

황동 개재물이 있는 Al 외팔형 정사각판의 자유진동해석

Free Vibration Analysis of Al Cantilever Square Plates with a Brass Inclusion

이 윤 복* · 이 영 신† · 이 세 훈**

Youn-bok Lee, Young-shin Lee and Se-hoon Lee

(2005년 8월 26일 접수 : 2005년 11월 14일 심사완료)

Key Words : Free Vibration(자유진동), Cantilever Plate(외팔 판), Elastic Inclusion(탄성 개재물), Vibration Characteristic(진동특성), Mode Shape(모드형상), Nodal Line(절선)

ABSTRACT

The free vibration characteristics of Al cantilever square plates with a brass inclusion were analyzed experimentally and numerically. The experimentally obtained natural frequencies and mode shapes were compared with the FEM analysis results. The impulse exciting method was used for experiment and ANSYS software package was used for FEM analysis. The natural frequencies obtained from experiment and numerical analysis matched within 9%. It was found that the natural frequencies of the Al cantilever square plates with a brass inclusion decrease as the size of inclusion increases. For the third mode shape, comparing the nodal line of the Al plate and the Al plate with a inclusion, the mode shape showed the reversed quadratic curve. The natural frequencies of inclusion plate were decreased as the location of inclusion moves from the clamped edge to the free edge.

기 호 설 명

1. 서 론

- A : 판 전체의 면적
- A' : 개재물 면적
- E : 탄성계수 (GPa)
- f : 고유진동수 (Hz)
- $\sqrt{E/\rho(1-\nu^2)}$: 내평면 파동속도 (m/s)
- x, y, z : 판의 직교좌표
- ν : 푸아송 비
- ρ : 재료의 밀도 (kg/m^3)

많은 공학자들은 기계 구조물의 기본요소로 사용되는 사각판의 정적, 동적 해석을 수행해 왔다. 그러나 기계 구조물의 형상이 점점 복잡화됨에 따라 초기에 가장 단순한 경우의 해를 구하고, 그 후 실제적이고 복잡한 설계에 있어서 단순한 해를 기초로 하여 발견시키는 공학적 접근방법이 사용되었다.⁽¹⁾ 실제 설계에서는 불연속부가 존재하는 구조물을 대상으로 하기 때문에 개구부 또는 개재물을 지닌 판의 동적거동 이해가 중요하다. 여기서 개재물은 rigid 개재물과 탄성 개재물로 구별되며 실제 문제에서는 판에 개구부가 있을 경우 개구부가 판의 재질과 다른 탄성재료로 채워질 때, 즉 서로 다른 재질로 구성된 이종재료로서 탄성 개재물로 다루어진다.⁽²⁾

Laura 등에 의해 직교이방성 개재물이 있는 등방성 직사각형판의 횡진동 해석⁽³⁻⁴⁾이 발표되었으며,

† 책임저자 : 정희원, 충남대학교 기계설계공학과
E-mail : leeys@cnu.ac.kr
Tel : (042) 821-6644, Fax : (042) 821-8906

* 정희원, 충남대학교 대학원 기계설계공학과

** 충남대학교 대학원 기계설계공학과

Bucara 등은 강판 내부에 있는 mortar로 된 개재물의 탐지와 위치식별을 위한 역문제 해석⁽⁵⁾을 수행하였다.

이 연구에서는 황동 개재물이 있는 Al 외팔형 정사각판⁽⁶⁻⁸⁾의 진동특성, 즉 고유진동수와 모드형상을 실험을 통하여 고찰하였다. 또한 실험결과와 비교를 위해 유한요소해석을 수행하였으며 황동 개재물의 크기 및 위치에 따른 Al 외팔형 정사각판의 진동특성을 연구하였다.

2. 실험

2.1 시편

실험적으로 진동특성(고유진동수 및 모드형상)을 측정하기 위한 시편은 개재물이 없는 Al 정사각판, 판 중앙에 개재물 크기가 각각 100×100 mm, 150×150 mm인 Al 정사각판의 3종류이다. 여기서 개재물이 있는 판은 정사각형 Al판에서 개구부를 가공한 후 개구부에 황동을 역지 끼워 맞추한 것이다. 본 연구에서 역지 끼워맞춤 과정의 내평면 응력은 참고문헌 (12)에 의하면 고유진동수를 증가시키나 그 증가 비율이 수 %이내 이므로 진동특성의 영향을 무시하였다. 얇은 판의 두께비를 고려하여 판의 두께는 4.8 mm, 길이는 300 mm로 하였다. 또한 외팔형 고정지지를 위한 체결부위를 고려하여 시편 한쪽 면의 총 길이를 350 mm로 하였다. 시편의 재질은 기본판이 Al 5083이고 개재물이 황동이다. 물성치는 Table 1과 같으며 Al 5083은 metal sheet의 데이터이고 황동은

