

공리적 설계를 이용한 공간형 3자유도 기구의 최적설계

한석영*, 이병주[†], 김선정⁺⁺, 김종오⁺⁺⁺, 정구봉⁺⁺⁺⁺

(논문접수일 2005. 10. 18, 심사완료일 2005. 11. 7)

The Optimum Design of a Spatial 3-DOF Manipulator Using Axiomatic Design

Seog Young Han*, Byung-Ju Yi[†], Seon Jung Kim⁺⁺, Jong O Kim⁺⁺⁺, Goo Bong Chung⁺⁺⁺⁺

Abstract

Ultra-precision positioning systems basically require high natural frequency and sufficient workspace. To cope with this requirement, flexure hinge mechanisms have been developed. However, previous designs are difficult to satisfy the functional requirements of the system due to difficulty in modeling and optimization process applying for the independent axiomatic design. Therefore, this paper suggests a new design and design procedure based on semi-coupled, axiomatic design. A spatial 3-DOF parallel type micro mechanism is chosen as an exemplary device. Based on preliminary kinematic analysis and dynamic modeling of the system, an optimum design is conducted. To check the effectiveness of the optimal parameters obtained by theoretical approach, simulation has been performed by FEM.

Key Words : Axiomatic Design(공리적 설계), Optimum Design(최적설계), Workspace(작업공간), Natural Frequency(고유 진동수), Flexure Hinge(탄성 헌지), Booster(증폭기), 3-DOF(degree of freedom) Ultra-precision Mechanism(3자유도 초정밀 기구)

1. 서 론

정밀분야 산업에 필수적인 기술인 초정밀 위치결정 기술은 반도체 공정, 의료용 로봇, 전자현미경 등의 산업에서 연구되고 있고 높은 정밀도가 요구되고 있다. 이에 따라 위치정밀도의 향상과 충분한 작업공간의 확보를 동시에 만족하

는 위치결정 기술이 요구되고 있다.

초정밀 위치결정 기구가 갖추어야 할 조건으로는 첫째, 기구의 운동범위는 발생하는 오차를 보정할 수 있을 정도의 작업공간을 가져야 한다. 둘째, 외부 진동이나 힘에도 정밀도를 유지할 수 있도록 높은 고유 진동수와 강성을 가져야 한다. 셋째, 공정에서 발생하는 열변형을 최소화해야 한다. 넷

* 한양대학교 기계공학부 (syhan@hanyang.ac.kr)
주소: 133-791 서울시 성동구 행당동 17번지

+ 한양대학교 전자컴퓨터공학부

++ 한양대학교 대학원 전기제어생체공학부

+++ 한양대학교 대학원 자동차공학과

++++ 한양대학교 대학원 전자전기제어계측공학과

째, 발생하는 오차를 보정할 수 있는 충분한 자유도를 확보해야 한다. 종합적 시각에서 살펴볼 때 가장 중요시할 특성은 높은 고유진동수와 동시에 충분한 작업공간을 가지는 것이다^(1~5).

대부분의 연구에서는 높은 고유진동수와 충분한 작업공간을 가지는 초정밀 위치결정 기구에 대한 연구가 수행되었다^(1~5). 하지만 이들 설계들은 설계공리를 위배하는 설계로 인하여 이들 두 가지 특성을 만족시키는 설계를 하지 못하였다. 요구되는 높은 고유진동수를 구비하기 위해서는 높은 강성과 적은 질량을 가져야 한다. 하지만 작업공간을 확보하고자 다수의 링크와 탄성 힌지의 사용으로 인하여 전체적인 기구의 질량이 증가함으로써 높은 고유진동수를 얻기가 힘들었다^(2,4). 또한 부정확한 모델링으로 이론적인 설계값과 실제 설계값의 오차가 크게 발생하여 설계자가 요구하는 설계값을 얻기에 많은 어려움이 있었다⁽³⁾.

본 연구에서는 위의 문제점을 해결하기 위해 기존의 연구를 공리적 설계(Axiomatic Design)⁽⁶⁾관점에서 분석하여 설계자가 원하는 작업공간과 고유진동수를 동시에 만족하는 공간형 3-DOF(degree of freedom) 미소운동기구의 새로운 설계안과 설계순서를 개발하였다^(7,8). 기구학적 및 동역학적 해석 과정에서 실제 설계값과 거의 일치하는 수학적인 모델을 제시하였다. 제시한 수학적 모델을 컴퓨터 기반의 최적화 알고리즘과 연결하여 설계자가 원하는 동역학적 및 기구학적 특성을 만족하는 최적설계를 가능케 하였다. 또한 최적값의 타당성을 검증하기 위해 FEM을 이용한 시뮬레이션을 수행하였다.

