

## 부스터를 이용한 3자유도 초정밀 위치결정 기구의 최적설계

한석영\*, 이병주<sup>†</sup>, 김선정<sup>++</sup>, 김종오<sup>+++</sup>, 정구봉<sup>++++</sup>

(논문접수일 2005. 10. 18, 심사완료일 2005. 11. 24)

### Optimum Design of a 3-DOF Ultra-Precision Positioning Mechanism Using Boosters

Seog Young Han\*, Byung-Ju Yi<sup>†</sup>, Seon Jung Kim<sup>++</sup>, Jong O Kim<sup>+++</sup>, Goo Bong Chung<sup>++++</sup>

#### Abstract

Ultra-precision positioning systems basically require high natural frequency and sufficient workspace. To cope with this requirement, flexure hinge mechanisms have been proposed. However, previous designs are hard to satisfy the functional requirements of the system due to difficulty in modeling and optimizing process applying an independent axiomatic design. Therefore, this paper proposes a new design and design-order based on semi-coupled axiomatic design. A planar 3 DOF parallel type micro mechanism is chosen as an exemplary device. Based on preliminary kinematic analysis and dynamic modeling of the system, an optimal design has been carried out. To check the effectiveness of the optimal parameters obtained from theoretical approach, simulation is performed by FEM. The simulation result shows that a natural frequency of 200.53Hz and a workspace of 200 $\mu\text{m}$  x 200 $\mu\text{m}$  can be ensured, which is in very close agreement with the specified goal of design.

**Key Words :** Axiomatic Design(공리적 설계), Optimal Design(최적설계), Workspace(작업공간), Natural Frequency(고유 진동수), Flexure Hinge(탄성 힌지), Booster(증폭기), 3 DOF Ultra-precision Mechanism(3자유도 초정밀 기구)

### 1. 서 론

초정밀 위치결정 기술은 반도체 공정, 의료용 로봇, 전자 현미경 등의 산업에 필수적인 기술이다. 특히 반도체 산업에

서 반도체 메모리의 집적도 향상으로 인해 웨이퍼 스테이지 (wafer stage)에 요구되는 위치 정밀도가 점점 엄격해지고 있다. 이에 따라 위치 정밀도의 향상과 충분한 작업공간의 확보를 동시에 만족하는 위치결정 기술이 요구된다.

\* 한양대학교 기계공학부 (syhan@hanyang.ac.kr)

주소: 133-791 서울시 성동구 행당동 17번지

+ 한양대학교 전자컴퓨터공학부

++ 한양대학원 전기제어생체공학부

+++ 한양대학원 자동차공학과

++++ 한양대학원 전자전기제어계측공학과

기존의 DC 서보 모터와 리드나사(lead screw)로 이루어진 XY 테이블은 요구되는 운동범위는 쉽게 얻을 수 있지만, 백래쉬(backlash)와 스틱슬립(stick-slip) 등과 같은 비선형성 때문에 서브마이크론(submicron) 이하의 정밀도를 얻기 힘들다. 그 결과 위치결정 기구의 대부분은 운동범위가 큰 XY 테이블과 운동범위는 작지만 위치 정밀도가 우수한 미소운동 기구가 결합된 이중 서보(dual servo) 구조를 가진다. 이와 같은 이중 서보 기구에서 위치 정밀도를 결정하는 핵심 요소는 미소운동 기구이다. 일반적으로 미소운동 기구는 응답특성이 빠르고 분해능(resolution)이 좋은 압전구동기(piezoelectric actuator)에 의해 구동된다.

초정밀 위치결정 기구가 갖추어야 할 조건으로는 첫째, 기구의 운동범위는 XY 테이블에서 발생하는 오차를 보정할 수 있을 정도의 작업공간을 가져야 한다. 둘째, 외부 진동이나 힘에도 정밀도를 유지할 수 있도록 높은 고유 진동수와 강성을 가져야 한다. 셋째, 공정에서 발생하는 열변형을 최소화해야 한다. 넷째, 발생하는 오차를 보정할 수 있는 충분한 자유도를 확보해야 한다.

압전구동기는 최대 변위가 자신의 길이의 0.1%에 불과하여 요구되는 작업공간을 얻기가 힘들다. 따라서 탄성 힌지(flexure hinge)를 사용하여 압전구동기의 변위를 증폭시켜 요구되는 작업공간을 만족시킨다. 탄성 힌지는 마찰력이 없고, 연속된 움직임, 이음새 없는 간단한 구조 등의 많은 장점을 가지고 있다. 대부분의 연구<sup>(1~5)</sup>에서는 탄성 힌지를 지렛대 형식으로 설치를 하여 요구되는 작업공간을 얻었다. 그러나 기존의 대부분 연구에서는 탄성 힌지는 단지 회전만 발생하는 1자유도로 모델링한 결과 만족할 만한 운동 특성 및 정밀도를 확보할 수 없었다. 이러한 모델링의 부정확성을 극복하는 방안으로 힌지 파라미터를 조정하여 상대적으로 연한 힌지를 인장과 회전이 동시에 일어나는 2자유도로 모델링하는 연구사례가 발표되었다<sup>(6)</sup>. 그러나 마이크로 메커니즘이 요구하는 활동구간과 충분한 고유진동수를 고려한 최적설계가 이루어지지 않음으로 인하여 실제 적용에는 한계가 있었다.

