大韓數學教育學會誌 數學教育學硏究 第 15 卷 第 4 號
The Journal of Educational Research in Mathematics
Vol. XV, No.4, 419-444. Nov 2005

등속도 운동에서 일차함수 교수-학습 과정에 관한 사례연구: 수학과 과학의 통합교육 관점을 기반으로

신 은 주*

본 연구에서는 먼저 수학과 과학의 연결성을 고려한 수학학습에 관한 선행연구를 고찰한 후에, 중 고등학교 수학과 과학의 통합교육의 필요성을 제 7차 수학과 교육과정 개정의 배경과 수학과의 목표 측면에서 논의하였다. 또한 외국의 통합교육 사례를 살펴보고 이에 근간하여 수학과 과학의 통합교육 유형, 수학과 과학의 간교과형 통합교육 방법을 논의하였다. 문헌연구에 기반을 두고 수학과 과학에서 공통이 되는 개념, 원리, 기능을 중심으로 한 간교과형 통합교육 방법을 위한 교수-학습 자료를 개발하여 이를 수학 시간에 활용할 것을 권하였다. 그 후에 수학과 과학의 간교과형 통합교육을 위한 교수-학습 자료를 개발하고 이를 연구도구로 활용하여 사례연구를 하였다. 사례연구 결과, 학생들은 등속운동을 탐구하면서 일차함수가 발생되는 과정을 이해하고, 시간과 속도, 시간과 이동거리의 관계식과 그래프를 개발하고, 이 식과 그래프를 연결하여 기울기의 실제적인 의미를 해석할 수 있었다.

Ⅰ. 서 론

현재 각국에서 교육과정 개혁의 일환으로 통합교육의 가능성과 타당성이 논의되고 있다. 우리나라의 경우, 대학 수학능력 시험과 논술시험에서 통합교과 문제가 출제되고 있음에도 불구하고 중등학교 통합교과에 대한 이론적·방법론적 연구나 통합교육의 실행은 미비한 실정이다. 양미경(2003)에 의하면, 우리나라에서 열린 교육을 실시하는 학교를 중심으로 다양한 방식의 교과 통합지도가 시도되고 있고, 대학 수학능력 시험이나 논술 시험에서도 교과 통합 식 문제가 출제되고 있음에도 불구하고 교과 통합지도의 의의 및 타당성이나 구성의 원리에 대한 심도 있는 이론적 논의가 미흡한 실정이다. 이와 같은 지적은 중등학교에서도 통합교육이 시도될 수 있음을 시사하는 것이다. 특히, 수학과 과학의 통합교육의 필요성이 수학교육자들에 의해 주장되어왔다. 미국의 경우, Berlin & Lee(2005)는 1901년부터 2001년까지 과학과 수학의 통합 학습-지도에 관한 연구들을 조사한 결과, 1990년부터 과학과 수학의 통합 학습-지도에 대한 연구에 점차적으로 관심이 증가하고 있으며, 중등과학, 수학교육, 교사교육에서도 수학과 과학의 통합 학습-지도에 큰 관심을 가지고 있다고 밝히고 있다. 우리나라 수학교육에서도 수학과 과학의 통합 학습-지도가 필요하다는 점이 제기되어 왔다.

오늘날 수학은 여러 과학에 깊이 응용되어 있으며 거의 모든 직업 분야에서 수학적 방법으로 행정, 경제, 기술, 생산 활동을 하려면 특수한 수학적 지식이 필요하다. 따라서 수학교육에서는 수학을 핵심 과목으로 하여 과학교과와의 통합된 학습지도가 이루어져야 한다. 물론 이 문제는 해결해야 할 많은 문제점, 특히 수학교

* 이화여자대학교 강사, eunjushin@dreamwiz.com

사교육의 문제점이 수반되지만 참다운 수학교육을 위해서는 과감히 시도되어야 한다(김응태, 박한식, 우정호, 2003). 제 7차 수학과 교육과정에서도 수학과 타 교과의 내용을 결합시키는 통합교과서적 접근 방법이 고려되고 있다. 수학이 인접 교과에서 어떻게 활용되는지를 인식함으로써 수학이 고립된 학문이 아니라, 교과 전반과 사회에서 기본적인 도구 역할을 하고 유용하다는 점을 인식시키기 위해서이다.

본 연구는 이러한 점을 고려하여 수학과 과학의 연결성을 고려한 학습에 관한 선행연구를 살펴본 후에 중 고등학교 수학과 과학의 통합교육의 정당성을 7차 수학과 교육과정 개정의 배경과 수학과의 목표 측면에서 논의한다. 또한 외국의 통합교육 사례를 살펴보고 이에 근간하여 수학과 과학의 통합교육 유형, 수학과 과학의 간교과형 통합교육 방법을 논의한다. 그 후에 이 관점에 기반을 두고 수학과 과학의 간교과형 통합교육을 위한 교수-학습 자료를 개발하고 이 중 하나를 연구도구로 활용하여 사례연구를 하고자 한다. 연구대상 학생들이 등속도 운동에서 상수함수와 일차함수가 발생되는 과정을 이해하고, 시간과 속도와 시간과 이동거리의 관계식과 그래프를 만들고, 관계식과 그래프를 연결하고, 그래프에서 변화를 해석하는 과정을 분석함으로써 중학교 수학과 과학의 간교과형 통합교육 방법에 관한 연구결과를 밝히고자 한다.

II. 중등 수학과 과학의 통합교육에 대한 이론적 고찰

1. 수학과 과학의 연결성을 고려한 수학 학습에 관한 선행연구

Meria(1998, 2000)는 수학 학습에서 다양한 물리적 도구를 활용한 탐구 학습에서 도구가 학생들의 수학적 개념 학습에 미치는 영향에 관하여 연구하였다. 도르래의 회전수와 도르래에 매달린 물체의 높이 변화를 측정하는 윈치라는 물리적 도구, 물체를 올려놓을 때 스프링의 늘어난 길이 변화를 측정하는 스프링 장치, 입력 수와 출력 수를 주고 관계를 찾게 하는 수 기계라는 컴퓨터 장치를 도구로 사용하였다. 연구대상 학생들은 활동 초기에는 도구의 투명성이 가장 클 것이라고 예측했던 윈치와 스프링의 조작을 쉽게 이해한 반면, 수 기계를 다루는 경험의 부족으로 수 기계를 조작하는 방법을 몰라서 어려워하였다. 그러나 도구 자체의 관찰 가능하거나 조작 가능한 물리적 기능으로 판단 시 이해하기 쉬울 것이라는 예측과는 달리, 활동이 진행되는 과정에서 학생들은 윈치의 도르래 크기의 기능을 인식하지 못하거나 스프링의 탄성을 이해하지 못하여 어려워하였다. 학생들은 윈치와 스프링을 수학 학습을 위한 유용한 자원으로 보지 않은 반면, 수 기계는 교실에서 학습한 함수를 경험할 수 있는 도구로 고려한 것이다. 교실에서는 입출력 그림으로 함수를 학습한 경험이 있기 때문이다. 이러한 연구결과를 토대로 Meria는 도구를 조작하는 활동 과정에서 물리적 장치에 대한 이해가 인지 활동에 통합될 때 도구는 유용성을 가진다는 점을 밝히고 있다. 또한 Meria는 수학적 이해를 실제적이고 구체적인 활동 과정과 대조적인 추상적인 추론과정으로 정의하는 전통적인 이분법의 부 적합성을 지적하고 있다. Meria(2000)에 의하면, 도구를 활용하는 지각적 활동과 수학적 개념을 학습하는 인지적 활동은 변증법적으로 상호작용 하므로 학습자는 도구의 다양한 기능들을 이해하면서 도구를 활용한 수학 활동의 목표에 도달하게 된다. Meria의 설명처럼 도구는 직관적 지식과 형식

적 지식 사이를 직접적으로 연결하는 인공물이라기보다 도구를 활용한 지각적 활동이 인지적 활동에 통합될 때 물리적 도구를 활용한 수학 학습은 학생들의 수학적 이해를 돕는 유용성을 가지는 것이다.

이 연구와 유사한 관점에서 물리적 도구를 가지고 과학적인 탐구 실험을 하면서 수학적 개념을 학습하는 과정을 연구한 다른 연구들도 있다. 도르래를 사용하여 물체를 끌어올리는 장치인 윈치를 도구로 사용하여 대수식을 모델링 하는 과정을 조사한 연구들(Hines, 2002; Izsak, 2003)에서는 수학적 이해와 물리적 세계에 대한 이해가 서로의 발달을 지지하거나 제약하는 과정을 분석하였다. 도르래의 회전 수, 둘레, 물체 높이의 변화와 같은 물리적인 속성들 사이의 종속관계를 이해할 수 있을 때, 물리적인 양들이 변수로 표현되고, 변수의 변화 패턴에서 대수식이 만들어지며, 대수식에서 변수의 변화와 윈치의 물리적인 현상 사이의 관계가 연결된다. 도구에 대한 지식, 물리적인 현상에 대한 이해, 수학모델에 대한 지식이 상호작용 하면서 함께 발달한 것이다. 학생들은 도구를 중재로 하여 물리적인 상황과 모델 사이의 관계를 이해하게 되므로 도구는 모델을 개발하고, 재구성하며, 정교화 하는데 계속적으로 영향을 미치는 유용한 자원이라는 점이 제안되었다. 이 연구들은 물리적인 현상을 모델링하면서 개발된 대수식에 대한 이해와 대수식의 참조인 물리적인 현상에 대한 이해가 상호작용하는 과정에 도구가 중재 기능을 할 수 있음을 보인 것이다. 도구의 중재가 있기 때문에 학생들은 변수나 대수식이 발생되는 과정을 경험할 수 있고 대수식에 내재된 구체적인 변화현상을 해석할 수 있는 것이다. 이러한 과정을 거칠 때 학생들은 대수식을 추상적인 기호로 받아들이지 않게 될 뿐 아니라 대수식이 참조하는 물리적인 현상을 고려해보는 습관을 가지게 될 것이다.

이 연구들과 조금 다른 각도에서 도구를 중재로 하여 활동을 조직하면서 비형식적인 모델을 형식적인 모델로 개발하는 과정에 초점을 둔 연구(Lehrer et al., 2000)도 있다. 이 연구에서는 경사진 판에서 물체가 구를 때 속도에 영향을 주는 요인을 탐구하는 실험에서 경사도를 표현하는 다이어그램이 비형식적인 모델로서 개발된 후에 형식적인 수학모델로 발달되는 과정이 분석된다. 학생들이 도구를 조작하는 활동을 함으로써 경사진 판을 그린 다이어그램은 속도에 영향을 주는 요인을 추론하는 사고 도구로서의 모델로 발달된다. 도구의 중재가 있기 때문에 경사판을 조작하는 활동을 묘사한 비형식적인 모델이 개발될 수 있는 것이다. 이 연구는 도구의 기능을 분석하기 보다는 비형식적인 모델이 형식적인 모델로 발달하는 과정에 초점을 두고 있다.

이 연구들은 도구를 조작하는 활동 과정에서 자신의 모델을 개발하는 과정을 연구한 반면, 물리적인 도구에서 만들어지는 그래프인 수학모델과 이 모델을 만들기 위한 운동 경험 사이의 상호작용을 밝힌 연구(Nemirovsky, 1994; Nemirovsky, Tierney, & Wright, 1998)도 있다. 연구자들은 학습자가 도구를 가지고 활동을 하는 과정에서 자신의 물리적인 행동과 경험을 구조화함으로써 실세계 현상에 내재된 성질과 관계를 기호화 할 수 있다고 설명하고 있다. 학생들은 물리적인 도구인 MBL을 사용하여 장난감 자동차를 움직이는 물리적인 변화의 상황과 컴퓨터 스크린 위에 만들어지는 자동차의 움직임을 표현한 실시간 그래프를 연결하여 이해하였다. 이 때, MBL이라는 도구는 그래프라는 수학모델과 물리적 행동을 연결하는 중재 기능을 하여 학생들이 운동 역학적인 행동을

기호화하는 과정에 도움이 된다. 학생들은 운동 역학적인 경험에 기초하여 운동의 방향성, 운동속도, 위치를 조화시켜가면서 자동차의 속도그래프를 예측한 후에 컴퓨터 스크린 위에 만들어지는 속도그래프와 자신이 예측한 그래프를 연결하여 이해하였다. 그러므로 연구자들은 MBL은 상황화된 의미를 수반한 기호화 활동을 돕는 도구라는 점과 MBL과의 상호작용, 그래프 모양에 대한 예측, 운동 역학적인 경험은 기호화 활동을 돕는 통합적인 요소로 작용할 수 있다는 점을 제시하고 있다.