2. 공간형 3-DOF 위치결정 기구의 구조

본 연구에서 사용할 위치결정 기구의 구조는 Fig. 1과 같으며, 공간상에서 α , β , z 방향으로 공간형 3-DOF 구현한다. 본 모델은 3개의 직렬체인이 상판에 연결되는 병렬구조이다. 각각의 직렬체인은 2축 탄성 힌지, 1축 탄성 힌지, 그리고 기본 좌표계에 위치한 압전구동기에 연결된 부스터

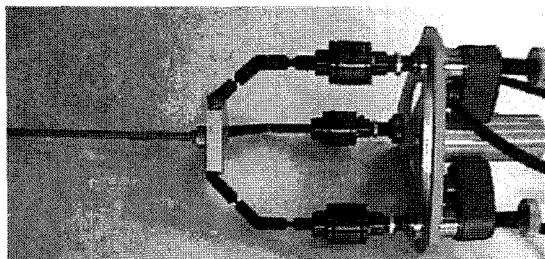


Fig. 1 Spatial 3-DOF micro manipulator⁽⁹⁾

가 하나의 모듈로 제작되었다. 기본좌표계에는 가상하판이 존재한다고 가정하였으며, 각각의 직렬체인에 연결된 부스터에 의해서, 상판은 공간형 3-DOF를 구현하게 된다.

Figs. 2 ~ 3는 각각 1축 탄성 힌지(revolute flexure hinge)와 2축 탄성 힌지(spherical flexure hinge)의 구조를 보여주고 있다. 노치(norch)를 이용한 힌지는 회전 관절(revolute joint) 역할을 하며, 이 기구에서는 회전 스프링으로 간주한다.

3. 기구의 기구학적 및 동역학적 해석

본 연구에서는 KIC(Kinematic Influence Coefficient)방법을 접목하여 기구의 관계식을 벡터형으로 사용한다⁽¹¹⁾.

3.1 역기구학 해석

사용자는 기구를 작동시키기 위해서는 입력과 출력에 의한 기구의 운동관계를 알아야 한다. 입력체에 의한 출력체의 운동관계를 정기구학(forward kinematics)이라 하고, 출력체에 의한 입력체의 운동관계를 역기구학(inverse kinematics)이라 한다.

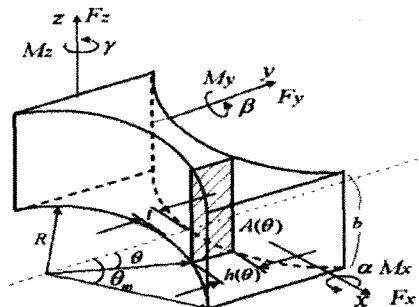


Fig. 2 Single-axis flexure hinge⁽¹⁰⁾

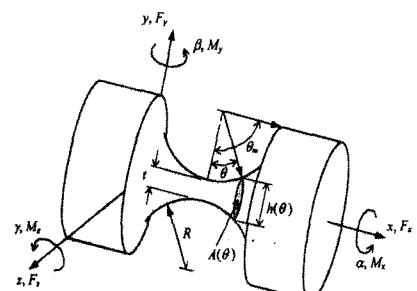


Fig. 3 Spherical flexure hinge⁽¹⁰⁾

관절의 모델 방식과 기구의 좌표계는 각각 Figs. 4~5에 나타내었다. Fig. 4에서 R 과 r 은 각각 가상하판과 상판의 반경이며, H_i 는 압전구동기에 연결된 부스터의 길이변화를 나타낸다. 1축과 2축 탄성 헌지는 각각 1-DOF와 3-DOF를 구현하며, 2축 탄성 헌지의 경우 3개의 회전 관절로 구성된 것으로 모델링하였다. \vec{P}_{bi} 는 기본 좌표계에 대한 상판 중심의 위치벡터(position vector)이다. 상판의 지역 좌표계에 대한 기본 좌표계로의 변환 행렬(transformation matrix)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$T_t^b \cong \begin{bmatrix} n_1 o_1 a_1 x \\ n_2 o_2 a_2 y \\ n_3 o_3 a_3 z \\ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

기구의 상판 출력 벡터(output vector) u 는 x, y, z 와 $x-y-z$ 오일러 각도(Euler angles) α, β, γ 로 표현될 수 있다. 독립

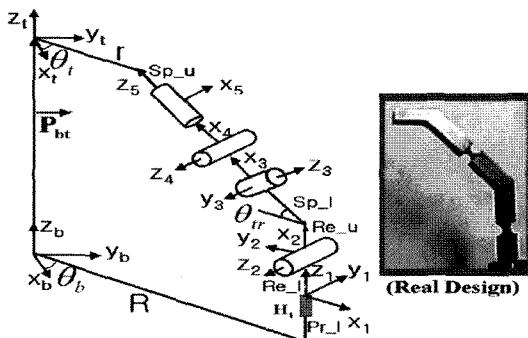


Fig. 4 Modeling of the i -th serial chain⁽⁹⁾

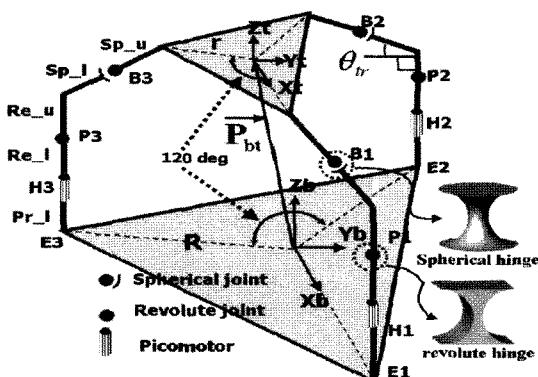


Fig. 5 Structure of spatial 3-DOF manipulator⁽⁹⁾

출력 벡터(independent output vector) u_{ind} 를 α, β, z 로 표현하였으며, 나머지 요소들은 종속 출력 벡터(dependent output vector) u_{dep} 로 정의하였다. i 번째 직렬체인의 입력 벡터(input vector) $^i\phi$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$^i\phi = [H_1, ^1\theta_2, ^1\theta_3, ^1\theta_4, ^1\theta_5]^T \cong [^i\phi_1, ^i\phi_2, ^i\phi_3, ^i\phi_4, ^i\phi_5]^T \quad (2)$$

