

# 가중 퍼지 페트리네트 표현에서 경험정보로 확신도를 이용하는 가중 퍼지추론

이 무 은\* · 이 동 은\*\* · 조 상 엽\*\*\*

## Weighted Fuzzy Reasoning Using Certainty Factors as Heuristic Information in Weighted Fuzzy Petri Net Representations

Moo Eun Lee\* · Dong Eun Lee\*\* · Sang Yeop Cho\*\*\*

### Abstract

In general, other conventional researches propose the fuzzy Petri net-based fuzzy reasoning algorithms based on the exhaustive search algorithms. If it can allow the certainty factors representing in the fuzzy production rules to use as the heuristic information, then it can allow the reasoning of rule-based systems to perform fuzzy reasoning in more effective manner.

This paper presents a fuzzy Petri net(FPN) model to represent the fuzzy production rules of a rule-based system. Based on the fuzzy Petri net model, a weighted fuzzy reasoning algorithm is proposed to perform the fuzzy reasoning automatically. This algorithm is more effective and more intelligent reasoning than other reasoning methods because it can perform fuzzy reasoning using the certainty factors which are provided by domain experts as heuristic information

Keywords : Weighted fuzzy Petri nets, Fuzzy reasoning, Fuzzy numbers

논문접수일 : 2004년 10월 27일      논문게재확정일 : 2005년 6월 25일

\* 주저자, 육군전술 C4I 개발단

\*\* 청운대학교 인터넷컴퓨터학과 교수

\*\*\* 교신저자, 청운대학교 인터넷컴퓨터학과 교수, (350-701)충남 홍성군 홍성읍 남장리 산 29,  
Tel : 041-630-3253, Fax : 041-634-8700, e-mail : sycho@mail.chungwoon.ac.kr

## 1. 서론

사람들이 사용하고 있는 지식의 불확실성(uncertainty)을 처리하기 위한 많은 방법들이 연구되고 있다[Grzymala-Busse, 1991; Kanal et al., 1986]. 이러한 지식의 불확실성을 다루기 위한 방법들 중에 많이 연구하고 있는 것이 퍼지 페트리네트[Looney, 1988; Chen, 1990; 전명근 외, 1992; Garg et al., 1992; 조상엽 외, 1994; Bugarin et al., 1994; Sheng-Ke, 1995; 전명근, 1996; Konar et al., 1996; Manoj et al., 1998; Chen, 2000; 조경달 외, 2004]를 이용하는 것이다. 퍼지 페트리네트는 페트리네트[Peterson, 1981; Murata, 1989]에 퍼지개념[Zadeh, 1965; 1992]을 표현할 수 있도록 확장한 네트로서, 정보의 흐름, 객체간의 입출력관계 등을 잘 보여줄 수 있는 그래프 모형화 방법이다. 그러므로 퍼지 페트리네트는 퍼지 지식표현과 퍼지추론에 유연하고 효과적인 접근법으로 사용할 수 있다.

본 논문에서는 규칙기반 시스템의 지식베이스에 있는 퍼지 생성규칙을 퍼지 페트리네트로 표현하고, 이를 기반으로 하여 퍼지 생성규칙의 확신도를 경험정보로 사용하는 가중 퍼지추론 알고리즘을[Chen, 1990; 2002]를 기반으로 하여 제안한다. 기존의 퍼지 페트리네트에 관한 연구들 살펴보면 퍼지 생성규칙의 확신도를 퍼지집합으로 표현하여 퍼지추론하는 방법[Chen, 1990], 퍼지 생성규칙의 믿음값과 규칙에 나타나는 명제의 믿음값을 퍼지개념의 유무를 고려하여 퍼지추론하는 방법[조상엽 외, 1994], 퍼지 생성규칙의 확신도와 규칙에 나타나는 명제의 진리값을 퍼지숫자로 표현하고, 규칙에 나타나는 명제의 중요도를 가중값으로 표현하여 가중 퍼지추론하는 방법[Chen, 2002], 퍼지 생성규칙의 확신도와 규칙에 나타나는 명제의 진리값을 기존의 퍼지집합이 아닌 구간값 퍼지집합(interval-valued

fuzzy set)으로 표현하여 구간값 퍼지집합 퍼지추론을 하는 방법 등이 연구되었다. 또한 기존의 퍼지 페트리네트를 기반으로 개발되고 제안된 추론알고리즘들은 적용 가능한 모든 규칙을 적용하여 서로 다른 확신도를 갖는 복수개의 결론을 생성하는 총체적(exhaustive) 탐색 알고리즘에 기반을 두고 있다. 만일 규칙기반 시스템의 추론시 퍼지 생성규칙에 나타나는 가장 강력한 확신도를 갖는 규칙만을 고려한다면 추론알고리즘은 이 확신도를 경험정보(heuristic information)로 사용하여 다른 규칙들을 배제하는 것이 가능하므로 탐색공간을 줄일 수가 있다[Nilsson, 1998; Russell, 1995]. 그러므로 규칙기반시스템을 개발할 때 영역전문가가 자신의 전문 지식과 경험을 바탕으로 제공하는 확신도를 경험정보로 사용하는 가중 퍼지추론 알고리즘은 총체적 탐색에 기반을 둔 기존의 퍼지추론 방법보다 규칙기반 시스템을 더 유연하고 더 효율적으로 추론을 하는 것을 가능하게 한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 관련연구를 살펴본다. 3장에서는 퍼지숫자에 대하여 간단하게 기술한다. 4장에서는 지식표현과 추론에 대해 기술하고, 지식표현에 사용할 가중 퍼지 페트리네트에 대해 설명한다. 5장에서는 가중 퍼지추론 알고리즘을 제안하고, 예를 보인다. 그리고 6장에서는 결론을 기술한다.

