수직 단축성을 갖는 반공간 유전체 표면에서 VV, HV, VH 문제의 시간영역 해

Time-Domain Solutions of the VV, HV, VH Problems at the Surface of a Normally Uniaxial Half-Space Dielectric

이 원 석 · 남 상 욱*

Won-Seok Lihh · Sang-Wook Nam*

요 약

등방성 상반 매질과 수직 단축성 하반 매질의 경계면에서 VV · HV · VH 문제에 대해, 임펄스 점전류원에 의해 발생하는 전자장을 이론적으로 고찰한다. 이들 문제에서의 전기장은 Fourier-Laplace 영역의 이상파 성분과만 관련이 있다. 각각의 문제에 대해서 Cagniard-de Hoop 해석법을 응용하여 시간 영역의 전자장 해를 얻는다. VV 문제의 전자장은 적분이 포함되지 않은 명시적인 형태로 구할 수 있다. HV · VH 문제의 해에서는 적분을 없앨 수 없지만, 적분 해에 내재된 주요 특이 성분들은 해석적으로 추출된다. 주파수 영역의 계면 원방 전자장은 시간영역의 특이 성분에 의해 결정된다.

Abstract

Theoretical investigation is made on the electromagnetic fields generated by an impulsive point current source, for the VV, HV, and VH problems at the interface between an isotropic upper half-space medium and a normally uniaxial lower half-space medium. The electric fields of these problems are associated only with the extraordinary-wave components in the Fourier-Laplace domain. Applying the Cagniard-de Hoop method to each problem, the time-domain solutions of the wave fields are obtained. The fields of the VV case can be expressed in explicit(integral-free) forms. The fields of the HV and VH cases are not integral-free, but the major singularities implicit in the integral solutions can be analytically extracted. The interfacial far fields in the frequency domain are determined by the singularities in the time domain.

Key words : Interface Problem, Uniaxial Anisotropy, Time-Domain Analysis, Cagniard-de Hoop Method, Frequency-Domain Far Fields

Ⅰ. 서 론

반공간 계면 문제(half-space interface problem)는 두 반공간 매질이 접해 있는 계면에서의 전파 특성을 얻기 위한 것인데, 평면형 적층 구조에 대한 시간영역 해석의 기본 문제 중 하나이다. 점 · 선형 파원에 의한 탄성파(elastic wave)를 반공간 고체 표면에서 해석했던 Lamb[1]의 이름을 따서 Lamb의 문제라 부르기도 한다(넓은 의미의 Lamb의 문제는 표면 파원뿐만 아니라 매질 내부 파원에 대해서도 다루는 것이지만, 좁은 의미로는 표면 파원에 관한 것임). 본 논문에서는 전자파에 대한 문제[2]~[4]를 다루는데, 계면에 위치한 점 전류원 형태의 송신 안테나에 순간적인 임펄스 신호를 가할 때, 이 계면에 위치한 또

(주)지씨티리써치(GCT Research, Inc.; GCT Semiconductor, Inc.)
*서울대학교 전기공학부(School of Electric Engineering, Seoul National University)
· 논 문 번 호 : 20051110-126
· 수정완료일자 : 2005년 12월 16일

다른 안테나(이상적인 수신 안테나)에 탐지되는 전자파 해를 얻는다.

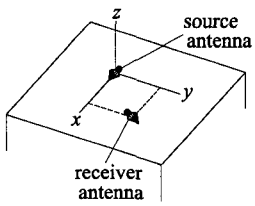
지진파를 비롯한 탄성파의 경우에는, 진공-고체, 고체-고체, 또는 유체-고체의 계면을 따라 도파되는 Rayleigh파, Stoneley파, Scholte파 성분이 존재할 수 있다[5]. 이들은 공간파(space wave)보다 덜 감쇠하며 방사된다. 그러나 전자파의 경우에는 계면을 따라 도파되는 성분이 존재하지 않으며, 오히려 원방장(far field)의 측면에서 보면 계면에 널(null)이 존재할 뿐이다[6]. 본 논문은 이 계면에서 전자파가 어떻게 전파되는지 알아보고자 한다.

다루려는 구조는, 상반 매질은 등방성을 갖고 하반 매질은 계면과 수직으로 단축 이방성(單軸異方性: uniaxial anisotropy)을 갖는 경우[7]이다(그림 1). 상·하반 매질이 둘 다 등방적인 경우[4]와 마찬가지로, 송신 안테나(전류 파원)의 방향과 수신 안테나가 검출하는 전기장의 방향에 따라 HH·VV·HV·VH 문제로 나누어 생각한다. 전기장을 구하는 방법을 변형하면 자기장도 구할 수 있는데 해석 방식의 유사성에 따라, 전기장이 수평일 때에는 수직 자기장을, 전기장이 수직일 때에는 수평 자기장을 구한다. 말하자면 자기장에 대해서는 HV·VH·HH·VV 문제가 되는 것인데, 이 논문에서는 전기장의 방향을 기준으로 한다. 해석에는 지진파 문제에 많이 사용되는 Cagniard-de Hoop 법[8],[9]을 이용하는데, 계면 전자파 문제에 맞게 변형하였다.

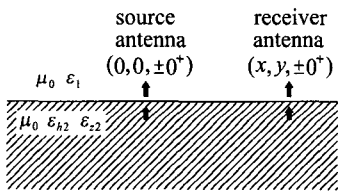
송·수신 안테나가 계면에 수평으로 놓인 경우(HH 문제)에는 전자장 해가 명시적인 형태로 구해진 바 있는데[7], 이 경우의 전기장은 Fourier-Laplace (FL) 영역에서의 TE^z파·TM^z파 둘 다와 관련된다(여기서 TE^z파는 정상파(ordinary wave)이며, TM^z파는 이상파(extraordinary wave)임[10]). 이와는 대조적으로, 송·수신 안테나가 계면과 수직·수직을 이루는 경우(VV 문제), 수평·수직을 이루는 경우(HV 문제), 그리고 수직·수평을 이루는 경우(VH 문제)의 전기장은 이상파와만 관련되는데, 본 논문에서는 시간영역에서 이 세 가지 문제의 전자장 해와 그 특이 성분들에 대해 살펴보고자 한다. 이들 특이 성분은, 주파수 영역의 계면 원방 점근장(asymptotic field)과 관련하여 중요할 뿐만 아니라, 그 자체로 시간 영역에서 두드러진 성분이므로, 그 추출은 파면 전개(wavefront expansion)[11], 불연속 성분 전개[12]의 일환으로 의미가 있다.

