수학에서 수학사와 수학철학의 기능과 역할*

서경대학교 철학과 **박창균**
ckpark@skuniv.ac.kr

본 논문은 수학에서 수학사와 수학철학이 가지는 기능과 역할을 소개하려는데 있다. 역사적인 예들을 통하여 수학사와 수학철학은 수학을 이해하고 평가하는 기능과 실제로 수학을 형성하는 역할을 함을 보인다.

주제어 : 수학사, 수학철학, 18세기 수학, 보편문자, 절대무한, 이상명제

0. 들어가는 말

"수학은 어떤 학문인가?"하는 수학의 정체성 문제를 논함에 있어서 철학과 역사를 연결짓는 것이 생경한 일은 아니나, 수학을 주어진 가정이나 조건에 만족하는 결론이나 답을 얻는 것으로만 인식하는 사람들은 수학을 다른 학문과 연관시키는 일을 달가워하거나 꼭 필요한 일이라고 여기지는 않을 것이다. 그러나 수학자들의 작업이란 먼저 이루어진 성과에 근거하고 있고 또한 수학자들이 명시적으로 인식하든 그렇지 아니하든 사실 어떤 형이상학적 전제하에 수학적 작업을 하고 있다는 점을 고려하면, 수학자들은 이미 수학사와 수학철학에 발을 들여 놓고 있다고 할 수 있다. 이 글에서는 정체성 문제와 관련하여 수학에 대한 수학사와 수학철학(이후 특별한 경우를 제외하고는 **사-철**로 약칭)의 기능과 역할이 무엇인지를 생각해보는 데 있다.

수학에 대하여 사-철을 하나로 묶어서 대응시키고 있는데 이는 수학사와 수학철학이 긴밀하게 연결되어 있다는 것을 전제하고 있다. 뒤에 자세히 설명하겠지만 사-철은 함께 '그물'이 되고 함께 '뿌리'를 이룬다. 수학에서 사-철의 지위를 조명해보는 작업은 수학적인 작업을 위해서나 수학교육을 위해서도 반드시 필요한 일이다. 역사와 철학이 배제된 수학은 공허한 것이 되거나, 망망대해에서 방향을 잃고 항해하는 배와 같은 처지가 되기 때문이다. 수학의 정체성을 파악하는 것은 수학자들을 보다 객관적이게 하며, 특히 수학교육을 극대화하기 위해서 실제적으로 요구되는 일이다. 사-철에 근거한 수학에 대한 이해는 수학을 좌표평면 위에 올려놓는 것과 같아서 수학에 대한 인식을 명료하게 한다. 이 글에서는 수학과 사-철의 관계를 파악하기 위해 두 가지 비유를 도입하고 실제 역사에 나타난 사례를 통해 이를 설명하려고 한다.

---

* 이 글은 2005년 10월 22일 대한수학회에서 행해진 강연의 내용을 정리한 것이다.

먼저 수학을 대양에서 자유롭게 다니는 물고기에 비유한다면 사-철은 각각 날줄과 씨줄이 되어 엮여져 만들어진 그물망과 같은 것이다. 이 그물로서 우리는 수학이라는 '물고기'를 포획하여 꼼꼼하게 살필 수 있다. '포획된 존재'는 그저 멀리 떨어져 유유히 노니는 것이 아니라 모양이나 크기, 그리고 그 특성을 가늠해 볼 수 있는 가까운 대상이 된다. 이 그물은 또한 다른 함의도 가진다. 곧 그 그물을 격자로 생각하면 그곳에 모습을 드러낸 수학에 대해 어떤 모습을 하고 있는지 어디에서 경계를 갖는지 그 범위와 한계를 살펴볼 수 있다. 한편 수학을 나무에 비유한다면 사-철은 나무의 뿌리와도 같다. 수학이라는 나무는 이 뿌리로부터 흡수된 영양을 공급받고 성장한다. 토양이 문화 전반을 의미한다고 한다면 나무의 뿌리(사-철)는 '그 나무'를 위해 필요한 영양분을 선택적으로 흡수한다. 이는 나무의 성장을 위한 필수적인 조건이다. 뿌리(사-철)는 토양에 담겨있는 양분 중 특히 '과학사와 과학철학'으로부터 적지 않은 양분을 공급받는다. 즉 사-철은 무엇보다도 과학사와 과학철학과 각각 깊은 연관을 가진다.