Table 1 Material properties of Al 5083 and brass

Designation	E (GPa)	ρ (kg/m ³)	ν	$\sqrt{E/\rho(1-\nu^2)}$ (m/s)
Al 5083	72.3	2744	0.33	5437.7
Brass	94.6	8850	0.17	3317.7

Table 2 Specification of experimental setup

Equipments	Model No.	Specification
Impact hammer	PCB 086B04	1000 lbs
Accelerometer	PCB 352C22	± 500 g
A/D	HP VX1 1432A	64 ch.
Modal analyzer	HP XW8000	I-DEAS

실험치이다.

2.2 실험방법

진동특성 실험은 무게 2.6 ton인 T-슬롯베드에 지그로 외팔형 시편을 장착하여 충격해머를 이용한 충격가진법을 적용하였다. 여기에 사용된 실험장치 및 체원은 Fig.1 및 Table 2에 나타내었다. 충격가진법은 선형 구조물의 순환(reciprocity) 성질을 반영하여 한 개의 가속도계를 선택된 절점에 부착시키고 충격 지점을 각각의 절점마다 옮겨가면서 충격 가진하여 진동응답을 구하는 방법이다⁽⁹⁾.

실험에 사용된 절점수는 180개의 절점을 세분화하여 Al판과 황동 개재물 사이의 불연속적인 모드를 구분하도록 하였다. 충격 가진은 총 3회 반복하여 주파수 응답함수를 평균화하였고 측정 진동수범위는 1차부터 6차까지의 고유진동수 범위인 0~800 Hz로 설정하였다. 진동실험을 위한 경계조건은 외팔형이며 Fig. 2와 같이 고정지그로 장착하였다. 주파수 해상도(frequency resolution)는 0.5 Hz로 정하였고 하나의 주파수 응답함수를 획득하기 위해 적용된 샘플링 시간은 4초로 하였다.

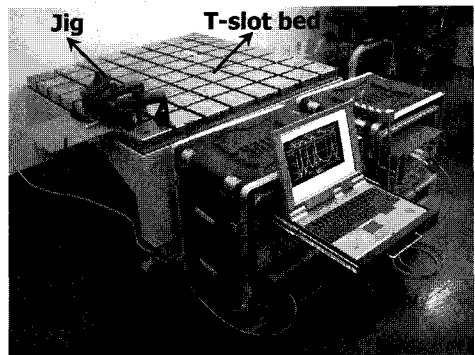


Fig. 1 Experimental setup for vibration test



Fig. 2 Specimen and jig for experiment

3. 유한요소해석

3.1 개요

실험결과와의 타당성을 검토하기 위하여 개재물이 있는 외팔형 정사각판의 진동 특성에 대한 유한요소해석을 수행하였다. 유한요소해석은 상용 전산프로그램인 ANSYS 8.1을 이용하여 고유값 문제(eigenvalue problem)를 부공간법(subspace method)으로 구하였다⁽¹⁰⁾. 유한요소모델은 셸요소(shell 63)를 사용하였으며, 셸요소의 특성은 4절점 및 각 절점당 6자유도(3개의 병진운동 및 3개의 회전운동)를 갖는다. 그리고 경계조건은 3단 자유 및 1단 고정경계조건의 조합으로 하였다.

3.2 유한요소 모델

유한요소 모델은 Fig. 3과 같이 개재물이 있는 판은 가로 300 mm, 세로 300 mm 및 두께 4.8 mm이고 개재물의 크기는 가로, 세로 각각 0, 50, 100, 150, 200 및 300 mm이고 물성치는 Table 1과 같다. 유한요소 크기(mesh size)가 5×5 mm인 정사각형으로 하여 총 요소수는 3600개, 총 절점수는 3721

개이다. 이 모델에서 Al과 황동의 경계는 연속이라고 가정하였다.

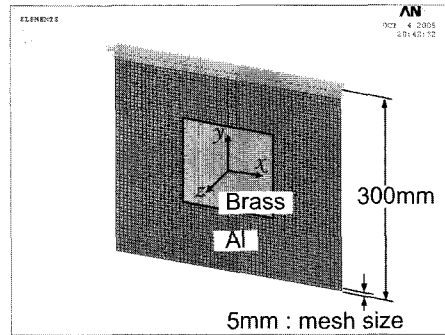


Fig. 3 Model of the Al cantilever square plate with a brass inclusion

Table 3 Experimental natural frequencies with inclusion size

Designation	1st	2nd	3rd	4th	5th	6th
Al plate no inclusion	43.0	104.0	261.0	355.0	381.0	667.0
Inclusion 100×100 mm	41.0	120.0	236.0	351.0	395.0	634.0
Inclusion 150×150 mm	37.0	115.0	220.0	341.0	371.0	574.0