Ⅱ. Maxwell 방정식

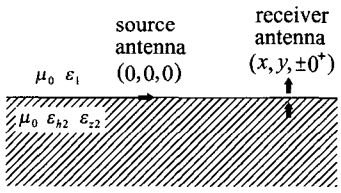
그림 1과 같이, 송신 안테나는 계면의 원점 (0, 0)에 위치하고 수신 안테나는 좌표(x, y)에 위치한다. 상반 매질의 유전율은 ε_1이며, 하반 매질은 그 수평·



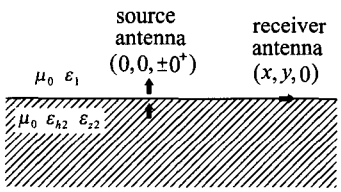
(a) 좌표계
(a) The coordinate system



(b) VV 문제
(b) The VV problem



(c) HV 문제
(c) The HV problem



(d) VH 문제
(d) The VH problem

그림 1. 상반 매질이 등방성이고 하반 매질이 단축 이방성인 계면 문제

Fig. 1. The interface problem in which the upper medium is isotropic and the lower medium is uniaxially anisotropic.

수직 유전율이 각각 ε_{h2}와 ε_{z2}이다($\varepsilon_1<\varepsilon_{h2}$, $\varepsilon_1<\varepsilon_{z2}$라 가정함).

문제를 해석적으로 다루기 위해 적분 변환을 하는데, 시간에 관해서는 Laplace 변환을 한다[8]. 아래의 Maxwell 회전(curl) 방정식

$$\nabla\times\mathbf{E}=-\mu_0\partial_t\mathbf{H} \tag{1}$$

$$\nabla\times\mathbf{H}=[(\hat{\boldsymbol{x}}\hat{\boldsymbol{x}}+\hat{\boldsymbol{y}}\hat{\boldsymbol{y}})\varepsilon_h+\hat{\boldsymbol{z}}\hat{\boldsymbol{z}}\varepsilon_z]\cdot\partial_t\mathbf{E}+\mathbf{J} \tag{2}$$

에 대해서, 다음의 관례를 따르는 Fourier 평면 변환 $\mathcal{S}$와 Laplace 시간변환 $\mathcal{L}$을 가하여(전자장의 초기 영 상태(initial quiescence)를 가정함)

$$\mathcal{S}\{\partial_x\}=-jk_x,\ \mathcal{S}\{\partial_y\}=-jk_y,\ \mathcal{L}\{\partial_t\}=s$$

FL 영역에서 TE^{z}파 방정식을 추출해 내면 다음과 같다[7].

$$\partial_z\overline{E}_v=s\mu_0\overline{H}_u \tag{3}$$

$$\partial_z\overline{H}_u=\frac{\gamma_h^2}{s\mu_0}\overline{E}_v+\overline{J}_v \tag{4}$$

$$\overline{H}_z=\frac{jk_\rho}{s\mu_0}\overline{E}_v \tag{5}$$

그리고 TM^{z}파 방정식을 추출하면 다음과 같다[7].

$$\partial_z\overline{E}_u=-\frac{\gamma_z^2}{s\varepsilon_z}\overline{H}_v+\frac{jk_\rho}{s\varepsilon_z}\overline{J}_z \tag{6}$$

$$\partial_z\overline{H}_v=-s\varepsilon_h\overline{E}_u-\overline{J}_u \tag{7}$$

$$\overline{E}_z=-\frac{jk_\rho}{s\varepsilon_z}\overline{H}_v-\frac{1}{s\varepsilon_z}\overline{J}_z \tag{8}$$

여기서 $k_\rho=(k_x^2+k_y^2)^{1/2}$이며, 매질 1에서는 $\varepsilon_h=\varepsilon_z=\varepsilon_1$, $\gamma_h=\gamma_z=\gamma_1$이고 매질 2에서는 $\varepsilon_h=\varepsilon_{h2}$, $\varepsilon_z=\varepsilon_{z2}$, $\gamma_h=\gamma_{h2}$, $\gamma_z=\gamma_{z2}$이다. 이때 γ-파라미터들은 아래와 같이 주어지는데

$$\gamma_1=(k_\rho^2+s^2s_1^2)^{1/2},$$

$$\gamma_{h2}=(k_\rho^2+s^2s_{h2}^2)^{1/2},\ \gamma_{z2}=(k_\rho^2+s^2s_{z2}^2)^{1/2}$$

여기서 $s_1=\sqrt{\mu_0\varepsilon_1}$, $s_{h2}=\sqrt{\mu_0\varepsilon_{h2}}$, $s_{z2}=\sqrt{\mu_0\varepsilon_{z2}}$이다. 식 (3)~(8)에서 윗줄 표기 $\overline{(\cdot)}$는 $\mathcal{L}\mathcal{S}\{\cdot\}$를 의미하며, u, v 방향 성분은 x, y 방향 성분과 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$\overline{A}_u=\overline{A}_x\cos\phi_k+\overline{A}_y\sin\phi_k \tag{9}$$

$$\overline{A}_v=-\overline{A}_x\sin\phi_k+\overline{A}_y\cos\phi_k \tag{10}$$

여기서 $\cos\phi_k=k_x/k_\rho$, $\sin\phi_k=k_y/k_\rho$이다.

VV · VH 문제에서는 수직 전류원이 계면 바로 위에 있느냐 바로 아래에 있느냐에 따라 발생하는 전자장의 크기가 다르므로 전류원을 $\mathbf{J}=\hat{\boldsymbol{z}}(1\ \mathrm{C\cdot m})\,\delta(\boldsymbol{\rho})\delta(z\mp0^+)\delta(t)$라 두는데 ($\delta(\boldsymbol{\rho})=\delta(x)\,\delta(y)$), FL 영역에서는 $\overline{J}_u=\overline{J}_v=0$, $\overline{J}_z=\delta(z\mp0^+)$이다(1 C · m는 생략함). 식 (6)~(8)로 추론해 볼 때, 전류원이 계면 바로 아래에 있는 경우의 전자장은, 전류원이 계면 바로 위에 있는 경우의 $\varepsilon_1/\varepsilon_{z2}$배이다. 따라서 계면 위 전류원 $\mathbf{J}=\hat{\boldsymbol{z}}\delta(\boldsymbol{\rho})\delta(z-0^+)\delta(t)$에 대해서만 살펴보아도 충분하다. HV 문제에서는 전류원을 $\mathbf{J}=\hat{\boldsymbol{x}}\delta(\boldsymbol{\rho})\delta(z)\delta(t)$라 두는데, FL 영역에서는 $\overline{J}_u=\delta(z)\cos\phi_k$, $\overline{J}_v=-\delta(z)\sin\phi_k$, $\overline{J}_z=0$이 된다.