## 2. 관련연구

Looney, G. C.은 [Looney, 1988]에서는 처음으로 퍼지 페트리네트를 도입하여, 규칙기반의 사결정에 사용하기 위해 기존의 페트리네트를 퍼지 페트리네트로 확장하고, 여기에 사용하기 위한 퍼지추론 알고리즘은 퍼지 집합을 표현하는 퍼지행렬을 기반으로 개발하였다. Chen, S. M. 등은 [Chen et al., 1990]에서는 규칙베이스

에 있는 퍼지 생성규칙을 퍼지 페트리네트로 모형화하는 방법과 퍼지 생성규칙의 확신도와 규칙에 나타나는 명제의 확신도를 퍼지집합으로 표현하여 퍼지추론을 하는 추론알고리즘을 제안하였다. Sheng-Ke Y.는 [heng-Ke, 1995]에서 [Chen et al., 1990]의 연구에서 퍼지 생성규칙에 대한 모형화 방법의 오류를 지적하고 해결방법을 제안하였다. Manoj, T. V. 등은 [Manoj et al., 1998]에서 [Chen et al., 1990]의 연구에서 알고리즘의 오류를 지적하고 해결방법을 제시하였다. Garg, M. L.은 [Garg et al., 1992]에서는 퍼지 지식베이스를 퍼지 페트리네트로 표현하고, 이 지식베이스의 일관성 검사와 정리증명을 위한 반박(refutation)방법을 퍼지 페트리네트에서 플레이스와 트랜지션을 제거하여 일관성 검사와 정리증명을 하는 퍼지 페트리네트의 축소(reduction) 방법을 제안하였다. 전명근 등은 [전명근 외, 1992]에서 퍼지 페트리네트를 행렬로 표현하는 방법과 여러 개의 규칙을 동시에 처리하기 위한 병렬추론 알고리즘을 제안하였다. Bugarin, A. J.은 [Bugarin et al., 1994]에서는 지식베이스 내에서 연결(chaining)되어 있는 규칙을 표현하고 퍼지추론을 다루기 위한 점증적(incremental) 추론을 제안하기 위해 퍼지 페트리네트를 사용하였다. 조상엽 등은 [조상엽 외, 1994]에서는 퍼지 생성규칙의 믿음값과 규칙에 나타나는 명제의 믿음값을 퍼지집합을 기반으로 하여 표현하고, 규칙의 전제부와 결론부에 있는 명제에 퍼지개념의 유무에 따라 결론의 믿음값을 평가하는 방법을 제안하였다. 이 방법은 [Chen et al., 1990]에서와 같이 min과 max 연산을 이용하여 확신도를 계산하는 방법과 달리 규칙에 있는 명제의 퍼지개념을 고려하여 결론의 확신도를 계산하였다. Konar, A. 등은 [Konar et al., 1996]에서는 퍼지 생성규칙에 나타나는 퍼지명제의 불확

실성을 추론하기 위해 구조화된 퍼지 추론엔진으로서 퍼지 페트리네트를 이용하는 방법을 제안하였다. 여기에서 사용하는 믿음갱신(belief-revision)은 기존의 확률적인 방법과는 달리 퍼지집합을 사용하였다. 전명근은 [전명근, 1996]에서 연쇄구조를 갖는 규칙을 퍼지추론시스템을 퍼지 페트리네트로 모델링하고 행렬에 기반을 둔 다단계 병렬추론알고리즘을 제안하였다. Chen, S. M.은 [Chen, 2000]에서는 규칙의 확신도를 0과 1사이의 실수로 표현하고, 규칙의 확신도를 구하기 위해 min과 max 연산을 사용하는 후진추론 알고리즘을 제안하였다. Chen, S. M.은 [Chen, 2002]에서는 퍼지 생성규칙의 확신도, 규칙에 나타나는 명제의 진리값과 규칙에 나타나는 명제의 중요도에 따라 부여하는 가중값(weight)을 퍼지숫자로 설정하는 방법을 제안하였다. 이 방법은 퍼지 생성규칙의 전제부에 나타나는 명제와 진단과정에서 환자가 진술하는 증상과는 퍼지매칭이 되고, 환자가 진술하는 각각의 증상은 서로 다른 정도의 중요도(importance)를 갖는 의료진단분야 등에서 사용할 수 있는 모형이 된다. 조경달 등은 [조경달 외, 2004]에서는 퍼지 생성규칙의 확신도와 규칙에 나타나는 명제의 확신도를 기존의 퍼지집합이 아닌 구간값 퍼지 집합을 표현하는 방법과 이를 기반으로 하는 구간값 퍼지집합 추론 알고리즘을 제안하였다.

### 3. 퍼지숫자

Zadeh에 의해 제안한 퍼지집합 이론에서 퍼지집합은 퍼지경계의 한 종류로 볼 수 있다 [18]. 전체집합(universe of discourse)  $U$ ,  $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ 에 있는 퍼지집합  $\tilde{A}$ 는 소속함수  $\mu_{\tilde{A}}, \mu_{\tilde{A}} : U \rightarrow [0,1]$ 에 의해 아래와 같이 표현할 수 있다[Chen, 2002 ; Kaufmann, 1988].

$$\bar{A} = \mu_{\bar{A}}(u_1)/u_1 + \mu_{\bar{A}}(u_2)/u_2 + \dots + \mu_{\bar{A}}(u_n)/u_n$$

여기에서  $\mu_{\bar{A}}(u_i)$ 는 퍼지집합  $\bar{A}$ 에  $u_i$ 의 소속 정도를 가리킨다. 만일  $\exists u_i \in U, \mu_{\bar{A}}(u_i) = 1$  이면 퍼지집합  $\bar{A}$ 는 정상(normal)이다. 전체집합  $U$ 에 있는 모든  $u_1, u_2$ 에 대해서 다음을 만족하면 퍼지집합은 볼록(convex)이다.

$$\mu_{\bar{A}}(\lambda\mu_1 + (1-\lambda)\mu_2) \geq \text{Min}(\mu_{\bar{A}}(\mu_1) + \mu_{\bar{A}}(\mu_2))$$

여기에서  $\lambda \in [0, 1]$ , 퍼지숫자는 전체집합  $U$ 에서 볼록하고 정상인 퍼지집합이다.

삼각 퍼지숫자  $\bar{A}$ 는 세 쌍의 파라미터  $(a_1, a_2, a_3)$ 로 표현할 수 있다. 삼각 퍼지숫자  $\bar{A}$ 는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\mu_{\bar{A}}(u) = \begin{cases} 0, & u < a_1 \\ (u - a_1)/(a_2 - a_1), & a_1 \leq u \leq a_2 \\ (a_3 - u)/(a_3 - a_2), & a_2 \leq u \leq a_3 \\ 0, & u \geq a_3 \end{cases}$$

$\bar{A}$ 와  $\bar{B}$ 를 세 쌍  $(a_1, a_2, a_3)$ 와  $(b_1, b_2, b_3)$ 로 각각 표현되는 삼각 퍼지숫자라고 하자. 삼각 퍼지숫자  $\bar{A}$ 와  $\bar{B}$ 사이의 산술연산은 다음과 같이 정의된다.