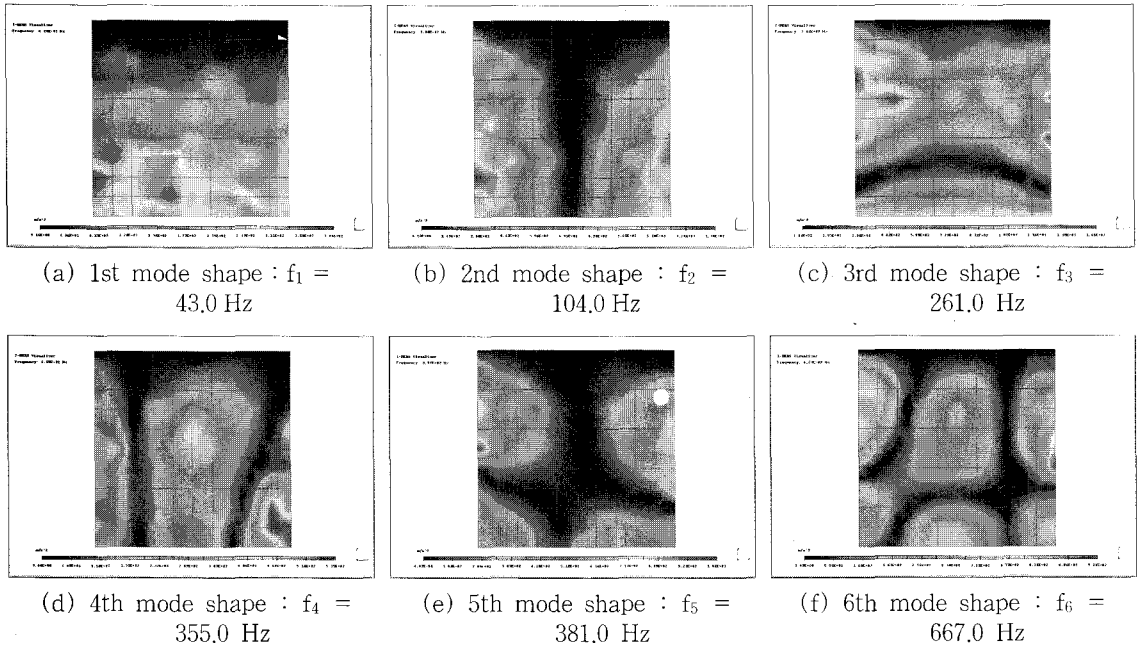


Fig. 4 Experimental mode shapes of the Al cantilever square plate

4. 결과 및 고찰

4.1 실험결과

판의 중앙에 개재물 크기가 가로, 세로 각각 0 mm (Al판), 100 mm 및 150 mm 3가지 경우에 대하여 1

차부터 6차까지의 고유진동수와 모드형상을 Table 3 과 Fig.4~6에 나타내었다. 각 모드형상은 정사각형의 윗면($y=z=0$)이 고정지지가 된 것이며 개재물의 불연속부에 대한 영향은 없다. Table 3은 개재물 크기에 따른 실험적 고유진동수를 나타내었으며 개재물 크기가 커짐에 따라 차수별 고유진동수는 낮아짐을