Ⅲ. VV 문제

VV 문제(그림 1(b))에서 구하려는 전기장과 자기장은 각각 z방향과 ϕ방향이다. 식 (6), (7)에서 $\overline{J}_u=0$, $\overline{J}_z=\delta(z-0^+)$라 두고 $z>0$과 $z<0$에서의 자기장 $\overline{H}_v$를 구하면 각각 다음과 같다.

$$\frac{1}{\varepsilon_1}\frac{jk_\rho e^{-\gamma_1 z}}{\frac{\gamma_1}{\varepsilon_1}+\frac{\gamma_{z2}}{\sqrt{\varepsilon_{h2}\varepsilon_{z2}}}},\quad \frac{1}{\varepsilon_1}\frac{jk_\rho e^{\sqrt{\varepsilon_{h2}/\varepsilon_{z2}}\gamma_{z2}z}}{\frac{\gamma_1}{\varepsilon_1}+\frac{\gamma_{z2}}{\sqrt{\varepsilon_{h2}\varepsilon_{z2}}}}$$

이 식들을 식 (8)에 대입하고 $z=\pm0^+$라 두면 각각에 해당하는 수직 전기장 $\overline{E}_z$를 얻을 수 있는데, 시간 영역의 계면 전기장은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$E_{z1}^{(z1)}=\frac{\varepsilon_{z2}}{\varepsilon_1}E_{z2}^{(z1)} \tag{11}$$

$$E_{z2}^{(z1)}=-\frac{\partial_x^2+\partial_y^2}{\varepsilon_1\varepsilon_{z2}}\mathcal{L}^{-1}\mathcal{S}_0^{-1}\left\{\frac{1/s}{\frac{\gamma_1}{\varepsilon_1}+\frac{\gamma_{z2}}{\sqrt{\varepsilon_{h2}\varepsilon_{z2}}}}\right\} \tag{12}$$

여기서 $(z1)$은 경계면 바로 위의 수직 전류원에 의한 장임을 가리킨다. $\mathcal{S}_0^{-1}$은 역평면 변환 $\mathcal{S}^{-1}$의 일종인데, ϕ_k에 의존하지 않는 피연산자(operand)에 작용하며 다음과 같이 정의된다[7].

$$\mathcal{S}_0^{-1}\{\overline{A}\}=\frac{1}{4\pi}\int_{-\infty-j0^+}^{\infty-j0^+}\overline{A}\,H_0^{(2)}(k_\rho\rho)\,k_\rho\,dk_\rho \tag{13}$$

(단, $\rho=\sqrt{x^2+y^2}$)

여기서 $H_0^{(2)}(\ )$는 0차의 제2종 Hankel 함수이다.

식 (12)의 $\mathcal{L}^{-1}\mathcal{S}_0^{-1}$ 부분은 아래처럼 풀어쓸 수 있는데[7]

$$\frac{\varepsilon_1\varepsilon_{t2}\varepsilon_{z2}}{\varepsilon_{t2}\varepsilon_{z2}-\varepsilon_1^2}\mathcal{L}^{-1}\mathcal{S}_0^{-1}\left\{\frac{\gamma_1/s}{k_\rho^2+s^2\underline{s}^2}\right\} - \frac{\varepsilon_1^2\sqrt{\varepsilon_{t2}\varepsilon_{z2}}}{\varepsilon_{t2}\varepsilon_{z2}-\varepsilon_1^2}\mathcal{L}^{-1}\mathcal{S}_0^{-1}\left\{\frac{\gamma_{z2}/s}{k_\rho^2+s^2\underline{s}^2}\right\} \quad (14)$$

$$\left(\text{단, } \underline{s}=\sqrt{\mu_0\frac{\varepsilon_1\varepsilon_{z2}(\varepsilon_{t2}-\varepsilon_1)}{\varepsilon_{t2}\varepsilon_{z2}-\varepsilon_1^2}}=\frac{1}{\underline{c}}\right)$$

첫째항의 $\mathcal{L}^{-1}\mathcal{S}_0^{-1}$ 부분은 다음과 같이 쓸 수 있다[7].

$$\frac{u(t-s_1\rho)}{2\pi}\left[\frac{2}{\pi\rho}\int_{s_1\rho}^{t}\frac{\tau\sqrt{\tau^2-s_1^2\rho^2}\,d\tau}{(\tau^2-\underline{s}^2\rho^2)\sqrt{t^2-\tau^2}}\right] \quad (15)$$

여기서 $u(\ )$는 단위 계단(unit step) 함수이다. 이 식의 [ ]부분은 변수 변환 $\sqrt{t^2-\tau^2}=\sqrt{t^2-s_1^2\rho^2}\sin\alpha$에 의해 아래와 같이 계산된다[13].

$$\frac{2}{\pi\rho}\int_0^{\pi/2}\frac{\cos^2\alpha\,d\alpha}{\frac{t^2-\underline{s}^2\rho^2}{t^2-s_1^2\rho^2}-\sin^2\alpha} = \frac{1}{\rho}-\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{z2}}}\sqrt{\frac{\varepsilon_{z2}-\varepsilon_1}{\varepsilon_{t2}-\varepsilon_1}}\frac{1}{\sqrt{\underline{c}^2t^2-\rho^2}} \quad (16)$$

식 (14) 둘째항의 $\mathcal{L}^{-1}\mathcal{S}_0^{-1}$ 부분도 마찬가지로 계산하여 다음처럼 쓸 수 있다.

$$\frac{u(t-s_{z2}\rho)}{2\pi}\left[\frac{1}{\rho}-\sqrt{\frac{\varepsilon_{t2}}{\varepsilon_1}}\sqrt{\frac{\varepsilon_{z2}-\varepsilon_1}{\varepsilon_{t2}-\varepsilon_1}}\frac{1}{\sqrt{\underline{c}^2t^2-\rho^2}}\right] \quad (17)$$

식 (15)~(17)로 식 (14)를 계산하고 그 결과를 식 (12)의 $\mathcal{L}^{-1}\mathcal{S}_0^{-1}$ 부분에 치환하여 $\partial_x^2+\partial_y^2$를 계산하면, 결국 $E_{z2}^{(z1)}$는 다음과 같이 표현된다.

$$E_{z2}^{(z1)} = \frac{1}{2\pi(\varepsilon_{z2}-\varepsilon_1)}\frac{1}{\rho^2}\left[-\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_1}}\varepsilon_{t2}\delta(t-s_1\rho)+\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_{z2}}}\sqrt{\frac{\varepsilon_{z2}}{\varepsilon_{t2}}}\varepsilon_1\delta(t-s_{z2}\rho)\right] - \frac{1}{2\pi}\frac{\varepsilon_1\varepsilon_{t2}}{\varepsilon_{t2}\varepsilon_{z2}-\varepsilon_1^2}\frac{1}{\rho^3} \times\left[\frac{u(t-s_1\rho)}{\varepsilon_1}-\frac{u(t-s_{z2}\rho)}{\sqrt{\varepsilon_{t2}\varepsilon_{z2}}}\right] + \frac{1}{2\pi}\frac{\varepsilon_{t2}\sqrt{\varepsilon_1/\varepsilon_{z2}}}{\varepsilon_{t2}\varepsilon_{z2}-\varepsilon_1^2}\sqrt{\frac{\varepsilon_{z2}-\varepsilon_1}{\varepsilon_{t2}-\varepsilon_1}} \times\frac{2\underline{c}^2t^2+\rho^2}{(\sqrt{\underline{c}^2t^2-\rho^2})^5}u(t|s_1\rho,s_{z2}\rho) \quad (18)$$