삼각퍼지숫자 더하기  $\oplus$ :

$$\begin{aligned} \bar{A} \oplus \bar{B} &= (a_1, a_2, a_3) \oplus (b_1, b_2, b_3) \\ &= (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3) \end{aligned}$$

삼각퍼지숫자 빼기  $\ominus$ :

$$\begin{aligned} \bar{A} \ominus \bar{B} &= (a_1, a_2, a_3) \ominus (b_1, b_2, b_3) \\ &= (a_1 - b_3, a_2 - b_2, a_3 - b_1) \end{aligned}$$

삼각퍼지숫자 곱하기  $\otimes$ :

$$\begin{aligned} \bar{A} \otimes \bar{B} &= (a_1, a_2, a_3) \otimes (b_1, b_2, b_3) \\ &= (a_1 \times b_1, a_2 \times b_2, a_3 \times b_3) \end{aligned}$$

삼각퍼지숫자 나누기  $\odot$ :

$$\begin{aligned} \bar{A} \odot \bar{B} &= (a_1, a_2, a_3) \odot (b_1, b_2, b_3) \\ &= (a_1 \div b_3, a_2 \div b_2, a_3 \div b_1) \end{aligned}$$

전체집합  $U$ 에서 퍼지집합  $\bar{A}$ 의  $\alpha$ -cut  $A_\alpha$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$A_\alpha = \{u_1 | \mu_{\bar{A}}(u_i) \geq \alpha, u_i \in U\}$$

여기에서  $\alpha \in [0, 1]$ . 삼각 퍼지숫자  $\bar{A}$ 와  $\bar{B}$ 는 수준집합(level set; i.e.,  $\alpha$ -cut)으로 각각 나눌 수가 있다.

$$\bar{A} = \int_0^1 \alpha A_\alpha$$

$$\bar{B} = \int_0^1 \alpha B_\alpha$$

여기에서  $A_\alpha = [a_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}]$ ,  $B_\alpha = [b_1^{(\alpha)}, b_3^{(\alpha)}]$ ,

$\alpha \in [0, 1]$ , 따라서 삼각 퍼지숫자  $\bar{A}$ 와  $\bar{B}$ 의 OR 연산은  $\bar{A} \odot \bar{B}$ 로 표기하고, 다음과 같은 전체집합내의 식으로 기술할 수 있다.

$$\bar{A} \odot \bar{B} = \int_0^1 \alpha [a_1^{(\alpha)} \vee b_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)} \vee b_3^{(\alpha)}],$$

여기에서  $\odot$ 는 최대값 연산자이다.

## 4. 지식표현

### 4.1 지식표현과 추론

실세계에서 사람들이 사용하는 불확실하고 애매한 지식은 퍼지 생성규칙을 이용하여 표현할 수 있다. 퍼지 생성규칙은 두 퍼지명제 사이의 퍼지관계를 기술한다고 생각할 수 있다. 이 장에

서는 가중 퍼지집합에 기반을 둔 지식표현과 퍼지추론에 대하여 기술한다[Chen, 1990 ; 2002].

사례 1: 다음과 같은 규칙이 규칙베이스에 있다고 가정하자.

$$Rule_i : d_j \Rightarrow d_k (CF = \tilde{\beta}_i)$$

여기에서  $Rule_i$ 는 규칙의 이름이고,  $d_j$ 와  $d_k$ 는 각각 퍼지명제이다.  $\tilde{\beta}_i$ 는 전체집합 [0,1]에서 정의된 퍼지 숫자로서 규칙  $Rule_i$ 의 확신도이다. 명제  $d_j$ 와  $d_k$ 의 가중값은 각각  $\tilde{\omega}_j$ 와  $\tilde{\omega}_k$ 로 표현하고,  $\tilde{\omega}_j$ 와  $\tilde{\omega}_k$ 는 전체집합 [0,1]에서 정의되는 퍼지숫자이다. 명제  $d_j$ 와  $d_k$ 의 퍼지 진리값을 각각  $\tilde{\tau}_j$ 와  $\tilde{\tau}_k$ 라고 가정하자. 여기에서  $\tilde{\tau}_j$ 와  $\tilde{\tau}_k$ 는 전체집합 [0,1]에서 정의되는 퍼지숫자이다. 그러면 명제  $d_k$ 의 퍼지 진리값  $\tilde{\tau}_k = \tilde{\tau}_j \otimes \tilde{\beta}_i$ 로 평가할 수 있다.  $\otimes$ 는 퍼지 숫자의 곱하기 연산자이다.

사례 2: 다음과 같은 합성 퍼지 생성규칙이 규칙베이스에 있다고 가정한다.

$$Rule_i : d_{j_1} \wedge d_{j_2} \wedge \dots \wedge d_{j_m} \Rightarrow d_k (CF = \tilde{\beta}_i)$$

여기에서  $\tilde{\beta}_i$ 는 전체집합 [0,1]에서 정의된 퍼지숫자로서 규칙  $Rule_i$ 의 확신도이다. 명제  $d_{j_1}, d_{j_2}, \dots, d_{j_m}$ 의 가중값은 각각 전체집합 [0,1]에서 정의되는 퍼지숫자  $\tilde{\omega}_{j_1}, \tilde{\omega}_{j_2}, \dots, \tilde{\omega}_{j_m}$ 이다. 그리고 명제  $d_{j_1}, d_{j_2}, \dots, d_{j_m}$ 의 퍼지 진리값은 전체집합 [0,1]에서 정의되는 퍼지숫자  $\tilde{\tau}_{j_1}, \tilde{\tau}_{j_2}, \dots, \tilde{\tau}_{j_m}$ 이다. 그러면 명제  $d_k$ 의 퍼지 진리값  $\tilde{\tau}_k = [(\tilde{\tau}_{j_1} \otimes \tilde{\omega}_{j_1} \oplus \tilde{\tau}_{j_2} \otimes \tilde{\omega}_{j_2} \oplus \dots \oplus \tilde{\tau}_{j_m} \otimes \tilde{\omega}_{j_m}) \odot (\tilde{\omega}_{j_1} \oplus \tilde{\omega}_{j_2}$

$\oplus \dots \oplus \tilde{\omega}_{j_m})] \otimes \tilde{\beta}_i$ 로 평가할 수 있다. 여기에서  $\oplus$ ,  $\otimes$ ,  $\odot$ 는 퍼지숫자의 더하기, 곱하기, 나누기 연산자이다.

