

공공성을 고려한 열차용량 할당

Train-Fleet Assignment based on Public Interests

최인상* · 오석문* · 손무성** · 최인찬***

In-Sang Choi · Seog-Moon Oh · Moo-Sung Son · In-Chan Choi

Abstract

In this paper, we consider the train-fleet assignment problem to determine fleet assignment and seat allocation synchronously. An integer programming model of the problem and a decomposition-based solution approach are developed to handle short-term period deterministic origin-destination demands. The primary objective used in the developed model is to maximize the total number of passengers transported during peak load periods, such as Chuseok national holiday period. Thus, in developing the model we choose to profit-pursuing system. We also show how the proposed model can be readily modified to incorporate profit-maximization. Using the empirical data sets provided by a Korean railroad company, we have tested the proposed solution approach and carried out various comparison analyses by varying traffic demand patterns and train schedules. The computational experiments reveal that the proposed solution approach produces high quality solutions in reasonable computation time.

Keywords : Train-fleet assignment, Decomposition approach, Integer Programming

1. 서론

최근 한국철도에서는 운영분야의 공산화 등 조직의 효율성과 수익성을 개선하기 위해 노력을 기울이고 있다. 이와 같은 상황은 한국철도에 국한되는 상황은 아니며, 영국·네덜란드·일본 등 해외 여러 선진 철도운영기관들에서 선형하고 있는 실정이다.

그러나 철도는 여전히 대규모·장거리 수송에 유리한 특징을 가지고 있으며, 따라서 철도에 대한 국민의 정서는 현재까지 공공재로서의 역할로 인식하는 경우가 많다. 특히, 전통명절 중의 하나인 추석과 같이 수요가 급증하는 기간에 한국철도는 공공재로서의 역할을 중점적으로 수행하고 있다. 이와 같은 배경을 바탕으로 본 연구에서는 공공성 확보를 위한 열차용량 할당 문제를 다루고자 한다.

열차용량 할당(Train-fleet assignment)은, 열차 서비스 계획(Train service plan)을 구성하는 여러 과정들 중 하나로,

열차 서비스의 공공성 확보를 위한 중요한 단계이다. 본 논문에서 고려하는 열차용량 할당 문제는 각 열차별 및 운행 구간별(Leg) 해당 열차의 편성용량(Fleet capacity)과 각 열차가 서비스하는 'OD-pair(Origin and Destination pair)'의 좌석수를 동시에 결정하는 문제이다.

철도에서 열차용량을 편성단위로 고려한 연구사례는 많지 않다. 이것은 기존의 열차편성이, 고정식 동차편성(Trainset)보다, 기관차와 객차를 조합하는 방법(Locomotive hauling)인 것에 상당부분 기인한다. 이와 같은 편성 방법에서는 주어진 객차용량에 대한 기관차 일정계획 문제(Locomotive scheduling problem)가 중심이 된다.

[1-3]은 기관차 일정계획 문제의 초기 연구들로서, 주로 문제에 대한 수리적 모형을 제시하는 측면에 중점을 두고 있으며, [4-5]에 이르러서는 중대규모 문제에 대한 최적화 기반의 해법을 제시하고 있다. 또한 [6-7]에서는 기존의 기관차 일정계획 문제에서 기관차와 객차를 동시에 고려하거나, 기관차의 행로와 시각을 동시에 고려하는 문제로 확장을 시도하고 있다.

반면 항공기 용량할당 문제에는 다양한 연구사례들이 존재한다[8-15]. 이것은 항공기의 용량할당 문제가 증편편성을 고려해야 하는 열차편성 할당에 비해 단순할 뿐만 아니라,

† 책임저자, 정회원, 고려대학교 산업시스템정보공학과 박사과정
한국철도기술연구원, 선임연구원
E-mail : smoh@kirri.re.kr

TEL : (031)460-5484 FAX : (031)460-5499

* 정회원, 고려대학교 산업시스템정보공학과 석사과정

** 고려대학교 산업시스템정보공학과 박사과정

*** 고려대학교 산업시스템정보공학과 교수

좌석당의 가격에 있어 열차보다 높은 수준으로, 최적 용량 할당에 대한 필요성이 일찍부터 인식되었기 때문일 것으로 판단된다.

