

연약점토층위 이중지반 지표면 재하시 지중응력 특성연구

A Study on the Distribution Stresses beneath Loaded Ground Surface Area of Double Strata Ground on Soft Clay Layers

이 인 형* · 임 종 석**

Lee, In Hyung · Lim, Jong Seok

Abstract

Stress distribution in soils is the very important element to design and to solve the problems of settlement, safety of foundations and trafficability of constructing vehicle in civil engineering. This research presents the comparative estimation of the actual and theoretical measurement on the underground stress of outer layer for each soil after the observation of each top soil layer for its vertical and horizontal stresses in ① homogeneous sand ground ② weak stratum with the sand soil ③ weak stratum with gravel of the soil model, and it also investigates the effect of subsidence of ground by the repeated load. The underground stresses turned out to be different in the value of theoretical and actual measurement after the trial examination of model. This study has the purpose of suggesting the better construction method of running equipment on weak stratum by comparing the estimated value of trial experiment and theory on underground stress of the weak ground surface area and of raising up the necessity of the continuous research hereafter.

Keywords : Distribution Stresses, Double Strata Ground, Soft Soil Ground

I. 서 론

1. 연구배경

연약지반 위에 성토한 경우 지표면 재하에 따른 지중응력의 예측은 연약지반의 지지력 안정성을 판

단하는 필수적인 정보임은 물론 시공의 안정성(장비의 주행성)과 공사비의 경제성 분석에 중요한 작업이다. 이와 같은 경우 지중응력을 구하는 방법은 여러 가지가 있다. 현재 기술자들은 그 중 Boussinesq(1883)의 방법이나 Kögler(1929)의 약산법을 일반적으로 사용하고 있다. 그러나 이들 방법에서는 지반을 균질, 등방성으로 보고 있다. 보통 연약지반은 토질별 층을 이루고 있고 지반이 층을 이루는 경우에는 Boussinesq의 가정과는 조건이 달라지며 따라서 지중응력은 Boussinesq의 방법으로 구한 결과와는 달라질 것으로 예상된다. 이 경우

* 목포대학교 토목공학과 박사과정

** 목포대학교 토목공학과 교수

** Corresponding author. Tel.: +82-61-450-2474

Fax: +82-61-452-6468

E-mail address: injaki7@hanmail.net

Burmister(1956)의 방법을 예상할 수 있으나 이 방법은 도로포장과 같은 경우로서 직접 적용하기에는 다소 문제가 있다. 따라서 토질별 여러 층을 이루는 성층지반의 지표면 재하시 지중응력을 구하는 적절한 방법이 필요한 실정이다.

2. 연구목적

본 연구의 목적은 건설기술자가 연약지반에서 현실적으로 마주치는 2층지반의 지중응력예측법에서 보다 합리적인 공식선정의 적용법을 제시하기 위함이며 부차적으로 향후 토질별 다층지반의 연구실험의 필요성을 제안하기 위함이다.

본 연구에서는 연약지반에서 일반적으로 형성되는 2층을 이룬 지반의 표면에 재하하는 경우 지반의 토질별 성층구성에 따라 지중응력의 분포가 어떻게 나타나는가를 알아보고자 하였다. 이를 위하여 실험실에서 토조에 토질별로 2층지반을 이루는 모형지반을 다양하게 조성하고 지표면 재하시험을 하면서 성층토질별로 지중의 응력을 계측에 의해 측정하였다. 실험결과를 지반구성에 따라 정리, 분석하고 실용적으로 근사한 Boussinesq와 Fröhlich의 두 이론식에 의한 결과와 실험값과 비교하여 층을 이룬 지반의 표면에 재하하는 경우 지중응력의 분포특성을 검토하였다. 또한 연약지반의 표층지반 개량을 위한 우수한 성토재를 예측할 수 있는 방안을 모색하였다.

II. 문헌연구

1. 균질모래지반 지중응력

지표면 또는 지반중에 작용하는 하중에 의하여 지반중에 응력이 분포되는 상태는 기초지반의 안정 문제 및 침하문제를 해석하고 구조물의 기초 및 지하매설물 등을 설계하는데 있어서 필수적인 요소이다. 자연지반은 균질성 또는 등방성이 아닐 뿐 아

니라 완전한 소성체 또는 탄성체도 아니므로 지반중의 응력분포를 정확하게 규명하기는 매우 어려우나 응력이 지반의 강도에 비하여 충분히 작은 범위 내에서는 탄성적으로 해석하여도 실용상 지장이 없다는 것이 Kögler, Fröhlich 등의 모래지반의 지중응력 분포실험결과에서 실험적으로 알려져 있으므로 이러한 전제조건하에서 탄성체에 대한 응력분포 상태를 직접 또는 어느 정도의 수정을 가하여 적용하고 있다.