첫 번째 비유는 수학과의 관계에서 수학을 평가하고 이해하는 기능이라는 점에서 사-철을 파악했다면, 두 번째에서는 수학을 형성하는 사-철의 능동적 역할에 주목한 것이라 할 수 있다. 사-철의 기능과 역할은 엄격하게 구별되기 보다는 동시적으로 나타난다고 본다. 그런데 위의 비유가 적절한 것이 되려면 모든 수학의 내용에 대해 사-철의 기능과 역할을 일일이 제시해야 할 것이다. 그러나 이는 필자의 한계를 넘는 일이고 현실적으로도 가능한 것 같지 않다. 왜냐하면 뿌리로부터 흡수된 토양의 어떤 성분이 나무의 어느 부분에 도달되었는지를 모두 알기란 결코 쉬운 일은 아닐 것이기 때문이다. 따라서 몇 가지 사례를 제시하고 사-철의 기능과 역할을 보이는 것으로 만족하려 한다. 이 글에서는 사-철을 하나로 묶어 수학에 대응시키고 있는데 이는 현대 과학철학의 흐름과 무관치 않다. 따라서 먼저 사-철에 의한 접근이 왜 필요한지에 대한 배경을 과학철학의 논의를 빌어 소개한 후, 라이프니츠의 지적 동기를 살펴보고, 18세기 수학에서 엄밀성의 문제와 칸토어의 역설에 대한 입장, 힐버트의 학문적 동기 등을 살펴봄으로써 사-철에 의한 수학 이해와 접근의 유용성을 보이려고 한다. 단 실제 사례를 균등하게 취급하지는 않고 라이프니츠에 대한 언급이 상대적으로 비중있게 취급하게 될 것이다. 왜냐하면 라이프니츠의 사상은 그 이후 많은 수학자들에게 깊은 영향을 주었다고 판하기 때문이다.

1. 수학사-수학철학적 접근의 배경

과학의 정체성 파악과 관련하여 역사적 접근법을 제시한 전형적인 인물은 토마스 쿤이었다. 과학이 다른 지식과 구분되는 것이 그 독특한 방법론에 있다고 할 때, 과학적 방법으로서 선험적 방법, 귀납적 방법, 가설-연역적 방법, 반증주의, 귀추법 등이 제시되었다. 그러나 쿤은 과학사에 비추어 볼 때 역사적 현실과 부합되는 새로운 방

법이 필요하다고 생각했으며 그의 『과학혁명의 구조』에서 이에 대한 논의를 전개하고 있다. 쿤의 견해를 이해하는데 있어서 핵심적인 단어는 '패러다임'인데 쿤은 패러다임에 대해 다음과 같이 설명하고 있다.

"한편으로, 패러다임은 어느 주어진 과학자 사회의 구성원들에 의해 공유되는 신념, 가치, 기술 등을 망라한 총체적 집합을 가리킨다. 다른 한편으로는 패러다임은 그런 집합에서 한 유형의 구성 요소를 가리키는 것으로서 모형이나 또는 예제로서 사용되어, 정상과학의 나머지 수수께끼에 대한 풀이로서 명시적 규칙들을 대치할 수 있는 구체적 수수께끼-풀이를 나타낸다"([22, 248]).

쿤은 패러다임의 의미를 두 가지-넓은 의미와 좁은 의미-로 구분하여, 넓은 의미로는 '전문가 행렬'로 이에는 기호적 일반화, 모형, 가치, 범례 등이 속하는데, 이 중 범례가 바로 좁은 의미의 패러다임이라는 것이다. 쿤에 따르면 정상과학(normal science)은 바로 이 패러다임에 따라 수행되는데 기존 패러다임으로서 해결할 수 없는 반례들이 증가 하고 또 지속적 노력에도 불구하고 이러한 반례들이 해결되지 않는다면 위기가 발생한다. 이와 같은 상황에서는 비난의 초점이 과학자의 능력보다는 기존의 패러다임을 겨냥하게 되어 과학혁명이 일어난다는 것이다. 그리하여 새로운 패러다임이 등장하게 된다. 과학사는 이러한 패턴을 반복한다는 것이다. 그런데 과학혁명 과정에는 개념의 외연은 같을지라도 내포의 변화가 오기 때문에 다른 패러다임 간에는 '공약불가능(incommensurable)' 하게 된다. 서로 다른 패러다임에서 작업을 하는 과학자는 같은 것을 관찰해도 다른 것을 보고 다른 자료를 얻을 수 있다. 그런데 쿤에 따르면 패러다임이 변하면 다른 요소들- 기호적 일반화, 모형, 범례 등-은 변하는데, 단순성, 정확성 등과 같은 가치들은 상이한 패러다임 간에도 공유된다고 주장한다.

한편 폴라니는 과학이란 객관적 지식이 아니라 인격이 개입된 지식이라고 주장하며, 과학적 활동이 인간의 삶의 현실이나 신체적 조건 그리고 개인의 지적 열망과 유리되어있지 않다고 주장한다. 그러나 폴라니는 '인격적 참여(personal commitment)'가 결코 주관적이지만은 않고 객관적(실증주의자들이 말하는 객관성과 일치하지는 않지만)이라고 다음과 같이 이야기 한다.