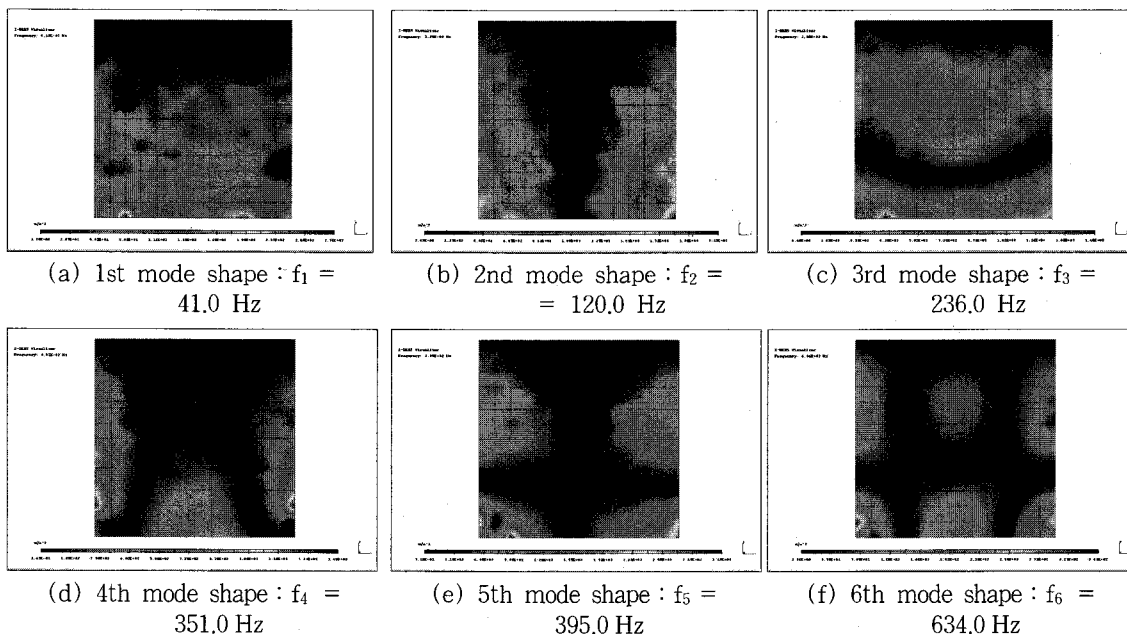


Fig.5 Experimental mode shapes of the Al cantilever square plate with a 100×100 mm brass inclusion (continued)

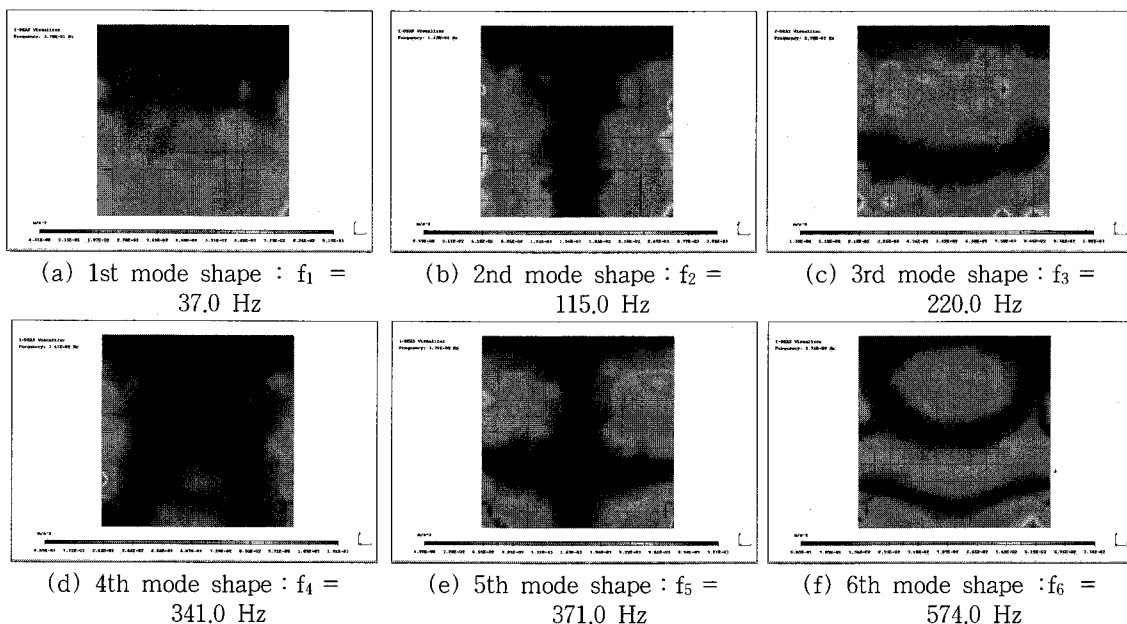


Fig. 6 Experimental mode shapes of Al cantilever square plate with a 150×150 mm brass inclusion

알 수 있다. Fig. 4는 Al 외팔형 정사각판의 실험 모드형상으로 모드별 절선이 기하학적으로 대칭인 Heiba에 의한 실험방법의 절선⁽¹¹⁾과 비교하면 대부분 모드에서 잘 일치하나 4차 모드에서 대칭성이 조금 벗어남을 알 수 있다. Fig. 5는 100×100 mm 황동 개재물이 있는 Al 외팔형 정사각판의 실험 모드형상으로 Fig. 4와 비교하면 3차 모드에서 2차 곡선의 형상이 서로 반대로 나타난다. Fig. 6은 150×150 mm 황동 개재물이 있는 Al 외팔형 정사각판의 실험 모드형상으로 Fig. 5와 비교하면 6차 모드가 격자모양에서 폐곡선 모양으로 변화함을 알 수 있다.