철도에서 용량할당 문제가 편성단위로 고려된 정식 논문은, 저자가 알고 있는 범위 내에서, SNCF(Société Nationale des Chemins de fer Français)의 TGV(Train à Grande Vitesse) 사례가 최초이다[16]. [16]에서는 최적화 기법을 이용한 TGV 서비스계획의 각 단계를 설명하고, 시스템 구축 경험을 제시하고 있다.

국내에서 편성단위로 운행하는 지역간 열차는 KTX와 새마을 PP(Push-Pull) 동차 등이 있으며, 본 논문에서는 이와 같이 국내에서 운영되는 편성단위 열차들의 용량할당 문제를 고려한다. [16]의 경우 열차용량 할당 문제에 대한 수리적 모형을 제시하지 않고 있는 반면, 본 논문에서는 정수 계획법(Integer Programming)을 이용한 명확한 수리적 모형을 제시한다. 제시하는 모형은 특히 공공성 확보를 위한 모형을 기본으로 하며, 이에 대한 비교·분석을 위해 수익성기반의 모형을 추가적으로 제시한다. 해법에 있어서도, [16]의 경우, 초기단계에 생성된 가능해 집합을 기반으로 최적해를 구하는 것으로 보고되고 있으나, 본 연구에서는 모든 가능해에 대해 빠른 시간 내에 양질의 해를 도출하는 요일별 및 편성별 분해해법(Decomposition approach)을 제시한다.

제시된 모형과 해법의 적용을 위해 여객수요가 단기간에 급증하는 2004년 추석기간을 대상으로 실험을 실시하였다. 추석기간은 단기간에 수요가 급증하므로, 모형의 공공성을 측정하기 위한 대표적인 예가 될 수 있다. 주어진 데이터에 대한 공공성 모형의 결과는 수익성 모형의 결과 및 현실의 열차용량 할당 결과와 비교·분석된다. 각 모형의 실험결과들을 비교·분석하기 위해 다양한 기준을 정의하고, 정의된 기준에 따른 비교·분석 결과들을 제시한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 공공성을 고려한 열차용량 할당 문제의 수리적 모형을 제시한다. 3장에서는 적절한 시간 내에 양질의 해를 얻기 위한 요일별 및 편성별 분해해법을 제시한다. 4장에서는 국내 철도운영기관에서 제공한 2004년 추석기간 데이터를 각 모형과 해법을 이용하여 실험하고, 다양하게 정의된 기준을 이용하여 그 결과를 분석한다. 마지막으로 5장에서는 결론 및 향후 연구방향을 제시한다.

2. 열차용량 할당 문제

2.1 문제 정의

열차용량 할당 문제는 열차별 OD-pair의 수송수요를 고

려하여, 각 레그에 단일/중련(Single/ Double fleet)편성과 각 편성의 유형(Fleet type)을 결정한다. 뿐만 아니라 용량할당을 위해 추가적으로 필요한 열차별 OD-pair의 좌석수를 동시에 결정한다. 이때, 각 열차는 최대 두 편성까지 중련으로 편성할 수 있으며, 각각 ‘첫 번째 편성’과 ‘두 번째 편성’으로 정의된다. 첫 번째 편성에 할당되는 차단은 해당 열차 종별과 호환이 가능해야 하며, 두 번째 편성에 할당되는 차단은 첫 번째 편성에 할당된 차단과 호환이 가능해야 한다. 본 연구에서 제시하는 열차용량 할당 모형은 다음과 같은 가정을 따른다.

<가정>

- 열차 운행 중 첫 번째 편성은 반드시 할당되어야 하며, 차단 유형도 전체 여정(Itinerary)에 대해 동일해야 한다.
- 편성을 ‘중결(Coupling)’ 및 ‘해방(Decoupling)’할 때 소요되는 시간은 고려하지 않는다.
- 주간 스케줄의 시작/완료 시점에서 역별/차단별 편성 수는 동일(Cyclical)하다.

첫 번째 가정은 기본적인 열차서비스를 구성하기 위해 필수적이며, 두 번째 가정은 중결 및 해방이 필요한 경우, 짧은 시간에 이루어질 수 있는 작업임을 전제한다. 마지막으로 세 번째 가정은 열차용량 할당 계획이 장기적으로 사용되기 위한 조건이다.

첫 번째 편성과 두 번째 편성의 할당 및 열차 운행 중 발생하는 편성의 중결/해방은 Fig. 1과 같이 네트워크 모형으로 표현 가능하다.