요구되는 높은 고유 진동수를 가지기 위해서는 높은 강성과 적은 질량을 지녀야 한다. 하지만 탄성 힌지를 다수 사용하면 링크 수의 증가로 인해 기구의 질량이 증가하고 이로 인해 높은 고유 진동수를 얻기 힘들었다<sup>(1)</sup>. 또한 부정확한 모델링으로 이론적인 값과 실현결과의 오차가 크게 발생하여 설계자가 요구하는 설계값을 얻기에 많은 어려움이 따른다<sup>(3)</sup>.

본 연구에서는 위의 문제점을 해결하기 위해 기존의 연구를 공리적 설계(axiomatic design)<sup>(7)</sup> 관점에서 분석하여 설

계자가 원하는 작업공간과 고유 진동수를 동시에 만족하는 새로운 설계안과 설계순서를 개발하였다. 기구학적 및 동역학적 해석 과정에서 위치결정 기구의 정확한 모델링<sup>(8,9)</sup>을 통하여 이론적인 해석과 시뮬레이션 해석결과를 비교함으로써 설계 결과의 타당성을 검증하였다.

또한, 기구의 고유 진동수와 작업공간은 링크의 길이, 탄성 힌지의 높이, 폭, 두께 등에 의해서 결정된다. 그러므로 본 연구에서는 제시한 모델링 방법을 이용하여 기구의 질량을 최소화시키기 위한 최적설계 문제로 정식화 하고, 제한조건(constraints)을 만족시키는 설계변수를 결정한다. 시뮬레이션을 통하여 제한조건 하에 요구되는 작업공간과 고유 진동수를 동시에 만족함을 확인하였다.

## 2. 3자유도 위치결정 기구의 구조

Fig. 1은 3자유도 위치결정 기구의 구조를 보여주며, 본 연구에서 사용할 연구사례를 나타낸다. 기구는 탄성 힌지를 움직이기 위한 압전구동기와 탄성 힌지로 이루어져 있다. 탄성 힌지는 압전구동기와 위치결정 기구 사이의 관절(joint) 역할을 한다. 전형적인 탄성 힌지를 사용한 기구는 다수의 힌지와 링크로 구성된다.

Fig. 1의 기구는 세 개의 직렬체인(serial chain)으로 구성되며 각 체인은 세 개의 힌지와 세 개의 링크로 이루어진다. 기구는 각 직렬체인의 마지막 관절이 구속되는 병렬형 기구(parallel mechanism) 형태이다. 이러한 병렬형 기구는 각 직렬체인이 기구학적으로 구속되는 구조로 인해 작업공간은 작지만, 강한 강성과 큰 힘을 전달할 수 있는 장점을 가지고 있어 정밀한 기구 제작에 매우 적합한 구조이다.

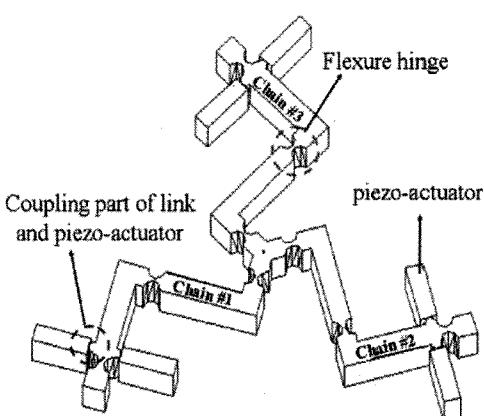


Fig. 1 Schematic of the 3-DOF micro-mechanism<sup>(6)</sup>

3자유도 운동을 위해 기본적으로 세 개의 구동변위가 필요하며, 이에 따라 세 쌍의 압전구동기를 사용하였다. 압전구동기가 설치되는 관절의 링크를 입력체(input body)라 정의한다. 각 직렬체인의 첫 번째 관절은 독립관절이며 나머지 관절은 독립관절에 따라 회전각이 결정되는 종속관절로 정한다. 세 개의 직렬체인이 서로 만나는 기구의 가운데 몸체를 출력체(output body)라 정의하며 이는 평면상에서 3자유도( $x$ ,  $y$ ,  $\theta$ )를 구현한다.

Fig. 2는 탄성 헌지의 구조를 보여주고 있다. 노치(notch)를 이용한 헌지는 회전 관절(revolute joint) 역할을 하며, 이 기구에서는 회전 스프링으로 간주한다. 헌지의 회전 강성은 다음과 같이 구할 수 있다<sup>(10)</sup>.

$$k = \frac{2Ebt^{5/2}}{9\pi R^{1/2}} \quad (1)$$

### 3. 공리적 설계를 적용한 위치결정 기구의 설계평가

#### 3.1 공리적 설계

설계는 무엇을 원하는가와 그것을 어떻게 얻을 것인가라는 질문의 연속적인 상호작용이라 할 수 있다. 설계하는 동안 명시된 요구 조건들로부터 얻은 정보를 이용하여 설계목적을 정의함으로써 설계자가 얻고자 하는 것을 결정한다. 이를 기능적 요구(Functional Requirement; FR)라 한다. 기능적 요구를 어떻게 달성을 것인가에 대한 해답은 물리적 영역의 설계 파라미터(Design Parameter; DP)를 통해 얻을 수 있다. 설계과정이란 기능적인 영역의 기능 요구와 물리적인

영역에서의 설계변수 사이의 사상(mapping)을 통해 파생되는 과정을 의미하며 이들 두 영역을 관계짓는 것이 바로 설계라고 할 수 있다<sup>(7)</sup>.