(단, $u(t|s_1\rho,s_{z2}\rho)=u(t-s_1\rho)-u(t-s_{z2}\rho)$)

계면 바로 위의 전기장 $E_{z1}^{(z1)}$은 식 (11)에 의해 얻을 수 있다. $E_{z1}^{(z1)}$과 $E_{z2}^{(z1)}$의 식에서 $\varepsilon_1=\varepsilon_0\varepsilon_{r1}$, $\varepsilon_{t2}=\varepsilon_{z2}=\varepsilon_0\varepsilon_{r2}$라 두면, 등방성 매질에 대한 해[4]를 얻을 수 있다(ε_0: 진공 유전율). 그림 2에 $E_{z2}^{(z1)}$ 파형의 예를 나타내었는데($\varepsilon_1=\varepsilon_0$, $\varepsilon_{t2}=3.5\,\varepsilon_0$, $\varepsilon_{z2}=3\,\varepsilon_0$, $\rho=10$ m), 전류원 파형을 이상적인 $\delta(t)$ 대신 실제에 가까운 $(1\ \mathrm{s}^{-1})e^{-t^2/(0.2\,\mathrm{ns})^2}$라 두고 시간에 대한 컨벌루션(convolution) $E_{z2}^{(z1)}\otimes e^{-t^2/(0.2\,\mathrm{ns})^2}$을 통해 구하였다. 시간 33.4 ns와 57.8 ns에 위치한 뾰족한 파형은 각각 식 (18)에서 $t=s_1\rho$와 $s_{z2}\rho$의 $\delta(t)$형 특이 성분에 의한 것이다. 시간 33.4 ns 직후에 천천히 감쇠하는 파형은 식 (18)의 마지막 항에 의한 것이다.

한편, 수직 전류원 $\mathbf{J}=\hat{\boldsymbol{z}}\delta(\boldsymbol{\rho})\delta(z-0^+)\delta(t)$에 의해 발생하는 수평 자기장은 계면 바로 위·아래에서 같으며 다음과 같이 쓸 수 있는데, 그 해석 과정은 위의 $E_{z2}^{(z1)}$과 유사하다.

$$(H_x^{(z1)},H_y^{(z1)}) = \frac{1}{\varepsilon_1}(\partial_y,-\partial_x)\mathcal{L}^{-1}\mathcal{S}_0^{-1}\left\{\frac{1}{\frac{\gamma_1}{\varepsilon_1}+\frac{\gamma_{z2}}{\sqrt{\varepsilon_{t2}\varepsilon_{z2}}}}\right\} \quad (19)$$

이 식의 $\mathcal{L}^{-1}\mathcal{S}_0^{-1}$ 부분은 식 (12)의 $\mathcal{L}^{-1}\mathcal{S}_0^{-1}$ 부분을 시간에 대해 미분한 것과 같다. 자기장은 횡

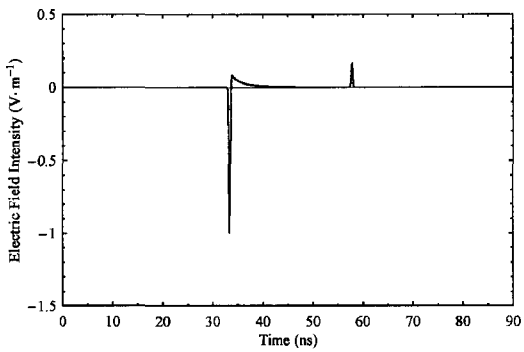


그림 2. VV 문제의 전기장 파형 예
Fig. 2. An example waveform of the VV-case electric field.

(transverse)방향 성분만 존재하며, 아래와 같이 계산된다.

$$-H_{\phi}^{(z1)} = \frac{y}{\rho}H_x^{(z1)} - \frac{x}{\rho}H_y^{(z1)}$$
$$= \frac{1/\rho^2}{2\pi(\varepsilon_{z2}-\varepsilon_1)}\left[-\frac{\varepsilon_{t2}\varepsilon_{z2}}{\varepsilon_1}\delta(t-s_1\rho) + \sqrt{\frac{\varepsilon_{z2}}{\varepsilon_{t2}}}\,\varepsilon_1\delta(t-s_{z2}\rho)\right] + \cdots \quad (20)$$

Ⅳ. HV 문제

HV 문제(그림 1(c))에서는 전류원이 $\mathbf{J}=\hat{\boldsymbol{x}}\delta(\boldsymbol{\rho})\delta(z)\delta(t)$이고, 구하고자 하는 전기장과 자기장은 각각 z방향과 ϕ방향이다. 전기장은, 식 (6)~(8)을 푼 후 $z=\pm 0^+$라 두어 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$E_{z1}^{(x)} = -\frac{1}{\varepsilon_1}\mathcal{L}^{-1}\left\{\partial_x \mathcal{S}_0^{-1}\left\{\frac{1}{s}\,\frac{\gamma_{z2}/\sqrt{\varepsilon_{t2}\varepsilon_{z2}}}{\frac{\gamma_1}{\varepsilon_1}+\frac{\gamma_{z2}}{\sqrt{\varepsilon_{t2}\varepsilon_{z2}}}}\right\}\right\} \quad (21)$$

$$E_{z2}^{(x)} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{z2}}E_{z1}^{(x)} \quad (22)$$

식 (21)의 $\partial_x \mathcal{S}_0^{-1}$ 부분은 아래와 같이 쓸 수 있다[4].

$$-\frac{1}{\pi^2}\,\frac{\varepsilon_1\sqrt{\varepsilon_{t2}\varepsilon_{z2}}}{\varepsilon_{t2}\varepsilon_{z2}-\varepsilon_1^2}\,\frac{x}{\rho^4}\,s^2\int_{s_1\rho}^{s_{z2}\rho} f(\tau)K_1(s\tau)\tau^2 d\tau$$

이때 $K_1(\,)$은 1차의 제2종 변형 Bessel 함수이다. 함수 $f(\tau)$는 다음과 같이 주어지는데

$$\frac{\varepsilon_{t2}\varepsilon_{z2}-\varepsilon_1^2}{\varepsilon_1\sqrt{\varepsilon_{t2}\varepsilon_{z2}}}\,\mathrm{Im}\left\{\frac{\gamma'_{z2}/\sqrt{\varepsilon_{t2}\varepsilon_{z2}}}{\frac{-j\sqrt{-(\gamma'_1)^2}}{\varepsilon_1}+\frac{\gamma'_{z2}}{\sqrt{\varepsilon_{t2}\varepsilon_{z2}}}}\right\}$$
$$= \frac{\sqrt{\tau^2-s_1^2\rho^2}\sqrt{s_{z2}^2\rho^2-\tau^2}}{\tau^2-s^2\rho^2} \;(\triangleq f(\tau)) \quad (23)$$