사례 3: 다음과 같은 합성 퍼지 생성규칙이 규칙베이스에 있다고 가정한다.

$$Rule_i : d_j \Rightarrow d_{k_1} \wedge d_{k_2} \wedge \dots \wedge d_{k_n} (CF = \tilde{\beta}_i)$$

여기에서  $\tilde{\beta}_i$ 는 전체집합 [0,1]에서 정의된 퍼지 숫자로서 규칙  $Rule_i$ 의 확신도이다. 명제  $d_j, d_{k_1}, d_{k_2}, \dots, d_{k_n}$ 의 가중값은 각각 전체집합 [0,1]에서 정의되는 퍼지숫자  $\tilde{\omega}_{j_1}, \tilde{\omega}_{k_1}, \tilde{\omega}_{k_2}, \dots, \tilde{\omega}_{k_n}$ 이고,  $\omega_j=1$ 이다. 명제  $d_j$ 의 퍼지 진리값은 전체집합 [0,1]에서 정의되는 퍼지숫자  $\tilde{\tau}_j$ 라고 가정한다.  $d_{k_1}, d_{k_2}, \dots, d_{k_n}$ 의 퍼지 진리값  $\tilde{\tau}_{ks} = \tilde{\tau}_j \otimes \tilde{\beta}_i$ 이다.  $s = 1, 2, \dots, n$ . 여기에서  $\otimes$ 는 퍼지숫자 곱하기 연산자이다.

사례 4: 다음과 같은 합성 퍼지 생성규칙이 규칙베이스에 있다고 가정한다.

$$Rule_i : d_{j_1} \vee d_{j_2} \vee \dots \vee d_{j_m} \Rightarrow d_k (CF = \tilde{\beta}_i)$$

여기에서  $\tilde{\beta}_i$ 는 전체집합 [0,1]에서 정의된 퍼지숫자로서 규칙  $Rule_i$ 의 확신도이다. 명제  $d_{j_1}, d_{j_2}, \dots, d_{j_m}$ 의 가중값은 각각 전체집합 [0,1]에서 정의되는 퍼지숫자  $\tilde{\omega}_{j_1}, \tilde{\omega}_{j_2}, \dots, \tilde{\omega}_{j_m}$ 이다. 그리고 명제  $d_{j_1}, d_{j_2}, \dots, d_{j_m}$ 의 퍼지 진리값은 각각 전체집합 [0,1]에서 정의되는 퍼지숫자  $\tilde{\tau}_{j_1}, \tilde{\tau}_{j_2}, \dots, \tilde{\tau}_{j_m}$ 이다. 그러면 명제  $d_k$ 의 퍼지 진리값  $\tilde{\tau}_{ks} = [\vee_s (\tilde{\tau}_{j_s} \otimes \tilde{\omega}_{j_s}) \odot (\tilde{\omega}_{j_1} \oplus \tilde{\omega}_{j_2} \oplus \dots \oplus \tilde{\omega}_{j_m})] \otimes \tilde{\beta}_i$

로 평가할 수 있다. 여기에서  $s=1, 2, \dots, m$ 이고  $\otimes, \odot, \ominus$ 는 퍼지 숫자의 곱하기, 나누기, 최대값 연산자이다.

### 4.2 가중 퍼지 페트리네트

규칙기반시스템의 가중 퍼지추론을 모형화를 위한 가중 퍼지 페트리네트(Weighted Fuzzy Petri Net: WFPN)를 정의한다[Chen, 1990 ; 2002].

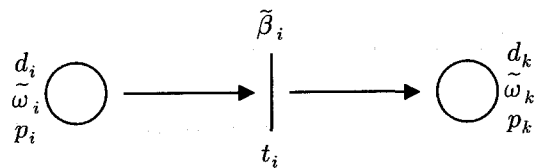
$$WFPN = (P, T, D, I, O, \tau, \alpha, \beta, W)$$

여기에서  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ 은 플레이스(place)의 유한집합이고,  $T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$ 은 트랜지션(transition)의 유한집합이며,  $D = \{d_1, d_2, \dots, d_n\}$ 은 명제의 유한집합이다.  $P \cap T = \emptyset, P \cup T \neq \emptyset, |P| = |D|, I: T \rightarrow P^\infty$ 은 트랜지션을 입력 플레이스에 사상시키는 입력함수이고,  $O: T \rightarrow P^\infty$ 은 트랜지션을 출력 플레이스에 사상시키는 출력함수이다.  $\tau: P \rightarrow [0, 1]$ 사이의 퍼지 숫자는 플레이스에 있는 토큰을 퍼지숫자로 사상시키는 토큰함수이다.  $\alpha: P \rightarrow D$ 는 플레이스를 명제에 사상시키는 전단사함수이다.  $\beta: T \rightarrow [0, 1]$ 사이의 퍼지숫자는 트랜지션을 퍼지 숫자로 사상시키는 트랜지션함수이다.  $W: P \rightarrow [0, 1]$ 사이의 퍼지숫자는 플레이스를 퍼지 숫자에 사상시키는 가중함수이다.

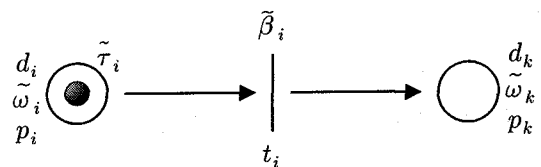
$\tilde{\tau}_i = \tau(p_i)$ 는 플레이스  $p_i$ 에 있는 토큰의 진리값이고,  $\tilde{\beta}_a = \beta(t_a)$ 는 트랜지션  $t_a$ 의 입력 플레이스와 출력 플레이스의 관계의 정도를 나타내는 확신도이다.  $\tilde{\omega}_i = W(p_i)$ 는 플레이스의 중요도를 나타내는 가중값이다. 실행가능한(enable)  $t_a$ 는 입력 플레이스에서는 토큰을 제거하고 출력 플레이스에는 토큰을 출력하면서 실행(fire)하게 된다.

출력 플레이스에 나타나는 토큰의 확신도는 트랜지션의 확신도와 실행전의 입력 플레이스에 있는 토큰의 확신도를 이용하여 계산한다. 만일  $p_i \in I(t_a)$ 이고  $p_j \in O(t_a)$ 이라면,  $p_j$ 는  $p_i$ 에서 직접 도달가능하다(direct reachable).  $p_i$ 에서 직접 도달가능한 플레이스의 집합  $DRS(p_i)$ 을 직접 도달집합(direct reachability set)이라고 한다.  $p_j$ 가  $p_i$ 에서 직접도달가능하고,  $p_k$ 는  $p_j$ 에서 직접도달가능하다면,  $p_k$ 는  $p_i$ 에서 도달가능하다(reachable). 이러한 플레이스의 집합을 도달집합(reachability set)  $RS(p_i)$ 이라고 한다. 도달관계는 직접도달관계의 반사추이폐포(reflexive transitive closure)가 된다.  $p_i \in I(t_a)$ 이고  $p_j \in O(t_a)$ 이라면  $p_j$ 를  $t_a$ 에 대한  $p_i$ 의 이웃플레이스(neighbor place)라고 한다. 이러한  $p_j$ 의 집합을 이웃플레이스 집합(neighbor place set)이라고 하고  $NPS(p_i)$ 로 표시한다. 그리고  $|NPS(p_i)|$ 는 원소의 수이다.