이 연구에서는 학생들이 물리적인 도구에서 만들어진 그래프와 운동 역학적인 경험을 연결하면서 그래프를 이해하는 과정에 초점을 두고 있다. 반면, Meria, Hines, Izsak, Lehrer 등의 연구에서는 학습자가 도구를 조작하는 활동을 하면서 다양한 모델을 직접 구성하고 정교화 할 수 있다는 점을 밝히고 있다. 도구를 조작하는 탐구 활동이 인지적 활동에 영향을 미친다는 점에서는 같은 시각을 가지고 있지만 도구에서 만들어진 그래프를 이해하는 과정을 조사한 연구와 학생들이 도구를 활용하여 비형식적인 모델을 개발한 후에 형식적인 모델로 발달시키는 과정을 조사한 연구라는 점에서 차이점이 있다. 학생들이 도구가 만든 모델인 그래프와 운동역학적 경험을 연결할 때는 구체와 추상을 연결하여 학습할 수 있지만 비형식적인 모델을 개발할 기회를 가지지 못하게 된다. 수학 학습에서 도구를 활용한 탐구 학습을 할 때 학생들의 비형식적인 모델 뿐 아니라 비형식적인 모델에서 수학모델이 발달되는 과정을 중시해야 한다는 점에 비추어 볼 때, 이미 형식화된 모델을 만들어주는 도구를 활용하는 학습은 교육적으로 유의미한 효과를 거두지 못할 수도 있는 것이다.

다음 절에서는 수학과 과학을 연결하여 학습할 때 학생들의 수학적 개념 이해가 촉진된다는 선행연구 결과에 기반을 두고 수학과 과학의 통합교육의 필요성을 논의하고자 한다.

2. 제 7차 수학과 교육과정 개정의 배경과 수학과의 목표에 반영된 수학과 과학의 통합교육 필요성

교육과정 개정의 필요성 중의 하나는 지식기반 정보화 사회의 도래에 따라 단편적인 지식의 습득이나 알고리즘적인 연습을 위주로 하는 수학보다는 고등 사고 능력을 포함하는 광의적 개념인 수학적 힘의 신장을 위한 수학이 필요하게 한다. 수학적 힘이란 창의적인 사고력, 논리적 사고력, 비판적 사고력, 문제해결 능력, 추론능력, 의사소통 능력, 수학에 대한 자신감과 긍정적인 태도, 수학과 인접 학문과의 관련성 및 수학의 유용성 인식 등을 포함하는 포괄적인 개념이다. 따라서 개정의 방향은 다양한 정보를 수집하고 수학적으로 분석하고 종합적으로 판단하는 능력, 학습한 수학적 개념을 다른 교과나 삶의 여러 장면에서 적절하게 활용하는 능력을 배양시킬 수학 교육과정을 지향해야 한다(교육인적 자원부, 2001b).

이와 같은 서술에서 수학과 다른 과목의 관련성이 강조되고 있는 것은 수학과 밀접한 관련이 있는 과학과 수학의 통합교육의 정당성을 대변하는 것이라고 볼 수 있다. 수학적 힘은 수학적 소양과도 유사한 의미로서, 수학적 소양이란 수학이 세계에서 담당하는 역할을 인식하고 이해하는 능력, 수학적으로 근거가 충분한 판단을 하는 능력, 건설적이고 사려 깊은 반성적 시민으로서 생활의 필요성을 만족시키는 방식으로 수학을 관련짓고 이용하는 능력을 말한다. 수학적 소양은 과학적 소양과도 밀접한 관련이 있다. Yager(1996)에 의하면, 과학적

소양에는 과학 기술적 용어와 개념의 기본적 어휘, 실제의 모형을 검사하기 위한 과학의 과정 또는 방법의 이해, 과학과 기술이 사회에 미치는 영향의 이해가 포함된다. 1992년 미국 성인의 과학적 소양을 조사한 연구에서는 과학적 소양이 고등학교에서 이수한 수학과 긍정적인 관계가 있음을 밝혔다. 따라서 과학적 소양을 높이기 위한 하나의 관건으로 과학과 수학을 중 고등학교에서 많이 이수해야 한다는 점이 제안되었다. 과학적 소양과 수학의 관련성은 과학과 수학의 통합교육의 필요성을 정당화한다고 볼 수 있다. 제 7차 수학과 교육과정의 개정방향에서 수학적 힘이 강조되고, 수학적 힘과 수학적 소양이 관련되며, 수학과 과학적 소양이 관련된다는 점은 수학과 과학의 통합교육이 필요하다는 본 연구의 논점을 정당화하는 것이라고 볼 수 있다.

다음에는 제 7차 수학과 교육과정 개정의 중점으로 선택 중심 교육과정의 구성 및 다양한 선택과목의 설정 측면에서 수학과 과학의 통합교육의 필요성을 논의하겠다. 선택 중심 교육과정의 기본 취지는 학생들의 능력, 진로, 적성에 부합되는 과목을 선택하여 학습할 수 있도록 한다는 것이다(교육인적 자원부, 2001b). 이와 같은 진술을 수학과 과학의 통합교육 측면에서 논의하면, 진로 측면에서 자연계 학생들은 이공계 대학을 진학하게 되므로 미분과 적분이나 이산수학을 선택할 수 있다. 따라서 이들 심화선택 과목에서는 수학적 지식에만 충실한 단편적인 지식이나 기능을 지도하기 보다는 이공계 대학에서 학습하게 될 과목과의 연계성을 고려하여 과학과 수학 혹은 공학과 수학이 통합될 수 있는 내용들을 지도해야 한다고 본다. 다음에는 중 고등학교 수학과 목표 측면에서 수학과 과학의 통합교육의 필요성을 논의하고자 한다.

수학을 학습하는 중요한 이유 중의 하나는 수학적 지식의 습득과 기능의 숙달을 통하여 실생활 문제를 해결하거나 다른 교과의 학습에 적극적으로 활용할 수 있게 하기 위해서이다. 따라서 수학 내용은 가급적 실생활 소재나 인접 교과와 관련되는 것에서 도입되어야 하고, 이런 측면에서 수학교육의 필요성이나 의의가 인식되어야 한다. 수학과의 다양한 교수-학습을 위한 유의사항으로 실생활 소재를 도입하고, 구체적 조작활동과 사고 과정을 중시하고, 생활 주변이나 다른 교과에서 접할 수 있는 소재를 다루어 수학의 필요성을 인식하도록 하고, 수학의 활용성, 가치성에 대한 올바른 인식을 가지도록 하여 수학에 대한 바람직한 태도를 함양하게 한다. 또한 수학은 독립된 학문 분야가 아니라 생활 전반에 걸쳐서 유용한 지식을 제공하고 타 교과 전반에 걸쳐서 도구적 역할을 한다는 인식을 분명하게 형성하게 하여 수학에 대한 시각에 긍정적인 변화와 학습에 대한 흥미의 유발을 돕는다. 수학적 개념에 대한 지식이나 논리적으로 사고하고 합리적으로 해결하는 능력과 태도는 다른 교과의 학습에 기초가 되는 것이므로 타 교과에 필요한 지식과 능력이 미리 수학과에서 학습되고 길러져야한다(교육인적 자원부, 2001a, b).

이와 같은 서술에는 수학과의 목표가 달성되기 위해서는 수학 교과서에 과학이나 다른 과목의 내용 소재가 도입되는 정도에 그쳐서는 안 되고 과학적 탐구 활동을 통하여 과학적 개념과 연결된 수학적 개념, 원리, 법칙의 상호연관성과 실제적인 의미를 이해하게 돕는 교수-학습하는 과정이 수반되어야 한다는 점이 반영되어 있다. 또한 단일 교과내의 내용을 지도할 때는 타 교과에 필요한 지식과 능력이 길러지기 어렵기 때문에 과학과 수학의 통합교육이 필요한 것이다. 수학과 타 교과의 관련성을 인

식시킨다는 전제하여 단순한 홍미 유발의 소재를 제시하는 정도로는 수학과의 목표를 달성할 수 없다. 따라서 과학과 수학을 공통이 되는 개념, 원리, 기능을 중심으로 통합한 교수-학습 자료를 활용하여 과학적인 탐구 활동을 하면서 수학적 내용을 학습하는 방법을 고려한 과학과 수학의 통합교육이 필요한 것이다.

3. 외국의 통합교육 사례

고등학교에서 가장 흔한 통합교육 형태는 2-3명의 교사로 구성된 팀이 교과영역과 직업영역에서 교육과정을 조절하거나 계열화하는 다교과 혹은 간교과적 접근을 활용하는 것이다. 사례로서 역사와 문학을 통합하는 미국학 강좌, 영어, 사회, 미술을 통합하는 인문학 프로그램, 응용수학과 과학을 통합하는 프로그램이 있다. 교사들은 공동으로 계획하는 시간을 가져서 새로운 수업 방법을 배우고, 교육과정 통합을 설계하고, 평가방안을 개발하고, 팀으로 지도하고, 자신의 활동을 평가할 시간이 필요하다. 팀 수업을 위한 묶음시간표(block scheduling)를 만들어야 하는데 다른 과목을 담당하는 두 명 이상의 교사가 동일한 묶음시간 동안 여러 과목들을 가르칠 수 있게 된다. 일과표에 융통성을 부여하고, 단위 시간을 길게 편성하고, 팀 구조와 한 팀에 교사의 수를 고려하고, 선택 강좌에 등록한 학생을 고려하고, 한 번에 이수하는 과목 수를 줄이는 방안이 고려되어야 한다. 예를 들면, 중학교 3학년 영어, 사회, 과학 교사가 팀을 이루어 세 반의 75명 학생들에게 세 시간 수업인 150분간 수업을 하는 것이다(Burns, 1995).

미국 캘리포니아 주 수학교육과정(1992)에서는 수학이 과학, 사회과학, 역사 등의 영역과 관련이 된다는 인식하에 교과의 통합적 운영이 실행되고 있다. 이 때, 통합되는 교과들의 핵심적인 개념적 구조를 중심으로 통합적인 단원을 구성하고 있다. 캘리포니아 주의 한 고등학교에서는 9학년과 10학년 학생들이 학교의 인문학 교육과정에 상응하는 2 년짜리 과학 프로그램을 이수한다. 이 프로그램은 물리학, 화학, 지구과학, 생명과학의 주요 프로그램들을 관련지은 것이다. 첫해 과학 강좌인 '진화와 변화의 형태' 인문학 강좌인 '형태와 문화'와 관련된다. 다음 해의 '과학의 역사' 강좌는 인문학 주제인 '인간은 어떻게 자신을 지배하는가?'와 관련된다. 이 프로그램은 교과 내 · 교과 간 통합의 좋은 사례이다. 버지니아 주의 한 고등학교에서는 교사진을 학년별 간 교과 팀으로 조직하여 학교 전체에 연간 적용되는 주제에 초점을 둔 통합교과 수업을 운영하고 있다. 핵심교과 교사들이 학년별로 수업에 책임을 지고 관련교과 교사들이 한 팀을 구성하여 탐구수업을 6주씩 교대로 하면서 간 교과 단원을 지도한다. 학년별 팀 구성원들은 매일 공동의 계획시간을 가지고, 시간표의 융통성이 부여되어 네 시간짜리 묶음시간에 참여하거나 학생들의 관심에 따라 계획된 단기간의 선택과목이나 탐구수업을 한다. 또 다른 버지니아 주의 고등학교에서는 9학년 전체의 영어, 세계지리, 지구과학의 수업을 통합하여 70명의 학생들과 세 시간 단위의 수업블록에서 활동한다. 대부분의 단원은 교과 병렬형이나 다교과형이고 일부 간교과형도 있다. 토픽, 개념, 기술을 중심으로 구성되고 개별적인 팀 구성원들에 의해 운영되지만 각 단원별로 대집단 활동이나 통합된 수업활동도 한다. 예를 들어, 영어 시간에 위대한 과학자들과 그들의 발견을 주제로 탐구기술을 가르치고, 세계지리 시간에 그 과학자들이 출생한 국가의 지리적 위치가 언급된다. 켄터키 주에 있는 한 중학교는 학년별 팀과 다 학년

팀을 모두 운영하여 6학년에서 8학년까지의 학생들을 5명의 교사(영어, 사회, 수학, 과학, 특별활동)로 구성된 간 교과 수업 팀에 이질집단으로 편성한다. 주로 다교과와 간교과 단원을 사용한다. 약 150명의 6, 7, 8 학년 학생들로 구성된 다 학년 팀 수업도 있다. 교사위원회에서 시간표를 계획하고 각 팀이 각 블록의 시간을 사용할 방법을 결정한다. 미시간 주의 한 고등학교에서는 다학년 팀을 운영한다. 탈 교과 교육과정으로 문제해결, 의사소통, 탐구, 사회적 상호작용, 시민정신, 심미안 등의 능력에 초점을 두어 2-3개의 교과를 결합하여 150분 단위로 운영된다. 학생들은 학습목표를 설정하고, 실세계 경험을 하고, 전문가의 자문을 구하고, 현장견학을 한다. 교사들은 학생들을 개별지도하고 조언하며, 포트폴리오 평가를 한다 (Burns, 1995).