4.2 유한요소 해석결과

판의 중앙에 개재물 크기가 가로, 세로 각각 0, 50, 100, 150, 200 및 300 mm로 증가할 때 1차부터 6차에서의 고유진동수 변화는 Table 4와 Fig. 7에 나타냈으며, 개재물 크기가 100 mm 및 150 mm인

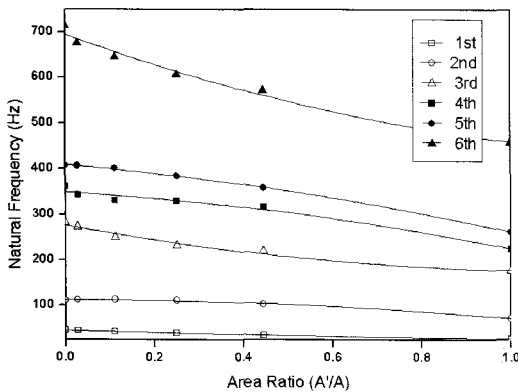


Fig. 7 Effect of inclusion area ratios on natural frequencies

경우 모드형상은 Fig. 8~10에 나타내었다. 각 모드형상에서 점선은 절선을 나타내고 실선은 개재물의 형상이며 정사각형 윗변(y=z=0)이 고정지지이다.

Table 4 Numerical natural frequencies with inclusion size

Inclusion size	1st	2nd	3rd	4th	5th	6th
0(12) (Al plate)	46.5	113.6	285.5	364.1	414.5	725.4
0 (Al plate)	46.1	111.5	281.3	360.8	407.7	714.1
50×50	45.5	112.3	273.3	343.4	407.4	676.0
100×100	43.5	113.6	250.3	330.5	402.0	645.8
150×150	40.3	112.1	232.9	329.1	385.0	607.6
200×200	36.3	103.8	220.2	317.3	359.0	572.9
300(brass plate)	28.5	73.6	177.4	225.3	262.9	459.6

Table 5 Numerical natural frequencies with inclusion location (100×100 mm inclusion size)

Inclusion location	1st	2nd	3rd	4th	5th	6th
	47.3	113.3	271.2	361.7	386.9	661.3
	43.6	102.3	242.6	341.3	373.8	644.9
	35.8	93.1	257.5	310.5	382.9	673.2
	47.3	113.1	274.9	352.7	408.3	649.3
	43.5	113.6	250.3	330.5	402.0	645.8
	36.2	110.1	251.6	333.7	413.3	645.0
	35.8	93.1	257.5	310.5	382.9	673.2

Table 6 Comparison experimental and FEM results

Designation		1st	2nd	3rd	4th	5th	6th
Al plate no inclusion	Experiment(Hz)	43.0	104.0	261.0	355.0	380.0	667.0
	FEM(Hz)	46.1	111.5	281.3	360.8	407.7	714.1
	Error(%)	-7	-7	-8	-2	-7	-7
Inclusion 100×100 mm	Experiment(Hz)	41.0	120.0	236.0	351.0	395.0	634.0
	FEM(Hz)	43.5	113.6	250.3	332.5	402.0	645.8
	Error(%)	-6	+5	-6	+6	-2	2
Inclusion 150×150 mm	Experiment(Hz)	37.0	115.0	220.0	341.0	371.0	574.0
	FEM(Hz)	40.3	112.1	232.9	329.1	385.0	607.6
	Error(%)	-9	+3	-6	+3	-4	-6

$$\text{Error (\%)} = \frac{\text{Experiment} - \text{FEM}}{\text{Experiment}} \times 100$$

여기서 수치적 절선은 모두 기하학적 대칭을 이루고 있으며 개재물의 불연속부에 대한 영향은 없다. Table 4는 개재물이 없는 Al판에서 유한요소해석의

정확도를 살펴보기 위하여 유한요소해석 결과와 이론 해석 결과⁽¹²⁾를 비교하였으며, 유한요소해석 결과가 상대적으로 낮게 나타나 있으나 낮은 오차범위 내로