2. 탄성해법

이 방법들의 모음은 Poulos and Davis(1974)가 쓴 저서에 제공되어 있다. 이 방법들은 흙이 선형탄성매질처럼 거동한다는 가정에 근거하였다. 최초의 개발수행은 Boussinesq(1883)에 의해 이루어졌으며 Westergaard(1938)는 교호하는 단단한 층이 있는 탄성 흙에 대한 해를 제공하였다. Boussinesq식은 직선적 응력전파의 가정을 도입하여 지반을 탄성체, 등방성, 반무한체의 지중이 없는 물질로 가정하였지만 Fröhlich(1934)식은 탄성, 이방성, 반무한체의 개념을 도입하므로써 보다 현실적인 지반조건을 고려하였다. 자연지반은 일반적으로 압축응력 또는 전단응력값에 저항할 수 있어서 등방성 물질이라고 볼 수 없기 때문이다.¹⁰⁾ Fröhlich는 Boussinesq의 식을 수정하고 응력집중계수를 도입하였다(Jumikis, 1962). 층이 진 토층 및 강

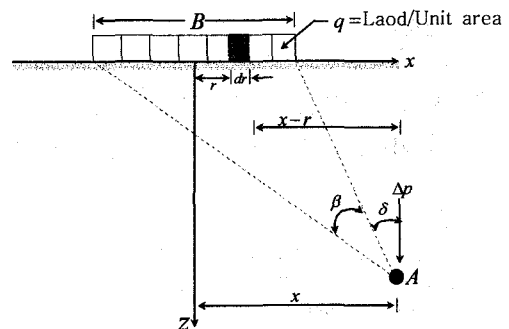


Fig. 1 Vertical stress caused by a flexible strip load

성 경계가 있는 토층에 대한 탄성해는 후에 Burmister (1956, 1962)와 다른 이들에 의해 개발되었다.

$$\text{(Boussinesq): } \Delta p = \frac{q}{\pi} [\beta + \sin \beta \cos(\beta + 2\delta)]$$

..... (1)

$$\text{(Fröhlich): } \Delta p_z = f \cdot q \int_{\beta_1}^{\beta_2} \cos^{\nu-1} \beta \cdot d\beta$$

..... (2)

$$\text{(Fröhlich): } P_z = \frac{\nu Q}{2\pi Z^2} \cos^{\nu+2} \beta$$

..... (3)

여기서, $\nu =$ 응력집중계수 ($\frac{1}{\mu} + 1$)
 $f =$ 비례정수 ($\nu/2\pi$)
 $\mu =$ 포아송비

식(3)에서 Z를 일정하게 두면 지표에서 심도 Z에 있는 수평면상의 수직응력의 분포를 알 수 있다. 이것은 Fig. 2와 같은 종모양의 분포를 나타낸다. 정수 ν 의 값이 클수록 곡선의 뾰족한 부위는 하중작용선 쪽으로 집중되어진다. 응력집중계수(ν)의 크기는 흙의 탄성적 성질, 소성적 성질 외에 기초체저면의 조도에도 관계된다. 현재까지 실측결과에서는 모래지반에서 $\nu=4\sim 5$, 점토지반에서 $\nu=3$

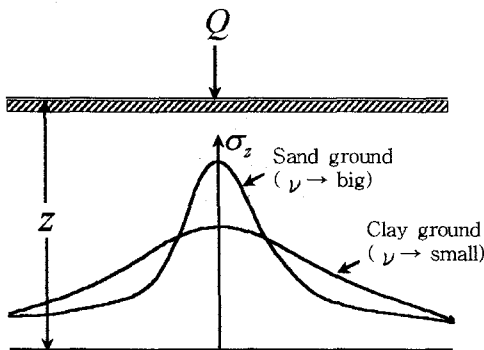


Fig. 2 Vertical stress caused by a line load with a stress concentrating factor (ν)

을 적용하는 것이 타당하다고 알려져 있다.

Fig. 2에서 보는바와 같이 점성토지반보다 사질토지반이 응력집중계수가 더 크므로 사질토지반에서 응력집중현상이 현저하게 크게 되는 것을 알 수 있다.

3. 근사해법

탄성론에 의하지 않는 근사해법의 공식으로는 Strohschneider의 근사식, Kögler(1929)의 근사식, 2:1 분포법, Boston Building Code식 등이 잘 이용된다. 그러나 이들 공식도 지반조건을 매우 단순화, 균일화 시키고 있어 연약지반 장비주행성 판정시 불합리성이 내재되어 있다. 따라서 정밀한 해석을 요구하는 기초의 안정성 검토 등 연약지반 설계에 신뢰성 및 정확성을 제공하지 못하고 있다.

4. 2층지반의 지중연직응력

지반이 특성이 서로 다른 토층으로 2층구조를 이루고 있을 경우 응력전달상황이 이들의 존재양식이나 재하방식에 따라 상이할 것이 예상된다. 이와 같은 문제는 지반공학에서보다는 도로공학에서 도로나 비행장의 설계의 필요성에 따라 이론적으로 연구되었다. 즉, 2층계에 있어 응력과 변위의 이론은 탄성이론의 수학적 방법에 따라 개발되었고 하중-침하 관계를 조절할 수 있는 물리적 인자 사이에 존재하는 어떤 근본적인 관계를 알아보기 위해 연구되었고 실용화되었다.