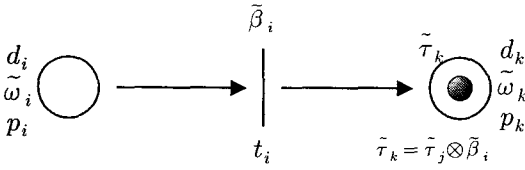
<그림 1>~<그림 12>는 각각 사례 1~4의 퍼지 생성규칙의 가중 퍼지 페트리네트 표현이다.



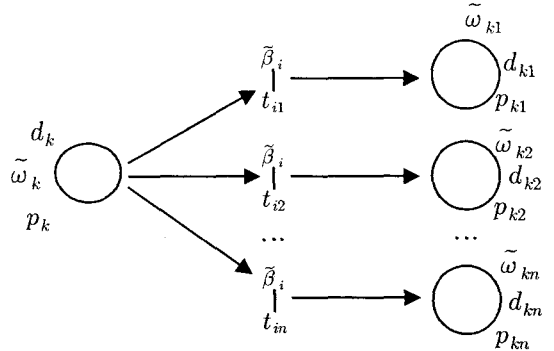
<그림 1> 사례 1에 대한 FPN



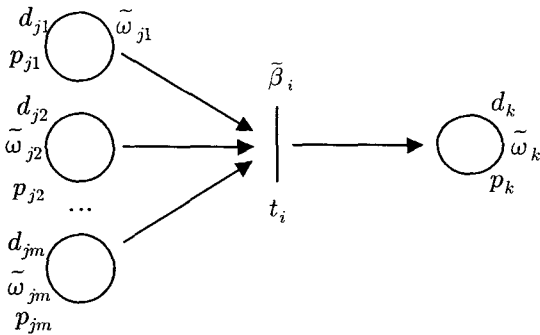
<그림 2>  $t_i$  실행전 사례 1의 FPN



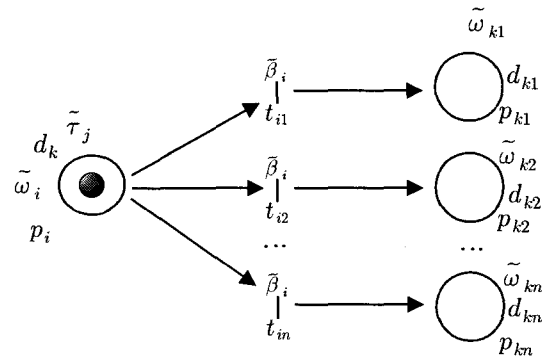
<그림 3>  $t_i$  실행후 사례 1의 FPN



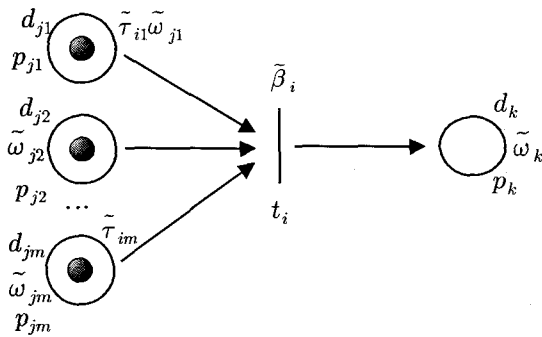
<그림 7> 사례 3에 대한 FPN



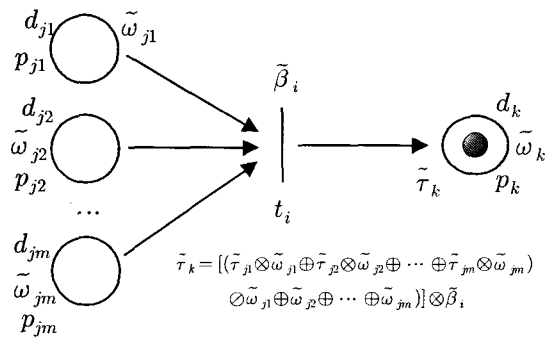
<그림 4> 사례 2에 대한 FPN



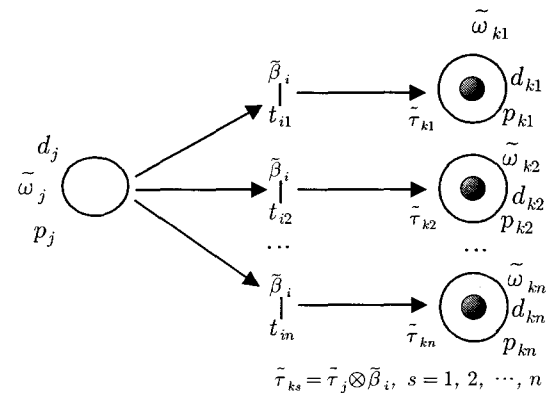
<그림 8>  $t_i$  실행전 사례 3의 FPN



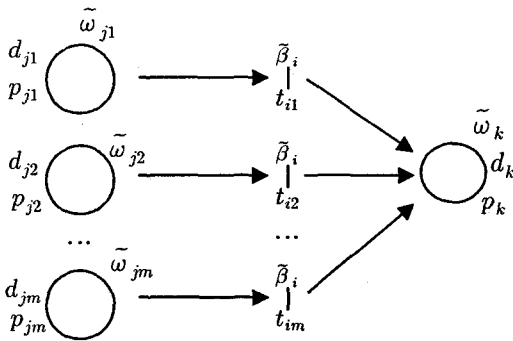
<그림 5>  $t_i$  실행전 사례 2의 FPN



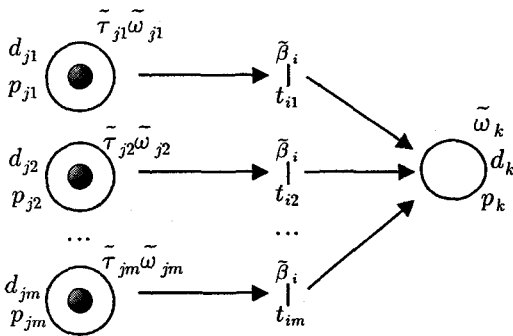
<그림 6>  $t_i$  실행후 사례 2의 FPN



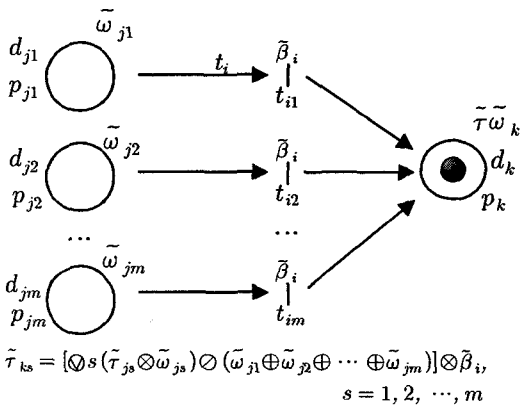
<그림 9>  $t_i$  실행후 사례 3의 FPN



〈그림 10〉 사례 4에 대한 FPN



〈그림 11〉  $t_i$  실행전 사례 4의 FPN



〈그림 12〉 실행후 사례 4의 FPN

### 5. 가중 퍼지추론 알고리즘

[Chen, 1990]에서는 퍼지집합을 기반으로 하는 규칙기반시스템의 퍼지 생성규칙을 모형화하기 위한 퍼지 패트리네트 모형과 퍼지추론을 수

행하는 퍼지추론 알고리즘을 제안하였다. [Chen, 2002]에서는 [Chen, 1990]를 기반으로 퍼지 생성 규칙의 확신도, 퍼지명제의 확신도 그리고 퍼지 명제의 가중값 등을 퍼지숫자로 표현하고 퍼지 추론을 수행하는 가중 퍼지추론 알고리즘을 제안하였다. 이 장에서는 [Chen, 1990 ; 2002]의 연구를 기반으로 하여 퍼지 생성규칙의 확신도를 경험정보로 사용하는 퍼지추론 알고리즘을 제안한다. 규칙기반시스템을 개발할 때 영역전문가가 제공하는 확신도는 영역전문가의 전문지식과 경험에서 나오는 것이므로 이를 경험정보로 이용하면 총체적 탐색에 기반을 둔 기존 연구의 추론방법보다 규칙기반 시스템을 더 효율적이고 지적인 추론을 하는 것을 가능하게 한다.

알고리즘은 NPS 중 확신도가 없는 경우 사용자가 확신도를 입력하는 대화식 알고리즘이다. 시작 플레이스  $p_s$ 에 있는 토큰의 확신도  $\tau_s$ 를 알면 목표 플레이스  $p_g$ 에 있는 토큰의 확신도  $\tau_g$ 를 평가할 수 있다. 추론 알고리즘은 도달나무로 표현할 수 있다. 도달나무는 유한한 방향성 나무이고 나무의 각 노드는  $(p_i)$ 로 표현한다.  $(p_s)$ 와  $(p_g)$ 는 각각 시작노드와 목표노드가 된다.

OPEN은 알고리즘이 생성한 노드 중에서 아직 처리하지 않은 노드, 즉 자식 노드를 생성하지 않은 노드를, CLOSED는 이미 처리한 노드, 즉 자식 노드를 이미 생성한 노드를 관리한다.  $CF_{ij}$ 는  $p_i$ 와  $p_j \in DRS(p_i)$  사이에 있는 트랜지션의 확신도이다.  $| (p_i) |$ 는 플레이스  $p_i$ 에 있는 토큰의 수를 나타낸다.  $\tilde{w}_i$ 는 플레이스  $p_i$ 의 가중값이다.  $NPS_{ij}$ 는  $p_i$ 와  $p_j \in DRS(p_i)$  사이에 있는  $p_i$ 의 이웃플레이스 집합이다.  $p_j.h^{old}$ 는 다른 추론통로를 통해 먼저 계산된 플레이스  $p_j$ 의 경험정보값이다.  $p_j.h$ 는  $CF_{ij}$ 의 중간값(mean value)을 경험정보로 사용하기 위해 저장한다. 삼각 퍼지숫자  $A = (a_1, a_2, a_3)$ 의 중간값은  $a_2$ 가 된다.