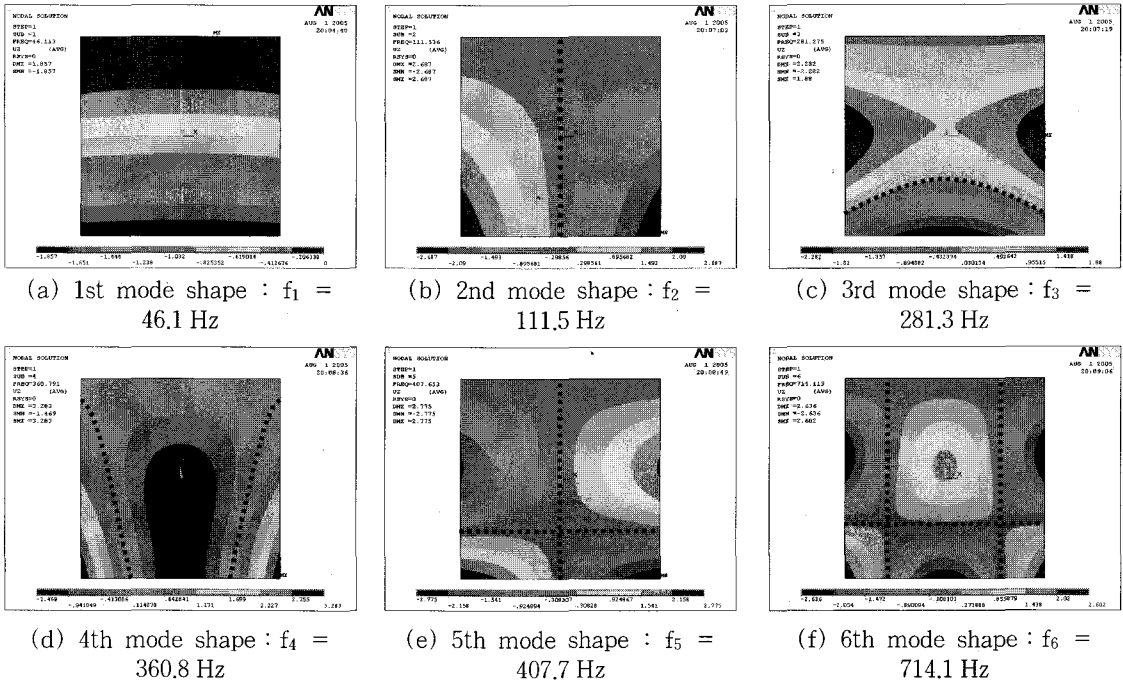


Fig. 8 Numerical mode shapes of the Al cantilever square plate

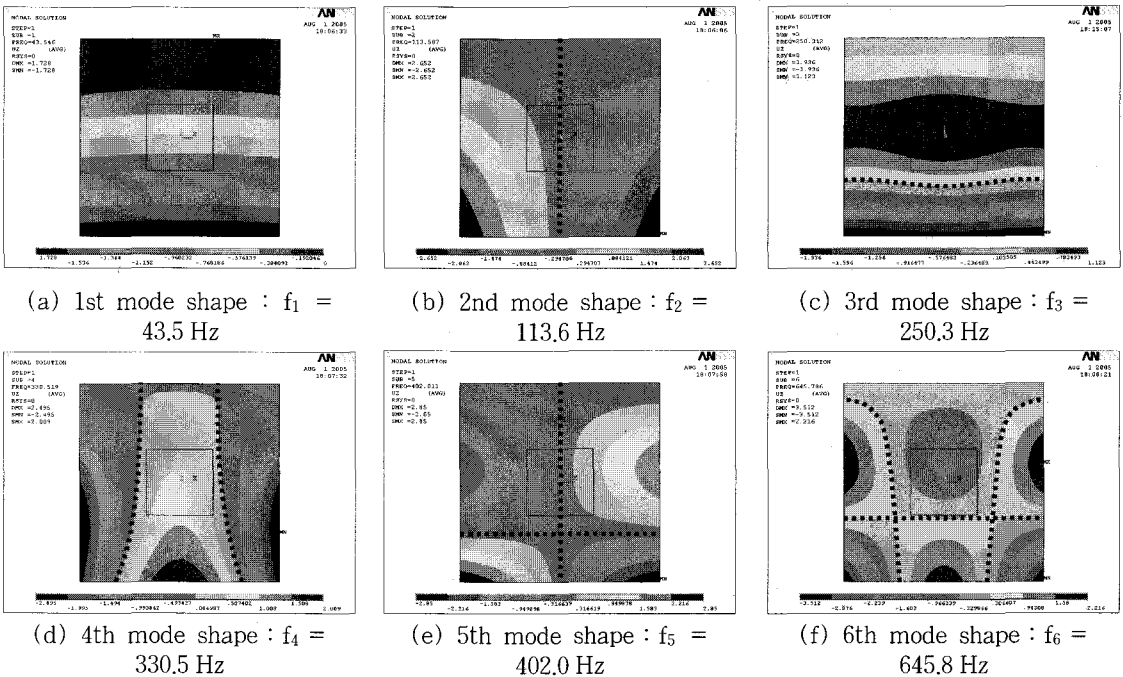


Fig. 9 Numerical mode shapes of the Al cantilever square plate with a 100×100 mm brass inclusion