열차용량 할당 모형의 네트워크에서 노드($v = \langle t, i \rangle$)는 각 열차의 역 또는 차량기지에서 발생하는 출발/도착 이벤트(Event)를 나타낸다. 모든 열차 서비스의 시작과 종료는 차량

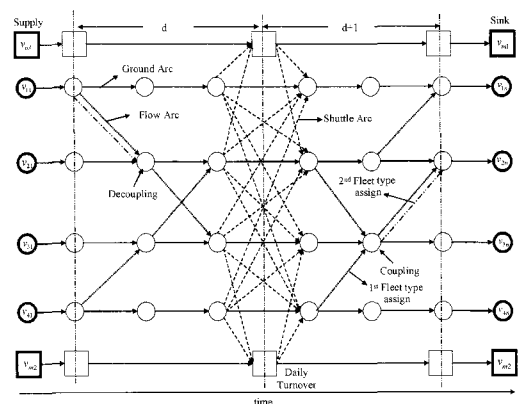


Fig. 1. Network representation

기지에서만 발생 가능하며, 열차편성의 증결/해방은 해당 설비가 갖추어진 역(ICD)에서만 가능하다. 네트워크는 각 일의 시작과 끝을 나타내는 가상 노드(NSR^d, NSK^d)에 의해 구분된다. 열차용량 할당 문제의 결정변수는 아크⟨u,v⟩ 인덱스에 따라 설정된다. Fig. 1에 나타난 아크의 종류는 3가지이며, 각 기능은 다음과 같다.

- 차단 할당 아크(Flow arc) - 열차의 각 레그에 할당되는 단일/중련 편성을 나타낸다.
- 그라운드 아크(Ground arc) - 요일별 네트워크 내에서 각 증결/해방 가능역의 차단 종류별 체박 차량수를 나타낸다.
- 셔틀 아크(Shuttle arc) - 요일별 네트워크를 연결하기 위한 회송과 요일별 네트워크 내에서 체박 차량수 제한을 유지한다.

열차용량 할당 문제의 수요는 각 열차의 OD-pair별로 주어지고, 열차의 각 레그별로 환산된 통과수요(OD_{⟨u,v⟩})에 대한 좌석 할당은 목적함수의 형태에 따라 상이한 결과를 도출하게 된다. 본 연구에서는 공공성 확보를 위한 탑승객 최대화 목적함수와 수익성 기반의 수익 최대화 목적함수를 고려한다.

2.2 공공성을 고려한 열차용량 할당 모형

공공성을 고려한 열차용량 할당 문제에 대한 수리적 모형은 다음과 같다.

<부호의 정의>

$d \in DOW$	요일
$s, t \in \bigcup_{d \in DOW} T^d$	열차
T^d	요일 d에 운행하는 열차
$T^d \subset T^d$	복합(Tranche)열차
$i, j \in I$	역
$ICD \subset I$	증결/해방 가능역
$v \in \bigcup_{d \in DOW} N^d$	이벤트, $v = \langle t, i \rangle$
$NCD^d \subset N^d$	요일 d의 출발/도착 이벤트
$NSR^d \subset N^d$	요일 d의 (가상) 시작노드
$NSK^d \subset N^d$	요일 d의 (가상) 종료노드
$NSRM^d \subset NSR^d$	요일 d의 정비기지
$\langle u, v \rangle \equiv \langle i, s \rangle - \langle j, t \rangle$	레그(아크)
v^+, v^-	차단 할당 아크($v \rightarrow v^+, v^- \rightarrow v$)
v_+, v_-	그라운드 아크($v \rightarrow v_+, v_- \rightarrow v$)
$p \in \bigcup_{d \in DOW} OD^d$	요일 d의 OD 수요
$OD_{\langle u, v^+ \rangle}$	레그 $\langle u, v^+ \rangle$ 를 걸치는 OD