다음에는 호주의 퀸즈랜드 교육부가 시도하는 초학문적 통합유형인 'New Basic Project'에 대해 살펴보겠다. 지식기반사회에서 학습자가 직면하게 될 주요 문제들이 '뉴 베 이직'을 중심으로 구축된다. 뉴 베이직은 학습자의 정체성을 확립하고, 미래 사회에서 요구되는 새로운 의사소통 수단을 숙달하고, 지역사회에서 권리와 책임을 다하고, 새로운 물리 사회적 환경에 적응하기 위한 과학기술적 지식을 학습하는 것을 목표로 한다. 뉴 베이직의 네 가지 범주는 삶과 사회의 미래, 멀티리터러시(multiliteracies)와 의사소통 수단(communication media), 적극적인 시민의식, 환경과 기술공학이다. 삶과 사회의 미래는 다양한 가족 관계에서의 생활과 그에 대한 준비, 동료 및 타인과의 협동, 건강 유지와 자기 보호, 새로운 직업 세계에 대비한 학습, 창의력과 독창성 개발을 목표로 한다. 다방면의 소양과 의사소통 매체는 신, 구 의사소통 수단의 적절한 혼합, 창조적인 판단과 수행, 언어를 사용한 의사소통과 다문화 이해, 문해력과 수리력 숙달을 목표로 한다. 적극적인 시민의식은 지역과 국제 사회에서 상호작용, 변화하는 문화적 정체성에 적응, 지역 및 국제 경제력 이해, 사회운동과 시민제도의 역사적 기반 이해를 목표로 한다. 환경과 기술공학은 세계에 대한 과학적 이해, 디자인 및 공학의 활용, 환경 구축과 유지를 목표로 한다. 이와 같은 핵심적인 과제를 중심으로 교육과정을 축소하고 각 과제를 해결하기 위하여 다른 학문을 연계하여 활용함으로써 풍부한 학습 경험을 강조한다(소경희, 2005).

초학문적 통합인 뉴 베이직은 학습자 중심적 입장에서 자유로운 표현활동이나 문제해결 과정을 통해서 이루어지는 통합유형인 탈교과형 통합에 가깝다고 볼 수 있다. 우리나라 제 7차 교육과정에서 초등학교에서 이러한 탈교과형 접근이 실행되고 있지만 지나친 활동 주제 중심이라는 점이 지적되고 있는 점을 감안한다면 중등학교 교육과정을 통합할 때는 탈교과형보다는 각 교과의 핵심적인 개념이나 기능을 중심으로 통합하는 간교과형이 더 바람직하다고 보인다.

4. 수학과 과학의 통합교과 유형

김대현 등(1997)은 학교교육과정에서 가능한 통합단원 개발 영역을 세 가지로 분류하고 있다. 첫째, 교과서를 이용한 통합교육과정의 개발로서, 이는 교과서의 내용을 재구성하는 것이다. 한 교과서의 특정 단원을 중심으로 하여 다른 교과서에 관련된 내용을 가져오거나 각 교과서에서 다루는 공통된 소재를 중심으로 여러 교과서의 내용을 관련시키는 다학문형에 해당된다. 둘째, 교육과정을 이용한 통합교육과정의 개발로서, 국가 교육과정의 각 교과 내용을

수정 · 보완하는 수준에서 각 교과의 학습 내용을 적절하게 재구성하고 그에 따라 교수-학습 자료를 만드는 것이다. 다학문이나 간학문형 모두가 가능하다. 셋째, 재량활동 운영을 위한 통합적인 성격을 가진 단원의 개발교과서를 이용한 통합교육과정의 개발이다. 국가교육과정과 별도로 학생들의 필요에 맞는 적절한 과목을 개설하여 그에 따른 학습 내용을 적절하게 재구성하고 그에 따라 교수-학습 자료를 만드는 것이다. 다학문과 탈학문형 접근으로서 프로젝트 학습법이 용이하고 범교과 학습이 가능하다.

조덕주(1999)에 의하면, 교육과정을 어떤 방식으로 통합할 것인가에 대한 논의는 교육과정 수준에서가 아니라 교과서 혹은 교수-학습 자료를 개발할 때 일어난다. 교과 대 교과의 통합으로 되어있는 현재의 통합교육과정에 대한 전면적인 재검토가 필요하다. 경험주의 교육과정을 기반으로 하되 교육과정이 분과적 형태로 제시되고 교수-학습 형태는 통합적으로 하는 것이 바람직하다고 주장할 경우에는 다양한 통합의 유형이 가능하다. 전 교과의 일부분을 통합하거나 일부 교과의 일부 내용만을 통합하는 등 교사에 의해 다양한 통합 유형이 제안되고 수행될 수 있다.

소경희(2005)는 총론적 차원에서의 교육내용 조직 방식을 탐색하기 위한 과제로서, 공통되는 학문의 기반과 학습경험을 공유하는 개별 과목들을 하나의 교과영역으로 묶는 방식과 학생들이 사회에서 살아가기 위하여 필요한 실제적인 지시, 기능, 태도에 근거하여 여러 교과지식을 묶는 방식을 제시하고 있다. 그리고 각론적 차원에서, 특정 교과에서 교육내용을 연계하거나 통합하는 데 있어서도 내용 지식을 교과내의 핵심 영역 중심으로 통합하는 방식과 내용 지식을 특정 주제 중심으로 통합하는 방식을 제시하고 있다. 그리고 특정 주제 중심의 교육내용 조직은 많은 영역과 활동들을 다루는 체육, 음악, 미술, 실과 교과에 적합하다고 설명하고 있다. 소경희는 지식기반사회에서는 분과적인 지식보다는 여러 교과간의 연계 혹은 통합을 통한 연계망적 지식이 강조되고, 범교과적 주제는 지식기반사회에서 필요로 하는 일반적인 능력이나 개인적, 사회적 능력을 규명하는 문제와 관련되므로 범교과적인 주제 중심의 교육과정이 우리나라에서도 실행될 필요성을 제안하고 있다. 또한 간학문적 · 초학문적 접근을 종래의 교육과정에 보완해 넣음으로써 교과간의 벽을 허물고 특정 문제, 기술, 능력 중심으로 여러 교과를 연계해서 교육과정을 설계하는 방식을 제안하고 있다.

이상에서 살펴본 통합유형으로부터 중 고등학교 수준에서 수학과 과학을 통합할 때 고려해야 할 실천적, 방법론적 원리를 도출할 수 있다. 다 학문적 통합과 같은 주제 중심의 접근은 초등학교 수준에서 교과를 통합할 때는 적용 가능하다고 볼 수 있다. 그러나 개념보다는 주제를 중심으로 하여 여러 개의 교과를 통합하기 때문에 활동에 초점을 두어 여러 교과가 인위적으로 통합될 수 있기 때문이다. 따라서 공통적인 개념이나 기능이 중심이 되어 통합되는 간교과적 통합이 학문의 고유한 논리적 계열을 손상하지 않고 통합의 목표가 달성될 수 있기 때문에 중 고등학교의 수학과 과학을 통합하는데 적합한 유형이라고 할 수 있다.

예를 들어, 중학교 수학과 과학의 간교과형 통합 교수-학습 자료에 '변화'라는 단원을 포함시키고 용수철에 매달린 물체의 질량을 변화시키면서 늘어난 길이를 측정하는 것과 같은 과학실험을 하면서 무게와 길이의 데이터를 수집하고, 변화관계에 대한 가설을 세우고, 이 데이터로 그래프를 그리거나 식을 세우고, 그래프

나 식에서 변화관계를 이해하는 활동을 할 수 있다. 또는 '모양'이라는 간교과형 통합단원에서는 식물을 관찰하는 활동을 하여 식물의 구조에서 일정한 모양의 패턴을 발견하거나 다양한 식물 표본을 수집하여 공통적인 모양이나 얼마나 많은 다양한 모양이 발견되는 지를 탐구하는 활동을 한다. 그 후에 발견된 모양에서 수학적인 도형을 이해하는 학습을 할 수 있다. 고등학교에서 수학과 과학의 간학문형 통합을 한다면 '변화'라는 단원에서는 등속도나 등가속도 운동을 다루면서 데이터를 얻고 이 데이터에서 그래프를 그리고, 평균속도와 순간속도를 구하고 이를 바탕으로 평균변화율, 순간변화율의 개념과 원리를 이해하고, '주기운동'이라는 단원에서는 진자운동, 원운동, 음파, 조수변화 등을 학습하면서 삼각함수의 그래프, 진폭과 주기를 구하고 실제적인 의미를 학습할 수 있다.

그러나 중 고등학교에서 과학과 수학의 다학문형 통합이 완전히 불가능한 것은 아니다. 여러 교과를 인위적으로 통합하거나 통합되는 주제가 흥미 위주가 아니라 관련되는 교과의 내용을 고려한 주제라면 가능하다. 예를 들어, 과학 수업과 수학 수업에서 인구문제라는 주제 단원을 설정하여 과학 수업에서는 인구가 지수적으로 증가하는 현상으로 인한 문제점, 인구의 지수적 증가를 막을 수 있는 방법 등을 다룰 수 있다. 수학 수업에서는 몇 년 동안의 인구 데이터를 가지고 시간과 인구수의 관계그래프를 그린 후에, 이 그래프를 만족하는 함수식을 발견하고, 그래프에서 인구의 증가율을 해석하여 그래프나 식에서 인구의 지수적 증가를 막을 수 있는 역할을 하는 변수를 발견할 수 있다. 그 때 학습자는 과학에서 학습한 인구의 지수적 증가를 막을 수 있는 방법과 수학 수업에서 그래프나 식에서 해결한 인구의 지수적 증가를 막을 수 있는 방법을 연결하여 이해할 수 있다. 결국, 인구문제라는 주제를 탐색하는 과정에서 수학과 과학의 개념, 방법, 절차들을 동원하여 과학과 수학의 통합이 이루어지는 것이다. 다학문적 통합은 각 교과의 독립성이 인정되는 가운데 독립 교과 영역 안에서 타교과와 관련되는 주제를 다루는 것이므로 팀티칭을 할 필요는 없다. 과학과 수학 교사가 한 팀을 이뤄 주제 단원을 설정하고 연구를 하되, 각자 자신의 교실에서 수업을 하는 것이다. 즉, 과학 수업과 수학 수업이라는 두 독립적인 수업에서 인구의 지수적 증가를 막는 방법을 탐색할 수 있기 때문에 중 고등학교에서 다학문적 통합도 가능한 것이다. 그러나 과학과 수학에서 학습하는 주제 단원이 과학과 수학 수업 시간에 비슷한 시기에 지도되어야 그 효과가 더 발휘될 수 있다. 따라서 수업 시간을 반드시 연속적으로 배열할 필요는 없으나 가능한 하루에 두 과목을 지도하여 학생들이 관련성을 인식하여 개념강화나 전이의 효과를 얻게 한다.