지반공학에서는 이와 같은 다층이론에 의한 해석 방법은 고려되지 않았고 응력분포는 Boussinesq계의 이론을 이용하여 구하는 것이 관례가 되어 있으며 여기에는 다층구조의 개념이 들어있지 않았다. 그러나 도로나 활주로가 그러하듯이 인공적인 지반의 축조에서도 이와 같기 때문에 지반에 대한 층이론의 적용은 검토단계에 와 있다.

2층이론은 도로나 활주로의 설계에서 시작된 것

이므로 먼저 그 분야의 이론을 살펴본다. 그 중에서도 가장 기본적인면서 지반공학 분야에의 적용가능성이 있는 Burmister(1958)의 2층계 이론을 알아보기로 한다.

5. Burmister이론의 적용 예

실제 지반의 경우에는 지층이 구분되어 있어서 각 층마다 각각 다른 탄성계수를 갖게 되는 일이 흔히 발생한다. Fig. 3과 같이 하부에 연약한 층이 있고 상부에 단단한 층이 있는 지반상태가 실제로 중요한 경우이다. 주어진 하중조건 하에서는 상부의 단단한 토층으로 인해 하부의 연약한 토층에 응력이 집중되는 경향이 감소할 것이다.

Fig. 4에는 표층상부의 단단한 지층으로 인한 응력집중의 감소효과가 나타나 있다(Das, 1997). Fig. 3에 나타낸 바와 같이 2층층 구조로 이루어진 지반표면에 단위면적당 q 의 하중을 받는 반경 b 의 연성원형 재하단면을 고려해 보자. E_1 과 E_2 는 각각 상부와 하부층의 탄성계수이며 ($E_1 > E_2$) h 는 상부토층의 두께이다.

$h=b$ 인 경우에 대해 재하단면 중심 아래에서 깊이 z 에 따른 연직응력 σ_z 의 탄성해가 Fig. 4에 나타나 있다. $E_1/E_2=1$ 인 경우에 대해 z/b 에 대한 σ_z/q 의

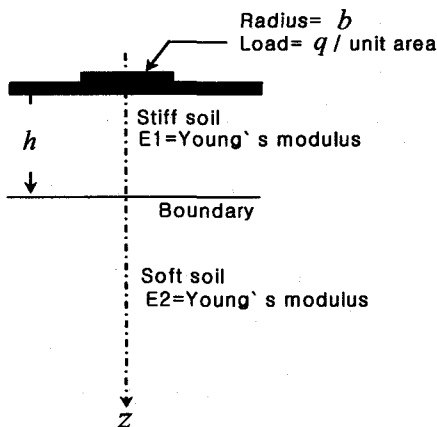


Fig. 3 Uniformly loaded circular area in a two-layered soil $E_1 > E_2$

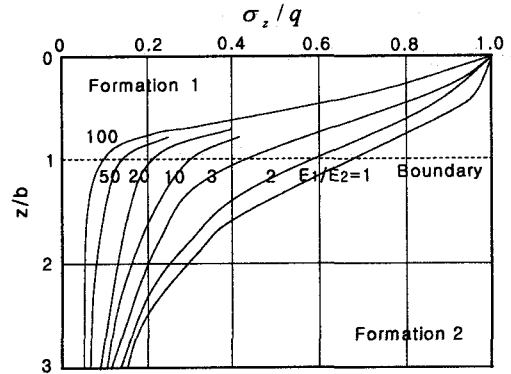


Fig. 4 Vertical stress below the centerline area of a uniformly loaded circular area (Das, 1997)

곡선은 간단한 Boussinesq식의 경우이다. 그러나 $E_1/E_2 > 1$ 인 경우에는 E_1/E_2 가 증가할수록 주어진 z/b 에 대한 σ_z/q 의 값이 감소하게 된다. 이러한 결과를 얻는 데 있어서 접촉부분에서의 미끄러짐이 발생하지 않는다는 가정이 필요하다. 연성(韌性) 다층지반에서 응력분포는 지표하중이 크게 작용하는 고속도로 포장설계시 더욱 중요하다.

III. 실내모형시험

1. 시험개요

본 연구에서는 실내모형시험을 통하여 이층으로 구성된 지반 표면에 하중이 가해질 때 지중의 응력을 측정하여 지반구성에 따라 지중응력이 어떻게 변화하는 것을 알아보고자 하였다. 이를 위하여 모형 토조에 균질모래지반, 모래+점토지반, 자갈+점토지반을 각각 조성하고 재하시험을 시행하여 그 결과로부터 항복하중과 허용하중을 결정하여 이를 통해 각 지반의 종류에 따라 지중응력분포를 알아보기 위해 시행하였다.