## 가중 퍼지 추론알고리즘

입력 : 시작노드  $p_s$  ; 출력 : 목표노드의 확신도  $\tilde{\tau}_g$

```

I . OPEN ← (ps);
II . repeat until (OPEN == ∅)
    1 pick the first node on OPEN, call it (pi)
    2 OPEN -= (pi);
    3 CLOSED ← (pi);
    4 if (pi == pg) then { $\tilde{\tau}_g = \tilde{\tau}_i$  ; exit ;}
    5 generate (pi)'s successors
    6 do for each successor (pj)
        i if ( |DRS(pi)| == 1 && NPSij == ∅ )
            then {
                if (pj ∉ CLOSED) // generated but not processed, fire
                    then { $\tilde{\tau}_j = \tilde{\tau}_i * CF_{ij}$  ; pj.h = mean value of CFij ;}
                    if (pj ∈ OPEN)
                        then { $\tilde{\tau}_{ks} = [\odot_s (\tilde{\tau}_{js} \otimes \tilde{\omega}_s \odot (\tilde{\omega}_{j1} \oplus \tilde{\omega}_{j2} \oplus \dots \oplus \tilde{\omega}_{jm}))] \otimes CF_{ij}$ , s=1,2,..., m ;
                            pj.h = max(pj.h, pj.hold) ;}
                    else OPEN ← (pj);
            }
        ii if ( |DRS(pi)| == 1 && NPSij != ∅ )
            then {
                if (pj ∉ CLOSED) // fire
                    then {
                        do for each (pk) in NPS(pi)
                            if ( | (pk) | == 0 ) then {input  $\tilde{\tau}_k$  ; CLOSED ← (pk) ;}
                             $\tilde{\tau}_k = [(\tilde{\tau}_{j1} \otimes \tilde{\omega}_{j1} \oplus \tilde{\tau}_{j2} \otimes \tilde{\omega}_{j2} \oplus \dots \oplus \tilde{\tau}_{jm} \otimes \tilde{\omega}_{jm}) \odot (\tilde{\omega}_{j1} \oplus \tilde{\omega}_{j2} \oplus \dots \oplus \tilde{\omega}_{jm})] \otimes CF_{ij}$  ;
                            pj.h = mean value of CFij ;
                    }
                    OPEN ← (pj);
            }
        iii if ( |DRS(pi)| ≥ 2 && NPSij == ∅ )
            then {
                do for each (pj) in DRS(pi)
                    if (pj ∉ CLOSED) then { $\tilde{\tau}_j = \tilde{\tau}_i * CF_{ij}$  ; pj.h = mean value of CFij ;}
                    OPEN ← (pj) ;
            }
    7 sort the OPEN descendingly by h
III . there does not exist fuzzy relationship from ps to pg.