신현성(2002)은 수학과 과학의 통합학습의 필요성을 제기하며 변화하는 세계에서 수학교육과정의 변화를 고려하여 Steen(1990)의 제안처럼 수학을 다른 각도에서 분류할 수 있다고 제안하고 있다. Steen에 의하면 수학을 수, 모양, 알고리즘, 함수, 비례, 데이터와 같은 수학적 구조로 분류; 선형성, 임의성, 주기성, 최대값, 대칭성, 근사성, 계속성, 연속성, 부드러움과 같은 속성으로 분류; 표현, 모델, 통제, 실험, 증명, 분류, 발견, 시각화, 응용, 계산과 같은 활동으로 분류; 기호, 동치, 무한, 변화, 최적화, 닮음, 논리, 반복과 같은 추상성으로 분류; 경이로움, 미, 의미성, 실제성과 같은 태도로 분류; 운동, 안정성, 카오스, 수렴, 공명, 분기, 반복, 진동과 같은 행동으로 분류하는 방법이 있다. 이와 같은 분류를 고려한다면 수학과

과학이 학습되는 내용을 중심으로 변화, 형태, 비례 등으로 간학문형 통합이 가능하다고 볼 수 있다. 또한 학습과정의 유사성을 고려하여 가설세우기, 측정하기, 데이터를 수학적으로 표현하기, 수학적 표현을 해석하기, 가설을 입증하거나 반박하기, 결론 도출하기와 같은 학습 활동으로 간교과형 통합이 가능하다고 본다.

5. 수학과 과학의 간교과형 통합교육 방법

수학과 과학의 간교과형 통합교육을 위해서 먼저 수학과 과학에서 공통적인 개념, 기능, 원리와 법칙을 중심으로 간교과형 통합 단원으로 구성된 교수-학습 자료를 개발해야 한다. 제 7차 교육과정 수학 교과서에는 학생들이 수학의 실생활 관련성을 인식하게 한다는 취지로 단원 도입 문제나 심화문제로서 실생활 문제가 제시되고 있다. 그러나 탐구활동문제나 심화문제가 단순한 개념 적용의 응용문제 차원에 그치거나 실제적인 탐구활동을 하면서 학습되지 않고 교사의 일방적인 설명 위주의 지도가 중심이 된다는 문제점이 지적되고 있다. 따라서 수학교사와 과학교사가 함께 지도할 내용에 대한 교수학적 분석을 통하여 통합교육의 교육적 기능이 적극 반영될 수 있는 간교과형 통합교육 프로그램이나 교수-학습 자료를 개발하는 것이 바람직하다.

다음에는 이 자료를 활용할 방안을 고려해보자. 외국의 경우는 간교과형 통합 프로그램을 지도하는 수업 시간이 따로 정해져 있지만 우리나라 중 고등학교에서는 아직 통합교육이 실행되지 않으므로 이를 고려해야 한다. 제 7차 교육과정 편성과 관련된 지침을 보면, 교과의 특성과 내용에 따라서는 시간을 통합하여 연속적으로 운영할 수 있다고 규정되어 있다. 따라서 한 시간은 교과서로 학습하고 다음 시간에 연속적으로 통합 교육 프로그램이나 교수-학습 자료를 활용하여 교과서에서 학습한 것과 연계되는 단원을 학습하는 것이 바람직하다고 보인다. 물론, 과학교사와 수학교사가 함께 팀티칭을 하면서 통합교육 프로그램이나 자료를 지도하는 것이 가장 효과적이다. 만일 이 경우가 가능하지 않다면, 과학과 수학 시간을 연속적으로 배정하여 과학 교사가 먼저 통합교육 자료를 가지고 지도한 후에 수학교사가 다음 시간에 지도하는 것도 고려해 볼 수 있다. 과학과 수학의 간교과형 통합 프로그램은 학습 내용면에서 과학과 수학을 통합한 것만이 아니라 학습 방법에서도 과학적인 탐구학습 절차를 거치면서 수학을 학습하게 된다. 따라서 과학교사가 먼저 과학 실험을 하는 수업을 한 후에 수학교사가 학생들이 과학 실험에서 얻은 데이터를 수학적 표현으로 개발하고 이를 해석하고 과학과 연결하도록 지도한다.

또는 통합 단원으로 구성된 교수-학습 자료를 '재량활동' 시간이나 '특별활동' 시간에 학습하는 것도 유용하다. 이 때는 좀 더 열린 활동으로 프로젝트 학습이 가능하다. 또한 고등학교 선택 중심 교육과정의 편성과 관련된 지침에는 교양교과에서 일반 선택의 과목의 기타 (4)는 관련 전문 교과의 과목 중에서 선택하거나 새로운 과목을 신설하여 이수할 수 있다고 명시되어 있다. 그러므로 간교과형 통합 단원으로 구성된 교수-학습 자료를 일반 선택 과목으로 선택하여 지도할 수 있다. 수학과 과학의 간학문형 통합교육이 시행되기 위해서는 교사들이 팀을 구성하고 교과별 지도계획표를 작성하고, 여러 교과의 내용을 관련시킬 수 있는 중심 내용을 통합단원으로 선정하고, 통합단원명을 결정하고, 개관, 목표, 소단원, 학습내용을 제시한 단원전개도, 수업계획서를 작성하고, 통합단원의 운영 시수와 시기를 결정하고, 통합

의 대상이 된 교과별 단원에 원래 배당된 시간과 시기를 맞추어 조정하는 단계를 거쳐야 한다.

우리나라와 같이 엄격하게 분과적인 교과중심으로 설계된 교육과정이 실행되는 경우에는 단시일 내에 통합교육과정으로 변화를 시도하기에 어려운 점이 수반될 수 있으므로 본 연구에서 제안한 방식으로 접근해보며 다양한 이론적·실천적 연구를 통하여 다차원적 시각에서 통합교육과정을 시도해보는 것이 바람직하다. 소경희(2005)의 제안처럼, 통합교육과정이 실행되어도 종래 학교교육에서 중시되었던 교과를 버려야 한다는 것이 아니므로 지식기반 사회에서 요구되는 핵심적인 기초 능력, 개인적·사회적 능력, 다양한 교수-학습 방법을 염두에 두고 학교교육과정을 다차원적 시각에서 접근할 필요성이 있는 것이다.

통합교과의 타당성에 대해 논의한 양미경(2003)의 연구를 살펴보면 중 고등학교에서 수학과 과학의 통합을 할 때 주의해야 할 점에 대한 시사점을 도출할 수 있다. 양미경에 의하면, 교과 통합이 학문의 구조를 따르는 종전의 교과 지도 방법의 한계를 보완하는 대안이 되기 위해서는 통합의 준거에 대한 철저한 논리를 가지고 있어야 한다. 구조가 없는 짜집기식 통합은 교과별 지도보다 더 분절되고 비체계적인 결과를 초래할 위험이 내재되어 있기 때문이다. 양미경은 무엇을 중심으로 통합을 할 것인가의 문제와 관련하여 세 가지 측면에서 타당성을 제시하고 있다. 첫째, 각 교과 내에서의 타당성은 통합의 주제가 각 교과에 관련될 뿐 아니라 각 교과에서 중핵적인 주제이어야 한다는 것을 의미한다. 즉, 개별적으로 교과를 지도할 때 언급되지 않을 내용들이 교과 통합을 위해 억지로 선정되면 안 된다. 그러므로 여러 교과를 동시에 통합하려하지 말고 필요한 경우에 부분적으로 통합하는 것이 바람직하다. 둘째, 각 교과를 위한 타당성은 다른 교과의 안목과 함께 다루는 것이 개별적으로 학습할 때보다 더 유용하다고 판단될 때 통합적 지도의 필요가 논의 되어야 한다는 것을 의미한다. 통합 주제가 각 교과 내에서 중요성이 인정되는 것이어야 할 뿐 아니라, 너무 편협하거나 포괄적인 것은 다른 학문의 맥락에서 의미 있는 비교나 대조가 힘들기 때문에 피하는 것이 바람직하다. 셋째, 개별 교과를 넘어선 타당성은 교과 별로 따로 학습할 때는 얻을 수 없는 잉여적인 힘을 얻게 되리라는 기대가 있을 때 통합을 하는 것을 의미한다. 즉 여러 교과의 맥락을 통합하여 학습하고 경험하여 각 교과의 심층적인 특징을 고려해 지식에 대한 비판적이고 융통적인 사고를 기를 수 있다는 것이다. 그러므로 교사의 일방적 지도가 아니라 학습자의 능동적 활동으로 통합 교과의 의의인 학습자 중심과 탐구 중심의 수업이 되어야 한다.

양미경의 제안은 중 고등학교에서 여러 과목을 통합하는 것은 학문의 구조가 경시될 수 있으므로 연결성이 많은 수학과 과학에서 모두 핵심이 되는 개념, 원리, 기능을 중심으로 통합을 하는 것이 가능하다는 점을 시사한다. 또한 수학과 과학의 간학문형 통합을 할 때 과학 실험용 도구를 활용한 측정활동이나 실세계 데이터를 수집하는 탐구활동과 같은 학습자의 능동적인 활동이 중심이 되어야 한다는 점을 시사한다. 이상에서 논의한 바와 같이 수학과 과학의 통합은 학습자가 수학적 지식과 과학적 지식을 통합하여 학습함으로써 수학과 과학의 연결성, 수학과 실생활 관련성을 인식하여 실생활 맥락, 대학교육이나 직업현장에서 직면하는 문제를 해결하는 능력을 함양하고, 학습 동기와 흥미도를 높이는 장점을 가진다. 또한 과학적 사고방식으로 현상을 관찰하고 비판적으로

판단 · 분석 · 조직하는 과정에서 수학을 학습함으로써 합리적인 수학적 사고력과 비판적 사고 능력을 기를 수 있다.

Senechal(1990)에 의하면, 학습자는 실세계에 존재하는 다양한 모양(shape)을 학습하는 기회를 가져야 한다. 예를 들어, 크리스탈 실리콘 칩의 구조는 많은 지그재그 육각형을 기본 단위로 하여 이 육각형들이 링으로 연결되면서 새장과 같은 다면체 모양을 이루고 있다. 초등학교 학생들은 이 칩을 만들고 하부 구조인 육각형 모양을 확인하는 학습을 할 수 있고, 중학교 학생들은 하부 구조들을 링으로 연결하는 학습을 할 수 있고, 고등학교 학생들은 실리콘 칩의 구조와 성질 사이의 관계를 학습할 수 있다.

또한 초등학교 학생들은 눈꽃송이를 만들어 대칭을 학습할 수 있고, 눈꽃송이의 육각형 대칭을 발견한 후에 다각형의 대칭을 학습하는 기회를 가질 수 있다. 중학교 학생들은 눈꽃송이의 구조를 이해하고 응용할 수 있다. 고등학교 학생들은 물분자의 모임에서 육각형 대칭 구조를 이해할 수 있다. 고등학교 기하 교과서는 자연, 과학, 공학, 예술에서 기하적 형태의 예시를 가져와서 학생들이 이들을 탐구할 기회를 제공해야 한다.

결국, 형태를 연구하는 것은 간학문적인 교육이고 실험적인 학문이다. 이러한 서술은 기하교육이 자연에 존재하는 형태의 구조를 학습하는 학문이므로 과학과 수학에서 공통이 되는 개념이나 원리를 중심으로 모양이라는 간학문형 통합 단원을 설계하는 본 연구의 타당성을 뒷받침해 준다.