2. 시험장치

본 연구의 실험에서는 모형지반의 조성을 위하여

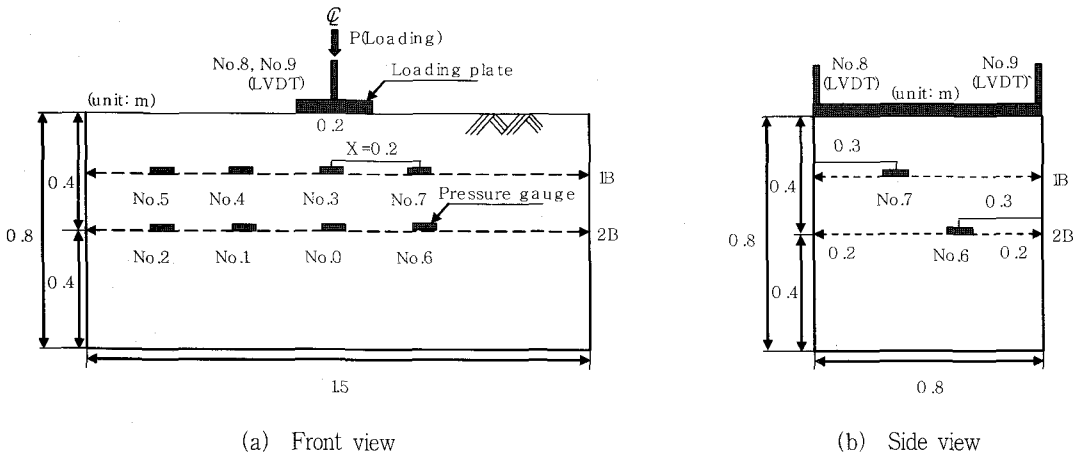


Fig. 5 Test device

주문 제작된 토조(Fig. 5)를 사용하였다. 실험 중의 토조내부 가시화를 위해 아크릴로 전·후면을 제작하였다. 실내모형 시험에 필요한 시험장치 크기와 종류는 Table 1과 같다.

Fig. 5 은 본 시험의 일반적인 배치에 대한 정면도와 측면도를 나타내고 있다. 토압계의 매설깊이는 재하판의 폭 B 에 따라 깊이 $1B$ 및 깊이 $2B$ 로 하였다. 토압계는 간섭을 방지하기 위하여 서로 교차되지 않는 방식으로 매설하였다(임종석, 이인형, 정원중, 2002).

3. 시험지반의 물성값

토조내에 조성된 모래, 자갈, 점토 각 실험결과에 대한 토질 특성은 아래의 Table 2, 3, 4와 같다.

모형시험에 선정된 재료별 시험은 소정의 KSF규정에 의하였다. 모래는 표준사를 선정하였고 특히 상대밀도시험은 현장조건을 보통지반으로 고려하였고 KSF2345에 의해 시험한 결과치의 수정된 평균치이다.

Table 3 Quality of gravel

D_{10} (mm)	D_{30} (mm)	D_{60} (mm)	C_u	C_g	ϕ°	D_r (%)
3.18	3.35	4.1	1.244	0.861	38°	55

Table 4 Quality of clay

Classification	w (%)	q_u (kPa)	c_u (kPa)	LL (%)	PL (%)
CL	55	14.7	6.47	42.0	21.0

Table 1 Test device

(unit: m)

Load actuator	Settlement LVDT	Loading plate (0.8 × 0.2)	Data logo Data save	Model soil tank 1.504 × 0.804 (h=1.0)	Pressure gauge KDE-2MPA(8 Use)
---------------	-----------------	---------------------------	---------------------	---------------------------------------	--------------------------------

Table 2 Quality of sand

D_{10} (mm)	D_{30} (mm)	D_{60} (mm)	C_u	C_g	e_{max}	e_{min}	γ_{dmax} (g/cm ³)	γ_{dmin} (g/cm ³)	G_s	ϕ°	D_r (%)
0.37	0.46	0.52	1.42	1.11	0.89	0.59	1.68	1.41	2.67	32°	55

4. 시험방법 및 순서

본 연구의 실험에서는 과중한 하중재하로 인한 모형장치의 파괴를 방지하기 위해 주문 제작된 철재 토조(soil tank)를 사용하였다. 뿐만 아니라 실험 중의 토조내부 가시화를 위해 아크릴로 전·후면을 반투명하게 제작하였다.

필요한 위치에 토압계를 매설하고 지반 위에 재하판을 설치한다. 그 후 하중을 가하면서 측정 장치를 연결하여 측정값을 인쇄하는 방식으로 지반종류별로 시험을 행하였다. Photo 1에 시험전경을 보이고 있다.

시험순서와 방법은 다음과 같다.

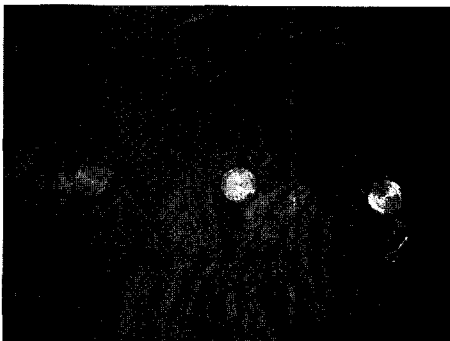
① 모형토조에 실험대상지반을 원하는 높이만큼

채운다(토조에 점토지반을 0.4 m 높이만큼 채운다음 그 위 표층에 토압계를 매설하고 그 위에 모래지반을 0.2 m 높이만큼 채워 모래의 표층을 균일하게 다진 다음 토압계를 매설). 그 위에 Fig. 5와 같이 4개의 토압계를 0.2 m 간격으로 수평수직면에 정확하게 배치한다.