이 식에서 $\gamma'_1=(s/\rho)\sqrt{s_1^2\rho^2-\tau^2}$, $\gamma'_{z2}=(s/\rho)\sqrt{s_{z2}^2\rho^2-\tau^2}$이다. 아래의 공식[13]

$$\mathcal{L}^{-1}\{K_1(s\tau)\} = \frac{t/\tau}{\sqrt{t^2-\tau^2}}\,u(t-\tau) \quad (24)$$

과 $\mathcal{L}^{-1}\{s^2\}=\partial_t^2$를 이용하면, 식 (21)은 결국 다음 식으로 정리된다.

$$E_{z1}^{(x)} = \frac{1}{\pi^2}\,\frac{\sqrt{\varepsilon_{t2}\varepsilon_{z2}}}{\varepsilon_{t2}\varepsilon_{z2}-\varepsilon_1^2}\,\frac{x}{\rho^3}$$
$$\times\partial_t^2\left[\frac{t}{\rho}\int_{s_1\rho}^{s_{z2}\rho}\frac{\tau f(\tau)u(t-\tau)}{\sqrt{t^2-\tau^2}}d\tau\right] \quad (25)$$

이 식에 포함된 τ-적분은, 변수 변환 $\sqrt{t^2-\tau^2}=\sqrt{t^2-s_1^2\rho^2}\sin\alpha$를 통해

$$I_1 u(t|s_1\rho, s_{z2}\rho) + I_2 u(t-s_{z2}\rho)$$

의 형태로 쓸 수 있는데, I_1과 I_2는 다음과 같다.

$$(I_1, I_2) = (t^2-s_1^2\rho^2)\left(\int_0^{\pi/2}, \int_{\aleph}^{\pi/2}\right)$$
$$\frac{\sqrt{(s_{z2}^2\rho^2-t^2)+(t^2-s_1^2\rho^2)\sin^2\alpha}\,\cos^2\alpha}{(t^2-s^2\rho^2)-(t^2-s_1^2\rho^2)\sin^2\alpha}\,d\alpha \quad (26)$$

여기서 $\aleph=\sin^{-1}\sqrt{(t^2-s_{z2}^2\rho^2)/(t^2-s_1^2\rho^2)}$이다. 식 (26)의 α-적분은, 타원 적분(elliptic integral)과 유사한 아래의 함수들을 써서 표현할 수 있는데

$$E_{\pm}(\varphi,k) = \int_0^{\varphi}(1-k\sin^2\alpha)^{\pm 1/2}d\alpha \quad (27)$$

$$\Pi(\varphi,n,k) = \int_0^{\varphi}\frac{(1-k\sin^2\alpha)^{-1/2}d\alpha}{1-n\sin^2\alpha} \quad (28)$$
$$(-\infty<k<1)$$

가령 I_1의 α-적분은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\sqrt{s_{z2}^2\rho^2-t^2}}{t^2-s^2\rho^2}\left[\frac{(n-1)k}{n^2}E_-\left(\frac{\pi}{2},k\right) + \frac{1}{n}E_+\left(\frac{\pi}{2},k\right) + \frac{(n-1)(n-k)}{n^2}\Pi\left(\frac{\pi}{2},n,k\right)\right] \quad (29)$$

여기서 $k=-(t^2-s_1^2\rho^2)/(s_{z2}^2\rho^2-t^2)$, $n=(t^2-s_1^2\rho^2)/(t^2-s^2\rho^2)$이다.

그런데 식 (29)와 같은 형태를 이용하여 식 (25)의 전기장을 표현하는 일은 그리 간단하지 않다. 실제 파형을 구하는 데 있어서는, 타원 함수들과 관련된 수치 해석 프로그램을 이용하기보다는 그냥 식 (26)을 사용하여 수치적으로 적분을 계산하는 편이 더 낫다. 즉, 전류원 신호를 어떤 매끄러운(smooth) 함수 $g(t)$라 둔 다음, 아래의 식을 통해서 구한다.

$$E_{z1}^{(x)}\otimes g(t) = \frac{1}{\pi^2}\,\frac{\sqrt{\varepsilon_{t2}\varepsilon_{z2}}}{\varepsilon_{t2}\varepsilon_{z2}-\varepsilon_1^2}\,\frac{x}{\rho^3}[\partial_t^2 g(t)]\otimes \left\{\frac{tI_1}{\rho}u(t|s_1\rho,s_{z2}\rho)+\frac{tI_2}{\rho}u(t-s_{z2}\rho)\right\} \quad (30)$$

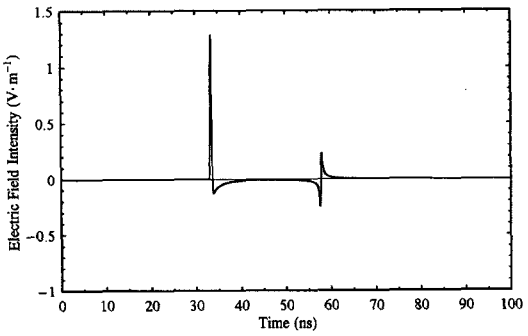


그림 3. HV 문제의 전기장 파형 예
Fig. 3. An example waveform of the HV-case electric field.

매끄러운 파형을 가정하는 이유는, $E_{z1}^{(x)}$의 해에는 특이 성분을 비롯한 불연속 성분이 내재해 있기 때문이다.

전류원 신호 $g(t)$가 $e^{-t^2/(0.2\,\mathrm{ns})^2}$일 때, $E_{z1}^{(x)}$ 파형의 예를 그림 3에 나타내었다($\varepsilon_1=\varepsilon_0$, $\varepsilon_{l2}=3.5\,\varepsilon_0$, $\varepsilon_{z2}=3\,\varepsilon_0$, $(x,y)=(10,0)$ m). 이 그림에서 시간 $t=s_1\rho$ ($\approx$33.4 ns)와 $s_{z2}\rho$ ($\approx$57.8 ns)에 각각 불연속 성분들이 있음을 알 수 있는데, $s_1\rho$의 특이 성분은 $\delta(t)$형이며 시간 $s_{z2}\rho$의 특이 성분은 $1/t$형이다. VV 문제에서는 시간 $s_{z2}\rho$에 $\delta(t)$형 성분이 존재하였다. $E_{z1}^{(x)}$의 불연속 성분 중 주요 특이 성분만 추려내어 적으면 아래와 같다.

$$E_{z1}^{(x)} = \frac{1}{2\pi}\frac{x/\rho^3}{\sqrt{\varepsilon_{z2}-\varepsilon_1}} \times\left[\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_1}}\sqrt{\frac{\varepsilon_{l2}\varepsilon_{z2}}{\varepsilon_1}}\,\delta(t-s_1\rho) +\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_{z2}}}\,\frac{\varepsilon_{z2}}{\sqrt{\varepsilon_{l2}}}\,\frac{1/\pi}{t-s_{z2}\rho}\right]+\cdots \tag{31}$$

이 식의 특이 성분들은, 공간파의 특이 성분($\partial_t\delta(t)$ 또는 $(1/t)\otimes\partial_t\delta(t)$)보다 한 차수 낮은 특이성을 갖는다. $E_{z1}^{(x)}$에는 계단 함수($u(t)$)와 로그 함수($\ln|t|$) 성분도 포함되어 있지만, 그 특이성이 $\delta(t)$와 $1/t$ 함수보다 덜하다. 주파수 영역에서의 점근 해석(asymptotic analysis)에 의하지 않고도 이 네 불연속 성분을 얻을 수 있지만, 그 수학적 유도에 많은 지면이 필요하므로 이 논문에서는 생략하고자 한다. 다만, $t=s_1\rho$에서의 $\delta(t)$형 특이 성분은 비교적 간단하게 다음과 같은 과정을 거쳐 추출할 수 있다.