"인격적 참여로 인해 우리의 이해가 주관적이 되지는 않는다. 파악과 이해는 자의적 행위로 수동적 경험이 아니다. 그것은 보편적 타당성을 주장하는 책임적 행위이다. 그와 같은 인식은 숨은 현실과 접촉하게 해준다는 의미에서 객관적이다… 인격적인 것과 객관적인 것의 융합을 '인격적 지식'이라 부른 것이 합당한 것으로 보인다"([17, 47]).

과학의 진정한 모습이 역사를 통해 나타나고 과학에 인격적 개입이 불가피한 것으

로 본다면 상황은 수학에서도 큰 차이가 없다. 역사와 인격적 개입에 대한 면밀한 검토없이는 수학의 정체성 파악과 수학에 대한 이해는 불가능할 것이다. 현대철학에서는 인간의 경험과 지식에는 이미 이해가 개입되어 있다고 보고 사실과 가치의 엄격한 구분을 거부한다. 어떤 사실도 가치를 통해 매개되고 가치도 사실과 연관되어 있을 수밖에 없다는 것이다. 그래서 퍼트남은 "사실은 가치 담지적이고 또한 가치도 사실 담지적"이라 했다([14, 135-141참조]). 지식을 추구하는 사람의 동기와 관심은 사실 그의 지적 추구를 견인하는 힘이다. 현대철학자들은 이해란 항상 어떤 상황과 전통 그리고 선이해와 관련되어 있다고 본다. 가다머는 이런 것을 '이해의 역사성'이라 했다. '이해의 역사성'은 단순히 그 시대, 그 상황으로 돌아가 상상하는 것을 의미하지는 않는다. 사-철의 다양한 그물망-유일하지만은 않으며 '다른 재료'로 '다른 간격'으로 만들어 질 수 있다-속에서 포획하고, 나무의 뿌리를 통해 흡수되는 자양분을 확인함으로써 '지평혼융'이 일어날 것이다. 1960년대에 후기구조주의나 철학적 해석학과 함께 강력한 철학적 운동으로 전개된 '새로운 과학철학'은 과학은 객관적이라기보다는 형이상학적 전제를 가지고 있다는 것을 보여주었는데, 과학에 대한 역사적인 접근은 그들의 방법론이었다. 수학철학에서는 라카토슈가 다면체에 대한 연구를 통해 수학이 어떠한 방식으로 전개되는지를 '역사적'으로 보여주었고, 키처는 수학적 지식의 변화 패턴을 제시했다. 과학철학은 물론 과학사가 과학의 정체성 파악을 위해 핵심적 요소로 부상되었듯이 수학의 정체성을 파악하는데 있어서도 사-철은 필수적 요소로 등극하게 된다.

2. 수학사에 나타난 실례들

먼저 미적분을 발견한 라이프니츠의 생애와 사상 그리고 학문적 작업에 내재된 동기를 살펴보기로 하자. 이를 통하여 라이프니츠가 매달렸던 수학적 작업은 '그물망'에 포착되고 그 뿌리를 드러내게 된다. 라이프니츠(1646-1716)는 라이프치히에서 법률가이며 도덕철학 교수였던 아버지 밑에서 장남으로 태어났다. 어려서부터 독학으로 라틴어를 익혀 로마 고전과 스콜라 철학을 공부하였다. 예나와 알트도로프 대학에서 법학, 철학, 수학을 공부했으며 20세에 알트도르프 대학에서 법학 박사학위를 받았다. 그는 학위논문에서 모든 추론과 발견을 수나 문자, 소리, 색 등과 같은 기본 요소의 조합으로 환원시키는 것을 겨냥했다. 마인츠 공화국 외교관으로 활동하면서 1672년 파리로 파견되어 당시의 저명한 학자들과 교류하며 연구하는 기회를 가지는데 이 때 만난 사람들 중 한 사람이 호이겐스였다. 호이겐스의 지도하에 1672년 가을부터 수학과 물리학을 공부했는데 파리 체류기간 동안 미적분학의 기본적인 것을 발전시켜 1675년 11월 21일에 현재 사용하는 적분 기호를 처음으로 사용하는 원고를 썼다. 1676년부터는 하노버 공국의 고문겸 도서관 담당자로서 철학과 수학, 논리학과 기호

학, 지질학과 물리학, 법학과 신학 등 거의 전 분야에서 탁월한 업적을 남기게 된다.