② 배치가 끝난 후 다시 소요높이만큼 흙을 가급적 균질하게 가득 채운 후, 재하판과 그 밖의 계측기구(LVDT, actuator, 데이터 로거)를 정지된 수평면에 Fig. 5와 같이 설치한다.

③ 재하장치를 사용하여 소요되는 하중을 가하여 배치된 토압계의 응력변화와 지반의 침하경향을 서서히 반복 측정한다.

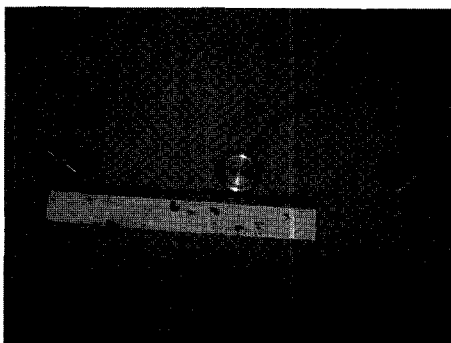
④ 실험관찰 관측치는 수회(3회 이상) 이상 관측



(a) Laying pressure gauges in clay ground



(b) Furtherance of sand ground



(c) Laying pressure gauges in sand ground



(d) Loading after laying gauges on the soil ground in the Model Test

Photo 1 Test procedure

후 계측치의 평균치를 기록한다.

위의 순서로 실험을 진행하고 대상지반의 조건을 바꾸어가면서 대상지반이 바뀔 때마다 그 대상지반에 대한 응력의 분포변화를 토압계의 응력변화로 비교분석하여 해석 한다. (* 토압계 검증은 1 m 물속 깊이에 토압계를 넣어 검증하는 방식으로 행하였다.)

IV. 시험결과 분석

1. 성토재료에 따른 허용응력 결정

항복응력의 결정을 위하여 하중침하량곡선을 $\log q - \log s$ 그래프(Fig. 6)를 그리고 초기의 직선부와 후기의 직선부를 연장하여 만나는 점을 항복응력으로 하고 이 값의 2분의 1을 허용응력으로 하였다. 이와 같은 방식으로 하여 각 지반의 성층

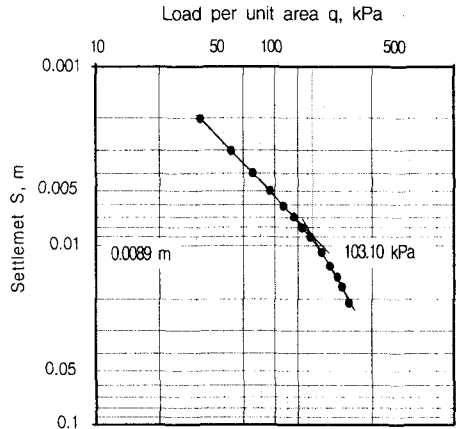


Fig. 6 Yield load of homogeneous sand base

조건에 따른 항복응력과 허용응력 값을 Table 5에 보이고 있다.

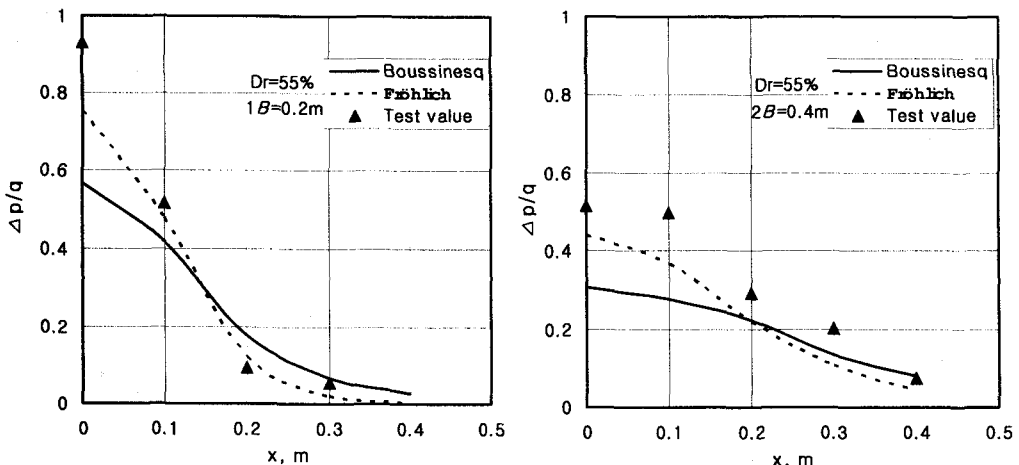
2. 지중응력의 시험결과 분석

가. 균질모래지반의 이론값과 실험값 비교

Fig. 7은 항복응력 값을 2분의 1로 구하고 허용응력 51.55 kPa 으로 산정하여 이론값과 실험값의 비교자료를 나타내고 있다.