식 (25)의 $E_{z1}^{(x)}$는 $s_1\rho<t<s_{z2}\rho$일 때 다음과 같이 쓸 수 있는데

$$E_{z1}^{(x)} = \frac{1}{\pi^2}\frac{\sqrt{\varepsilon_{l2}\varepsilon_{z2}}}{\varepsilon_{l2}\varepsilon_{z2}-\varepsilon_1^2}\frac{x}{\rho^3}\,\partial_t^2\left(\frac{tI_1}{\rho}\right) \tag{32}$$

$t=s_1\rho$에서의 $\delta(t)$형 성분의 크기는

$$\frac{1}{\pi^2}\frac{\sqrt{\varepsilon_{l2}\varepsilon_{z2}}}{\varepsilon_{l2}\varepsilon_{z2}-\varepsilon_1^2}\frac{x}{\rho^3}\lim_{t\to s_1\rho}\partial_t\left(\frac{tI_1}{\rho}\right) \tag{33}$$

와 같다. 왜냐하면, 식 (32)의 $\partial_t^2(tI_1/\rho)$에 포함되어 있는 $\delta(t)$형 성분의 계수는, $\partial_t(tI_1/\rho)$에 포함되어 있는 단위계단 함수의 계수와 같을 것이기 때문이다. 식 (33)의 lim 부분은 식 (26)으로부터 다음의 형태로 계산되는데

$$\lim_{t\to s_1\rho}\partial_t\left(\frac{tI_1}{\rho}\right) = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_1}}\,\frac{\varepsilon_{l2}\varepsilon_{z2}-\varepsilon_1^2}{\sqrt{\varepsilon_1(\varepsilon_{z2}-\varepsilon_1)}} \tag{34}$$

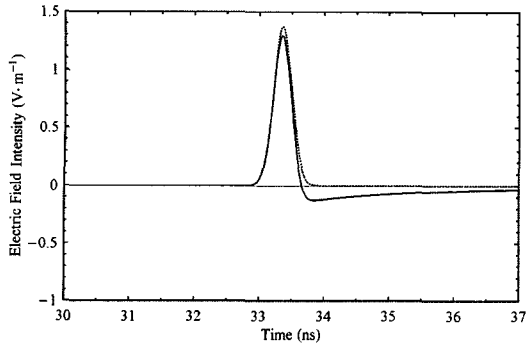
이 식을 식 (33)에 대입하여 계산하면, 식 (31)의 $\delta(t-s_1\rho)$의 계수가 된다.

그림 4에, 식 (31)의 특이 성분들에 의한 파형(점선)을 그림 3의 원래 파형(실선)과 비교하였다. 그림 4(a)에서는 $\delta(t)$형 특이 성분이 원래 파형과 꽤 잘 맞음을 알 수 있고(후속 잔류 성분을 감안한다면), 그림 4(b)에서는 $1/t$형 특이 성분이 원래 파형과 거의 일치하고 있다.

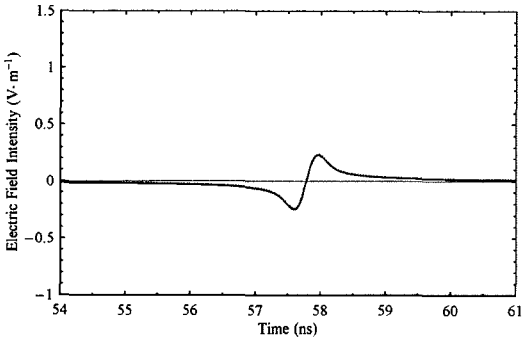
한편, 전류원 $\mathbf{J}=\hat{\boldsymbol{x}}\,\delta(\boldsymbol{\rho})\delta(z)\delta(t)$에 의해 발생하는 수평 자기장은, $E_{z1}^{(x)}$의 유도 과정을 수정하여 얻을 수 있다. 전류원이 위치하는 원점을 제외하면, 계면 바로 위·아래에서의 자기장 값은 같다. FL 영역에서는 자기장이 $z=0$에서 1만큼 불연속이지만 ($\mathcal{L}\mathcal{S}_0\{\delta(\boldsymbol{\rho})\delta(t)\}=1$), 이는 원점 $\boldsymbol{\rho}=\mathbf{0}$에 위치한 전류원에 기인하는 것이다. 따라서 시간 영역에서의 계면 자기장을 구할 때, $z=0^+$에서의 FL 영역 식을 사용하건 $z=-0^+$에서의 FL 영역 식을 사용하건 상관이 없다. $z=0^+$에서의 FL 영역 식은 다음과 같이 주어지고

$$\begin{pmatrix}\overline{H}_x^{(x)}\\ \overline{H}_y^{(x)}\end{pmatrix} = \frac{\gamma_1}{\gamma_1+\gamma_{l2}}\begin{pmatrix}-\cos\phi_k\sin\phi_k\\ -\sin^2\phi_k\end{pmatrix} + \frac{\gamma_{z2}/\sqrt{\varepsilon_{l2}\varepsilon_{z2}}}{\frac{\gamma_1}{\varepsilon_1}+\frac{\gamma_{z2}}{\sqrt{\varepsilon_{l2}\varepsilon_{z2}}}}\begin{pmatrix}\cos\phi_k\sin\phi_k\\ -\cos^2\phi_k\end{pmatrix} \tag{35}$$

이로부터 시간 영역에서의 자기장(의 주요 특이



(a)



(b)

그림 4. (a) 그림 3에서의 파형(실선)과 추출된 $\delta(t)$형 성분 파형(점선), (b) 그림 3에서의 파형(실선)과 추출된 $1/t$형 성분 파형(점선)

Fig. 4. (a) The waveform in Fig. 3(solid line) and the extracted $\delta(t)$-type waveform(dotted line), (b) The waveform in Fig. 3(solid line) and the extracted $1/t$-type waveform(dotted line).