역기구학은 독립 출력 벡터 $u_{ind} = [\alpha \ \beta \ z]^T$ 가 주어졌을 때, 각 체인의 입력 벡터 $^i\phi$ 를 구하는 것이다. P_i 는 기본 좌표계에 대한 i 번째 직렬체인의 P_i 의 위치벡터를 나타낸다. b_i 는 상판 지역 좌표계에 대한 점 B_i 의 위치 벡터이며, 식 (3) 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} b_1 &= [b_{1x}, 0, -b_{1z}]^T \\ b_2 &= \left[-\frac{1}{2}b_{1x}, \frac{\sqrt{3}}{2}b_{1x}, -b_{1z} \right]^T \\ b_3 &= \left[-\frac{1}{2}b_{1x}, -\frac{\sqrt{3}}{2}b_{1x}, -b_{1z} \right]^T \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 $b_{1x} = r + Sp_u \cos\theta_{tr}$ 와 $b_{1z} = r + Sp_u \sin\theta_{tr}$ 이며, $\theta_{tr} = 45^\circ$ 의 값을 가진다. b_i 는 다음과 같이 기본 좌표계에 대한 표현이 가능하다.

$$\begin{bmatrix} B_i \\ 1 \end{bmatrix} = [T_i^b] \begin{bmatrix} b_i \\ 1 \end{bmatrix}. \quad i=1, 2, 3 \quad (4)$$

식 (4)을 사용하여 점 B_i 를 기본 좌표계에 대하여 표현하였다. 링크 $\overline{B_1P_1}$, $\overline{B_2P_2}$ 과 $\overline{B_3P_3}$ 는 $Y = 0$, $Y = \sqrt{3}/2$ 과 $Y = -\sqrt{3}/2$ 평면상에서 움직이는 1축 탄성 헌지에 의해 구속되며, 구속방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} y_c &= -n_2 b_{1x} + a_2 b_{1z}, \quad n_2 = o_1 \\ x_c &= -\frac{1}{2}(o_2 b_{1x} - n_1 b_{1x} - 2a_1 b_{1z}) \end{aligned} \quad (5)$$

식 (5)를 $x-y-z$ 오일러 각도를 사용하여 표현하면 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} n_1 &= \cos\beta \cos\gamma, \quad n_2 = \sin\alpha \sin\beta \cos\gamma + \cos\alpha \sin\gamma \\ n_3 &= -\cos\alpha \sin\beta \cos\gamma + \sin\alpha \sin\gamma \\ o_1 &= -\cos\beta \sin\gamma, \quad o_2 = -\sin\alpha \sin\beta \sin\gamma + \cos\alpha \cos\gamma \\ o_3 &= \cos\alpha \sin\beta \sin\gamma + \sin\alpha \cos\gamma \\ a_1 &= \sin\beta, \quad a_2 = -\sin\alpha \cos\beta, \quad a_3 = \cos\alpha \cos\beta \end{aligned} \quad (6)$$

식 (3)부터 식 (6)을 이용하여 z 축에 대한 오일러 각도 γ

는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\gamma = \arctan\left(-\frac{\sin \alpha \sin \beta}{\cos \alpha + \cos \beta}\right) \quad (7)$$

주어진 α 와 β 그리고 γ 를 식 (6)에 대입하면 T_t^b 의 모든 값을 얻을 수 있으며, 이 값들은 식 (5)를 이용하여 x_c 와 y_c 값을 계산할 수 있다. 그러므로 B_i 는 식 (3)에 의해 얻어질 수 있으며, 각 체인의 $\overline{B_i P_i}$ 는 다음과 같이 얻어질 수 있다.

$$\overline{B_i P_i} = \{(B_{ix} - P_{ix})^2 + (B_{iy} - P_{iy})^2 + (B_{iz} - P_{iz})^2\}^{0.5} \quad (8)$$

여기서 $B_{ix}, B_{iy}, B_{iz}, P_{ix}, P_{iy}$ 그리고 P_{iz} 는 점 B_i 와 P_i 의 기본 좌표계에 대한 위치 벡터이다. 그러므로 부스터의 이동거리 Hi 는 다음 식 (9)로부터 얻을 수 있다.

$$Hi = B_{iz} - Pr_l - Re_l - \left(\overline{B_i P_i}^2 - (B_{ix} - P_{ix})^2 - (B_{iy} - P_{iy})^2 \right)^{0.5} \quad (9)$$

i 번쨰 직렬체인의 1축 탄성 힌지의 회전각 ${}^i\theta_2$ 은 Fig. 6에 서 기구학적으로 다음과 같이 구해진다.

$${}^i\theta_2 = \pi/2 - {}^i\theta_d - {}^i\theta \quad (10)$$

i 번쨰 직렬체인의 2축 탄성 힌지의 회전각 ${}^i\theta_3, {}^i\theta_4, {}^i\theta_5$ 는 식 (11)로부터 구할 수 있다.