라이프니츠는 기계론과 목적론, 자연과학과 신학, 근대철학과 고대철학을 조화시키는 체계의 필요성을 절감했던 사람이다. 그는 예나 대학의 스승이었던 바이겔로부터 우주가 수학적, 논리적 원리에 의해 지배되는 전체이기 때문에 수학과 형이상학이 근본 학문이며 논증적 방법이 철학의 참된 방법이라는 사상을 결코 포기하지 않았다 ([23, 490]). 그의 학위논문에서 드러난 사상은 후에 수학과 물리학에 대한 연구로 이어졌다. 그는 보편문자에 대한 관심을 가졌는데 이러한 관심은 나중에 단자론의 주요 생각을 인정했던 괴델에 의해 계승되었고 괴델은 보편문자의 수정된 형태의 실현에 심혈을 기울였다. 그는 중국철학에서 '리'에 대해서도 관심을 가지고, 그것을 정신적 실체인 제일원리로 파악하여 다양한 사물들 속에 존재하는 보편적 원리라고 생각했다. 이러한 리에 대한 그의 이해는 리와 모나드가 유사하기 때문이라는 지적도 있다. 또한 라이프니츠는 『주역』에 대한 연구를 하여 매우 흥미로운 해석을 한다. 그는 선교사 부베(Bouvet, 1656-1732)와의 서신 교환을 통하여『주역』에 나오는 64괘가 이진법 숫자라는 확신을 갖게 된다. 라이프니츠는 4000년 전 복희가 이미 64괘를 양효와 음효로 나타냄으로써 이진법의 기호를 만들었고 복희 당시의 중국인들이 이해했다는 데에 경악했다. 그래서 이를 고대 중국인들이 신을 알았다는 증거로 받아 들였으며, 유물론적 성향을 보였던 당대의 중국인보다도 고대 중국인들이 더 뛰어나다고 생각했다. 라이프니츠는 그의 수학이 중국 선교에 도움이 될 수 있을 것이라는 기대를 가졌다. 라이프니츠의 중국에 대한 관심은 그의 보편문자 연구와 관련이 있고 중국문자에서 그 가능성을 보았기 때문이기도 했다. 수가 오늘날 보편적으로 보급되어 사용되고 특히 0과 1로 이루어진 디지털 문화가 꽃을 피우고 있는 것을 볼 때, 300여 년 전 한 사람이 상상했던 것이 현재 얼마나 엄청난 것이 되었는지 창의성의 힘을 절감하게 한다. 라이프니츠의 지적 작업의 동기는 통합에 있었다. 그는 30년 전쟁(1618-1648)와중에 태어났으며 대립과 모순- 목적론과 기계론, 결정론과 비결정론, 논리학과 형이상학, 개신교와 가톨릭 -에서 학문과 교회의 통합에 기여하려고 했다. 그는 스콜라주의 형이상학을 배웠고 프로테스탄트 스콜라주의자들의 세계관에 동의하였지만 한편으로 근대 과학의 업적도 수용하여 통합하려 하였다. 이런 열망이 그로 하여금 다방면에 걸쳐 창의적인 작업을 하게 한 뿌리가 되고 동인이 된 것이다.

18세기 수학은 오늘날 입장에서 보면 엄밀하지 못했다. "그 당시 수학자들은 후대 수학자들 보다 지적 능력이 현저히 떨어진 사람들이었는가?", "18세기 수학이 우리에게 주는 의미는 무엇인가?", "사-철의 그물망에 18세기 수학은 어떤 종류의 '물고기'로 포착되는가?", 이러한 질문들이 18세기 수학과 관련하여 제기된다. 어떠한 토양위에 18세기 수학이 형성되었는가를 점검하는 것은 당시 수학과 수학자들을 이해하기 위해서 필요한 일이다. 왜냐하면 18세기의 기라성 같은 수학자들은 엄밀성을 확립시킨 19세기의 수학자들에 비해 그 능력면에서 결코 뒤떨어지는 사람들이 아니었기 때문이다. 18세기 수학자 오일러의 천재성은 이미 익히 알려져 있고 그 밖에 달랑베르나 람

베르트, 라그랑주, 몽주, 라플라스, 르장드르 등은 탁월한 학자들이었다. 그러면 무엇이 문제였던가? (오늘날의 관점에서 보면 큰 문제이지만 당시로서는 다른 인식을 가졌을 것이다.) 그것은 달랑베르의 다음과 같은 말에서 가늠해 볼 수 있다.

"현재까지 ... 건물의 입구를 밝게 비추기보다는 건물을 확장시키는 것에 기초를 적절히 튼튼하게 하는 것 보다 건물을 높이 올리는 일에 보다 많은 관심이 주어지고 있다"([10, 166]).

곧 18세기 수학은 '결과중심의 수학'이었던 것이다. 그들은 엄밀성보다는 다산성(fruitfulness)에 더 관심을 가졌는데 이는 과학혁명기에 과학적 작업에 수학의 유용성이 입증된 것과 새로운 지식을 찾는 것에 보다 큰 가치를 부여하는데 기인한다. 새로운 지식을 찾는데 있어서는 아무래도 과정보다는 결과가 중시될 수밖에 없었던 것 같다. 18세기 수학은 오늘날 물리학에 속해있는 역학 등을 포함한 '혼합수학'이었다. 혼합수학은 응용수학과는 다르다. 후자가 순수수학을 주로 순수수학 밖의 영역에 응용하는 것이라면 전자는 순수수학과 그것이 적용되는 영역이 너무 긴밀하게 연결되어 있어서 둘 사이에 분리가 전혀 이루지지 않은 상태의 수학이라고 할 수 있다. 많은 수학자들에게 역학과 천문학 등은 그들 연구와 영감의 근원이었다. 당시 수학자들은 이러한 조건에서 결과를 중시하는 수학을 추구했던 것이다. 그렇다면 이러한 가치를 선택하게 된 형이상학적 동기가 무엇인지 궁금하지 않을 수 없다. 즉 18세기 수학자들이 어떠한 세계관 내지 철학적 입장을 가졌기에 엄밀성 보다는 새로운 결과를 내는 데에 열심이었는가 하는 물음을 묻게 된다. 이에 대한 답은 18세기의 위대한 수학자인 오일러의 다음과 같은 말에서 엿볼 수 있다.