공리적 설계에서의 공리는 독립 공리(independence axiom)와 정보 공리(information axiom)로 이루어진다. 독립 공리는 기능적 영역의 기능적 요구(FRs)로부터 물리적 영역의 설계 파라미터(DPs)로 진행하는 사상과정을 정의할 때에, DP와 FR이 일대일로 대응되기를 추천한다.

본 연구에서는 독립공리를 적용하여 설계를 수행한다. 독립 공리를 설명하기 위해서 식 (2)의 설계방정식을 사용한다.

$$\{FR\} = [A]\{DP\} \quad (2)$$

여기서  $\{FR\}$ 은 기능적 요구 벡터이고  $\{DP\}$ 는 설계 파라미터 벡터,  $[A]$ 는  $\{FR\}$ 과  $\{DP\}$ 와의 관계를 설명하는 설계 행렬(design matrix)이다.

이제 다음과 같은 세 종류의 설계방정식을 고려해보자.

연성 설계(coupled design)

$$\begin{cases} \{FR_1\} \\ \{FR_2\} \end{cases} = \begin{bmatrix} X & X \end{bmatrix} \begin{cases} \{DP_1\} \\ \{DP_2\} \end{cases} \quad (3)$$

비연성화 설계(decoupled design)

$$\begin{cases} \{FR_1\} \\ \{FR_2\} \end{cases} = \begin{bmatrix} X & O \\ X & X \end{bmatrix} \begin{cases} \{DP_1\} \\ \{DP_2\} \end{cases} \quad (4)$$

비연성 설계(uncoupled design)

$$\begin{cases} \{FR_1\} \\ \{FR_2\} \end{cases} = \begin{bmatrix} X & O \\ O & X \end{bmatrix} \begin{cases} \{DP_1\} \\ \{DP_2\} \end{cases} \quad (5)$$

여기서  $X$ 는 FR과 DP가 관련이 있음을 의미하고,  $O$ 는 관련이 없음을 의미한다. 식 (3)의 연성설계는  $FR_1$ 을 만족시키기 위해  $DP_1$ ,  $DP_2$ 를 동시에 결정해야 하는 경우이다. 이 경우,  $FR_1$ 을 만족하기 위해  $DP_1$ ,  $DP_2$ 를 결정하더라도 이 결정이  $FR_2$ 도 만족한다는 보장은 없다. 마찬가지로  $FR_2$ 를 만족하는  $DP_1$ ,  $DP_2$ 를 결정하더라도 이 결정이  $FR_1$ 도 만족한다는 보장은 없다. 따라서 주어진 FRs를 만족하기 위해서는 시행착오를 반복하여 DPs를 결정해야 한다.

식 (4)의 비연성화 설계는 순차적 설계를 보여준다.  $FR_1$ 을 만족하는  $DP_1$ 을 결정한 후,  $FR_2$ 를 만족시켜주는  $DP_2$ 를 추가적으로 결정하면 된다.

식 (5)는 각각의 FR과 DP가 일대일의 대응관계를 이룬다. 공리적 설계의 제 1 공리인 독립공리는 FR과 DP가 일대일로 대응되는, 식 (5)와 같은 비연성 설계를 추천하며, 차선책으로 식 (4)의 비연성화 설계를 추천하고 있다. 만약 설계

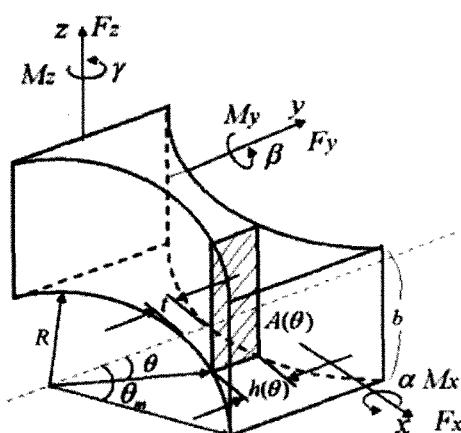


Fig. 2 Schematic of the flexure hinge<sup>(6)</sup>

방정식이 식 (3)와 같은 연성 설계라면, 설계자는 FR이나 DP를 다시 설정하여 독립 공리를 만족 하는 비연성 설계나 비연성화 설계가 되도록 하여야 한다.

### 3.2 독립공리를 이용한 기존설계 분석

초정밀 위치결정 기구가 가져야 할 가장 중요한 기능은 충분한 작업공간 확보와 높은 고유 진동수를 가지는 것이다. 따라서 본 연구에서는 초정밀 기구의 FRs를 다음과 같이 정의하였다.

FR1 : 높은 고유진동수 확보

FR2 : 충분한 작업공간 확보

기존의 연구는 위의 FRs를 중심으로 연구되었다. 하지만 공리적 관점에서 살펴볼 때 이들의 설계방정식은 식 (3)과 같은 연성설계이다. 때문에 FR1과 FR2를 동시에 만족하는 설계를 얻기 어려웠다. Fig. 3은 3자유도를 구현하는 기존 설계이다. FR1을 만족하기 위한 DP1은 기구의 강성과 질량에 관계되었으며, 기존의 설계는 DP1을 다음과 같이 설정하였다.