잘 일치한다. Fig. 7은 판의 전체면적(A)에 대한 개재물 면적(A')비에 따른 차수별 고유진동수 변화를 나타낸 그래프로 면적비가 커짐에 따라 고유진동수는 낮아진다. Fig. 8은 AI 외팔형 정사각판의 수치적 모드형상으로 이론해석의 절선⁽¹³⁾과 비교하면 전반적으로 잘 일치하고 있다. Fig. 9는 100×100 mm 황동 개재물이 있는 AI 외팔형 정사각판의 수치적 모드형상으로 3차, 4차 및 6차의 절선이 개재물 형상에 교차하지 않는다. Fig. 10은 150×150 mm 황동 개재물이 있는 AI 외팔형 정사각판의 수치적 모드형상으로 개재물이 커짐에 따라 6차 모드에서 절선이 격자모양에서 폐곡선 모양으로 바뀐다. 또한 개재물의 위치에 따른 영향을 보기 위하여 개재물이 없는 판을 9등분 하였고, 각각의 위치에 100×100 mm 개재물이 있을 경우 고유진동수는 Table 5와 같다. 여기서 개재물의 위치가 고정단에서 자유단으로 변화하면 고유진동수가 낮아지며, 개재물의 위치가 고정단에 접해 있으면 개재물이 없는 AI판의 고유진동수보다 높게 나타난다. 그리고 개재물 위치가 Table 5의 세 번째와 일곱 번째와 같이 기하학적 대칭에 위치한 경우 서로의 고유진동수가 같음을 알 수 있다.

4.3 고찰

첫째로, 실험과 유한요소해석 결과에서 개재물 크기에 따른 1차부터 6차 모드까지의 고유진동수를 비교해 보면 Table 6와 같고 오차는 2~9% 범위에 있어 잘 일치한다. 또한 개재물이 없는 AI판은 유한요소해석 결과가 실험치보다 항상 높게 나타나고 있으며^(1, 6) 이는 유한요소해석 결과가 상한계로 평가되기 때문이다. 그러나 개재물이 있는 판은 유한요소해석 결과와 실험치가 번갈아 가면서 변동하는 경향을 보이고 있다. 모드형상은 실험 및 유한요소해석 결과를 비교하면 AI판과 황동 개재물에 대한 불연속부 영향은 없으며, 일부를 제외하고는 기하학적 대칭인 절선을 나타내고 있다.

개재물이 있는 판의 경우 1차부터 6차까지의 모드형상은 거의 일치하고 있다. 3차 모드에서 개재물이 없는 판과 개재물이 있는 판을 비교하면 2차 곡선의 형상이 반대로 됨을 알 수 있으며 이는 AI판보다 밀도가 큰 황동 개재물의 영향으로 판단된다. 또한 6차 모드에서는 개재물 크기가 커짐에 따라 절선이 격자모양에서 폐곡선 모양으로 바뀌음을 알 수 있다.