"우주의 구조가 가장 완벽하고 가장 지혜로운 창조주의 작품이기에 최대 또는 최소의 법칙이 나타나 보이지 않는 우주에서는 전혀 아무 것도 일어나지 않는다"([10, 66]).

18세기의 수학자들은 대체로 그 이전의 과학자인 갈릴레오나 뉴톤과 마찬가지로 신이 세계를 수학적으로 설계했으며 수학자들의 작업은 그 설계를 발견하고 밝히는 것이라고 생각했다. 그래서 자연의 법칙을 더 많이 발견하고 그 설계를 깊이 이해하는 것이 수학자의 본분이라고 여겼던 것 같다. 따라서 18세기 수학이 엄밀하지 못한 것을 그 당시 수학자들의 무능력 내지 태만으로 간주하는 것은 공정한 일이 못된다. 그들은 현재와 다른 패러다임을 가지고 있었고 열정과 사명을 가지고 수학적 작업을 수행한 것이다. 만약 엄밀성이 오늘날과 같은 기준으로 강조되었다면 어쩌면 18세기 수학의 위대한 성과들은 얻지 못했을지도 모른다. 어떠한 수학적 내용도 그것을 지배하는 철학과 역사적 뿌리를 가지고 있다는 전제를 수용한다면 오늘날 수학자들의 작

업도 예외일 수는 없다. 곧 이 시대의 수학자들은 현재 지배적으로 통용되고 있는 패러다임에 맞추어 연구를 수행하고 연구결과를 평가하고 있는 것이다. 과거에는 과거 나름의 패러다임이 존재했으며 지금 중요하게 여기는 가치는 과거 어떤 시기에는 우선순위에서 뒤쳐진 것이었을 수도 있고 또 미래에 어느 시점에 가서는 덜 중요해질 가능성이 있는 것이다.

칸토어는 실무한이라는 개념을 도입하여 수학자 중 가장 창의적인 사람 중 한사람으로 회자되고 있는 인물이다. 그런데 그의 수학에 대한 이해와 평가를 하려면 칸토어의 수학적 작업을 형성하고 있는 수학철학과 무한에 대한 형이상학적 전제들을 살펴보는 것이 먼저 요구된다. 와일은 수학을 무한에 관한 학문이라고 했다. 역사적으로, 수학에서 발생한 역설과 개념적 문제들은 무한에서 비롯되었다. 그리스 시대의 제논의 역설과, 17세기의 무한소의 문제, 19세기 말과 20세기 초 집합론에서의 역설 등을 살펴보면 모두 무한과 관련된 것이었다. 그리스의 무한관을 최종적으로 정리한 아리스토텔레스에게 무한은 완결된 것이 아닌 항상 더 나아가야만하는 '가능적'인 것이었다. 아리스토텔레스이래에 이러한 가능적 무한관이 확립되어 지속해왔는데 칸토어가 '완결된 것'으로서의 무한을 제창한 것이다. 칸토어 사가인 도번(Dauben)은 "칸토어의 무한은 수학의 영원한 확실성에 대한 전통적 믿음을 흔들어 놓았다."고 평했다 ([3, 270]). 칸토어는 존재를 세 단계로 구분하여, (1)신의 마음속에 있는 *Intellectua Divinus,* (2) 인간의 마음속에 있는 *in abstracto,* (3) 물리적 우주 속에 있는 *in concreto*로 구분하고, 신과 그의 속성에 지정된 영원한 '절대무한(Absolute Infinity)'은 영역 (1)에만 존재한다고 생각했다. 칸토어에 따르면 절대무한은 창조되지 않은 무한이고 초한수는 창조된 것으로서 신이 인간의 마음에 주입시켜 놓은 (2)에 속한 것이었다. 그는 집합을 '완결된 전체로서 취할 수 있는 것'으로 정의했기 때문에 역설을 야기하는 '자기 생성 집합들'은 집합에서 제외된다고 생각하고 그런 것들은 유한한 인간이 이해할 수 있는 것이라고 생각하지 않았다. 이런 형이상학적 입장 때문에 "모든 집합의 집합"과 같은 집합들의 역설들을 이미 파악하고 있었지만 그 역설들을 포용하는 데에는 적극적이 아니었다. 사실 이러한 입장은 나중에 괴델의 작업에 의해 비난받을 만한 일이 아니라는 것이 밝혀졌다고도 할 수 있다. 또한 그는 현실에도 결코 무관심하지 않았다. 칸토어는 Mittag-Leffler에게 보낸 편지에서 초한기수를 연구하게 된 동기가 화학, 광학, 생물학에 응용하기 위해서였다고 한다([3, 294]). 뿐만 아니라 그는 초한수론을 통해 당시의 지배적 우주론인 우주는 영원하고 경계가 없다는 입장에 도전한다. 그는 우주의 시공적 무한성은 부정했지만 라이프니츠를 따라서 모나드가 무한히 있다는 것은 믿었다. 실재론자로서 칸토어는 영역 (2)에서의 수의 존재는 '주관내적 실재'라 했고 영역 (3)에서의 수의 존재를 '초주관적 실재'라 했는데, 초한수가 물리세계에서 초주관적 실재를 가지는 것은 부정했지만 물리세계에 초한수개의 모나드가 존재함을 믿었다. 그의 무한관은 매우 종교적이고 신학적이었다. 칸토어의 수