DP1 : 기구 질량의 감소

또한 FR2을 만족시키기 위한 DP2는 구동변위와 링크구조에 관계되어 있다. 기존의 설계는 구동변위를 증폭시키기 위한 방법으로 다중 링크를 이용하여 요구되는 변위를 얻었으며 DP2는 다음과 같이 설정하였다.

DP2 : 다중 링크구조 사용

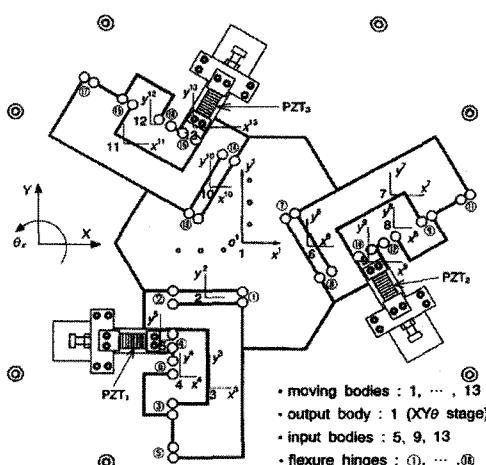


Fig. 3 Previous coupled designs<sup>(3)</sup>

Fig. 3은 요구되는 FR2를 만족하기 위해 다중 링크구조를 사용하였으며, 요구되는 FR1을 만족하기 위해, 요구되는 고유 진동수를 제한조건으로 설정하여 최적설계를 수행하였다. 하지만 부정확한 모델링 방법으로 인하여 실제 설계값은 요구되는 FR1을 만족하지 못하였다<sup>(3)</sup>.

고유 진동수를 높이기 위해서는 질량을 줄여야 한다. 그 때문에 설계자들은 기구의 불필요한 부분을 제거하여 질량을 감소시켰지만 질량은 기구를 구성하는 링크 길이에 의해 대부분 결정된다<sup>(1)</sup>. 하지만 링크 길이를 줄일 경우 요구되는 작업공간을 만족시키기 위한 다중 링크 구조 사용에 제약을 준다. 본 연구에서는 기존의 연성설계를 비연성화 설계로 만들어 주는 새로운 DPs제안과 설계순서를 개발하였다.

### 3.3 독립공리를 만족하는 기구 설계

기존의 DP2는 다중 링크 길이를 사용하여 구동변위를 증폭시키는 역할을 하였으나 본 연구에서는 DP2를 다음과 같이 새롭게 정의하였다.

DP2 : 부스터(booster) 사용

Fig. 4는 부스터의 구조를 나타낸 그림이다. 입력변위(input displacement)는 압전구동기의 변위를 나타내며, 출력변위(output displacement)는 부스터를 통해 증폭된 변위를 나타낸다. 출력변위는 기구의 구동변위로 사용된다. 부스터 내부는 유체로 구성되어 있으며 압전구동기가 작동할 때 힘을 전달하는 역할을 한다. 부스터의 앞쪽과 뒤쪽의 단면적은 각각 A1과 A2로 정의할 경우 각 단면적을 통과하는 내부 유체의 부피는 같아야 하므로 입력변위와 출력변위는 다음과 같은 관계식으로 표현된다.

Output displacement =

$$\text{Input displacement} \times \frac{A_2}{A_1} \quad (6)$$

식 (6)에서 입력변위가 주어질 경우 출력변위는 부스터의 단면적의 비에 의해 결정됨을 알 수 있다. 부스터의 단면적을 결정할 때 요구되는 출력변위에 따라 A1과 A2의 비율을 손쉽게 결정할 수 있다. 부스터를 사용하게 되면 출력변위에

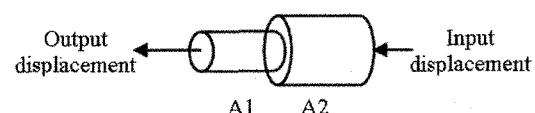


Fig. 4 Schematic demonstration of the booster

비례하여 입력변위에서 큰 힘을 발생시켜 주어야 한다. 압전 구동기는 최대길이 변화가 작은 반면에 큰 힘을 발생시킨다. 이러한 특성 때문에 부스터를 사용하여 출력변위를 늘리더라도 시스템에 큰 영향을 주지 않는다. 새로운 DP2를 제안함으로써 기존의 연성 설계를 식(4)와 같은 비연성 설계로 만들었다. 설계자는 기구를 설계할 때 요구되는 FRI를 만족하는 DP1을 결정하고, FR2를 만족하는 DP2를 순서적으로 결정하면 FR1과 FR2를 모두 만족시켜주는 설계를 손쉽게 할 수 있다. 따라서 본 연구에서는 요구되는 고유 진동수를 만족하는 기구를 설계하고, 요구되는 작업공간에 맞추어 부스터를 설계하는 순서에 따라 기구를 설계하였다.

#### 4. 기구의 기구학적 및 동역학적 해석

본 연구에서는 기존에 제작되었던 Fig. 5<sup>(6)</sup>을 개선모델로 설정하고 제시한 설계순서에 의해 최적설계를 수행하였다.

##### 4.1 기구학적 해석

사용자는 기구를 작동시키기 위해서는 입력과 출력에 의한 기구의 운동관계를 알아야 한다. 입력체에 의한 출력체의 운동 관계를 정기구학(forward kinematics)이라 하고, 출력 체에 의한 입력링크의 운동 관계를 역기구학(inverse kinematics)이라 한다. 본 연구에서는 KIC(Kinematic Influence Coefficient) 방법을 접목하여 기구의 관계식이 벡터형으로 표현되는 모델링 방식을 사용한다<sup>(10)</sup>.