Table 5 Allowable stress decision for banking materials

Ground	sand	sand+clay	gravel+clay
Allowable load	51.55 kPa	40.67 kPa	56.35 kPa
Yield load	103.10 kPa	81.34 kPa	112.70 kPa



(a) Depth($Z = 1B$)

(b) Depth($Z = 2B$)

Fig. 7 Comparison between theoretical value and test value

균질모래지반(깊이1B와 2B)에서는 이론식보다는 실험값이 더 크게 나타나며, 균질모래지반(깊이1B와 2B)의 실험값은 Fröhlich 이론식과 유사하게 나타났다.

나. 모래+연약점토지반의 이론값과 실험값 비교

Fig. 8은 항복응력 값을 2분의1로 구하고 허용응력 40.67 kPa으로 산정, 깊이 2B의 비배수전단강도는 $c_u=6.47$ kPa, 함수비 $w=55\%$ 일 때 이론값과 실험값의 비교자료를 나타내고 있다.

모래+점토지반(깊이1B)에서는 이론식보다는 실험값이 더 크게 나타나며, Fröhlich 이론식과 유사하게 나타나고 있다.

모래+점토지반(깊이2B)에서는 이론식보다는 실험값이 Boussinesq 보다 크게 나타나며, Fröhlich 보다는 작게 나타나고, 실험값은 Boussinesq 이론식과 유사하게 나타나고 있다.

다. 자갈+연약점토지반의 이론값과 실험값 비교

Fig. 9은 항복응력 값을 2분의1로 구하고 허용응력 56.35 kPa으로 산정, 깊이 2B의 비배수전단

강도는 $c_u=6.47$ kPa, 함수비 $w=55\%$ 일 때 이론값과 실험값의 비교자료를 나타내고 있다.

자갈+점토지반(깊이1B)에서는 이론식보다는 실험값이 더 크게 나타나며, Fröhlich 이론식과 유사하게 나타나고 있다.

자갈+점토지반(깊이2B)에서는 이론식보다는 실험값이 Boussinesq와 유사하게 나타나며, Fröhlich 보다는 작게 나타나고, 실험값은 Boussinesq이론식과 유사하게 나타나고 있다.

라. 균질모래+자갈+점토지반의 지중응력 분산각

Fig. 10은 균질모래지반, 모래+점토지반, 자갈+점토지반의 종합계측분석 자료이며, 상대밀도 $D_r=55\%$, 비배수전단강도 $c_u=6.47$ kPa, 함수비 $w=55\%$ 지반에서 허용응력에 따른 표층부와 깊이(Z)별 1B, 2B 에서 지중응력분포특성을 이론값과 실험값에 따른 분산각 (26.56°, 30°, 45°)의 비교자료를 나타낸 것이다.