$${}^i[T_1^2]'[T_b^1]'[T_1^b]'[T_s'] = {}^i[T_3^2]'[T_4^3][T_5^4] \quad (11)$$

여기서 ${}^i[T_j^k]$ 는 i 번쨰 직렬체인의 j 번쨰 좌표계를 k 번째 좌표계로 변환시켜 주는 행렬이다. 식 (11)의 왼쪽 항은 주

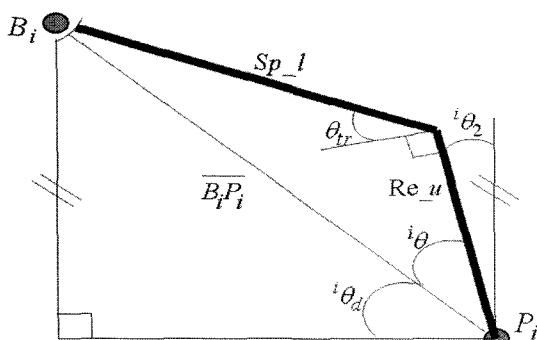


Fig. 6 Geometric solution of ${}^i\theta_2$

어진 값이며, 오른쪽 항은 ${}^i\theta_3, {}^i\theta_4, {}^i\theta_5$ 의 함수로 구성되어 있다. 왼쪽 항을 다음 식 (12)와 같이 정의할 때, 2축 탄성 힌지의 회전각은 식 (13)과 같이 구할 수 있다.

$${}^i[T_1^2]'[T_b^1]'[T_1^b]'[T_5^t] \cong \begin{bmatrix} e_1 & f_1 & g_1 & i_1 \\ e_2 & f_2 & g_2 & i_2 \\ e_3 & f_3 & g_3 & i_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$${}^i\theta_3 = \arctan\left(\frac{g_3}{g_3 \cos \theta_n + g_2 \sin \theta_n}\right)$$

$${}^i\theta_4 = \arctan\left(\frac{e_2 - e_1}{f_2 - f_1}\right) \quad (13)$$

$${}^i\theta_5 = A \tan 2(g_2 \cos \theta_n - g_1 \sin \theta_n, \frac{g_1 \cos \theta_n + g_2 \sin \theta_n}{g_3 \cos \theta_3})$$

3.2 1차 기구학

i 번째 직렬 체인의 말단 장치(end-effector)의 속도 벡터는 입력 속도 벡터의 함수로 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\dot{u} = [{}_i G_\phi^p]^T \dot{\phi} \quad (14)$$

여기서 출력 속도 벡터 \dot{u} 는 다음과 같이 표시된다.

$$\dot{u} = [p \ w_{End}]^T \quad (15)$$

p 와 w_{End} 는 각각 다음과 같이 정의된다.

$$p \cong [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T = [{}_i G_\phi^p]^T \dot{\phi} \quad (16)$$

$$w_{End} \cong [\dot{\alpha} \ \dot{\beta} \ \dot{\gamma}]^T = [{}_i G_\phi^{End}]^T \dot{\phi} = [G_{Fix}^{End}] [{}_i G_\phi^{Fix}]^T \dot{\phi} \quad (17)$$

여기서 $[{}_i G_\phi^p]$, $[G_{Fix}^{End}]$, 그리고 $[{}_i G_\phi^{Fix}]$ 는 다음 식 (18)에서 식 (21)로부터 구할 수 있다⁽⁹⁾.

$$[{}_i G_\phi^p] = [{}^i s_1 \ {}^i s_2 \times (P - {}^i R_2) \ {}^i s_3 \times (P - {}^i R_3) \ {}^i s_4 \times (P - {}^i R_4) \ {}^i s_5 \times (P - {}^i R_5)] \quad (18)$$

$$[G_{Fix}^{End}] = [G_{End}^{Fix}]^{-1} \quad (19)$$

$$[G_{Fix}^{End}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \sin \beta \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \cos \beta \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \cos \beta \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$[{}_i G_\phi^{Fix}] = [0_{(3-1)} \ {}^i s_2 \ {}^i s_3 \ {}^i s_4 \ {}^i s_5] \quad (21)$$

식 (18)부터 식 (21)까지 ${}^i s_i$ 는 기본 좌표계에 대한 i 번째 직렬체인의 j 번쨰 좌표계의 z축 속도 벡터이며 P 는 기본 좌표

계에 대한 상판 좌표계의 위치 벡터이다. 또한 ' R_i '는 기본 좌표계에 대한 i 번째 직렬체인의 j 번째 좌표계의 위치 벡터이며, $[G_{Eul}^{fix}]$ 는 오일러 벡터(Euler rate vector)와 기본 좌표계에 대한 각 속도 벡터(angular velocity vector)을 관계 짓는 자코비 안 행렬이다⁽¹²⁾. 그리고 $[{}_i G_a^u]$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$[{}_i G_a^u] = \begin{bmatrix} [{}_i G_a^u] \\ [{}_i G_a^{Eul}] \end{bmatrix} \quad (22)$$

세 개의 직렬 체인은 상판에서 동일한 속도를 가지기 때문에, 다음과 같은 두 개의 구속 루프 방정식이 존재한다.

$$[{}_1 G_a^u] \underline{\dot{\phi}} = [{}_2 G_a^u] \underline{\dot{\phi}} \quad (23)$$

$$[{}_1 G_a^u] \underline{\dot{\phi}} = [{}_3 G_a^u] \underline{\dot{\phi}} \quad (24)$$