둘째로, 개재물의 위치에 따른 특성변화로 개재물

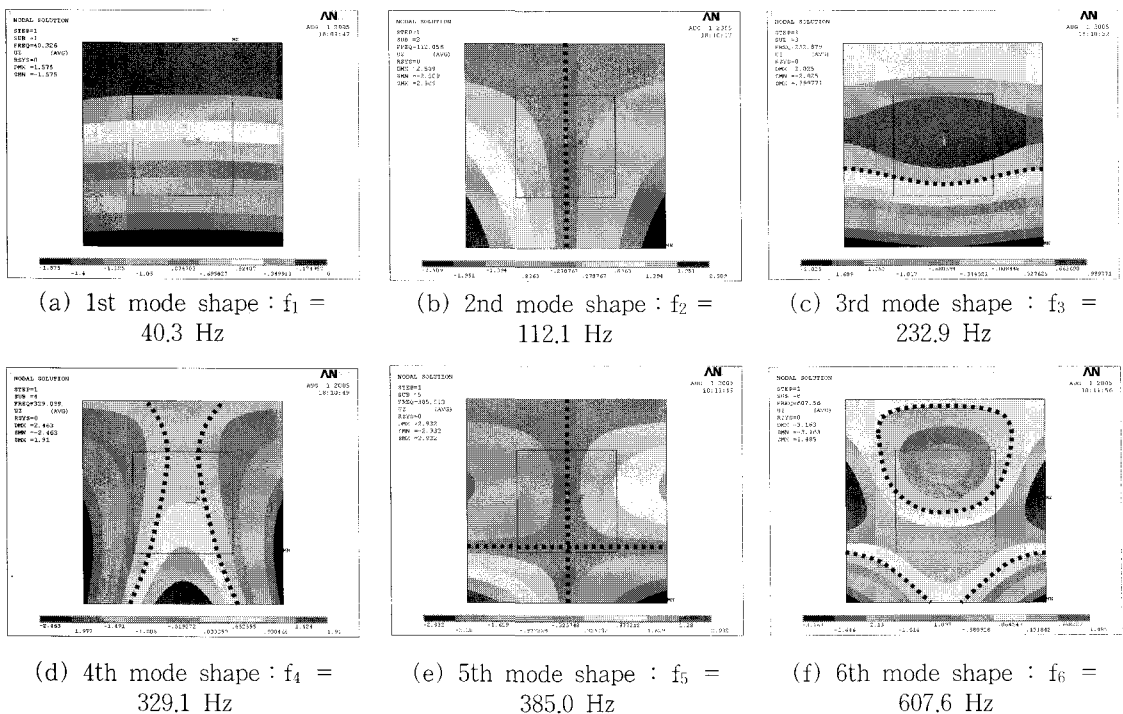


Fig. 10 Numerical mode shapes of the AI cantilever square plate with a 150×150 mm brass inclusion

의 위치가 기하학적 대칭면에 놓이게 되면 고유진동수는 서로 동일하며, 고정단에서 자유단으로 개재물 위치가 변화할 때 고유진동수는 점차로 낮아짐을 알 수 있다.

5. 결 론

이 연구에서는 실험과 유한요소해석을 통하여 얻은 황동 개재물이 있는 Al 외팔형 정사각판에 대한 1차부터 6차 모드까지의 진동특성을 제시하였다. 이에 대한 진동특성을 파악하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 개재물이 판의 중앙에 있을 경우 개재물 크기가 커짐에 따라 개재물이 있는 판의 고유진동수는 낮아진다.

(2) Al판과 황동 개재물의 불연속부는 모드형상에 영향을 주지 않는다.

(3) 3차 모드형상에서 개재물이 없는 판과 개재물이 있는 판의 절선은 2차 곡선의 형상이 반대로 나타난다.

(4) 6차 모드형상에서 개재물 크기가 커짐에 따라 절선이 격자모양에서 폐곡선 모양으로 변한다.

(5) 개재물의 위치가 고정단에서 자유단으로 변화하면 고유진동수가 낮아진다.

참 고 문 헌

(1) 이영신 등, 1994, "2개의 원형구멍이 있는 4변 고정 등방성 정사각형판의 자유진동해석," 한국소음진동공학회논문집, 제 4 권, 제 3 호, pp. 283~293.

(2) Timoshenko, S. P. and Woinowsky-Krieger, S., 1959, Theory of Plates and Shells, McGraw-Hill, Inc., Singapore, pp. 322~323.

(3) Laura, P. A. A. and Gutierrez, R. H., 1984, "Transverse Vibrations of Orthotropic, Non-Homogeneous Rectangular Plate," Fibre Science and Technology, Vol. 21, pp. 125~133.

(4) Ercoli, L. and Laura, P. A. A., 1992,

"Transverse Vibration of an Isotropic, Simply Supported Rectangular Plate with an Orthotropic Inclusion," Journal of Sound and Vibration, Vol. 153, No. 2, pp. 217~221.

(5) Bucara, J. A., Romano, A. J. and Abraham, P., 2004, "Detection and Localization of Inclusions in Plates Using Inversion of Point Actuated Surface Displacements," The Journal of the Acoustical Society of America, January, Vol. 115, No. 1, pp. 201~206.

(6) 이영신 등, 1994, "외팔형 복합재료 및 혼합 적층 사각판의 자유진동해석," 대한기계학회논문집, 제 18 권, 제 8 호, pp. 1899~1909.

(7) Rajalingham, C., Bhat, R. B. and Xistris, G. D., 1996, "Closed Form Approximation of Vibration Modes of Rectangular Cantilever Plates by the Variational Reduction Method," Journal of Sound and Vibration, Vol. 197, No. 3, pp. 263~281.

(8) Chang, D., Wang, G. and Wereley, N. M., 2003, "Analysis and Application of Extended Kantorovich-Krylov Method," Applicable Analysis, Vol. 82, No. 7, pp. 713~740.

(9) Halvorson, W. G. and Brown, D. L., 1977, "Impulse Technique for Structural Frequency Response Testing," Sound and Vibration, November, pp. 8~21.

(10) Kohnke, P. C., 1989, ANSYS Engineering Analysis System Theoretical Manual, Swanson Analysis System, Inc.

(11) Leissa, A. W., 1969, "Vibration of Plates," NASA SP-160, pp. 83~85.

(12) Blevins, R. D., 1979, Formulas for Natural Frequency and Mode Shape, Van Nostrand Reinhold Company, New York, p. 268, p. 254.

(13) Barun, S. G., Ewins, D. J. and Rao, S. S., 2002, Encyclopedia of Vibration, Academic Press, New York, Appendix 5.