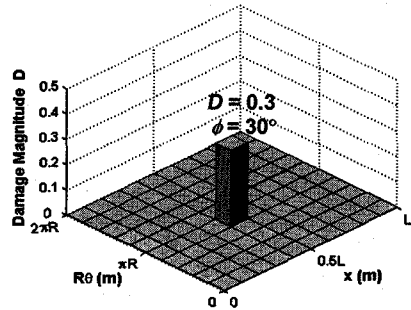


Fig. 5 Damage identification results for the one-damage problem

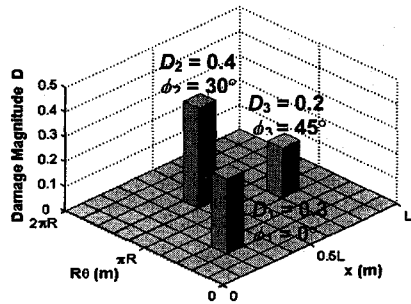


Fig. 6 Damage identification results for the three-damage problem

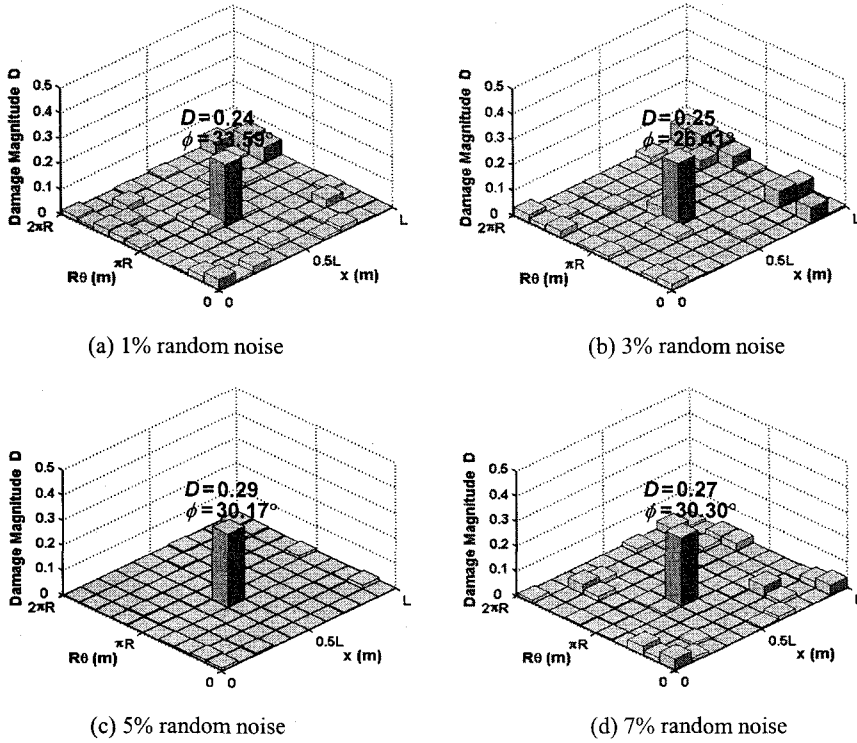


Fig. 7 Effects of the measurement noises in FRF-data on the damage identification results for the one-damage problem.

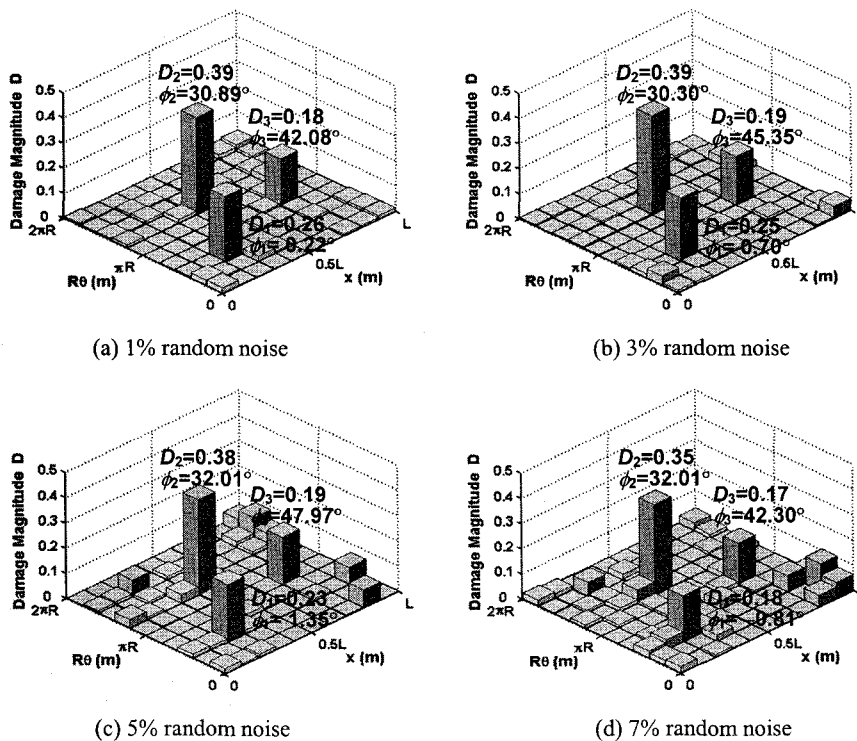


Fig. 8 Effects of the measurement noises in FRF-data on the damage identification results for the three-damage problem