이들 방정식의 관계를 이용하여 독립관절과 종속관절의 관계를 식 (25)와 같이 얻을 수 있다.

$$\underline{\dot{\phi}}_p = [G_a^p] \underline{\dot{\phi}}_a \quad (25)$$

여기서 독립 관절 속도 벡터(active velocity vector) $\underline{\dot{\phi}}_a$ 와 종속 관절 속도 벡터(passive velocity vector) $\underline{\dot{\phi}}_p$ 는 각각 다음과 같이 표현된다.

$$\underline{\dot{\phi}}_a = [\dot{\phi}_1 \ \dot{\phi}_2 \ \dot{\phi}_3]^T \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \underline{\dot{\phi}}_p = & [\dot{\phi}_2 \ \dot{\phi}_3 \ \dot{\phi}_1 \ \dot{\phi}_4 \ \dot{\phi}_2 \ \dot{\phi}_3 \ \dot{\phi}_2 \ \dot{\phi}_3 \ \dot{\phi}_4 \ \dot{\phi}_3] \\ & [\dot{\phi}_4 \ \dot{\phi}_3 \ \dot{\phi}_2 \ \dot{\phi}_3 \ \dot{\phi}_3 \ \dot{\phi}_4 \ \dot{\phi}_3 \ \dot{\phi}_3] \end{aligned} \quad (27)$$

이제 첫 번째 직렬 체인의 입력 속도 벡터는 식 (28)과 같이 독립관절의 속도 벡터로 표현될 수 있다.

$$\underline{\dot{\phi}} = [{}_1 G_a^u] \underline{\dot{\phi}}_a \quad (28)$$

여기서

$$[{}_1 G_a^u] = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 & [G_a^p]_1^T & [G_a^p]_2^T & [G_a^p]_3^T & [G_a^p]_4^T \end{bmatrix}^T \quad (29)$$

식 (29)에서 $[G_a^p]_j$ 는 $[G_a^p]$ 행렬의 j 번째 행을 표현한다. 식 (28)을 식 (14)에 대입하면 출력 속도 벡터와 독립 관절 속도 벡터의 관계가 다음과 같이 얻어진다.

$$\underline{\dot{\phi}} = [G_a^u] \underline{\dot{\phi}}_a, [G_a^u] = [{}_1 G_a^u] [{}_1 G_a^p] \quad (30)$$

최종적으로 독립 관절과 독립 출력 속도 벡터는 식 (30)을 이용하여 다음과 같이 구해진다.

$$\underline{\dot{\phi}}_{ind} = [\dot{\alpha} \ \dot{\beta} \ \dot{z}]^T = [G_a^{ind}] \underline{\dot{\phi}}_o \quad (31)$$

3.3 동역학적 해석

설계자는 정확한 모델링 방법을 통하여 기구의 고유 진동수를 알아내고 요구되는 고유 진동수에 맞추어 기구를 설계하여야 한다. 기구의 링크를 강체 그리고 힌지를 회전 스프링으로 가정하면 다음과 같은 동역학 방정식이 주어진다.

$$[I_{uu}^*] \ddot{u} + [K_{uu}] u = R \quad (32)$$

여기서 $[I_{uu}^*]^{-1}$ 와 $[K_{uu}]$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$[I_{uu}^*] = \sum_{i=1}^3 \left\{ [{}_i G_a^{\phi}]^T [{}_i I_{\phi\phi}^*] [{}_i G_a^{\phi}] \right\} \quad (33)$$

$$[K_{uu}] = \sum_{i=1}^3 \left\{ [{}_i G_a^{\phi}]^T [{}_i K_{\phi\phi}] [{}_i G_a^{\phi}] \right\} \quad (34)$$

여기서, $[K_{uu}]$ 는 모든 탄성 힌지의 강성을 고려한 상판에서의 강성이며, $[I_{uu}^*]^{-1}$ 는 i 번째 직렬 체인의 5×3 크기를 가지는 관절기준 관성행렬(joint referenced effective inertia matrix)이다⁽⁷⁾. 그리고 $[K_{\phi\phi}]$ 는 다음과 같다.

$$[{}_i K_{\phi\phi}] = diag [k_1, k_2, k_3, k_4, k_5] \quad (35)$$

기구의 고유 진동수는 SVD(Singular Value Decomposition)을 사용함으로써 다음과 같이 구할 수 있다.

$$A = [I_{uu}^*]^{-1} [K_{uu}] = U \Sigma V^T \quad (36)$$

여기서, 대각행렬 Σ 의 i 번째 특이치(singular value) σ_i 는 다음과 같이 주어진다.

$$\sigma_i = U_i^T \Sigma V_i \quad (37)$$

여기서, σ_i 는 기구의 i 번째 고유진동수를 의미하여 U 와 V 는 각각 점 P 에 대한 직교행렬이며, 기구의 고유진동수는 최종적으로 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$f_i = \frac{\sigma_i}{2\pi} \quad (38)$$

본 연구에서는 기구의 1차 고유 진동수만을 고려하여 설계하였다.

4. 기구 및 부스터 설계

4.1 기구의 최적설계

설계순서에 맞추어 먼저 고유 진동수를 만족시키는 설계를 수행하였다. 기구가 가져야 하는 고유 진동수는 500Hz로 설정하였다. 최적설계 과정에서는 목적함수를 기구의 질량 최소화로 설정하여 수행하였다.