Stewart(1990)에 의하면, 수학은 과학과 밀접하게 연관되는 학문으로서 이들에 응용되면서 수학적 아이디어가 발달할 수 있고, 수학적 아이디어가 과학의 발달에 영향을 주게 된다. 변화의 역동성을 이해하기 위해서 성장 곡선을 학습하는 아동들은 닭이 낳는 달걀 수를 세거나, 식물의 높이를 측정하거나, 하루의 온도 변화를 측정하여 실험데이터를 가지고 그래프를 그려서 변화의 패턴을 찾고 가능한 이유를 토론할 수 있다. 중학교 학생들은 자신이 아동이었을 때부터 성장한 키의 데이터나 몇 학생들의 성장데이터를 가지고 성장 곡선을 그린 후에 곡선의 모양을 보면서 곡선의 주된 특징을 해석하고 곡선이 S자 모양으로 그려진 이유를 고려하게 된다. 이처럼 실세계 데이터를 사용하는 것은 수학과 타학문을 통합하는 매우 효과적인 방법이 된다.

이와 같은 진술은 본 연구에서 변화라는 수학과 과학의 간교과형 통합 단원을 설정한 후에 이 단원에서 실세계에서 종속관계로 변화하는 두 양의 데이터를 수집하고, 변화관계에 대한 가설을 세우고, 데이터를 가지고 그래프를 그리고, 그래프에서 변화를 해석하여 결론을 도출하는 과학적 탐구학습을 제안한 방법이 수학과 과학의 통합교육으로서 교육적 효과를 가질 수 있음을 뒷받침하는 것이다. 수학과 과학의 간교과형 통합교육을 위한 교수-학습 자료를 가지고 수업을 할 때는 수학과 과학 교사가 한 팀이 되어 한 학급에서 한 공통 단원을 한 시간 동안 지도하는 방법, 수학과 과학 교사가 한 팀이 되고 두 학급을 함께 묶어서 두 시간 동안에 지도하되 먼저 과학교사가 지도하고 그 후 수학교사가 지도하는 방법을 권한다. 이 때, 학생들은 통합단원의 목표에 적합한 자료나 자원을 활용하고, 가설을 세운 후에 실험이나 관찰을 하면서 데이터를 수집하고, 데이터에서 그래프를 그리거나 식을 세우면서 데이터를 수학적으로 분석하고, 가설을 반박하거나 확증하고, 결론을 도출하고 일반화하는 학습과정을 거쳐야 한다.

Ⅲ. 연구 결과 분석 및 논의

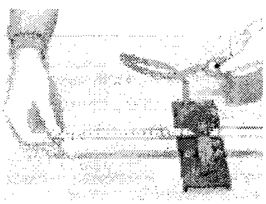
1. 연구방법 및 연구결과 분석

이 장에서는 중학교 1학년 학생 두 명이 과학과 수학을 연결하여 등속도 운동을 학습하면서 상수함수와 일차함수의 발생과정을 이해하고, 시간과 속도와 시간과 이동거리의 관계식과 그래프를 개발하고, 관계식과 그래프를 연결하여 변화하는 현상을 해석하는 과정을 질적 사례연구 방법으로 수집한 자료를 분석함으로써 밝히고자 한다. 사례연구에 활용한 연구도구는 본 연구자가 수학과 과학의 간교과형 통합교육을 위한 교수-학습 자료로 활용하기 위해 개발한 자료 중 하나이다. 다른 자료는 <부록>에 첨부하며 이 자료를 활용한 후속연구가 진행되고 있으므로 차후에 그 연구결과를 밝히고자 한다. 본 사례연구에 활용한 자료는 등속도 운동 상황이 기반이 된 자료이고 부록에 첨부한 자료는 등가속도 운동에서 변화를 모델화하여 미적분을 학습하는데 도움이 되는 기본적인 아이디어를 개발하도록 돕는 목표를 가지고 본 연구자가 개발한 자료이다. 문헌연구의 장에서 밝힌 수학과 과학의 간교과형 통합교육을 교실에서 실현하기 위한 방안으로서 간교과형 통합교육을 위한 교수-학습 자료를 개발한 후에 이를 수학교사가 지도하거나 수학교사와 과학교사가 팀으로 지도하는 방법을 고려하여 사례연구를 하였다.

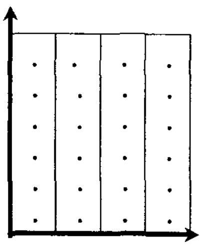
활동지를 학생들에게 제시하고 이에 기반을 두고 반 구조화된 과제 기반 심층면담을 하게 된다. 연구대상 학생들은 중상위권에 속하는 중학교 1학년 여학생 두 명으로서 함수의 정의를 배운 상태이고 아직 중학교 2학년 수학에서 학습하는 일차함수나 중학교 2학년 과학에서 학습하는 등속도 운동을 배우지 않은 상태이다. 연구대상자들이 아래에 제시될 활동지의 질문들을 해결하는 과정에서 연구자와 한 대화를 분석하게 된다. 이 활동지는 중학교 2학년 과학 등속도 운동 단원에 나오는 내용을 참조로 하여 본 연구자가 개발한 것이다. 연구대상 학생들이 과학과 수학을 연결하여 일차함수와 상수함수 그래프가 발생되는 과정과 기울기의 의미를 이해하고, 시간과 속도, 시간과 이동거리의 관계식과 그래프가 개발되고 연결되는 과정을 촉진하기 위한 것이다. 활동지에 제시된 질문에 대해 연구대상자들이 설명을 하는 과정을 오디오로 녹취하고 녹취물과, 연구대상자들의 행동을 관찰한 현장일지와 학생들의 노트를 연구 자료로 활용하였다. 수집된 자료는 사례연구에서 자료분석 방법으로 활용하는 내러티브 분석과 사례 내 분석법을 활용하여 분석하였다.

탐구활동: 수레의 운동 분석하기

[그림 Ⅲ-1]과 같이 수평면을 움직이는 수레의 운동이 교류용 시간기록계를 통해 종이테이프에 타점으로 찍혀진다. 교류용 시간기록계의 진동 주기는 1/60초로 6타점 사이가 0.1초에 해당된다. 타점이 종이테이프에 찍히면 이 종이테이프를 6타점 간격(0.1초) 마다 잘라서 나란히 세워서 [그림 Ⅲ-2]와 같이 붙일 수 있다.



[그림 Ⅲ-1] 시간기록계



[그림 Ⅲ-2] 수레가 0.4초 동안 이동 시 종이테이프를 붙인 모양

① 이 그래프에서 종이테이프의 높이는 무엇을 의미하는가? 가로축과 세로축은 각각 어떤 양을 의미하는가?

학생A: 종이테이프를 잘라서 붙인 거니까 종이테이프의 길이요.
연구자: 종이테이프의 길이는?
학생B: 수레가 움직여서 간 거리요.
연구자: 수레가 달릴 때 수레에 부착된 종이테이프에 시간기록계에서 타점이 찍혀지는 거야. 이 그림처럼 점이 찍혀져 있지? 점이 찍혀진 간격을 생각해 바
학생A: 똑같이 찍혀요. 그림처럼 요.
연구자: 그럼 속도는?
학생A: 똑같이 움직여요.
연구자: 종이테이프 길이가 모두 같니? 같다면 이유가 무엇일까?
학생B: 6개씩 잘라서 붙인 거니까 길이가 모두 같아요.
연구자: 그럼 높이는?
학생A: 수레가 이동한 길이니까. 음. 6개점의 거리이고,
연구자: 시간으로 생각하면?
학생B: 문제에서 6개점이 0.1초라고 했으니까 0.1초 동안 수레가 간 거리요
연구자: 그렇지, 종이테이프의 높이는 수레가 0.1초 동안 이동한 거리이지, 그럼 가로축은?
학생A: 속도? 아니다. 종이테이프 가로,
연구자: 종이테이프 가로가 무엇을 의미할까? 수레의 운동과 종이테이프를 자르는 방식을 연관해서 생각해 바. 또 여기 세로축이 수레가 0.1초 동안 이동한 거리라고 했으니까. 잘 생각해 바
학생A: 0.1초씩 자르니까요. 그럼 초요? 여기는 0.1초요
학생B: [그림 2] 밑에 있어요. 수레가 0.4초 동안 이동시 종이테이프를 붙인 모양(웃는다) 그니까 수레가 이동한 시간이요. 0.1 초씩 잘랐으니까 하나 테이프가 0.1초니까. 근데 이 길이가 초야? 이건 길이니까 센티미터인데..
학생A: 이 길이를 재라는 게 아니니까. 이 점이 0.1초면 이 길이가 0.1초 때 테이프 길이잖아. 그니까 이 점이 0.1초야. 그리고 이 점이 0.2초면 이 길이가 또 0.1초가 지나고 그니까 0.2초.. 시간
연구자: 그래. 가로축은 수레가 이동한 시간이지

연구대상자들은 수레가 일정한 속도로 운동한다는 점으로부터 매 0.1초 동안 이동한 수레의 길이가 모두 같다는 점을 발견하였다. 그 후에, 그래프의 세로축과 가로축이 각각 수레가 0.1초 동안 이동한 거리와 시간이라는 점을 추론할 수 있었다. 독립변수와 종속변수를 미리 제시해주고 두 변수의 관계그래프를 그릴 때 학생들은 그래프에서 축의 실제적인 의미를 고려하는 기회를 갖지 못하게 된다. 이 문제처럼 등속운동 상황을 묘사한 종이테이프를 붙인 그림에서 가로축과 세로축이 가지는 실제적인 의미를 이해하는 과정에서 학생들은 그래프의 축을 설정하는 학습을 하게 된다.

② 이 그래프에서 수레의 속도는 어떻다고 말할 수 있는가?

학생B: 여기 종이테이프 높이가 같으니까 또 0.1초에 간 거리가 모두 같으니까 수레가 같은 속도로 움직여요.
학생A: 점이 모두 똑같이 찍혀 있는 거는 수레가 똑같이 이동한다는 거예요.
연구자: 그렇지, 아까 세로축이 종이테이프의 높이 즉 수레가 0.1초 동안 이동한 거리라고 했고, 타점 사이의 간격이 모두 일정하니까 수레의 속도는 항상 일정하다고 할 수 있지

학생들은 종이테이프에 타점이 모두 일정한 간격으로 찍혀져 있다는 점과 0.1초 동안 이동한 거리에 해당하는 종이테이프의 높이가 모두 같다는 점으로 미루어 수레의 속도가 일정하다

는 점을 이해하게 된다. 이 때, 학생들은 수레의 속도를 0.1초 동안 이동한 거리와 연결하여 사고하게 된 것이다.

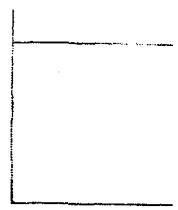
③ 종이테이프의 위 부분을 연결한 직선의 기울기는 무엇을 나타내는가? 직선의 기울기는 얼마인가?