학을 이해하기 위해서는 그의 믿음과 그가 호의적이었던 중세철학적 전통을 이해하는 것이 필요하다. 이런 것들을 뿌리로 자양분을 흡수하여 형성된 것이 그의 수학이었던 것이다.

힐버트는 20세기 초를 대표했던 수학자로서 수론, 해석학, 기하학, 이론 물리 등에 큰 공헌을 했다. 그는 모든 수학을 공리적 형태로 형식화하고 이것이 모순이 없는 체계라는 것을 증명하는 프로그램을 실현하려고 했다. 그리고 무모순성 증명은 그가 '유한적' 방법이라고 불렀던 것으로 성취해야 한다고 생각했다. 이것은 위기에 빠진 수학을 지키는 일이었고 직관주의의 도전에 응대하는 것이었다. 힐버트가 제창한 형식주의는 당시 시대 상황과 오히려 직관주의의 비조라 일컬어지는 칸트의 철학을 이해함으로써 오히려 더 뚜렷한 윤곽을 드러내게 된다. 힐버트는 수학을 문제가 없는 '유한한' 부분과 정당화가 필요한 '무한한' 부분으로 구별했다. '유한수학'은 소위 '실명제(real proposition)'를 취급하는데 이는 구체적 대상만을 지시하기 때문에 온전한 의미를 가지는데 반하여, '무한수학'은 무한을 지시하는 것을 포함하는 '이상명제(ideal proposition)'들을 다룬다. 힐버트는 칸트가 그랬던 것과 유사하게, 이상명제는 우리의 사고에서 보조적인 역할을 하며 실제 판단 체계의 연장이라고 생각했다. 힐버트는 모든 참된 유한 명제는 유한한 증명을 가진다고 믿었다. 그에 따르면 무한수학은 유한 방법에 의해 정당화될 수 있는데 이는 유한 방법이 안전성을 제공하기 때문이라는 것이었다. 힐버트의 제안은 증명론을 통해 수학의 기초를 놓는 일이었다. 나중에 그는 이를 '메타수학'이라고 했는데 이 용어는 1922년 그의 강연에서 처음 사용되었다고 한다. 그러나 사실 이 용어는 19세기에 이미 비유클리드기하학과 관련된 논의에서 나타났으며 부정적인 의미로 사용되고 있었으나 후에 긍정적 의미로 바뀌었다. 무한이나 그것을 사용한 방법은 보다 쉽고 간결하며 우아한 증명을 제공하지만 모든 그러한 증명은 유한한 것으로 환원가능하다고 믿었다. 이것은 이성의 관념과 오성의 판단과의 관계에 대한 칸트의 견해를 반영한 것이라 할 수 있다. 흔히 칸트는 직관주의의 선구자라고 일컬어지지만 형식주의의 철학적 기초에서도 그의 사상은 이렇게 만날 수 있다. 이는 직관주의와 대립각을 세우며 기존 수학을 구하기 위해 형식주의가 제안된 사실을 생각하면 아이러니하기도 하다. 힐버트가 실무한을 처리하기 위해 제시한 해결책은 칸트적인 성격을 가지고 있고 영향을 받은 것으로 보인다.