$k, m, n \in K$	차단. $K(k) \cup K^c(k) = K$ $K(v) \cup K^c(v) = K$
$CK_k \in Z^+$	차단 k의 좌석 용량
$CL_i \in \{1, 2\}$	역 i의 플랫폼 길이
$CS_i \in Z^+$	역 i의 체박 용량
$D_p \in Z^+$	구간 p의 OD 수요
$W_k^d \in Z^+$	차단 k의 불가용 대수
$N^* \in Z^+$	차단 k의 편성수
$z_p \in Z^+$	구간 p의 할당 좌석 수
$x_{\langle u, v^+ \rangle}^m \in \{0, 1\}$	레그 $\langle u, v^+ \rangle$ 의 첫 번째 편성에 m-type 차단이 할당되면 1. 그렇지 않으면 0.
$y_{\langle u, v^+ \rangle}^n \in \{0, 1\}$	레그 $\langle u, v^+ \rangle$ 의 두 번째 편성에 n-type 차단이 할당되면 1. 그렇지 않으면 0.
$g_{\langle u, v_+ \rangle}^k \in Z^+$	그라운드 레그 $\langle u, v_+ \rangle$ 에 흐르는 k-type의 차단수
$h_{\langle v, v^+ \rangle}^k \in Z^+$	셔틀 레그 $\langle v, v^+ \rangle$ 에 흐르는 k-type의 차단수
$c_{ik} \in \{0, 1\}$	증결 변수
$d_{ik} \in \{0, 1\}$	해방 변수

<공공성을 고려한 열차용량 할당 모형, TFAP-P>

$$Max \sum_{p \in OD^d} z_p \tag{1}$$

subject to

$$x_{\langle u, v^+ \rangle}^m + y_{\langle u, v^+ \rangle}^n + g_{\langle u, v_+ \rangle}^k = x_{\langle v, v^- \rangle}^m + y_{\langle v, v^- \rangle}^n + g_{\langle v, v^- \rangle}^k \quad \forall v \in NCD^d, \forall k, m, n \in K(v) \tag{2}$$

$$\sum_{v \in NSR^{d+1}} h_{\langle v, v^+ \rangle}^k = g_{\langle v, v_+ \rangle}^k \quad \forall v \in NSR^d \tag{3}$$

$$\sum_{v \in NSR^{d-1}} h_{\langle v, v^+ \rangle}^k = g_{\langle v, v^+ \rangle}^k \quad \forall v \in NSK^d \tag{4}$$

$$\sum_{v \in NSR^d} g_{\langle u, v_+ \rangle}^k = N_k \quad \forall k \in K \tag{5}$$

$$\sum_{v \in NSK^d} g_{\langle u, v^+ \rangle}^k = N_k \quad \forall k \in K \tag{6}$$

$$\sum_{v \in NSRM^d} g_{\langle u, v_+ \rangle}^k \geq W_k^d \quad \forall k \in K \tag{7}$$

$$\sum_{m \in K(v)} x_{\langle u, v^+ \rangle}^m = 1 \quad \forall v \in NCD^d \tag{8}$$

$$\sum_{m \in K(v)} x_{\langle u, v^+ \rangle}^m = 0 \quad \forall v \in NCD^d \tag{9}$$

$$x_{\langle u, v^+ \rangle}^m - x_{\langle v, v^- \rangle}^m = 0 \quad \forall v \in NCD^d, \forall m \in K(v) \tag{10}$$

$$\sum_{n \in K(v)} y_{\langle u, v^+ \rangle}^n \leq 1 \quad \forall v \in NCD^d \tag{11}$$

$$x_{\langle u,v^+ \rangle}^m + \sum_{n \in K(m)} y_{\langle u,v^+ \rangle}^n \leq 1 \quad \forall v \in NCD^d, \forall m \in K \quad (12)$$

$$\sum_{m \in K(n)} x_{\langle u,v^+ \rangle}^m + y_{\langle u,v^+ \rangle}^n \leq 1 \quad \forall v \in NCD^d, \forall n \in K \quad (13)$$

$$y_{\langle u,v^+ \rangle}^n - y_{\langle v,u^- \rangle}^n = c_m - d_m \quad \forall v \in NCD^d, \forall n \in K(v) \quad (14)$$

$$\sum_{n \in K} (c_m + d_m) \leq 1 \quad \forall v \in NCD^d \quad (15)$$

$$\sum_{v \in NCD^d; t} \sum_{n \in K(t)} c_m \leq 1 \quad \forall t \in T^d \quad (16)$$

$$\sum_{v \in NCD^d; t} \sum_{n \in K(t)} d_m \leq 1 \quad \forall t \in T^d \quad (17)$$

$$\sum_{m \in K} CK_m \cdot x_{\langle u,v^+ \rangle}^m + \sum_{n \in K} CK_n \cdot y_{\langle u,v^+ \rangle}^n \geq \sum_{p \in OD_{(u,v)}} z_p \quad \forall v \in NCD^d \quad (18)$$