성분)을 구하면 아래와 같다.

$$H_\rho^{(x)} = \frac{1}{2\pi}\frac{y/\rho^3}{\sqrt{\varepsilon_{\rho 2}-\varepsilon_1}}\left[\sqrt{\varepsilon_1}\,\delta(t-s_1\rho) + \sqrt{\varepsilon_{\rho 2}}\frac{1/\pi}{t-s_{\rho 2}\rho}\right]+\cdots \tag{36}$$

$$H_\phi^{(x)} = -\frac{1}{2\pi}\frac{x/\rho^3}{\sqrt{\varepsilon_{z2}-\varepsilon_1}}\left[\sqrt{\frac{\varepsilon_{\rho 2}\varepsilon_{z2}}{\varepsilon_1}}\,\delta(t-s_1\rho) + \frac{\varepsilon_1}{\sqrt{\varepsilon_{\rho 2}}}\frac{1/\pi}{t-s_{z2}\rho}\right]+\cdots \tag{37}$$

이들 특이 성분에 관한 한, $H_\rho^{(x)}$는 TE^{z}파 성분과 관련되고 $H_\phi^{(x)}$는 TM^{z}파 성분과 관련된다.

V. VH 문제

그림 1(d)에서 전류원이 $\hat{\boldsymbol{z}}\delta(\boldsymbol{\rho})\delta(z-0^+)\delta(t)$일 때, 계면의 수평 전기장은 식 (6), (7)로부터 얻을 수 있는 다음의 식을 이용하여 계산할 수 있다.

$$(E_x^{(z1)}, E_y^{(z1)}) = \frac{1}{\varepsilon_1} \times \mathcal{L}^{-1}\left\{(\partial_x,\partial_y)\,\mathcal{G}_0^{-1}\left\{\frac{1}{s}\,\frac{\gamma_{z2}/\sqrt{\varepsilon_{\rho 2}\varepsilon_{z2}}}{\frac{\gamma_1}{\varepsilon_1}+\frac{\gamma_{z2}}{\sqrt{\varepsilon_{\rho 2}\varepsilon_{z2}}}}\right\}\right\} \tag{38}$$

이 식은 HV 문제의 식 (21)과 유사한 형태를 가지므로, 같은 방법으로 풀 수 있다. 그리하여 $E_\rho^{(z1)}$는 아래와 같이 구해지며, $E_\phi^{(z1)}$는 0이 된다.

$$E_\rho^{(z1)} = -\frac{1}{2\pi}\frac{1/\rho^2}{\sqrt{\varepsilon_{z2}-\varepsilon_1}} \times\left[\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_1}}\sqrt{\frac{\varepsilon_{\rho 2}\varepsilon_{z2}}{\varepsilon_1}}\,\delta(t-s_1\rho) + \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_{z2}}}\frac{\varepsilon_{z2}}{\sqrt{\varepsilon_{\rho 2}}}\frac{1/\pi}{t-s_{z2}\rho}\right]+\cdots \tag{39}$$

한편, 수직 전류원에 의해 발생하는 수직 자기장은 식 (6)~(8)로부터 0임을 알 수 있다.

VI. 주파수 영역에서의 계면 원방 전자장

아래와 같은 Fourier 시간 변환 관계식들을 이용하면, 주파수 영역에서의 계면 원방 전자장을 얻을 수 있다.

$$\mathcal{F}\{\delta(t)\} = 1,$$

$$\mathcal{F}\left\{\frac{-1}{\pi t}\right\} = j\,\mathrm{sgn}(\omega),$$

$$\mathcal{F}\{f(t-a)\} = e^{-j\omega a}\mathcal{F}\{f(t)\}$$

HH 문제[7]와 IV절 HV 문제의 특이 성분들로부터, 수평 전류원 $\mathbf{J} = \hat{\boldsymbol{x}}\delta(\boldsymbol{\rho})\delta(z)$ ($\mathbf{J} = \mathcal{F}\{\mathbf{J}\}$)에 의한 계면 원방 전자장을 다음과 같은 행렬곱 형식으로 정리할 수 있다($\omega > 0$).

$$\tilde{E}_\rho^{(x)} \approx \frac{x}{\rho}(\eta_1,\eta_{\rho 2})\mathbb{Q} \tag{40}$$

$$\tilde{E}_\phi^{(x)} \approx \frac{y}{\rho}\frac{1}{\varepsilon_{\rho 2}-\varepsilon_1}(\eta_1\varepsilon_1,-\eta_{\rho 2}\varepsilon_{\rho 2})\mathbb{P} \tag{41}$$

$$\tilde{E}_{z1}^{(x)} \approx \frac{x}{\rho}\frac{\sqrt{\varepsilon_{\rho 2}\varepsilon_{z2}}}{\sqrt{\varepsilon_{z2}-\varepsilon_1}}\left(\frac{\eta_1}{\sqrt{\varepsilon_1}},-j\frac{\eta_{\rho 2}}{\sqrt{\varepsilon_{\rho 2}}}\right)\mathbb{Q} \tag{42a}$$

$$\tilde{E}_{z2}^{(x)} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{z2}}\tilde{E}_{z1}^{(x)} \tag{42b}$$

$$\tilde{H}_{\rho}^{(x)} \approx \frac{y}{\rho}\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_{t2}-\varepsilon_1}}(\sqrt{\varepsilon_1}, -j\sqrt{\varepsilon_{t2}})\mathbb{P} \tag{43}$$

$$\tilde{H}_{\phi}^{(x)} \approx \frac{x}{\rho}\frac{\varepsilon_1\sqrt{\varepsilon_{t2}\varepsilon_{z2}}}{\sqrt{\varepsilon_{z2}-\varepsilon_1}}\left(\frac{-1}{\sqrt{\varepsilon_1^3}}, j\frac{1}{\varepsilon_{t2}\sqrt{\varepsilon_{z2}}}\right)\mathbb{Q} \tag{44}$$

$$\tilde{H}_{z}^{(x)} \approx \frac{y}{\rho}\frac{1}{\varepsilon_{t2}-\varepsilon_1}(\varepsilon_1, -\varepsilon_{t2})\mathbb{P} \tag{45}$$

여기서 $\eta_1, \eta_{t2}, \eta_{z2}$와 행렬 $\mathbb{P}, \mathbb{Q}$는 다음과 같다(위첨자 T는 전치(transpose)를 의미함).

$$\eta_1 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_1},\quad \eta_{t2} = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_{t2}},\quad \eta_{z2} = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_{z2}},$$

$$\mathbb{P} = \left(\frac{e^{-j\omega s_1\rho}}{2\pi\rho^2}, \frac{e^{-j\omega s_{t2}\rho}}{2\pi\rho^2}\right)^{\mathrm{T}}, \tag{46}$$

$$\mathbb{Q} = \left(\frac{e^{-j\omega s_1\rho}}{2\pi\rho^2}, \frac{e^{-j\omega s_{z2}\rho}}{2\pi\rho^2}\right)^{\mathrm{T}} \tag{47}$$

한편 III · V절의 VV · VH 문제로부터, 수직 전류원 $\mathfrak{J} = \hat{\boldsymbol{z}}\,\delta(\boldsymbol{\rho})\delta(z-0^+)$에 의한 계면 원방 전자장은 다음과 같이 정리된다.