모델링에 앞서 표기에 대해 소개하면 G는 일차미분을 나타내는 자코비안 행렬이며, 원쪽 아래 첨자는 체인의 번호

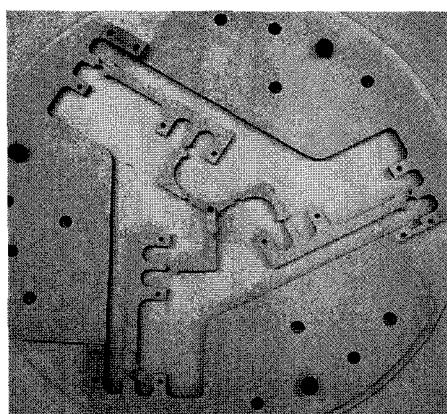


Fig. 5 Planner the 3-DOF micro-manipulator

를, 위 첨자는 고려되거나 지시하는 종속 매개변수를 나타내고 아래첨자는 독립 매개변수를 나타낸다. 즉,  ${}_iG^a$ 는 i번째 직렬체인의 종속변수 a에 관한 독립변수 b의 속도관계를 표현하는 자코비안 행렬을 의미한다. Fig. 6은 Fig. 5의 기구를 3자유도 기구로 모델링한 것으로써  $\theta_j$ 는 i번째 직렬체인의 j번째 헌지회전각을 나타낸다.  ${}_jL_j$ 는 i번째 직렬체인의 j번째 링크를 나타내고,  ${}_jL_{j+1}$ 은 i번째 직렬체인의 j번째 헌지와 j+1 번째 헌지를 연결하는 가상링크를 나타낸다.

기구의 기준 좌표계는 첫 번째 체인의 첫 번째 관절에 위치하며, 기구에 대한 중앙의 위치를 각 체인의 네 번째 관절이 만나는 곳으로 Fig. 6에서 점  $P(x, y, \Phi)$ 로 나타내며, 각 체인에 대한 점 P의 위치 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x &= x_{Bi} + {}_iL_1 \cos({}_i\theta_1) + {}_iL_2 \cos({}_i\theta_1 + {}_i\theta_2) \\ &\quad + {}_iL_3 \cos({}_i\theta_1 + {}_i\theta_2 + {}_i\theta_3) \\ y &= y_{Bi} + {}_iL_1 \sin({}_i\theta_1) + {}_iL_2 \sin({}_i\theta_1 + {}_i\theta_2) \\ &\quad + {}_iL_3 \sin({}_i\theta_1 + {}_i\theta_2 + {}_i\theta_3) \\ \Phi &= {}_i\theta_1 + {}_i\theta_2 + {}_i\theta_3 \quad (i = 1, 2, 3) \end{aligned} \quad (7)$$

여기서  $x_{Bi}$  와  $y_{Bi}$ 는 기준좌표계 원점에 대한 i번째 체인 베이스 지점의 좌표값들을 각각 나타내고, 가상링크 길이  ${}_jL_j$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} {}_iL_1 &= \sqrt{({}_iL_1 + {}_iL_2)^2 + {}_iL_3^2} \\ {}_iL_2 &= \sqrt{{}_iL_4^2 + {}_iL_5^2} \\ {}_iL_3 &= {}_iL_6 \end{aligned}$$

위치 방정식 식 (7)을 시간으로 미분하면 각각의 직렬체인

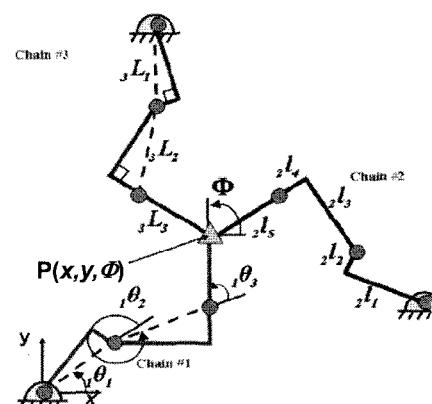


Fig. 6 Prototype parallel manipulator

에 대한 1차 기구학 관계식은 다음과 같이 주어진다.

$$\dot{\underline{u}} = [{}_i G_{\phi}^u] {}_i \dot{\phi} \quad (8)$$

여기서 점 P의 출력속도( $\dot{\underline{u}}$ )와 i번째 직렬체인의 관절 회전속도( $\dot{\phi}$ )는 각각 다음과 같다.

$$\dot{\underline{u}} = [x \ y \ \dot{\Phi}], \ {}_i \dot{\phi} = [\dot{\theta}_1 \ \dot{\theta}_2 \ \dot{\theta}_3]$$

기구의 속도관계식은 구동기가 설치되는 독립관절에 대한 P에서의 출력속도로 표현되어야 하며, 다음과 같은 과정을 통해 얻을 수 있다. 점 P에서의 모든 직렬체인의 속도는 동일하므로 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$[{}_1 G_{\phi}^u] {}_1 \dot{\phi} = [{}_2 G_{\phi}^u] {}_2 \dot{\phi} \quad (9)$$

$$[{}_1 G_{\phi}^u] {}_1 \dot{\phi} = [{}_3 G_{\phi}^u] {}_3 \dot{\phi} \quad (10)$$