깊이 1B에서의 각 지반 종류별로 Fröhlich와 Boussinesq의 이론식 값보다 실험값이 크게 나타

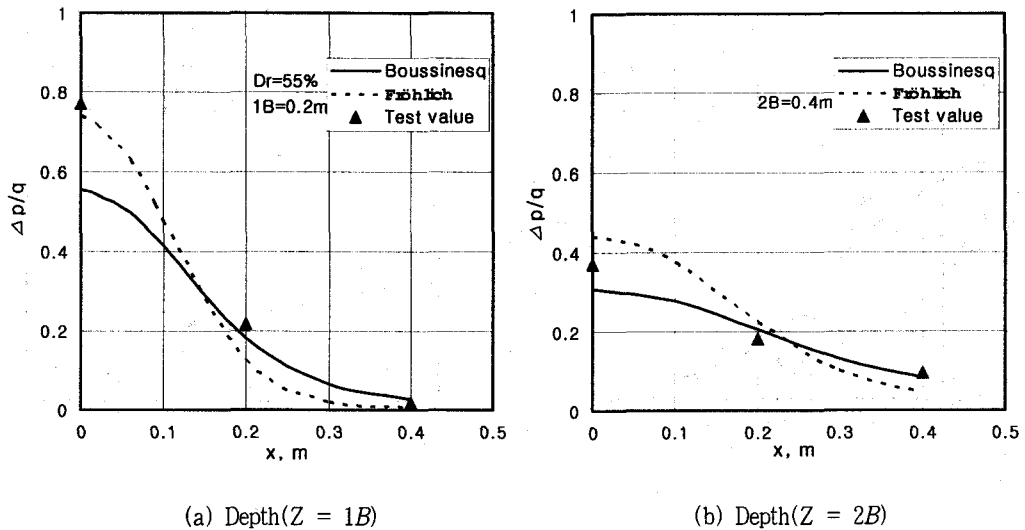


Fig. 8 Comparison between theoretical value and test value

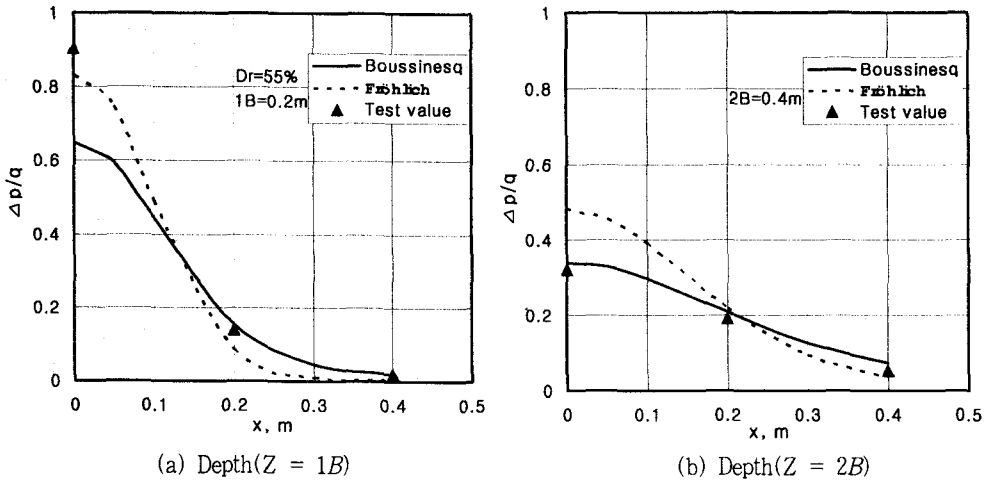


Fig. 9 Comparison between theoretical value and test value

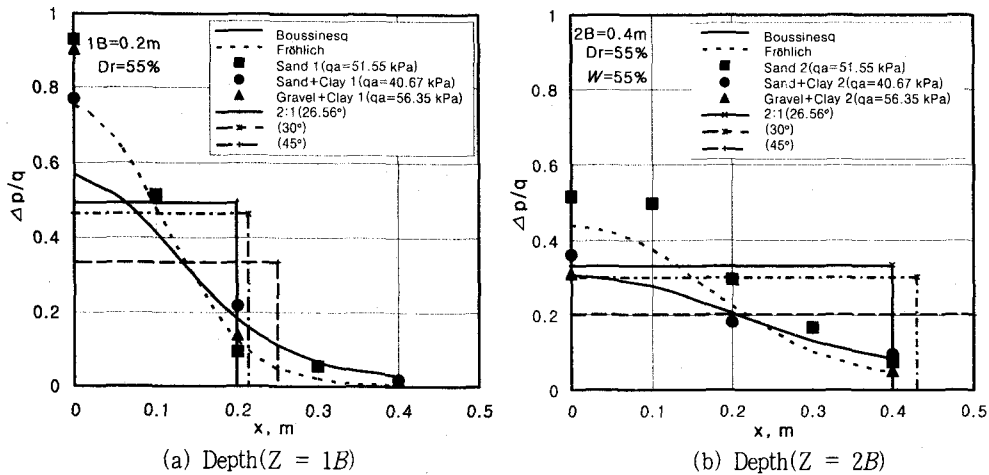


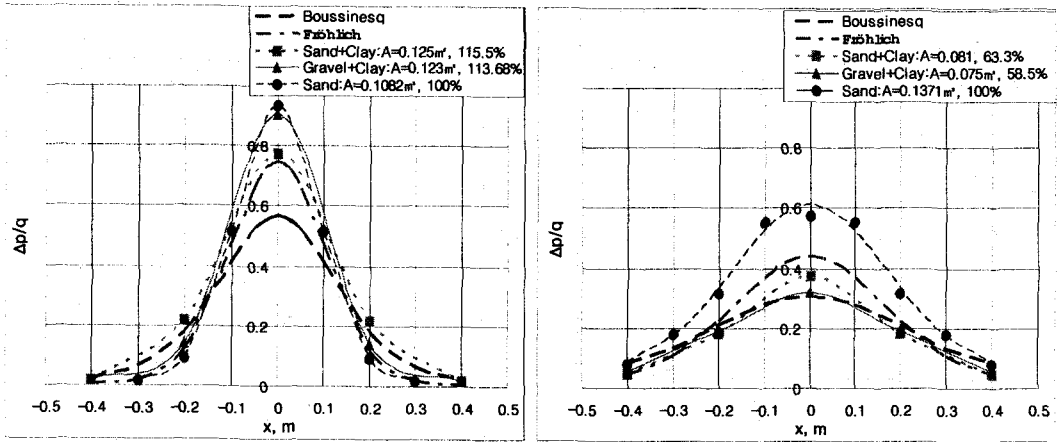
Fig. 10 Comparison between theoretical value and test value

내며, 하중 분산각은 2:1 분포법에 근접 하지 않는다. 깊이 2B에서의 각 지반 종류별로 균질모래지층은 Fröhlich와 Boussinesq의 이론식 값보다 크게 나타내고, 자갈+점토지반, 모래+점토지반 순으로 감소하나 Boussinesq식의 이론값에 근접하고, 하중 분산각은 2:1 분포법에 근접한다.

마. 모래+자갈+점토지반의 지중응력 감소 회귀분석
Fig. 11은 각 성층조건에 따른 허용응력 상태에

서의 깊이 1B, 2B에서의 지중응력분포를 나타낸 것이다. 시험결과로부터 회귀분석하여 각 지반조건에 따른 분포곡선을 구하였으며 이를 기준으로 곡선과 가로축이 이루는 면적을 구하여 그림에 나타내었다. Fig. 11에서 x는 재하관 중심으로부터의 수평 거리이다.