기구의 고유진동수는 각 직렬체인의 링크길이, 폭, 탄성힌지의 반경, 높이, 두께에 의해서 결정되기 때문에 이들을 설계변수(design variables)로 설정하였으며, 시스템은 대칭구조(symmetric structure)로 이루어졌기 때문에 1개의 직렬체인에 대하여 최적설계를 수행하였다.

최적화 문제를 풀기 위해서는 힌지에서의 최대 응력, 기구의 형상, 크기 등의 제한조건이 고려되어야 한다. 첫 번째는 기구의 항복응력으로 힌지의 응력은 항상 항복응력보다 작아야한다. 힌지에서 발생하는 최대응력은 다음과 같다.

$$\sigma_{\max} = \frac{6M_z K_t}{t^2 b} \quad (39)$$

여기서 M_z 는 힌지에서의 모멘트(moment), K_t 는 응력집중계수⁽¹³⁾이며 이들은 각각 다음과 같이 주어진다.

$$M_z = k\theta \quad (40)$$

$$K_t = (2.7t + 5.4R)/(8R + t) + 0.325 \quad (41)$$

여기서 k 는 힌지의 회전 강성이며, t , b 그리고 R 은 각각 해당 힌지의 두께, 높이 그리고 반경을 나타낸다. 3개 힌지의 허용응력에 관한 제한조건은 다음과 같다.

$$g_{1-4} = S_f |\theta| - \frac{t^2 b}{6k K_t} \sigma_y < 0, \quad i = 2, 3, 4, 5 \quad (42)$$

두 번째로 고려되어야 할 제한조건은 기구의 크기와 구조에 관한 것으로 이를 크기와 구조에 대한 제한조건은 각각 다음과 같다.

$$g_5 = [(Sp_u + Sp_l) \times \sin \theta_v + Re_u + Re_l] - C_1 \quad (43)$$

$$g_6 = [(Sp_u + Sp_l) \times \cos \theta_v + r] - C_2 \quad (44)$$

세 번째로 고려되어야 할 제한조건은 기구의 형상에 관한 조건이다. 기구는 적은 입력으로도 넓은 작업 공간을 가지는 구조를 가져야 하며, 제한조건은 다음과 같다.

$$g_7 = (Sp_u + Sp_l) - (Re_u + Re_l) \quad (45)$$

네 번째로 고려되어야 할 제한조건은 탄성 힌지의 구조에 대한 조건이다. 탄성 힌지의 경우 구조가 1축 힌지의 경우 $Re_t \ll Re_b$, $Re_t \ll Re_r$ 조건을, 2축 힌지의 경우 $Sp_t \ll Sp_r$ 조건을 만족할 때 수학적인 강성 모델과 실제 강성모델이 일치하며⁽¹³⁾, 제한조건은 다음과 같다.

$$g_8 = C_3 \frac{Re_r}{Re_t} \quad (46)$$

$$g_9 = C_3 \frac{Re_b}{Re_t} \quad (47)$$

$$g_{10} = C_3 \frac{Sp_r}{Sp_t} \quad (48)$$

다섯 번째로 고려되어야 할 제한조건은 힌지 강성에 대한 조건이다. 힌지의 강성이 매우 클 경우 압전구동기에 의한 구동이 불가능하므로 제어 가능한 강성을 가져야 하며, 제한조건은 다음과 같다.

$$g_{11} = k_i - C_4, \quad i = 2, 3, 4, 5 \quad (49)$$

마지막으로 고려되어야 할 조건은 기구의 고유진동수로 외부의 진동과 압전구동기에서 발생하는 진동으로부터 정밀도를 유지해야 한다. 제한조건은 다음과 같다.

$$g_{12} = C_5 - \text{frequency} \quad (50)$$

위의 제한조건에 사용된 상수(C_i)는 Table 1에 표기하였으며, 최적화 문제의 정식화는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &\text{Minimize} \quad \text{mass} \\ &\text{Subject to} \quad g_i < 0 \quad i = 1, \dots, 12 \\ &\quad 5 < r < 40 \\ &\quad 15 < Sp_u < 50, \quad 15 < Sp_l < 50 \\ &\quad 15 < Re_u < 50, \quad 30 < Re_l < 30 \\ &\quad 2 < Sp_r < 5, \quad 2 < Re_r < 5 \\ &\quad 0.3 < Sp_t < 2, \quad 0.3 < Re_t < 2 \\ &\quad 5 < Re_b < 10 \\ &\text{Find} \quad \underline{x} = [r \ Sp_u \ Sp_l \ Re_u \ Re_l \\ &\quad \quad \quad Sp_r \ Re_r \ Sp_t \ Re_t \ Re_b] \end{aligned}$$

Table 1 Constants used for the manipulator design

Constants	s_f	σ_y (MPa)	C_1 (mm)	C_2 (mm)	C_3 (N/mm)	C_4 (Hz)	C_5 (Hz)
Values	9	250	500	300	5	30	500

최적화 문제의 해를 얻기 위하여, SQP(Sequential Quadratic Programming) 알고리즘을 사용했으며, 수치해석 프로그램인 MATLAB⁽¹²⁾을 이용하여 Table 2와 같은 결과를 얻었다. 하지만 최적화된 값을 실제 설계에 반영하기 어렵기 때문에 소수 둘째 자리까지 값을 기준하여, 목적함수를 최소화하는 방향으로 각 설계변수를 조정하였다.