식 (9)과 (10)을 이용하여 독립관절( $\dot{\phi}_a$ )과 종속관절( $\dot{\phi}_p$ )의 속도 관계식은 식 (11)과 같이 얻어진다.

$$\dot{\phi}_p = [G_a^p] \dot{\phi}_a \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \text{여기서 } \dot{\phi}_a &= [\dot{\theta}_1 \ \dot{\theta}_2 \ \dot{\theta}_3], \\ \dot{\phi}_p &= [\dot{\theta}_2 \ \dot{\theta}_3 \ \dot{\theta}_2 \ \dot{\theta}_3 \ \dot{\theta}_2 \ \dot{\theta}_3] \end{aligned}$$

식 (11)를 식 (10)에 대입하면

$$\dot{\underline{u}} = [{}_1 G_{\phi}^u] \dot{\phi}_p = [{}_1 G_{\phi}^u] [C] \dot{\phi}_a \quad (12)$$

$$\text{여기서 } [C] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ [G_a^p]_{1:} \\ [G_a^p]_{2:} \end{bmatrix}$$

$[G_a^p]_{1:}$ 과  $[G_a^p]_{2:}$ 는 각각  $[G_a^p]$ 의 1번째 행과 2번째 행을 표현한다.

마지막으로 독립관절에 대한 점 P의 속도 관계는 식 (12)를 이용하여 다음과 같이 구해진다.

$$\dot{\underline{u}} = [{}_1 G_{\phi}^u] [C] \dot{\phi}_a = [G_a^u] \dot{\phi}_a \quad (13)$$

## 4.2 동역학적 해석

설계자는 정확한 모델링 방법을 통하여 기구의 고유 진동수를 알아내고 요구되는 고유 진동수에 맞추어 기구를 설계

하여야 한다. 기구의 링크를 강체 그리고 헌지를 스프링으로 가정하면 다음과 같은 동역학 방정식이 주어진다.

$$[I_{uu}^*] \dot{\underline{u}} + [K_{uu}] \underline{u} = R \quad (14)$$

$[I_{uu}^*]^{-1}$ 와  $[K_{uu}]$ 는 각각 식 (15)와 식 (16)과 같이 표현된다.

$$[I_{uu}^*] = \sum_{i=1}^3 \{ [{}_i G_u^{\phi}]^T [{}_i I_{\phi\phi}^*] [{}_i G_u^{\phi}] \} \quad (15)$$

$$[K_{uu}] = \sum_{i=1}^3 \{ [{}_i G_u^{\phi}]^T [{}_i K_{\phi\phi}^*] [{}_i G_u^{\phi}] \} \quad (16)$$

여기서  $[K_{uu}]$ 는 모든 탄성 헌지의 강성을 고려한 점 P에서의 강성이며,  $[I_{uu}^*]^{-1}$ 는 i번째 직렬체인  $3 \times 3$  크기를 가지는 관절기준 관성행렬(joint referenced effective inertia matrix)이다<sup>(8)</sup>.  $[K_{\phi\phi}]$ 은 다음과 같이 표현된다.

$$[K_{\phi\phi}] = \text{diag} [{}_1 k_1 \ {}_2 k_2 \ {}_3 k_3] \quad (17)$$

각 헌지에 대한 강성을 식 (1)을 이용해 얻어지며, 기구의 고유 진동수는 SVD(Singular Value Decomposition)을 사용함으로써 다음과 같이 구할 수 있다. 행렬 A가 다음과 같이 정의될 때

$$A = [I_{uu}^*]^{-1} [K_{uu}] = U \sum V^T \quad (18)$$

여기서, 대각행렬  $\Sigma$ 의 i번째 특이치(singular value)  $\sigma_i$ 는 식 (19)와 같이 표현되며 이 값은 기구의 i번째 고유 진동수이다.

$$\sigma_i = U_i^T \sum V_i \quad (19)$$

여기서 U와 V는 각각 점 P에 대한 직교행렬이며, 기구의 고유 진동수는 다음과 같이 주어진다<sup>(11)</sup>.

$$f_i = \frac{\sigma_i}{2\pi} \quad (20)$$

## 5. 기구 및 부스터 설계

### 5.1 기구의 최적설계

설계순서에 맞추어 먼저 고유 진동수를 만족시키는 설계를 수행하였다. 기구가 가져야 하는 고유 진동수는 200Hz로 설정하였다. 최적설계 과정에서는 목적함수를 기구의 질량 최소

화로 설정하여 수행하였다 기구의 고유 진동수는 각 직렬체 인의 링크길이, 폭, 한지의 반경, 높이, 두께에 의해서 결정되 기 때문에 이들을 설계변수(design variables)로 설정하였으며, 시스템은 대칭구조(symmetric structure)로 이루어졌기 때문에 1개의 직렬체인에 대하여 최적설계를 수행하였다.