3. 나가는 말

라이프니츠의 경우 그 당시 시대적 상황을 파악하는 일은 그가 성취하려고 했던 이상을 이해하는데 있어서 필수적이다. 그가 보편기호에 관한 관심이 컸다는 사실과 그의 합리주의 철학은 라이프니츠의 수학뿐만 아니라 전체 학문적 작업을 비교적 일관성이 있게 조망하도록 도움을 준다. 라이프니츠의 철학은 후에 칸토어와 힐버트, 괴델

등 많은 사람들에게 또 다른 시작을 가능케 하는 자양분이 된다. 사-철의 그물망에서 관찰해보면 18세기라는 역사적 상황과 당시 수학자들이 당연시하여 받아들였던 새로운 지식에 대한 열망은 오늘날과 같은 수학의 엄밀성을 요구하지 않았음을 자연스럽게 이해할 수 있다. 18세기의 기라성 같은 수학자들은 19세기의 과학자들 보다 수학적 능력이 열등하여 엄밀성을 과소평가한 것이 아니었다. 현재에는 논리적 엄밀성은 가장 우선시 되는 요구사항이나 18세기에는 그러하지 않았다는 것을 살펴보았다. 오히려 엄밀성이 다소 결여되어도 실제적인 문제를 해결하는 것을 더 높게 평가하였던 것이다. 그들은 당시의 패러다임에 충실하였을 뿐이다. 칸토어가 역설에 대해 소극적 입장을 가졌던 것은 그가 '절대 무한'을 집합의 대상으로 취급하지 않았기 때문이다. 이와 같은 태도의 이면에는 수학 이전에 존재하는 그의 종교적 신념과 연결되어 있는 듯하다. 사-철의 그물망에서 힐버트의 형식주의도 그 실체를 보다 명료하게 드러낸다.

그러면 사-철로 이루어진 그물망과 수학이라는 나무의 뿌리인 사-철에서 얻을 수 있는 실제적 유익은 무엇인가? 즉 "어떤 수학자나 그의 업적에 대한 분석과 평가가 실제 수학에 가지는 의미는 무엇인가?"하는 물음을 묻게 된다. 왜냐하면 이 물음에 대한 답변이 제대로 이루어지지 않는다면 사-철은 그 자체로서는 의미를 가질지 몰라도 실제 수학을 연구하는 것과는 아무 관련이 없어지기 때문이다. 수학사를 연구하고 수학철학적 의미를 따져보는 것은 결코 그 자체로서 가치를 가지는 것에 머무르지 않는다. 실제로 수학자들은 그들이 관심을 갖는 연구 주제를 위해 사-철의 그물망을 만들어 선행하는 작업들을 살펴보고, 사-철을 뿌리로 삼아 자신들의 수학을 형성한다. 수학자나 수학에 관심이 있는 사람들은 사-철에 근거한 접근을 통해 수학을 연구하고 이해하는데 도움을 얻고, 그 그물망과 뿌리로 부터 직관과 영감을 얻는다. 곧 창의적인 수학적 작업을 하기 위한 필요조건이 된다. 이는 이미 많은 수학자들의 고백에서 확인 할 수 있다. 근대 합리주의를 열었고 해석기하학을 제창한 데카르트의 다음과 같은 선언에서 그의 작업을 관통하는 사-철의 핵심적 요소를 발견한다.

"우리가 직관에 덧붙여 또 하나의 인식형태를 제안하는 이유에 대해 의문을 가질지도 모르겠다. 이 또 하나의 형태-연역-는 확실한 것으로 인식된 다른 명제들로부터의 필연적 결과를 추론하는 일이다. 그러나 연역을 직관과 구별 지을 필요가 있었으니, 이는 자명하지 않은 많은 사실들이 확실한 것으로 인식될 수 있기 때문이다. 물론 이것은 이 사실들이 연속적이고 부단한 사고 작용-개개의 명제가 명료한 것으로 지각되는-을 통해 참되고 이미 알려진 원칙들로부터 추론되는 것을 전제조건으로 한다"([1, 15]).

창의적인 작업을 수행하였던 다수의 수학자들을 살펴보면 그들의 작업은 앞서 존재했던 사람들의 생각과 시대적 상황에 자극받았음을 확인할 수 있다. 전술한대로 힐버트의 수학철학은 칸트에서 영향을 받았고 라이프니츠와도 닿아있다. 라이프니츠의 철

학은 괴델에게도 심대한 영향을 주었다. 실제로 괴델은 나중에 칸트와 라이프니츠, 현상학을 창시한 후설의 저작들을 공부했으며, 라이프니츠에 대해서는 30대 때부터 이미 공부를 했고 자신의 과학적 사고와 활동에 가장 영향을 주었다고 했다. 실제로 괴델 전문가인 하오 왕은 "괴델의 주요 결과와 작업은 라이프니츠의 개념이 여러 방향으로 발전한 것으로 볼 수 있다고 있다"([16, 261]).고 했다.