성층조건에 따라 지중응력 분포가 달라진다. 본 연구의 시험에서 지반의 강도는 점토<모래<자갈 순으로 볼 수 있으므로 상부층의 강도가 하부층에



(a) Stress distribution at depth 1B

(b) Stress distribution at depth 2B

Fig. 11 Stress distribution by depth B in a soil ground

비해 클수록 하부층으로 전달되는 지중응력은 더 작아진다고 할 수 있다. 깊이 2B에 경계면이 존재하는 경우 균질모래층을 100%로 했을 때 모래층 아래 연약점토층인 경우 63.3%, 자갈층 아래 연약점토층인 경우 58.5%로 감소하고 있다. 즉, 감소 순서는 균질모래지반 > Fröhlich > 모래+점토지반 > 자갈+점토지반 > Boussinesq 순으로 성토 재료에 따라 지중응력 분포가 감소하고 있다.

V. 결 론

시험1 - 균질모래지반, 시험2 - 모래층 + 점토지반, 시험3 - 자갈층 + 점토지반, 각 지반별 지표면에 재하판 하중 재하시 Model의 시험자료의 결론은 다음과 같다.

첫째, 각 지반별 단층 및 2층 지반의 모형시험결과 깊이 1B에서의 시험값은 Fröhlich 이론값에 근접하고 깊이 2B에서는 Boussinesq 이론값에 근접한다.

둘째, 성층조건에 따라 지중응력 분포가 달라지며 상부층의 강도가 하부층에 비해 클수록 하부층으로 전달되는 지중응력은 더 작아진다.

셋째, 균질모래지반, 모래+점토지반, 자갈+점토지반의 하중 분산각은 지중심도 1B 이하에서 2:1 분포법에 근접 한다.

넷째, 모래+점토지반과 자갈+점토지반의 2층 불균질 지반의 경계면에서의 지중응력은 균질모래지반을 100%로 했을 때 모래점토 경계면 지반은 64%, 자갈점토 경계면 지반은 59% 감소한다.

다섯째, 모래의 치합작용이 우수하며 모래지반에서 지중응력(접시압)이 크게 나타난다. 따라서 지반지력 개선용 치환재료로 모래가 자갈 및 흙성토재보다 우수하다.

여섯째, 연약지반 위의 2층지반의 성층지반에서 상하층의 강도차가 클수록 지중응력은 감소하는 경향이 있으며 재하중심선의 지중응력분포는 표층(1B)에서는 실측치가 이론치에 근접하나 표층하부(2B)에서는 실측치가 이론치보다 더 크게 나타나고 있다.

일곱째, 상층(E_1)과 하층(E_2)의 토층으로 구성된 강성이 다른 2층지반($E_1 > E_2$)의 표층부(1B)에서 지중응력 예측은 응력집중현상이 일어남으로 현장토질의 강성을 고려한 Fröhlich 공식이나 2층계 이론의 Burmister식을 적용함이 타당하다.

감사의 글

본 연구는 현대건설 주식회사의 지원으로 수행되었습니다. 귀사에 깊이 감사드립니다.

References

1. Lim, Jong-Seok. Lee, In-Hyung. Jeong, Won-Jung.(2002), Vertical Stress Distribution in Soil according to the Relative Density of Sandy Soil in case of Surface Loading. The Korean Society of Civil Engineering, pp. 54-57
2. Boussinesq, J.(1883), *Application des potentiels a L'Etude de L'Equilibre et de Mouvement des Solides Elastiques*, Gauthier-Villars, Paris.
3. Burmister, D. M.(1956), "Stress and Displacement Characteristics of a Two-Layer Rigid Base Soil System : Influence Diagrams and Practical Applications", *Proceedings of Highway Research Board*, Vol. 35, pp. 773-814.
4. Burmister, D. M.(1958), "Evaluation of Pavement Systems of the WASHO Road Testing Layered System Methods", *Proceedings of Highway Research Board*, Bulletin, p. 177.
5. Burmister, D. M.(1962), "Application of Layered System Concepts and Principles to Interpretations and Evaluations of Asphalt Pavement Performance and to Design and Construction", *Proceedings International Conference on Structural Design of Pavements*, University of Michigan, Ann Arbor, Michigan, pp. 218-233.
6. Das, B. M.(1997), *Advanced Soil Mechanics*, 2nd edition, Taylor & Francis, Washington, D.C, pp. 85-88.
7. Jumikis, A. R.(1962), *Soil Mechanics*, Princeton, New Jersey, D. Van Nostrand Co., Inc.
8. Poulos, H. G. and Davis, E. H.(1974), *Elastic Solutions for Soil and Rock Mechanics*, John Wiley and Sons, New York, p. 411.
9. Westergaard, H. M.(1938), "A Problem of Elasticity suggested by a Problem in Soil Mechanics; soft Material Reinforced by Numerous Strong Horizontal Sheets," in *Contribution to the Mechanics of Soils*, Stephen Timoshenko 60th Anniversary Vol., Macmillan, New York.
10. 土の支持力と沈下(赤井浩一著. 山海堂) 昭和39年 pp. 53-55.