연구자: 종이테이프의 위 부분을 연결하면 어떤 모양의 직선이 되니?
학생B: 이렇게 똑바로 누운 거요(손으로 수평한 직선을 그린다)
연구자: 왜 그럴까?
학생B: 아까 0.1초 동안 움직인 거리가 모두 같았으니까. 그니까 종이테이프를 자른 길이가 같으니까 이으면 똑바라요.
학생A: 속도가 일정하니까 안 바뀌니까요. 그러니까 항상 똑같이 움직여요.
연구자: 그러면 기울기가 얼마니?
학생B: 안 기울어지고 이렇게 똑바르니까 없어요.
학생A: 네. 기울기가 없어요.
연구자: 그래 항상 일정한 속도로 움직이니까 0.1 초 동안 이동한 거리가 모두 같고 세로축 높이의 변화가 없지. 기울기가 없다는 것은 기울기가 0이라는 것을 의미하는 거야. 그럼 기울기가 의미하는 것이 무엇일까?
학생A: 음. 세로축이 이렇게 기울어지는 거요. (손으로 기울임을 표시한다)
연구자: 이 그래프에서 아까 가로축이 수레가 이동한 시간이고 세로축이 수레가 0.1 초 동안 이동한 거리라고 했지? 그럼 수레가 0.1초 동안 간 거리를 다르게 표현하면 무엇이라고 할 수 있을까? 또 이 그래프에서 기울기는 무엇을 의미할까?
학생A: 수레가 간 거리가 변하는 거요.
연구자: 이 그래프에서 세로축은 수레가 간 총 이동거리니?
학생B: 아니요. 0.1초 동안 간 거리요.
연구자: 그럼 0.1초 동안 간 거리가 무얼까? 아까 종이테이프 길이가 일정하다는 게 무엇을 의미한다고 했지?
학생A: 속도요. 속도가 똑같이 움직여요. 아 그럼 기울어지면 속도가 변하는 거요.
학생B: 이렇게(손으로 위로 기울어지게 표시한다)되면 속도가 빨라지는 거
연구자: 그럼 이 그래프에서 기울기는?
학생B: 수레의 속도가 변하는 거요.
연구자: 시간의 변화량에 대한 수레의 속도의 변화량이라고 할 수 있지?
학생들: 네.
학생A: 속도는 시간 분에 거리라고 배웠어요. 근데 여기서는 똑같으니까 변화량이 0이고 그럼 기울기가 0이요.
연구자: 이 수레는 항상 일정한 속도로 움직이니까 속도가 항상 일정하지? 그럼 가속도가 무엇인지 아니? 우리가 일상생활에서 가속도가 붙는다는 말을 하잖아
학생B: 네 가속도가 붙어서 빨리 달려요.
연구자: 그럼 가속도가 어떻게 정의될까?
학생A: 음 속도가 빨라지는 거요.
연구자: 속도가 빨라진다는 거는 속도가 변한다는 거지? 그러니까 속도가 변해야 가속도가 생기니까. 그럼 이 수레는 가속도가 뭐니?
학생B: 아까 전에 속도가 일정하게 움직인다고 했으니까 속도가 안 빨라져요. 그니까 가속도가 0이예요
연구자: 그렇지 시간의 변화에 따라 속도의 변화가 없으니까 가속도가 0이지? 그럼 이 그래프에서 기울기는 무엇을 의미할 까?
학생A: 아아 가속도요. 기울기도 0이고 가속도도 0이니까요.

학생들은 수레의 운동 상황과 그래프에서 두 축의 변화를 연결하여 속도와 가속도의 의미를 이해하게 되었다. 또한 기울기를 그래프의 기울어진 정도와 연결하고, 다음에는 수레가 시간에 따라 이동한 거리와 수레의 속도를 연결하여 그래프에서 수레의 속도가 일정하다는 점을 이해하게 되었다. 그 후, 그래프가 기울어진 정도가 없으므로 기울기가 0이고, 속도가 일정한 수레의 경우 속도의 변화량이 0이므로 가속

도가 0이라는 점을 이해하게 되었다. 이러한 학습과정은 속도와 가속도의 형식적인 정의를 배워서 시간과 속도의 관계그래프에서 속도의 변화와 가속도와 기울기를 연결하여 이해하지 못하고 움직이는 궤도를 시간과 거리의 관계그래프로 잘못 이해하는 영상적 오류 현상을 방지하는 교육적 의의를 가진다고 할 수 있다.

④ 수레의 속도와 시간 사이의 관계 그래프는 어떤 모양인가?
(학생들은 아래와 같은 그래프를 그린다)



[그림 Ⅲ-3] 시간과 속도의 관계그래프

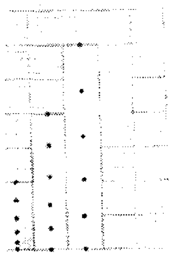
⑤ 등속운동을 하는 물체의 시간과 속도의 관계그래프는 어떤 모양인가? 시간과 속도의 관계식을 구해라.

학생A: 이거 하고 똑같아요. ([그림 Ⅲ-3]을 가리킨다)
연구자: 그럼 시간하고 속도의 관계는?
학생B: 속도가 똑같아요.
학생A: 안 바뀌니까요. 항상 같아요.
연구자: 그럼 시간이 계속 변해도 시간하고 관계없이 속도는 항상 같으려면 식을 어떻게 쓸까?
학생A: 잘 모르겠는데...그냥 속도가 같으니까
학생B: 속도는 속도요. (웃는다)
연구자: 맞아 속도는 언제나 같으니까 시간하고 관계없이 항상 같은 값이지. 예를 들어 이 그래프에서 속도가 10이라면 브이=10하고 쓰면 되지. 그럼 이 아래 면적은 얼마일까? (연구자가 그래프에서 직사각형을 지적해주었다)
학생A: 여기요. 직사각형이니까 가로 곱하기 세로요
학생B: 시간 곱하기 속도요.
연구자: 그래 맞아 그럼 문자로 쓰면?
학생B: 브이 곱하기 티요. (학생들은 넓이=vt를 쓴다) 그럼 아까 종이테이프를 생각해 봐. 이 면적이 종이테이프의 무엇이니?
학생A: 전체 길이요. 종이테이프의.
학생B: 아 전부 수레가 간 거리를 붙인 거요.
연구자: 그렇지 수레가 총 이동한 거리이지? 그럼 이 식에서 넓이와 거리가 같다고 할 수 있지?
학생들: 네. 그럼 거리가 속도 곱하기 시간요.
학생A: 속도가 시간분의 거리라고 배웠으니까 거리가 속도 곱하기 시간이 맞지? (웃는다)
연구자: 학교에서 어떻게 배웠니?
학생A: 그냥 공식으로 외웠어요.

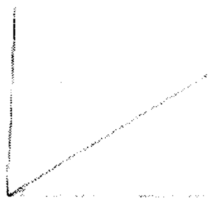
학생들은 수레의 운동 상황에서 등속운동을 하는 물체의 시간과 속도의 그래프를 그릴 수 있게 되었고, 이 그래프에서 일정 시간동안 그래프 아래의 직사각형의 면적이 종이테이프의 길이이므로 수레가 이동한 총 이동거리라는 점을 이해하였다. 그 후에 이동거리가 속도와 시간의 곱으로 나타낼 수 있음을 추론하였다. 학생들은 거리가 속도와 시간의 곱이라는 공식이 발생되는 과정을 수레의 등속 운동 상황에서 연역해냄으로써 차후의 어떤 운동을 표현한 그래프에서 시간과 속도, 시간과 이동거리의 관계식과 그래프에서 변화를 해석해내는 능력을 기르는데 도움이 될 것이라 파악된다. 수레의 운동을 탐구하는 수학과 과학의 통합학습과정은 학생들이 수학이나 과학 공식을 암기하는 것이 아니라 스스로 추론해내는 사고능력을 기르는데 도움이 된 것이다.

이제 종이테이프를 6타점 간격(0.1초) 마다 위와 같이 자르지 않고, 0부터 0.1초까지의 테

이프를 하나 자르고, 다음에는 0초부터 0.2까지의 테이프를 하나 자르고, 그 다음에는 0초부터 0.3초까지의 테이프를 하나 잘랐을 때 [그림 Ⅲ-4]와 같이 모눈종이에 붙일 수 있다.



[그림 Ⅲ- 4] 종이 테이프를 붙인 모양



[그림 Ⅲ-5] 시간과 이동 거리의 관계그래프

① 이 그래프에서 종이테이프의 높이는 어떻게 변화하는가? 가로축과 세로축은 각각 어떤 양을 의미하는가?

학생A: 아까하고 같아요. 가로축은 시간이고 세로축은 수레가 이동한 거리예요.
연구자: 그럼 차이가 없니?
학생B: 아니요, 아까하고 자르는 게 틀려요. 아까는 0.1초마다 잘랐고 지금은 0.1초에서 자르고, 또 0초에서 0.2초에서 자르고, 0초에서 0.3초에서 자르고요.
연구자: 그럼 세로축이 무엇일까?
학생A: 수레가 이동한 거리는 맞는데 시간이 달라요. 아까는 모두 0.1초씩 움직인 거고 지금은 시간이 계속커지니까 처음에는 0.1초 동안 움직인 거고, 그리고 0.2초, 0.3초요.
연구자: 그럼 각 종이테이프 길이가 어떻게 변화하니?
학생B: 2칸, 4칸, 6칸요. 모두 2칸 씩 커져요.
연구자: 그럼 종이테이프 길이가 2칸씩 길어진다는 게 무엇을 의미할까? 좀 전의 상황과 연결하여 이해해 바
학생A: 시간마다 2칸씩 길어지니까 이동한 거리가 2칸씩 늘어나는 거예요
학생B: 0.1초까지 움직인 거리가 2칸이고, 0.2초까지 움직인 거리가 4칸이고, 0.3초까지 움직인 거리가 6칸이요
그니까 이 높이는 어떤 시간까지 움직인 거리예요.
연구자: 그래 아까는 세로축은 매 0.1초마다 이동한 거리였고, 지금은 총 이동한 거리이지?

학생들은 종이테이프를 잘라서 붙인 방식을 이해하여 세로축이 어떤 시간까지 수레가 이동한 총 이동거리라는 답을 하였다. 그 후에 이 그래프를 보면서 시간이 0.1초씩 증가할 때 이동거리가 2칸씩 일정하게 증가한다는 것을 수레의 운동 상황과 연결하여 이해할 수 있었다. 결과적으로 학생들은 수레의 운동 상황에서 종이테이프를 붙인 그래프로부터 좌표축을 시간과 이동거리로 이해하고 그래프에서 시간에 따른 이동거리의 변화를 해석하게 된 것이다.

② 각 종이테이프의 위 쪽 끝점을 연결한 직선의 기울기는 무엇을 나타내는가?

학생B: 이렇게 계속 올라가요. 똑같이.
연구자: 그럼 기울기가 생기지? 그럼 기울기가 무엇을 나타낼까?
학생A: 네. 기울기가 있어요.
학생B: 점점 빨라지는 거요.
연구자: 좀 전의 상황과 잘 연결하여 생각해 바. 수레가 어떻게 운동하고 있니?
학생A: 똑같은 속도로요.
학생B: 커져요. 아닌가? 여기서 눈금이 2칸씩 똑같이 커져요
학생A: 아니 그게 아니라 0.1초마다 2칸씩 똑같이 증가하니까 속도가 똑같은 거지, 아까처럼
연구자: 그래, 시간이 0.1초 씩 커질 때 마다 이동거리가 2칸씩 똑같이 증가하니까 속도가 항상 일정한 거지, 그럼 이 그래프 세로축이 무엇이었지?

학생A: 세로축이 총 이동거리이고 가로축이 시간이니까요.

연구자: 이 그래프의 기울기가 변하니?

학생A: 아니요. 똑같이 기울어져 있어요. 같아요.

학생B: 이만큼 기울어져 있어요(손으로 기울어진 정도를 가리킨다)

연구자: 그럼 기울기는? 아까 뭐랬지?

학생A: 아까 시간의 변화량에 대한 속도 변화량요. 지금은 시간의 변화량에 대한 거리의 변화량요.

연구자: 그럼 기울기는 어떻게 구할까?

학생B: 여기서 모두 거리변화가 2칸이고 시간변화는 0.1초요. 모두 같아요.

연구자: 그럼 기울기는 무얼까?

학생A: 기울기가 똑같고 속도도 똑같아요. 아까 거리가 속도 곱하기 시간이니까 속도는 여기서 2칸을 0.1초로 나눠요.

학생B: 그럼 속도가 20요.

학생들은 모눈종이의 눈금이 2칸씩 증가하는 것으로부터 수레의 이동거리가 매번 2칸씩 일정하게 증가하므로 속도가 일정하다는 점을 추론하게 되었다. 수레의 속도는 수레가 0에서 0.1초 동안 이동한 거리를 시간인 0.1초로 나눈 값, 수레가 0.2초에서 0.1초 사이에서 이동한 거리를 시간인 0.1초로 나눈 값, 수레가 0.3초에서 0.2초 사이에서 이동한 거리를 시간인 0.1초로 나눈 값에 해당한다는 점을 알게 된다. 그리고 기울기의 의미는 이동거리의 변화인 모눈종이의 2눈금을 시간의 변화인 0.1초로 나눈 값인 속도에 해당한다는 점을 알게 된다. 이 그래프의 기울기는 일정하므로 속도는 일정하다는 점과 수레의 속도가 일정한 운동을 한다는 점을 연결하여 고려하게 된 것이다.