진다. 그러나 약 7%의 오차를 포함한 FRF 를 사용한 손상규명 결과에서 볼 수 있듯이, 본 연구에서 개발한 손상규명이론이 매우 만족할 만한 결과를 주는 것을 알 수 있다.

## 6. 결론

본 연구에서는 연속체 손상역학을 이용하여 방향성을 갖는 구조손상 부위의 강성을 등가적인 직교 이방성 재료의 강성으로 표현하여 구조손상을 갖는 얇은 원통형 셸의 운동방정식을 유도하였다. 손상을 갖는 원통형 셸의 진동응답으로부터 FRF 를 구하고 이로부터 구조손상규명 이론을 유도하였다. 본 연구에서 유도된 구조손상 규명이론은 다수의 국부 손상의 위치와 크기는 물론 방향성을 동시에 규명할 수 있다.

본 연구에서 유도한 원통형 셸에 대한 구조손상 규명이론을 검증하기 위해 실험오차를 모사하도록 랜덤에러(random error)를 반영한 FRF 데이터를 사용하여 수치예제를 수행하였다. 그 결과, 선택한 수치예제의 경우, 약 7% 실험오차 범위까지 구조손상 규명을 비교적 성공적으로 할 수 있음을 보였다.

## 참고문헌

- (1) Pandey, A. K., Biswas, M. and Samman, M. M., 1991, "Damage Detection from Changes in Curvature Mode Shapes," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 145, No. 2, pp. 321~332.
- (2) Bicanic, N. and Chen, H. P., 1997, "Damage Identification in Framed Structures Using Natural Frequencies," *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, Vol. 40, pp. 4451~4468.
- (3) Hassiotis, S., 2000, "Identification of Damage Using Natural Frequencies and Markov Parameters," *Computers & Structures*, Vol. 74, pp. 365~373.
- (4) Thyagarajan, S. K., Schulz, M. J. and Pai, P. F., 1998, "Detecting Structural Damage Using Frequency Response Functions," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 210, No. 1, pp. 162~170.
- (5) Lee, U. and Shin, J., 2002, "A Frequency Response Function-Based Structural Damage Identification Method," *Computers & Structures*, Vol. 80, No. 2, pp. 117~132.
- (6) Cho, K., Shin, J. and Lee, U., 2002, "Experimental Verification of the Structural Damage Identification Method Developed for Beam Structures," *Transactions of the Korean Society of Mechanical Engineers A*, Vol. 26, No. 12, pp. 2574~2580.
- (7) Srinivasan, M. G. and Kot, C. A., 1998, "Damage Index Algorithm for a Circular Cylindrical Shell," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 215, No. 3, pp. 587~591.
- (8) Royston, T. J., Spohnholtz, T. and Ellingson, W. A., 2000, "Use of Non-Degeneracy in Nominally Axisymmetric Structures for Fault Detection with Application to Cylindrical Geometries," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 230, No. 4, pp. 791~808.
- (9) Ip, K. H. and Tse, P. C., 2002, "Locating Damage in Circular Cylindrical Composite Shells Based on Frequency Sensitivities and Mode Shapes," *European Journal of Mechanics A/Solids*, Vol. 21, pp. 615~628.
- (10) Lee, U., Cho, K. and Shin, J., 2003, "Identification of Orthotropic Damages Within a Thin Uniform Plate," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 40, No. 9, pp. 2195~2213.
- (11) Lee, U., Jeong, W. and Cho, J., 2004, "A Frequency Response Function-Based Damage Identification Method for Cylindrical Shell Structures," *KSME International Journal*, Vol. 18, No. 12, pp. 2114~2124.
- (12) Lee, U., Lesieutre, G. A., and Fang, L., 1997, "Anisotropic Damage Mechanics Based on Strain Energy Equivalence and Equivalent Elliptical Microcracks," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 34, No. 33~34, pp. 4377~4397.
- (13) Whitney, J. M., 1996, *Structural Analysis of Laminated Anisotropic Plates*, Technomic Publishing Company, Inc., Lancaster.
- (14) Ugural, A., 1999, *Stresses in Plates and Shells*, McGraw-Hill, New York.
- (15) Markuš, S., 1988, *The Mechanics of Vibrations of Cylindrical Shells*, Elsevier Science, New York.