$$\tilde{E}_{\rho}^{(z1)} \approx \frac{\sqrt{\varepsilon_{t2}\varepsilon_{z2}}}{\sqrt{\varepsilon_{z2}-\varepsilon_1}}\left(-\frac{\eta_1}{\sqrt{\varepsilon_1}}, j\frac{\eta_{t2}}{\sqrt{\varepsilon_{t2}}}\right)\mathbb{Q} \tag{48}$$

$$\tilde{E}_{\phi}^{(z1)} = 0 \tag{49}$$

$$\tilde{E}_{z1}^{(z1)} \approx \frac{\varepsilon_{t2}\varepsilon_{z2}}{\varepsilon_{z2}-\varepsilon_1}\left(-\frac{\eta_1}{\varepsilon_1}, \frac{\eta_{t2}}{\varepsilon_{t2}}\right)\mathbb{Q} \tag{50a}$$

$$\tilde{E}_{z2}^{(z1)} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{z2}}\tilde{E}_{z1}^{(z1)} \tag{50b}$$

$$\tilde{H}_{\rho}^{(z1)} = 0 \tag{51}$$

$$\tilde{H}_{\phi}^{(z1)} \approx \frac{\varepsilon_1\varepsilon_{t2}\varepsilon_{z2}}{\varepsilon_{z2}-\varepsilon_1}\left(\frac{1}{\varepsilon_1^2}, -\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_{t2}^3\varepsilon_{z2}}}\right)\mathbb{Q} \tag{52}$$

$$\tilde{H}_{z}^{(z1)} = 0 \tag{53}$$

식 (46), (47)의 $\mathbb{P}, \mathbb{Q}$로부터 알 수 있듯이, 계면 원방 전자장은 모두 ρ^2에 반비례한다.

Ⅶ. 맺음말

이상과 같이, 등방성 상반 매질과 수직 단축성 하반 매질의 계면에서, 임펄스 점 전류원에 의해 발생하는 전자장을 VV · HV · VH 문제에 대해 이론적으로 분석하였다. Cagniard-de Hoop 해석법을 적용함으로써 시간 영역 해를 얻었는데, VV 문제에서는 적분이 포함되지 않은 명시적인 형태로 전자장 해를 구하였다. HV · VH 문제에서는 해를 유한 구간 단일 적분의 식으로 표현하였고, 이 해에 내재된 주요 불연속 성분들을 명시적인 형태로 제시하였다. VV 문제의 경우에는, 상반 매질과 하반 매질을 통해 전달되는 특이 성분 파는 둘 다 $\delta(t)$ 형태의 파형을 갖는다. HV · VH 문제에서는, 상반 매질의 전파 속도를 갖는 특이 성분 파는 $\delta(t)$ 형태의 파형을 갖는 반면, 하반 매질의 전파 속도 (s_{z2})를 갖는 특이 성분 파는 $1/t$ 함수 형태의 파형을 갖는다. 이 특이 성분들에 대해 Fourier 시간 변환을 하면 주파수 영역의 계면 원방 전자장을 얻을 수 있는데, 이들은 파원으로부터 거리의 제곱에 반비례한다. 이 주파수 영역 전자장은 평면 파수 영역의 분지선 적분(branch-line integral)에 대한 점근 해석[14]을 통하여 구할 수도 있는데, 본 논문에서는 시간영역 해로부터 구할 수 있음을 보였다.

참 고 문 헌

[1] H. Lamb, "On the propagation of tremors over the surface of an elastic solid", *Philos. Trans. R. Soc. London*, A203, pp. 1-42, Sep. 1904.

[2] B. van der Pol, "On discontinuous electromagnetic waves and the occurrence of surface wave", *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 4, no. 3, pp. 288-293, 1956.

[3] K. I. Nikoskinen, "Time-domain analysis of horizontal dipoles in front of planar dielectric interface", *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 38, no. 12, pp. 1951-1957, Dec. 1990.

[4] W.-S. Lee, S. Nam, "Transient interactions between tiny interfacial antennas on half-space lossless dielectric", *Radio Sci.*, vol. 34, no. 5, pp. 1027-1041, Sep./Oct. 1999.

[5] W. M. Ewing, W. S. Jardetzky, and F. Press, *Elastic Waves in Layered Media*, McGraw-Hill, 1957.

[6] N. Engheta, C. H. Papas, and C. Elachi, "Radiation patterns of interfacial dipole antennas", *Radio Sci.*, vol. 17, no. 6, pp. 1557-1566, Nov./Dec. 1982.

[7] 이원석, 남상욱, "단축 이방성 반공간 유전체 표면에서 수평 미세 전류원에 의해 발생하는 수평 경계면 전기장에 대한 시영역 해의 유도", 한국전자파학회논문지, 11(2), pp. 313-321, 2000년 2월.

[8] K. Aki, P. G. Richards, *Quantitative Seismology*, 2nd Ed., University Science Books, 2002.

[9] W. C. Chew, *Waves and Fields in Inhomogeneous Media*, Van Nostrand Reinhold, 1990.

[10] J. A. Kong, *Electromagnetic Wave Theory*, 2nd Ed., Wiley, 1990.

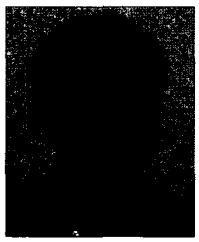
[11] D. Gridin, "On the radiation of ultrasound into an isotropic elastic half-space via wavefront expansions of the impulse response", *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 105, no. 5, pp. 2565-2573, May 1999.

[12] A. A. Duchkov, S. V. Goldin, "Analysis of seismic wave dynamics by means of integral representations and the method of discontinuities", *Geophysics*, vol. 66, no. 2, pp. 413-418, Mar./Apr. 2001.

[13] I. S. Gradshteyn, I. M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series, and Products*, 5th Ed., Academic, 1994.

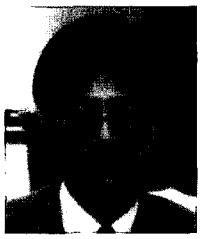
[14] D. C. Stickler, "Reflected and lateral waves for the Sommerfeld model", *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 60, no. 5, pp. 1061-1070, Nov. 1976.

이 원 석



1993년 2월: 서울대학교 전자공학과 (공학사)
1995년 2월: 서울대학교 전자공학과 (공학석사)
2000년 2월: 서울대학교 전자공학과 (공학박사)
2000년 12월~현재: (주)지씨티리써치 연구원
[주 관심분야] 전자파 전파특성 해석, 안테나 설계, IC 패키지 모델링, CMOS RF 회로 설계 등

남 상 욱



1981년 2월: 서울대학교 전자공학과 (공학사)
1983년 2월: 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 (공학석사)
1989년 5월: 미국 Texas 주립대학교 전기공학과 (공학박사)
1990년 2월~현재: 서울대학교 전기공학부 교수
[주 관심분야] 전자파 수치해석, 안테나 및 초고주파 회로 설계 등