최적화 문제를 풀기 위해서는 한지에서의 최대 응력, 기구의 형상, 크기 등의 제한조건이 고려되어야 한다. 첫 번째로 기구의 항복응력을 고려해야 한다. 최대응력은 한지에서 발생하기 때문에 한지에서의 응력은 항복응력보다 작아야 한다. 한지에서 발생하는 최대응력은 다음과 같다.

$$\sigma_{\max} = \frac{6M_z K_t}{t^2 b} \quad (21)$$

여기서  $M_z$ 는 한지에서의 모멘트(moment),  $K_t$ 는 응력집 중계수<sup>(12)</sup>이며 이들은 각각 다음과 같이 주어진다.

$$M_z = k\theta \quad (22)$$

$$K_t = \frac{2.7t + 5.4R}{8R + t} + 0.325 \quad (23)$$

여기서  $k$ 는 한지의 회전 강성이며 3개 한지의 하용응력에 관한 제한조건은 다음과 같다.

$$g_{1 \sim 3} = S_f |\theta_i| - \frac{t_i^2 b}{6k_i K_{ti}} \sigma_Y < 0, \quad i = 1, 2, 3$$

두 번째로 고려되어야 할 제한조건은 기구의 크기와 구조에 관한 것이다. 이를 크기와 구조에 대한 제한조건은 각각 다음과 같다.

$$g_4 = l_{12} + l_5 + l_6 - C_1$$

$$g_5 = l_3 + l_4 - C_1$$

$$g_6 = L_2 - L_1$$

$$g_7 = L_3 - L_2$$

$$g_{8 \sim 10} = 5 - R_i/t_i, \quad i = 1, 2, 3$$

$$g_{11 \sim 13} = 5 - b_i/t_i, \quad i = 1, 2, 3$$

세 번째로 고려되어야 할 제한조건은 한지의 강성으로 이에 대한 제한 조건은 다음과 같다.

$$g_{14 \sim 16} = k_i - C_3, \quad i = 1, 2, 3$$

마지막으로 고려되어야 할 조건은 기구의 고유 진동수이며, 다음과 같다.

$$g_{17} = C_4 - frequency$$

위의 제한조건의 상수(constants)는 Table 1에 표기하였으며, 최적화 문제의 정식화는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

Minimize    mass

$$\text{Subject to } g_i < 0 \quad i = 1, \dots, 17$$

$$\text{and } 0.1 < b_i < 20$$

$$3 < R_j < 6$$

$$0.4 < t_j < 2 \quad j = 1, \dots, 3$$

$$20 < l_k < 200 \quad k = 1, \dots, 5$$

$$\text{Find } \bar{x} = [l_1 \ l_2 \ l_3 \ l_4 \ l_5 \ t_1 \ t_2 \ t_3 \ R_1 \ R_2 \ R_3 \ b]$$

최적화 문제의 해를 얻기 위하여 SQP(Sequential Quadratic Programming) 알고리즘을 사용했으며, 수치해석 프로그램인 MATLAB<sup>(13)</sup>을 이용하여 Table 2와 같은 결과를 얻었다. Table 2에서 전설제치(previous value)는 Fig. 6의 기준 설계의 설계변수이며, 최적치(optimum value)는 최적화를 수행하여 얻은 설계변수이다. 하지만 제작의 기술적인 한계로 최적화된 값을 실제 설계에 반영하기 어렵기 때문에 소수셋째 자리에서 올림하여 각 설계변수를 조정하였다.

## 5.2 부스터의 용량결정

설계순서에 따라 고유 진동수를 만족시키는 설계 후 작업 공간을 만족시키는 부스터의 용량을 결정하여야 한다. 기구가 만족시켜야하는 작업공간은 구조적인 특성상 Fig. 6에서 점P를 중심으로 반경 200μm의 평면운동을 한다고 설정하였다. 본 기구의 등방성 지수(isotropic index)를 x-y평면에 나타낼 경우 점 P를 중심으로 동일반경에서는 같은 값을 가진다. 때문에 임의의 방향을 기준으로 부스터를 설계하여도 무관하며 본 연구에는 x방향을 고려하였다. Table 2에서 얻은 설계값으로 부스터를 설계할 경우 점 P를 x 방향으로 200μm의 움직임을 구현하기 위해서는 두 체인의 첫 번째 한지에서 0.0106rad의 회전이 필요하다. 부스터가 한지의 중앙으로부터 1cm위에 설치될 경우 구동변위는 53μm가 되어야 한다. 2cm길이의 압전구동기를 사용할 경우 최대 20μm

Table 1 Constants used for the manipulator design

Constants	Sf	$\sigma_y$ (MPa)	$c_1$ (mm)	$c_2$ (mm)	$c_3$ (N/μm)	$c_4$ (Hz)
Values	9	270	200	100	10	200

**Table 2 Results of optimization**

Design variables (mm)	Previous and optimal values		
	Previous <sup>(6)</sup>	Optimum	Design
$l_1$	108	76.3157	76.32
$l_2$	30	27.7766	27.78
$l_3$	40	25	25
$l_4$	30	31.9985	32
$l_5$	25	25	25
$t_1$	0.45	0.5427	0.55
$t_2$	0.45	0.7687	0.77
$t_3$	0.45	0.6	0.6
$R_1$	5	3	3
$R_2$	3	3.8437	3.85
$R_3$	5	3	3
$b$	5	6	6
mass(kg)	0.0820	0.0604	0.0605

의 변위를 얻을 수 있으며, 식 (6)을 이용하여 A2/A1가 2.65 비율을 가지는 부스터를 설계할 수 있다.

## 6. 시뮬레이션

Fig. 5에서 보여주는 기존 설계의 경우 실제 실험값과 유한요소법을 이용한 시뮬레이션값은 오차가 매우 적은 결과를 보여주었다. 따라서 본 연구에서는 유한요소법을 이용한 시뮬레이션만 수행하였으며, 사용된 프로그램은 ANSYS이다.