우리나라에 수학문화라는 것이 존재하는가? 사람마다 문화에 대한 정의를 어떻게 내리느냐에 따라 다르겠지만 유클리드기하학이 2000년 이상 영향력을 발휘한 서구에 비해 상대적으로 깊이 뿌리내리고 있는 것 같지는 않다. 문화란 하루아침에 만들어지는 것은 아니다. 오랜 세월을 두고 사람들의 의식 속에 자리를 잡고 사고와 삶을 지배하는 것일 것이다. 우리나라에는 입시교육을 위한 수학은 존재하나, 일상적으로 수학적인 사유가 자연스럽게 이루지고 있다고 보기는 어렵다. 수학에 관한 서적들이 널리 보급되고 수학적 사유가 수업에서뿐 아니라 일상적 생활 중에서 자연스럽게 반영되기 위해서는 수학을 선도하는 학자들도 많이 배출해야겠지만 이를 위한 광범한 인프라를 구축하는 작업이 필요한 일이다. 18세기 수학을 대표하는 수학자들이 주로 프랑스 사람이었다는 것은 파리의 과학 아카데미의 조직적이고 체계적인 활동에 힘입은바 크다. 과학 아카데미는 논란이 되는 중요한 문제들이 있을 때 공개경쟁 문제로 제시했는데 오일러나 달랑베르의 경우도 이 공개경쟁에서 두각을 나타낸 사람들이었다. 파리의 아카데미가 다른 유럽의 아카데미의 모델이 되었는데 우리나라의 수학문화 정착을 위해서도 시사하는 바가 크다고 하겠다.

참고 문헌

1. Descartes, René, "*Rules for the Direction of the Mind*," in The Philosophical Writing of Descartes, Vol. I , trans. John Cottingham, Robert Stoothoff, Dugald Murdoch, Cambridge: Cambridge University Press, 1985.
2. Boyer, Carl, *A History of Mathematics*, John Wiley & Sons, New York, 1968.
3. Dauben, Joseph, *Georg Cantor: His Mathematics and Philosophy of the Infinite*. Princeton: Princeton University Press, 1990.
4. Davis, Philip & Hersh, Reuben, *The Mathematical Experience*, Houghton Mifflin Company, Boston, 1981.
5. Detlefsen, M., *Hilbert's Program, An Essay on Mathematical Instrumentalism,* D. Reidel Publ. Comp., Dordrecht-Boston-Lancaster-Tokyo, 1986.
6. Frege, G., *Foundations of Arithmetic,* trans. J. L. Austin, Oxford: Blackwell, 2nd edition 1953.
7. Gadamer, Hans-Georg, *Wahrheit und Methode*, Tubingen: J.C.B. Mohr, 1990.

8. Gödel, K. *"On Formally Undecidable Propositions of Principia Mathematica and Related Systems"*, reprinted in J. van Heijenoort (ed), From Frege to Gödel, Cambridge, MA: Harvard University Press, 1971.
9. Grabiner, J. V., *"Is Mathematical Truth Time-Dependent?" in New Directions in the Philosophy of Mathematics*, ed. by Thomas Tymoczko, Birkhäuser, Boston, 1986, 201-213.
10. Kline, Morris, *Mathematics: The Loss of Certainty*, Oxford University Press, New York, 1980.
11. Leibniz, G., *Das Neueste von China*(1697) : Novissima Sinica, hrsg. u. űbers. v. H. G. Nesselrath u. H. Reibothe, Kőln, 1979.
12. Mungello, D., *Leibniz and Confucianism: The Search for Accord*, Honolulu: The University Press of Hawaii, 1977.
13. Polanyi, Michael, *Personal knowledge: Towards a Post-Critical Philosophy*, Routledge & Kegan Paul, London, 1958.
14. Putnam, H., *Realism with a Human Face*, Harvard University Press, 1990.
15. Reid, C., *Hilbert*, Springer-Verlag, New York, Inc., 1996.
16. Wang, H., *Reflections on Kurt Gödel*, MIT Press, Cambridge, Mass., 1987.
17. 강영안, 주체는 주었는가, 문예출판사, 1996.
18. 박창균, "20세기 수학의 패러다임", 한국수학사학회지 제9권 제2호, pp.22-29, 1996.
19. 박창균, "Cantor의 무한관", 한국수학사학회지 제10권 제1호, pp.33-37, 1997.
20. 박창균, "18세기 수학의 '형이상학'", 한국수학사학회지 제11권 제2호, pp. 55-62, 1998.
21. 이브스, H., 수학의 위대한 순간들(허민, 오혜영 옮김), 서울: 경문사, 1994.
22. 쿤, T., 과학혁명의 구조(김명자 옮김), 서울: 동아출판사,
23. 틸리, F., 서양철학사(레저 우드 개정, 김기찬 옮김), 서울: 현대지성사, 1998.

A Function and A Role of History and Philosophy of Mathematics

Dept. of Philosophy , The University of Seokyeong **Chang Kyun Park**

This paper aims to introduce a function and a role of history and philosophy of mathematics. Through historical examples it shows that history and philosophy of mathematics have the function to evaluate mathematics and the role to form it.

Key words : history of mathematics, philosophy of mathematics, mathematics in the eighteenth century, absolute infinity, universal characters, ideal proposition

2000 Mathematics Subject Classification : 01A30, 01A50

ZDM Classification : A30

논문 접수 : 2005년 9월 30일 심사 완료 : 2005년 11월