$$z_p \leq D_p \quad \forall p \in OD^d \quad (19)$$

$$c_m \leq CL_i/2 \quad \forall i \in ICD, \forall v \in NCD^d; i \quad (20)$$

$$d_m \leq CL_i/2 \quad \forall i \in ICD, \forall v \in NCD^d; i \quad (21)$$

$$f_{\langle u,v \rangle}^k \leq CS_i \quad \forall i \in ICD \quad (22)$$

$$\sum_{m \in K(t)} x_{\langle u,v^+ \rangle}^m = 1 \quad \forall t \in T^d, \forall v \in NCD^d; t \quad (23)$$

$$\sum_{n \in K(t)} y_{\langle u,v^+ \rangle}^n = 0 \quad \forall t \in T^d, \forall v \in NCD^d; t \quad (24)$$

$$x_{\langle u,v \rangle}^m = \{0,1\} \quad \forall v \in NCD^d, \forall m \in K \quad (25)$$

$$y_{\langle u,v \rangle}^n = \{0,1\} \quad \forall v \in NCD^d, \forall n \in K \quad (26)$$

$$c_m = \{0,1\} \quad \forall v \in NCD^d, \forall n \in K \quad (27)$$

$$d_m = \{0,1\} \quad \forall v \in NCD^d, \forall n \in K \quad (28)$$

목적식 (1)은 공공성 확보를 위한 탑승객 최대화를 나타낸다. 제약식 (2)~(4)는 차단별 흐름 만족 제약(Flow conservation)을 의미한다. 제약식 (5)~(6)은 차단수 제약으로써 가상의 공급노드에서 유출되는 차단 대수와 가상의 수요노드로 유입되는 차단 대수는 요일별로 동일하다는 제약을 의미한다. 제약식 (7)은 불가용 제약으로써 요일별/차량기지별 불가용되는 차단의 대수에 대한 제약을 의미한다. 제약식 (8)~(10)은 첫 번째 편성에 대한 제약으로써 첫 번째 편성은 열차에 따라 호환 가능한 차단으로만 할당되며, 할당된 차단은 운행 종결시까지 동일한 편성으로 운행된다는 제약을 나타낸다.

제약식 (11)은 두 번째 편성에 대한 제약으로써 두 번째 편성의 할당 여부를 결정해 주는 제약이다. 제약식 (12)~(13)은 차단 호환성 제약으로써 첫 번째 편성과 두 번째 편성간 호환 불가능한 차단의 호환 방지에 대한 제약을 나타낸다. 제약식 (14)~(17)은 증결/해방 관련 제약으로써 (14)와 (15)는 증결/해방은 열차 운행 중 최대 1회까지 발생 가능하다는 제약을 의미한다. 제약식 (16)~(17)은 증결/해방 가능역에서의 증결/해방에 대한 제약으로써 (16)은 증결 가

능 횟수를 (17)은 해방 횟수에 대한 제약을 의미한다. 제약식 (18)은 용량할당 제약식으로써 레그간 할당되는 차단의 용량이 실제 레그간에 할당되는 할당 좌석수보다 크거나 같아야 한다는 제약을 의미한다. 제약식 (19)는 수요 제약식으로써 열차별 여객의 OD 수요는 실제 할당되는 OD 좌석수보다 작거나 같아야 한다는 제약을 의미한다.

제약식 (20)과 (21)은 역의 플랫폼 길이에 대한 제약으로써 단일편성이나 중련편성으로 운행할 수 있는 역에 대한 제약을 나타낸다. 제약식 (22)는 체박 제약식으로써 일별 자정을 기준으로 체박 가능역의 최대 체박 가능한 열차 편성에 대한 제약을 나타낸다. 제약식 (23)과 (24)는 복합 열차에 대한 제약으로써, 복합 열차 운행 레그에서는 복합 열차의 첫 번째 편성끼리 증결 후 중련편성 운행을 하며, 복합열차 운행 레그에서는 두 번째 편성이 할당 될 수 없음을 의미한다.

2.3 수익성을 고려한 열차용량 할당 모형

수익성을 고려한 열차용량 할당 모형은 공공성 기반 모형의 목적함수를 수익 최대화 형태로 변형하여 얻을 수 있다. 수익성 확보를 위한 수리적 모형은 다음과 같다.