고유 진동수에 관한 시뮬레이션은 개선모델과 Table 2에서 얻은 설계값으로 수행하였다. 모델링하는 과정에서 기구의 링크 부분은 강체, 탄성 힌지는 회전 힌지로 가정하였기 때문에 링크 부분과 힌지에 각각 비교적 큰 격자(coarse mesh)와 미세한 격자(fine mesh)를 적용하였다. 시뮬레이션 결과 기존 설계와 최적화를 수행한 설계는 각각 110.047Hz와 200.53 Hz의 고유 진동수를 가짐을 확인하였다. 결론적으로 본 최적화 설계 기준 설계보다 높은 고유 진동수를 가지며 요구되는 고유 진동수를 만족하는 설계임을 확인할 수 있었다.

작업공간에 대한 시뮬레이션은 Fig. 6에서 점 P를 각각 x 방향, y방향으로 200μm 운동하였을 때 기구에 작용하는 응력을 구하였다. 각 방향에 대하여 관절에서의 최대 응력은 각각 194MPa, 196MPa으로 발생하였으며, x방향은 두 번

째 직렬체인의 두 번째 힌지에서 발생하였고, y방향은 세 번째 직렬체인의 두 번째 힌지에서 발생하였다. 이들은 허용 응력보다 작은 값이며 시스템이 제한조건 안에서 작업공간을 만족함을 확인하였다.

## 7. 결 론

본 연구에서는 공리적 설계 관점에서 기존 설계를 분석하고 공리 설계를 만족시키는 설계를 한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 새로운 DP2를 제안함으로써 기존의 연성 설계를 비연성화 시키는 설계순서를 개발하였다.
- (2) 설계 변수를 결정할 때 SQP알고리듬을 이용하여 200 Hz의 고유 진동수와 200μm의 작업공간을 동시에 만족시키는 기구를 최적설계하였다.
- (3) 최적설계값은 유한요소법 시뮬레이션을 통하여 200.53 Hz의 고유 진동수를 가지며, 200μm의 작업공간을 만족함을 확인하였다.

## 후 기

본 논문은 과학기술부 2005년도 “특성기초연구지원사업”의 연구비 지원에 의해 연구되었음.

## 참 고 문 헌

- (1) Gao, P., Swei, S.M. and Yuan, Z., 1999, “A New Piezodriven Precision Micropositioning Stage Utilizing Flexure Hinges,” *Nanotechnology*, Vol. 10, pp. 394~398.
- (2) Scire, F.E. and Teague, E.C., 1978, “Piezo- driven 50-μm Range Stage with Subnanometer Resolution,” *Rev. Sci. Instrum.*, Vol. 49, No. 12, pp. 1735~1740.
- (3) Ryu, J.W., Gweon, D.G. and Moon, K.S., 1997, “Optimal Design of a Flexure Hinge Based XYθ Wafer Stage,” *Precision Engineering*, Vol. 21, pp. 18~28.
- (4) Yang, R., Jouaneh, M. and Schweizer, R., 1996, “Design and Characterization of a Low-profile Micro-positioning Stage,” *Precision Engineering*, Vol. 18, pp. 20~29.

- (5) Pahk, H.J., Lee, D.S. and Park, J.H., 2001, "Ultra Precision Positioning System for Servo Motor-Piezo Actuator using the Dual Servo Loop and Digital Filter Implementation," *Machine Tools & Manufacture*, Vol. 41, pp. 51~63.
- (6) Yi, B-J., Chung, G.B., Kim. W. K. and Suh. I. H., 2003, "Design and Experiment of a 3-DOF Parallel Micromechanism Utilizing Flexure Hinges," *IEEE Transaction on Robotics and Automation*, Vol. 19, No. 4, pp. 604~612.
- (7) Suh, N.P., 2001, *Axiomatic Design*, Oxford University Press, New York.
- (8) Freeman, R.A. and Tesar, D., 1988, "Dynamic Modeling of Serial and Parallel Mechanisms/Robotics Systems, Part I-Methodology, Part II-Applications," *Proc. of 20th ASME Mechanisms Conference*, Orlando. FL. DE-Vol. 15, No 3, pp. 7~27.
- (9) Kang, H.J., Yi, B-J., Cho, W., and Freeman, R.A., 1990, "Constraint-Embedding Approaches for General Closed-Chain System Dynamic in Terms of A Minimum Coordinate Set." *Proc. ASME Biennial Mechanism Conf.*, Chicago, Vol. 24, pp. 125~132.
- (10) Paros, J.M. and Weisbord, L., 1965, "How to Design Flexure Hinge," *Machine Design*, Vol. 37, No. 27, pp. 151~157.
- (11) Chung, G.B., Yi, B-J., Suh, I.H., Kim, W.K. and Chung, W.K., 2001, "Design and Analysis of a Spatial 3-DOF Micro Manipulator for Tele-operation," *Intelligent Robots and Systems, Proc. IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Maui, pp. 337~342.
- (12) Smith, S.T., Chetwynd, D.G. and Bowen, D.K., 1988, "Design and Assessment of Monolithic High-Precision Translation Mechanisms," *J Phys E: Sci Instrum*, Vol. 20, pp. 977~983.
- (13) Venkataraman, P., *Applied Optimization with MATLAB Programming*, Wiley, New York.