```

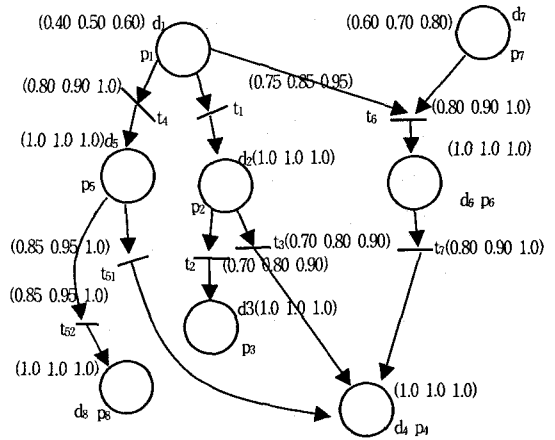
5.1 예([Chen, 1990 ; 2002]의 예를 기반으로)

$d_1, d_2, d_3, d_4, d_5, d_6, d_7$ , 그리고  $d_8$ 을 퍼지 명제라고 하자. 그리고 다음과 같은 퍼지 생성규칙이 지식베이스에 있다고 가정하자.

- Rule<sub>1</sub>: IF  $d_1$  THEN  $d_2$  (CF=(0.75 0.85 0.95))
- Rule<sub>2</sub>: IF  $d_2$  THEN  $d_3$  (CF=(0.70 0.80 0.90))
- Rule<sub>3</sub>: IF  $d_2$  THEN  $d_4$  (CF=(0.70 0.80 0.90))
- Rule<sub>4</sub>: IF  $d_1$  THEN  $d_5$  (CF=(0.80 0.90 1.00))
- Rule<sub>5</sub>: IF  $d_5$  THEN  $d_4 \wedge d_8$  (CF=(0.85 0.95 1.00))
- Rule<sub>6</sub>: IF  $d_1 \wedge d_7$  THEN  $d_6$  (CF=(0.80 0.90 1.00))
- Rule<sub>7</sub>: IF  $d_6$  THEN  $d_4$  (CF=(0.80 0.90 1.00))

지식베이스의 퍼지 페트리넷 표현은 <그림 13>과 같고, 직접도달집합과 도달집합 그리고 이웃플레이스 집합은 각각 <표 1>과 <표 2>와 같다. <표 2>에서  $NPS_{ij}$ 는  $p_i$ 와  $p_j$ 사이에서  $p_i$ 와 이웃플레이스 관계에 있는 플레이스의 집합이다. 퍼지명제  $d_1, d_2, d_3, d_4, d_5, d_6, d_7$ , 그리고  $d_8$ 의 가중값은 각각 (0.45 0.50 0.60), (1.0 1.0 1.0), (1.0 1.0 1.0), (1.0 1.0 1.0), (1.0 1.0 1.0), (1.0 1.0 1.0), (1.0 1.0 1.0) 그리고 (0.60 0.70 0.80)이라고 가정한다. 알고리즘을 실행한 후 생성되는 도달나무는 <그림 14>과 같다.  $p_1$ 과  $p_4$ 는 각각 시작 플레이스와 목표 플레이스이다. 플레이스  $p_1$ 과  $p_7$ 의 확신도는 사용자가 각각 (0.70 0.80 0.90)와 (0.80 0.90 1.00)으로 제공하는 것으로 가정한다.  $p_6$ 의 확신도는  $p_1$ 과  $p_7$ 의 확신도, 진리값 그리고 가중값을 고려하여 평가한다.  $\tilde{\tau}_6 = [(\tilde{\tau}_1 \otimes \tilde{\omega}_1 \oplus \tilde{\tau}_7 \otimes \tilde{\omega}_7) \otimes (\tilde{\omega}_1 \oplus \tilde{\omega}_7)] \otimes \tilde{\beta}_6 = [((0.70 \ 0.80 \ 0.90) \otimes (0.4 \ 0.5 \ 0.6) \oplus (0.80 \ 0.90 \ 1.0) \otimes (0.6 \ 0.7 \ 0.8)) \otimes ((0.4 \ 0.5 \ 0.6) \oplus (0.6 \ 0.7 \ 0.8))] \otimes (0.80 \ 0.90 \ 1.0) = (0.54 \ 0.86 \ 1.34) \otimes (0.80 \ 0.90 \ 1.0) = (0.43 \ 0.77 \ 1.34)$ . 시작 노드  $p_1$ 에서 생성된 자식노드는  $p_2, p_5, p_6$ 이고, 이들의 확신도는 각각 (0.53 0.68 0.86), (0.56 0.72 0.90), (0.53 0.68 0.86)이다. 그리고 노드  $p_2, p_5, p_6$ 의 경험정

보값은 각각  $p_2.h=0.85, p_5.h=0.90, p_6.h=0.90$ 이다. 이들 중에서 경험정보값이 큰  $p_5$ 와  $p_6$ 중에서  $p_5$ 가 먼저 선택되었다고 가정하면, 목표노드인  $p_4$ 의 확신도는 (0.48 0.68 0.90)이 된다.



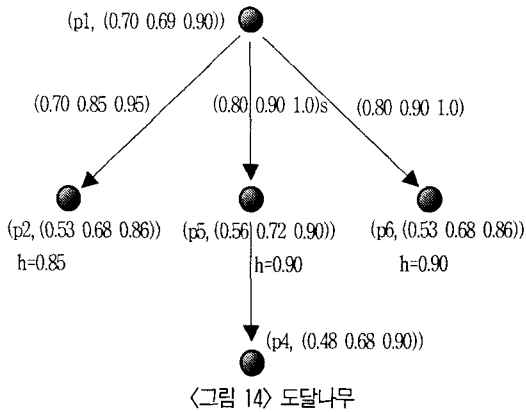
<그림 13> 퍼지 페트리넷 표현

<표 1> 직접도달집합과 도달집합

플레이스	DRS(pi)	RS(pi)
$p_1$	{ $p_2, p_5, p_6$ }	{ $p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_8$ }
$p_2$	{ $p_3, p_4$ }	{ $p_3, p_4$ }
$p_3$	$\emptyset$	$\emptyset$
$p_4$	$\emptyset$	$\emptyset$
$p_5$	{ $p_4, p_8$ }	{ $p_4, p_8$ }
$p_6$	{ $p_4$ }	{ $p_4$ }
$p_7$	{ $p_6$ }	{ $p_4, p_6$ }
$p_8$	$\emptyset$	$\emptyset$

<표 2> 이웃플레이스 집합

플레이스 $p_i$	플레이스 $p_j$	$NPS_{ij}$
$p_1$	$p_2$	$\emptyset$
	$p_5$	$\emptyset$
	$p_6$	{ $p_7$ }
$p_2$	$p_3$	$\emptyset$
	$p_4$	$\emptyset$
$p_5$	$p_4$	$\emptyset$
	$p_8$	$\emptyset$
$p_6$	$p_4$	$\emptyset$
$p_7$	$p_6$	{ $p_1$ }