③ 수레의 이동시간과 이동거리의 관계그래프는 어떤 모양인가? 또 수레의 이동시간과 이동시간의 관계식은 무엇인가?

연구자: 그럼 시간과 이동거리의 관계식을 세워보자. 아까 시간에 따라 이동거리가 어떻게 변화했지?

학생A: 똑같이요.

학생B: 0.1초 마다 2칸씩 요.

연구자: 그럼 어떻게 식을 세울 수 있을까? 시간의 변화에 따른 이동거리의 변화를 생각해 바

학생A: 시간이 0.1초면 거리가 2고, 시간이 0.2초면 4고, 0.3초면 6이니까 .

학생B: 시간에다 20을 곱하면 거리가 나와요.

연구자: 그렇지. 그럼 관계식은?

학생A: 이동거리는 시간곱하기 20요. (이동거리=시간×20을 쓴다)

연구자: 그럼 문자로 나타내보자. 시간을 보통 어떻게 나타내니?

학생A: 티(t)로요. 거리는 에스(s)로요. 그니까 (학생들은 s=20t를 쓴다)

연구자: 그럼 이 식에서 기울기가 무엇이니?

학생A: 20요.

④ 이 그래프에서 수레의 속도는 어떻다고 말할 수 있는가?

학생A: 속도는 일정해요.

학생B: 기울기도 일정하고요.

학생A: 속도는 여기서 20이예요.

⑤ 등속운동을 하는 물체의 시간과 이동거리의 관계그래프는 어떤 모양인가?

학생B: 아까 그런 거요. 이거요([그림 III-5]를 가리킨다)

이제 학생들은 수레의 시간과 이동거리의 관계그래프에서 시간과 이동거리의 눈금을 읽어서 관계식을 세우고 관계식에서 기울기가 속도를 의미한다는 점을 이해하게 되었다. 그리고

등속운동을 하는 물체의 시간과 이동거리의 일반화된 관계그래프를 그릴 수 있게 되었다.

2. 연구결과 및 논의

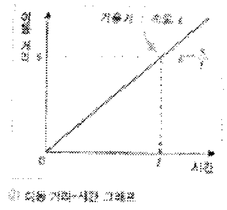
학생들은 수레의 운동 상황에서 종이테이프를 붙인 그래프에서 축을 설정하는 능력을 기를 수 있었다. 또한 속도와 가속도를 그래프에서 가로축의 변화량에 대한 세로축의 변화량과 연결하여 이해하게 되었다. 이 수레는 일정한 속도로 운동하므로 6타점 사이의 거리는 모두 일정하다.

따라서 속도는 6타점 사이의 거리에서 시간 0.1초를 나눈 값이고 속도는 6타점씩 자른 종이테이프의 길이에 비례한다. 자른 종이테이프의 길이가 모두 같으므로 6타점씩 자른 테이프를 붙였을 때 [그림 Ⅲ-2]의 그래프와 같이 세로축은 모두 같은 높이가 된다. 그러므로 이 그래프에서 속도는 항상 일정하고, 속도의 변화가 없으므로 기울기는 0이다. 이 그래프가 기울기가 0인 상수함수의 그래프이다. 학생들은 [그림 Ⅲ-2]처럼 종이테이프를 붙인 그래프를 가지고 그래프의 기울기를 시간의 변화량에 따른 거리의 변화량과 연결하고, y값이 항상 일정한 그래프에서 기울기가 0인 운동의 의미를 이해할 수 있었다. 또한 등속도 운동에서 시간과 속도, 시간과 이동거리의 관계를 추론하는 학습을 하였다. 또한 이 그래프의 아래 면적이 수레가 이동한 거리이고 이동거리는 속도와 시간의 곱으로 표현된다는 점을 학습함으로써 속도가 시간분의 거리라고 암기한 공식의 의미를 이해할 수 있었다.

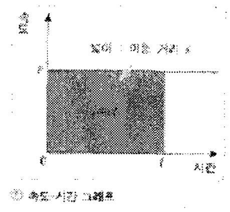
[그림 Ⅲ-4]와 같이 붙였을 때는 0.1초 때 까지 이동한 거리, 0.2초 때 까지 이동한 거리, 03초 때 까지 이동한 거리에 해당하는 종이테이프를 붙인 것이므로 세로축은 이동거리가 된다. [그림 Ⅲ-4]처럼 종이테이프를 모눈종이에 붙인 그래프를 가지고 시간과 속도, 시간과 이동거리의 관계를 추론하고 아래의 질문에 답을 한 후에 일차함수의 그래프로 일반화할 수 있었다. 그래프에서 0.3초까지 이동한 거리와 0.2초까지 이동한 거리의 차, 0.2초까지 이동한 거리와 0.1초까지 이동한 거리의 차, 0.1초 때까지 이동한 거리와 0초까지 이동한 거리의 차이가 모두 모눈종이에서 2칸의 눈금에 해당한다는 점으로부터 수레의 속도가 모두 일정하다는 점을 학습할 수 있었다. 또한 속도가 일정하다는 사실과 시간과 이동거리의 관계그래프에서 기울기가 일정하다는 사실을 연결하여 이해할 수 있었다. 학생들은 그래프에서 변화를 해석하는 능력을 갖게 된 것이다. 따라서 일차함수의 그래프에서 기울기의 의미를 등속도 운동 상황에서 거리의 변화량에 대한 시간의 변화량의 비로 이해한 후에 기울기가 일정하다는 것의 실제적인 의미를 이해할 수 있었다.

그 후 학생들은 시간의 변화에 따른 이동거리의 변화를 조사하여 관계식을 세우고 관계식에서 속도를 구할 수 있었다. 또한 시간과 속도의 관계그래프와 시간과 이동거리의 관계그래프에서 모두 수레의 이동거리가 시간과 속도의 곱이라는 공식을 유도할 수 있었고 시간과 속도의 관계, 시간과 이동거리의 관계, 속도와 이동거리의 관계를 두 그래프에서 발견할 수 있었다. 학생들은 수레의 운동을 나타낸 종이테이프 그림으로부터 속도가 시간 분의 거리라는 무의미하게 암기한 공식이 유도된 과정을 이해함으로써 차후의 등가속도 운동에서도 시간과 속도, 시간과 가속도, 시간과 이동거리의 관계식과 그래프를 유도하고 시간과 이동거리의 이차함수 그래프가 발생되는 과정과 그래프에서 변화를 해석하는 능력을 함양할 수 있을 것이

라 파악된다. 앞의 실험에서 학생들이 학습한 것을 다음 그림과 같이 형식화할 수 있다.



[그림 Ⅲ-6] 시간과 이동 거리의 관계그래프



[그림 Ⅲ-7] 시간과 속도의 관계그래프

물체의 속도가 일정한 운동을 등속 직선 운동 또는 등속도 운동이라고 한다. 등속 직선 운동에서는 속력이 일정하므로 물체가 이동한 거리는 시간에 비례하여 증가한다. 물체가 일정한 속도 v 로 시간 t 동안에 이동한 거리 s 는 $s=vt$ 로 구할 수 있다. 등속 직선 운동의 이동거리와 시간 사이의 관계 그래프는 [그림 Ⅲ-6]과 같이 기울기가 일정한 직선이 되며, 이 직선의 기울기는 속도를 나타낸다. 속도와 시간 사이의 관계 그래프는 [그림 Ⅲ-7]와 같이 시간 축에 나란한 직선이 되며, 이 직선과 시간 축 사이의 면적은 이동거리를 나타낸다.

Ⅳ. 요약 및 결론

통합교육의 필요성과 교육적 의의가 주장되어 왔고 외국의 경우에는 초등학교에서 고등학교까지 다양한 유형의 통합교육이 실행되고 있다. 우리나라의 경우, 대학 수학능력 시험에서 통합교과 문제가 출제되고 있음에도 불구하고 중등학교 통합교과에 대한 이론적·방법론적 연구는 미흡하고 통합교육이 실행되지 않고 있다. 본 연구는 이러한 점을 고려하여 수학과 과학의 연결성을 고려한 학습에 관한 선행연구를 살펴본 후에 중 고등학교 수학과 과학의 통합교육의 필요성을 제 7차 수학과 교육과정 개정의 배경과 수학과의 목표 측면에서 논의하였다. 그 후에 외국의 통합교육 사례를 살펴보고 이에 기반을 두고 수학과 과학의 통합교과 유형, 수학과 과학의 간교과형 통합교육 방법을 논의하였다. 문헌연구에 기반을 두고 수학과 과학에서 공통이 되는 개념, 원리, 기능을 중심으로 한 간교과형 통합교육 방법을 위한 교수-학습 자료를 개발하였다. 그 후, 개발한 교수-학습 자료 중 하나를 연구도구로 활용하여 사례연구를 하였다.

수학과 과학의 통합교육에 관한 문헌들을 고찰한 결과로부터 통합교육의 의의, 통합교과 유형과 방법에 관하여 다음과 같이 정리할 수 있다. 수학과 과학 교과를 통합해서 지도할 때 학생들은 고립된 기능이나 개념을 학습하지 않음으로써 지식 영역들 간의 분절화를 막을 수 있고, 일상생활의 구체적 경험이나 실제적인 상황과 밀접한 관련성이 있는 내용을 학습함으로써 학습에 흥미와 동기를 가질 수 있고, 다른 교과나 여러 분야의 지식을 요구하는 상황에서 문제를 해결하는 능력을 기를 수 있다. 중 고등학교 수학과 과학을 통합할 때는 공통이 되는 개념, 기능, 원리와 법칙을 중심으로 통합하여 학문의 고유한 논리적 계열을 손상하지 않고 통합의 목표가 달성될 수 있는 간학문형 통합이 바람직하다. 다학문형 통합과 같은 주제 중심의 접근은 초등학교 수준에서 교과를 통합할 때는 적용 가능하다고 볼 수 있으나 개념보다는 활동에 초점을 두어 인위적으로 통합될 수 있다. 아직 통합교육과정이 실행되지 않고 있는 중 고등학교의 경우는 하나의 독립된 간학문형 통합교과를 국가 교육과정 개발 차원에서 만들기 보다는 서로 개념이나 기능이 공

통이 될 수 있는 두 교과의 내용을 통합한 간학문형 통합단원을 개발하여 이러한 통합단원으로 구성된 하나의 통합교육 프로그램 혹은 통합교육을 위한 교수-학습 자료를 개발하는 것이 더 바람직하다고 보인다.

본 연구에서는 수학과 과학의 간학문형 통합단원으로 구성된 통합교육 프로그램이나 교수-학습 자료를 개발하여 이를 정규 수업 시간에 수학 교사가 지도하거나 과학교사와 함께 팀티칭으로 지도하거나 재량활동 시간에 활용할 것을 제안하였다. 이러한 통합교육을 위해서는 교사들이 팀을 구성하고 교과별 지도계획표를 작성하고, 여러 교과의 내용을 관련시킬 수 있는 중심 내용을 통합단원으로 선정하고, 통합단원명을 결정하고 개관, 목표, 소단원, 학습내용을 제시한 단원전개도, 수업계획서를 작성하고, 통합단원의 운영 시수와 시기를 결정하고 통합의 대상이 된 교과별 단원에 원래 배당된 시간과 시기를 맞추어 조정하는 단계를 거쳐야 한다. 우리나라와 같이 엄격하게 분과적인 교과중심으로 설계된 교육과정이 실행되는 경우에는 단시일 내에 통합교육과정으로 변화를 시도하기에 어려운 점이 수반될 수 있으므로 본 연구에서 제안한 방식으로 접근해보며 다양한 이론적 · 실천적 연구를 통하여 다차원적 시각에서 통합교육과정을 시도해보는 것이 바람직하다. 학생들은 통합단원의 목표에 적합한 자료나 자원을 활용하고, 가설을 세운 후에 실험이나 관찰을 하면서 데이터를 수집하고, 데이터에서 그래프를 그리거나 식을 세우면서 데이터를 수학적으로 분석하고, 가설을 반박하거나 확증하고, 결론을 도출하고 일반화하게 된다. 과학적 탐구 학습에서 수학적 개념과 원리를 학습하였으므로 그 때 얻은 수학적 식이나 그래프를 과학적 실험 맥락에 비춰 다시 해석하고 반성하는 과정을 거치게 된다.