4.2 부스터의 용량결정

제시한 설계순서에 따라 고유진동수를 만족하는 설계 후 작업 공간을 만족하도록 부스터의 용량을 결정하여야 한다. 기구가 가져야 하는 작업공간은 기구 상판이 각각 x축과 y 축에 대한 회전각에 대하여 $-0.5^\circ \leq \alpha \leq 0.5^\circ$ 와 $-0.5^\circ \leq \beta \leq 0.5^\circ$ 의 운동을 한다고 설정하였다.

본 기구의 등방성 지수(isotropic index)를 $\alpha - \beta$ 평면에 나타낼 경우 상판이 위치가 0° 를 중심으로 동일반경에서 같은 값을 가지며, 임의의 $\alpha - \beta$ 회전 방향으로 동일한 운동 특성을 가진다. 따라서 본 연구에서는 편의상 β 회전각을 기준하여 설계하였다. Table 2에서 얻은 설계값(design value)으로 기구를 설계할 경우 상판을 β 회전각이 0.5° 회전을 구현하기 위해서는 첫 번째 직렬 체인의 첫 번째 관절에서 $135.4\mu\text{m}$ 의 길이 변화가 일어나야 한다.

하지만 2cm 길이의 입전구동기를 사용할 경우 최대 길이가 $20\mu\text{m}$ 불과하여 구동을 위한 변위를 얻을 수 없다. 하지만 체적비율이 6.77을 가지는 부스터를 설계함으로써 $135.4\mu\text{m}$ 로 압전구동기의 변위를 증폭시킬 수 있다.

본 연구에서는 500Hz 의 고유 진동수를 가지는 기구를 먼저 설계한 후, 요구되는 작업공간에 맞추어 부스터의 용량을 결정함으로써, 높은 고유진동수와 넓은 작업공간을 동시에 가지는 초정밀 위치결정 기구의 설계를 가능케 하였다.

Table 2 Results of optimization

Design variables (mm)	Previous and optimal values		
	Previous	Optimum	Design
<i>r</i>	15	5	5
<i>Sp_u</i>	11.87	15	15
<i>Sp_l</i>	16.27	15	15
<i>Re_u</i>	11.88	15	15
<i>Re_l</i>	30	30	30
<i>Sp_r</i>	1.5	2.7060	2.70
<i>Re_r</i>	1.65	2.0356	2.03
<i>Sp_t</i>	1	0.5412	0.54
<i>Re_t</i>	0.7	0.3128	0.31
<i>Re_b</i>	4	5	5

5. 시뮬레이션

기존에 설계된 위치제어 기구들의 FEM 시뮬레이션 해석값과 실제 기구 제작에 의한 실험값이 일치한다는 연구결과⁽¹²⁾로부터, 본 연구에서는 FEM을 이용한 시뮬레이션만 수행하였으며, 사용된 프로그램은 ANSYS이다.

Figs. 7~8는 고유 진동수에 대한 시뮬레이션 결과를 보여준다. 기존 설계의 경우 805.58Hz 의 고유진동수를, 최적 설계의 경우 507.47Hz 의 고유진동수를 가진다. 이는 수학적 모델값 505.32Hz 와 비교하여 매우 적은 오차율을 가지며, 기구의 수학적 모델이 매우 정확하다는 것을 의미한다.

온력에 대한 FEM 시뮬레이션 결과는 Figs. 9~10과 같다. 기구의 작업공간을 상판을 기준하여 반경 0.5° 로 설정하였으며, 각각 상판을 α 방향, β 방향으로 0.5° 작동시켰을 때의

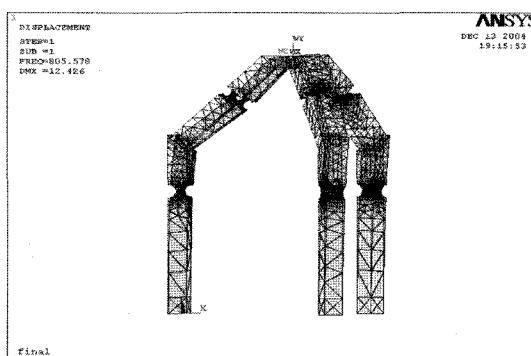


Fig. 7 Natural frequency of the previous design

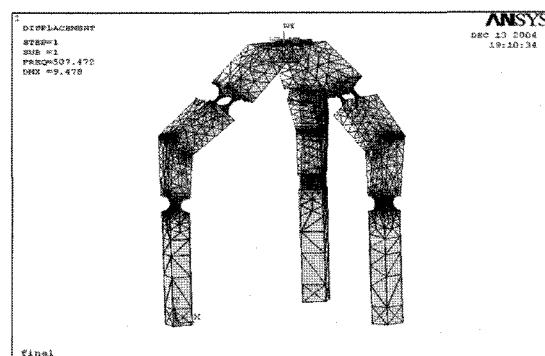
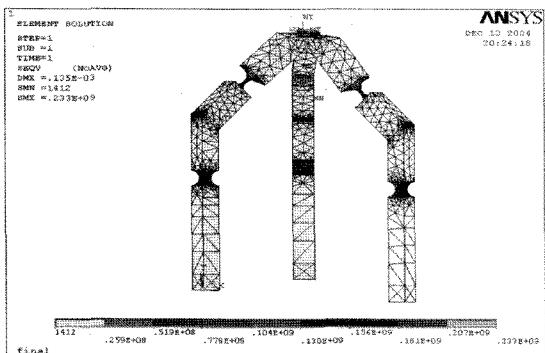
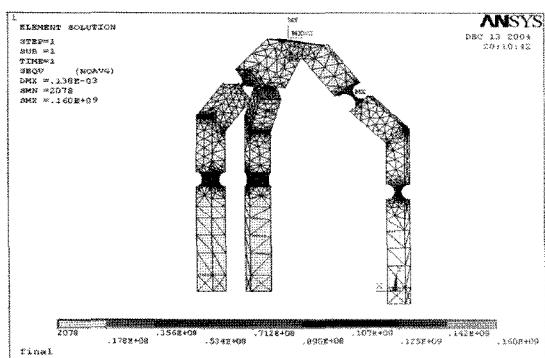