## 6. 결 론

본 논문에서는 [Chen, 1990.; 2002]의 작업을 기반으로 하여 규칙기반시스템을 개발할 때 영역전문가가 제공하는 전문지식과 경험을 바탕으로 제공하는 확신도를 경험정보로 사용하는 가중 퍼지추론 알고리즘을 제안하였다. 규칙기반시스템의 지식베이스에 있는 퍼지 생성규칙은 퍼지 페트리네트로 모형화되고, 퍼지 생성규칙의 확신도와 규칙에 나타나는 명제의 확신도 그리고 가중값은 퍼지숫자로 표현한다. 이 알고리즘은 명제  $d_s$ 와 명제  $d_k$ 사이에서 퍼지관계가 있는지를 판단한다. 그리고 추론과정에서 다음번에 처리할 노드를 선택하기 위한 확신도를 경험정보로 사용하여 탐색공간을 줄이므로 기존의 추론방법보다는 더 효율적이고 유연한 퍼지 추론을 실행하는 것이 가능하다.

## 참 고 문 헌

- [1] 전명근, "다단계 퍼지추론시스템의 퍼지 페트리네트 모델링과 근사추론," *전자공학회논문지-B*, 제33권, 제12호, 1996, pp. 1899-1909.
- [2] 전명근, 변중남, "Fuzzy Petri Nets를 이용한 퍼지추론시스템의 모델링 및 추론기관의 구현," *전자공학회논문지-B*, 제29권, 제7호, 1992, pp.

508-519.

- [3] 조경달, 조상엽, "퍼지 페트리네트를 이용한 구간값 퍼지집합추론," *한국정보과학회 논문지: 소프트웨어 및 응용*, 제31호, 제5권, 2004, pp. 625-631.
- [4] 조상엽, 김기태, "퍼지 페트리네트를 이용한 퍼지 생성규칙의 표현," *한국정보과학회 논문지*, 제21권, 제2호, 1994, pp. 298-306.
- [5] Bugarin, A.J. and Barro, S., "Fuzzy Reasoning Supported by Petri Nets", *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, Vol. 2, No. 2, May 1994, pp. 135-150.
- [6] Chen, S., Ke, J., and Chang, J., "Knowledge Representation Using Fuzzy Petri-nets", *IEEE Trans. on KDE*, Vol. 2, No. 3, Sep., 1990, pp. 311-319.
- [7] Chen, S.-M., "Fuzzy Backward Reasoning Using Fuzzy Petri Nets", *IEEE Trans. on SMC-Part B: Cybernetics*, Vol. 30, No. 6, 2000, pp. 864-856.
- [8] Chen, S.-M., "Weighted Fuzzy Reasoning using Weighted Fuzzy Petri Nets", *IEEE Trans. on Knowledge and Data Engineering*, Vol. 14, No. 2, 2002, pp. 386-397.
- [9] Garg, M.L., Ahson, S.I., and Gupta, D.V., "A Fuzzy Petri-nets for Knowledge Representation and Reasoning", *Information Processing Letters*, 39, 1992, pp. 165-171.
- [10] Grzymala-Busse, J.W., *Managing Uncertainty in Expert Systems*, Kluwer Academic Publishers, 1991.
- [11] Kanal, L.N., and Lemmer, J.F., *Uncertainty in Artificial Intelligence*, North-Holland, 1986.
- [12] Kaufmann, A. and Gupta, M.M., *Fuzzy Mathematical Models in Engineering and Management Sciences*, New York: Elsevier, 1988.

- [13] Konar, A. and Mandal, A.K., "Uncertainty Management in Expert Systems Using Fuzzy Petri Nets", *IEEE Trans. on KDE*, Vol. 8, No. 1, 1996, pp. 96-105.
- [14] Looney, G.C., "Fuzzy Petri Nets for Rule-based Decision Making", *IEEE Trans. on SMC*, Vol. 18, No. 1, Jan./Feb., 1988, pp. 178-183.
- [15] Manoj, T.V., Leena J., and Soney, R.B., "Knowledge Representation Using Fuzzy Petri Nets-Revisited", *IEEE Trans. on KDE*, Vol. 10, No. 4, Jul./Aug., 1998, pp. 666-667.
- [16] Murata, T., "Petri Nets : Properties, Analysis and Applications", *Proceedings of the IEEE*, Vol. 77, No. 4, April, 1989, pp. 541-580.
- [17] Nilsson, N.J., *Artificial Intelligence : A New Synthesis*, Morgan Kaufman Publishers, Inc., 1998.
- [18] Peterson, J.L., *Petri Net Theory and the Modeling of Systems*, Prentice-hall, 1981.
- [19] Russell, S., and Norvig, P., *Artificial Intelligence : A Modern Approach*, Prentice Hall, 1995.
- [20] Yu, S.-K., "Comments on Knowledge Representation Using Fuzzy Petri Nets", *IEEE Trans. on KDE*, Vol. 7, No. 1, Feb., 1995, pp. 190-192.
- [21] Zadeh, L.A., "Fuzzy Sets", *Information and Control* 8, 1965, pp. 338-353.
- [22] Zadeh, L.A. and Kacprzyk, J., *Fuzzy Logic for The Management of Uncertainty*, Wiley, 1992.

#### ■ 저자소개



#### 이 무 은

저자는 육군사관학교 토목공학과 공학사와 국방대학교 전자계산학과 이학석사를 취득하였으며, 충북대학교 대학원 전자계산학과 박사과정 수료하였고 현재 육군전술 C4I 개발단에서 근무하고 있다. 주요 관심분야는 인공지능, 퍼지이론, 페트리네트 응용, 시공간데이터베이스, 지리정보시스템, 이벤트 통지 시스템, C4I시스템이다.



#### 이 동 은

저자는 전북대학교 컴퓨터공학과 공학사와 동 대학원 컴퓨터공학과 공학석사를 취득하였으며, 전북대학교 대학원 컴퓨터공학과 공학박사를 취득하였다. 현재 청운대학교 인터넷컴퓨터학과 교수로 재직 중이며 관심분야는 광대역통신, 멀티미디어통신, 인터넷보안이다.



#### 조 상 업

저자는 한남대학교 전자계산학과 공학사와 중앙대학교 대학원 전자계산학과 이학석사를 취득하였으며 중앙대학교 대학원 전자계산학과 공학박사를 취득하였다. 현재는 청운대학교 인터넷컴퓨터학과 교수로 재직 중이며 관심분야는 인공지능, 퍼지이론, 페트리네트 응용이다.