본 연구에서 개발한 수학과 과학의 간교과형 통합 교수-학습 자료 중 하나를 활용한 사례연구 결과, 학생들은 수레의 운동 상황에서 종이테이프를 붙인 그래프에서 축을 설정하는 능력을 기르고 상수함수와 일차함수가 발생되는 과정을 이해할 수 있었다. 또한 시간과 속도의 관계그래프에서 기울기를 가로축의 변화량에 대한 세로축의 변화량과 연결하여 기울기가 0이 되는 운동의 의미를 이해하게 되었다. 또한 수레의 운동을 나타낸 종이테이프에서 시간과 속도의 상수함수 관계, 시간과 이동거리의 일차함수 관계를 추론하고 나서 상수함수와 일차함수의 그래프로 일반화할 수 있었다. 일차함수의 그래프에서 기울기의 의미를 등속도 운동 상황에서 거리의 변화에 대한 시간의 변화의 비로 이해한 후에 기울기가 일정하다는 것의 실제적인 의미를 이해할 수 있었다. 학생들은 시간과 속도의 그래프 아래 면적이 수레가 이동한 거리이고 이동거리는 속도와 시간의 곱으로 표현된다는 점을 학습함으로써 속도가 시간분의 거리라고 암기한 공식의 의미를 이해할 수 있었다. 그 후 학생들은 시간의 변화에 따른 이동거리의 변화를 조사하여 관계식을 세우고 관계식에서 속도를 구할 수 있었다. 학생들은 수레의 운동을 나타낸 종이테이프 그림으로부터 속도가 시간 분의 거리라는 무의미하게 암기한 공식이 유도된 과정을 이해함으로써 차후의 등가속도 운동에서도 시간과 속도, 시간과 가속도, 시간과 이동거리의 관계식과 그래프를 개발하고 시간과 이동거리의 이차함수 그래프가 발생되는 과정과 이차함수에서 변화를 해석하는 능력을 함양할 수 있을 것이라 파악된다. 본 연구자는 <부록>에 첨부한 자료를 활용한 후속연구를 진행하고 있으므로 연구결과를 분석하여 이 점들을 밝히고 수학과 과학의 통합교육의 효과를 더 구체적으로 논의할 것이다.

본 연구에서는 수학과 과학의 통합교육에 관한 문헌연구 고찰에 기반을 두고 수학과 과학의 간교과형 통합교육을 위한 교수-학습 자료를 개발하여 이에 기반을 두고 사례연구를 한 결과를 밝힌 것이다. 사례연구 결과에서 드러난 바와 같이 수학과 과학의 간교과형 통합교육을 위한 교수-학습 자료를 활용하였을 때 수학적 개념, 원리, 법칙의 이해가 촉진되었으므로 차후에 수학과 과학의 간교과형 통합교육을 위한 다양한 교수-학습 자료가 개발되고 연구효과가 발표되기를 기대한다. 또한 본고의 이론적 연구와 사례연구 결과는 향후 중등 수학에서 통합교육을 위한 다양한 연구에 발전적인 시사를 제공하고 수준별 수업에서도 활용할 수 있게 되기를 기대한다. 본 논문은 우리나라 중 고등학교 수학과 과학의 통합교육에 대한 연구의 일환으로서 본 연구자가 진행하고 있는 연구 결과의 일부분을 발표한 것이므로 앞으로 수학과 과학의 통합단원 개발 연구, 통합 유형에 대한 연구, 통합단원을 활용한 교수-학습 방법에 대한 연구, 통합단원을 활용한 수업 효과에 대한 연구 등 다양한 각도에서 수학과 과학의 통합교육에 대한 후속연구를 발표할 것이다.

참고문헌

교육인적자원부(2002a). **중학교 교육과정 해설 (Ⅲ)**. 교육인적자원부.

____________(2002b). **고등학교 교육과정 해설**. 교육인적자원부.

김대현 외(1997). **교과의 통합적 운영**. 서울: 문음사.

김응태 · 박한식 · 우정호(2003). **수학교육학개론**. 서울대학교 출판부.

소경희(2005). **교육과정 개발: 주요 쟁점 및 새로운 접근**. 서울: 교육과학사.

신현성(2000). **수학과 교육과정에 따른 수학교재 연구 및 지도**. 서울: 교우사.

양미경(2003) **교육과정 및 교수방법**. 서울: 교육과학사.

우정호(1998). **학교수학의 교육적 기초**. 서울대학교출판부.

우정호(2000). **수학 학습-지도 원리와 방법**. 서울대학교출판부.

조덕주(1998). 통합 교육과정에 대한 반성적 고찰. **교육과정연구, 16**(2), 185-204.

Berlin, D. F., & Lee, H. (2005). Integrating science and mathematics education: historical analysis. *School Science and Mathematics, 105*(1), 15-24.

Burns, R. C. (2001). **교과경계선 허물기**. (김대현 외 6인 공역). 서울: 학지사. 2001. (영어 원작은 1995년 출판).

Hines, E. (2002). Developing the concept of linear function: one student's experiences with dynamic physical models. *Journal of Mathematical Behavior, 20*, 337-361.

Ingram, J. B. (1995). **교육과정 통합과 평생교육**. (배진수 · 이영만, 역), 서울: 학지사. (영어 원작은 1979년 출판).

Izsak, A. (2003). "We want a statement that is always true": criteria for good algebraic representations and development of modeling knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education, 34*(3), 191-227.

Lehrer, R., Schauble, L., Carpenter, S., & Penner, D. (2000). The innerrelated development of inscriptions and conceptual understanding. In P. Cobb, E. Yackel, & K. McClain (Eds.), *Symbolizing and communication in mathematics classrooms:*

perspectives on discourse, tools, and instructional design (pp. 325-360). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Meira, J. H. (1998). Making sense of instructional devices: the emergence of transparency in mathematical activity. *Journal of Mathematical Behavior, 29*(2), 121-142.

________(2002). Mathematical representation as systems of notations-in-use. In K. Gravemeijer, R. Lehrer, B. van Oers, & L. Verschaffel (Eds.), *Symbolizing, modeling and tool use in mathematics education* (pp. 87-104). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principle and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

Nemirovsky, R. (1994). On way of symbolizing: the case of Laura and velocity sign. *Journal of Mathematical Behavior, 13*, 389-422.

Nemirovsky, R., Tierney, C., & Wright, T. (1998). Body motion and graphin. *Cognition and Instruction, 16*(2), 119-172.

Senecahl, M. (1990). Shape. In L. A. Steen (Ed.), *On the shoulder of giants: new approaches to numeracy* (pp. 139-182). Washington, D. C.: National Academy Press.

Steen, L. A. (1990). Pattern. In L. A. Steen. (Ed.), *On the shoulder of giants: new approaches to numeracy* (pp. 1-10). Washington, D. C.: National Academy Press.

Stewart, I. (1990). Change. In L. A. Steen. (Ed.), *On the shoulder of giants: new approaches to numeracy* (pp. 189-218). Washington, D. C.: National Academy Press.

Wolfinger, D. M., & Stockard Jr, J. W. (1997). **통합교육과정의 이론과 실제**. (강현석 외 4인 공역), 서울: 양서원, (영어 원작은 1997년 출판).

Yager, R. E.(1997). **STS 무엇인가?** (조희형 · 최경희, 공역). 서울: 사이언스북스, (영어 원작은 1996년 출판).

A Case Study on Teaching and Learning of the Linear Function in Constant Velocity Movement: Focus on Integrated Curriculum of Mathematics and Science

Shin, Eun Ju (Ewha womans university)

As a theoretical background for this research, the literatures which focus on teaching and learning of connecting with mathematics and science were investigated. And the rationale of integrated curriculum on the basis of the 7th mathematics curriculum and the goal of mathematics education and the forms of integrated curriculum and the integrated curriculum in foreign school were investigated. Depending on this review, the implement method of the integrated curriculum of mathematics and science in Korea school is suggested as the following: It requires designing inter-disciplinary integrated problem or various teaching and learning materials which are based upon concept, skill, and principle by commonality found across the subject matter. Based on the analyses upon described above, three inter-disciplinary integrated teaching and learning materials were developed. And then, based on the case study, the research questions were analyzed in depth. Students could understand the developing process of linear function, develop the formula and grape representing the relationship between time and velocity, time and distance, and interpret realistic meaning of the slope.

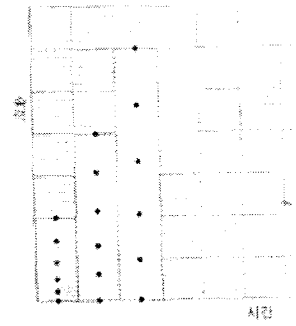
* **Key words** : integrated curriculum(통합교육과정), inter-disciplinary integrated teaching and learning materials(간교과형 통합 교수학습 자료), constant velocity(등속도)

논문접수 : 2005. 9. 28
심사완료 : 2005. 11. 1

<부록> 수학과 과학의 간교과형 통합 교육을 위한 교수-학습 자료

탐구활동: 빗면을 내려가는 수레의 운동 상황에서 그래프를 그리고 해석하기

책과 나무판을 이용하여 20cm 높이의 빗면을 만들고 시간기록계를 빗면의 위 끝에 클램프로 고정시킨다. 시간기록계의 먹지 아래로 지나는 종이테이프를 수레에 붙인다. 전원 스위치를 닫아 시간기록계를 작동시킨 후 수레를 놓으면 빗면을 내려가는 수레의 운동을 나타내는 타점이 종이테이프에 찍히게 된다. 타점이 종이테이프에 찍히면 이 종이테이프를 6타점 간격(0.1초) 마다 잘라서 모눈종이에 붙여라. 예를 들어 [그림 1]과 같은 그래프가 그려질 수 있다.



[그림 1]

[그림 1] 수레가 0.3초 동안 이동 시 종이테이프를 붙인 모양

① 이 그래프에서 가로축과 세로축은 무엇을 나타내는가?

② 직선의 기울기는 무엇을 나타내며 얼마인가?

③ 이 그래프에서 수레의 속도는 어떻다고 말할 수 있는가?

④ 직선 아래의 면적은 무엇을 나타내는가? 시간이 경과함에 따라서 직선 아래의 면적은 어떻게 변화하는가?

⑤ 수레의 속도와 시간 사이의 관계 그래프는 어떤 모양인가?

⑥ 시간 간격을 줄여서 0.05초 간격마다 잘라서 위 실험을 한다면 위 과정에서 어떤 변화가 일어날 수 있는가? 시간 간격을 더 줄여서 0.0001초 간격마다 잘라서 위 실험을 한다면 위 과정에서 어떤 변화가 일어날 수 있는가?

⑦ 시간과 이동거리는 어떤 관계가 있는지, 이동거리는 어떻게 변하는지를 설명하여라.

이제 종이테이프를 6타점 간격(0.1초) 마다 위와 같이 자르지 않고, 0초부터 0.1초까지의 테이프를 하나 자르고, 다음에는 0초부터 0.2까지의 테이프를 하나 자르고, 그 다음에는 0초부터 0.3초까지의 테이프를 하나 자르고, 그 다음에는 0초부터 0.4초까지의 테이프를 하나 잘라서 붙인다.

① 이 그래프는 어떤 모양인가? 이 그래프에서 가로축과 세로축은 무엇을 나타내는가?
② 이 그래프에서 수레의 이동거리는 어떻다고 말할 수 있는가?
③ 수레의 이동거리와 시간 사이의 관계 그래프는 어떤 모양인가?
④ 이 그래프에서 수레의 속도는 어떻다고 말할 수 있는가?
⑤ 시간 간격을 줄여서 0.05초 간격마다 잘라서 위 실험을 한다면 위 과정에서 어떤 변화가 일어날 수 있는가?