Fig. 8 Natural frequency of the optimal design

Fig. 9 Maximum stress in the α -directionFig. 10 Maximum stress in the β -direction

α 방향에 대해서는 223MPa, β 방향에 대해서는 160MPa의 최대 응력이 발생하였다. 이는 재료의 항복응력인 250MPa 보다 낮은 값이며, 최대 작업 공간 0.5° 를 만족함을 확인할 수 있다.

6. 결론

본 연구에서는 공리적 설계 관점에서 기존 설계를 분석하고 공리 설계를 만족시키는 공간형 3-DOF 초정밀 위치제어 기구의 최적설계를 한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 설계변수를 결정할 때 컴퓨터 기반의 수치적 방법을 이용하여, 요구되는 정역학적 및 동역학적 특성을 손쉽게 만족하는 설계를 가능하게 하였다.
- (2) 최적설계값은 유한요소법 시뮬레이션을 통하여 설정한 고유진동수와 작업공간을 동시에 만족함을 확인하였다.

후기

본 논문은 과학기술부 2005년도 “특성기초연구지원사업”의 연구비 지원에 의해 연구되었음.

참고문헌

- (1) Gao, P., Swei, S.M. and Yuan, Z., 1999, “A New Piezodriven Precision Micropositioning Stage Utilizing Flexure Hinges,” *Nanotechnology*, Vol. 10, pp. 394~398.
- (2) Scire, F.E. and Teague, E.C., 1978, “Piezo- driven 50- μm Range Stage with Subnanometer Resolution,” *Rev. Sci. Instrum.*, Vol. 49, No. 12, pp. 1735~1740.
- (3) Ryu, J.W., Gweon, D.G. and Moon, K.S., 1997, “Optimal Design of a Flexure Hinge Based XY θ Wafer Stage,” *Precision Engineering*, Vol. 21, pp. 18~28.
- (4) Yang, R., Jouaneh, M. and Schweizer, R., 1996, “Design and Characterization of a Low-profile Micro-positioning Stage,” *Precision Engineering*, Vol. 18, pp. 20~29.
- (5) Pahk, H.J., Lee, D.S. and Park, J.H., 2001, “Ultra Precision Positioning System for Servo Motor-Piezo Actuator using the Dual Servo Loop and Digital Filter Implementation,” *Machine Tools & Manufacture*, Vol. 41, pp. 51~63.
- (6) Suh, N.P., 2001, *Axiomatic Design*, Oxford University Press, New York.
- (7) Freeman, R.A. and Tesar, D., 1988, “Dynamic Modeling of Serial and Parallel Mechanisms/Robotics Systems, Part I-Methodology, Part II-Applications,” *Proc. of 20th ASME Mechanisms Conference*, Orlando. FL. DE-Vol. 15, No 3, pp. 7~27.
- (8) Kang, H.J., Yi, B-J., Cho, W., and Freeman, R.A., 1990, “Constraint-Embedding Approaches for General Closed-Chain System Dynamic in Terms of A Minimum Coordinate Set.” *Proc. ASME Biennial Mechanism Conf.*, Chicago, Vol. 24, pp.125-132.
- (9) Chung, G.B., Yi, B-J., Suh, I.H., Kim, W.K. and Chung, W.K., 2001, “Design and Analysis of a

- Spatial 3-DOF Micro Manipulator for Tele-operation," *Intelligent Robots and Systems, Proc. IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Maui, pp. 337~342.
- (10) Ryu, J.W., 1997, "6-Axis Ultraprecision Positioning Mechanism Design and Positioning Control," *Ph. D. dissertation*, Department of Mechanical Engineering, KAIST.
- (11) Yi, B-J., Chung, G.B., Kim. W. K. and Suh. I. H., 2003, "Design and Experiment of a 3-DOF Parallel Micromechanism Utilizing Flexure Hinges," *IEEE Transaction on Robotics and Automation*, Vol. 19, No. 4, pp. 604~612.
- (12) Craig, J., 1986, *Introduction to Robotics*, Addison-Wesley, Menlo Park, CA.
- (13) Smith, S.T., Chetwynd, D.G. and Bowen, D.K., 1988, "Design and Assessment of Monolithic High-Precision Translation Mechanisms," *J Phys E: Sci Instrum*, Vol. 20, pp. 977~983.
- (14) Venkataraman, P., *Applied Optimization with MATLAB Programming*, Wiley, New York.