<부호의 정의>

$V_p \in R^+$	OD 운임
$F_k \in R^+$	차단 k의 투입 비용
$C_k \in R^+$	차단 k의 운행 비용
$S_k \in R^+$	차단 k의 셔틀 비용
$OCS_i \in R^+$	역 i에서의 체박 비용

<수익성을 고려한 열차용량 할당 모형, TFAP-R>

$$\begin{aligned} Max \quad & \sum_{p \in OD^d; t} V_p \cdot z_p - \sum_{t \in T^d; m \in K} F_k \cdot x_{\langle s,s^+ \rangle}^m - \sum_{t \in T^d; n \in K} F_k \cdot y_{\langle s,s^+ \rangle}^n \\ & - \sum_{v \in NCD^d; t} \sum_{n \in K(t)} F_k \cdot c_m - \sum_{t \in T^d; m, n \in K} C_k \cdot (x_{\langle u,v^+ \rangle}^m + y_{\langle u,v^+ \rangle}^n) \\ & - \sum_{k \in K} \sum_{v \in NSK^d} S_k \cdot h_{\langle u,v \rangle}^k - \sum_{k \in K} \sum_{i \in ICD} OCS_i \cdot g_{\langle u,v \rangle}^k; i \end{aligned}$$

subject to (2)~(28)

* $\langle s,s^+ \rangle$: 모든 열차 운행시 첫 번째 레그

3. 본에 해법

편성용량 할당 문제는 차단 종류가 3개 이상부터 NP-complete 문제로 알려져 있다[14,15]. 본 연구에서 고려하는 열차편성 할당 문제의 복잡도(Complexity)를 판단하기 위해 일주일분의 국내 철도운영 데이터를 제안된 모형에 적용하

고, ILOG사의 CPLEX9.0을 사용하여 실험하였으나, 10시간 이내에 정수 가능해를 발견하지 못하였다.

본 연구에서는 이와 같이 복잡도가 높은 현실문제에 대해, 짧은 시간 내에 양질의 해를 도출을 위해 요일별 및 차단별 분해해법을 제시한다. 요일별 분해는 Fig. 1과 같이 네트워크를 요일단위로 분해하고, 차단별 분해는 요일별로 분해된 각 네트워크에 대해 다시 첫 번째 편성에 대한 문제와 두 번째 편성에 대한 문제로 네트워크를 분해하는 것이다. 분해된 첫 번째 편성과 두 번째 편성의 문제는 각각 다음과 같다.

<첫 번째 편성 문제, TFAP-P1>

$$\text{Max} \sum_{p \in OD^d} z_p$$

subject to (2)~(10),(18),(19),(22),(23),(25)

<두 번째 편성 문제, TFAP-P2>

$$\text{Max} \sum_{p \in OD^d} z_p$$

subject to (2)~(7),(11)~(22),(24),(26)~(28), $x = \bar{x}$

* \bar{x} : 첫 번째 편성 문제의 최적해

TFAP-P1은 TFAP-P에서 두 번째 편성에 관한 할당변수를 제거($y=0$)함으로써 구할 수 있다. TFAP-P1의 최적해는 빠른 시간 내에 구할 수 있다. 반면 TFAP-P2는 TFAP-P의 첫 번째 편성에 관한 할당변수를 TFAP-P1에서 구한 최적해로 대체($x = \bar{x}$)함으로써 구할 수 있다. 이와 같은 편성별 분해가 가능한 이유는 TFAP-P1의 최적해만으로 TFAP-P의 가능해가 되기 때문이다. 따라서 요일별/편성별 할당 문제의 해는 요일별로 분해된 열차용량 할당 문제의 해가 된다.

요일별 분해 문제의 해는 서플아크를 통해 연결되어 일주일 전체 문제의 해로 통합된다. Fig. 2는 이와 같은 인접 요일별 분해 문제의 해를 연결하기 위한 네트워크를 나타낸다. Fig. 2의 네트워크는 전형적 수송문제(Transportation problem)로, 빠른 시간 내에 해를 구할 수 있는 문제이다.

따라서, 공공성을 고려한 열차용량 할당 문제의 일주일분 최종해는 요일별 분해문제의 해를 인접한 요일별로 연결하는 수송문제(TFAP-TP, TFAP- Transportation Problem)에 의해 구할 수 있다. Fig. 3은 분해해법의 전반적인 흐름도를 나타낸다.

제안된 모형과 해법을 P-IV 3.0G, RAM 1G 컴퓨터에서, CPLEX9.0과 Visual C++ 6.0을 이용하여 실험하였다. 실험에 사용된 데이터는 국내 철도운영기관에서 제공한 2004년 추석기간의 일주일분에 해당하는 여객수송실적 및 열차 스

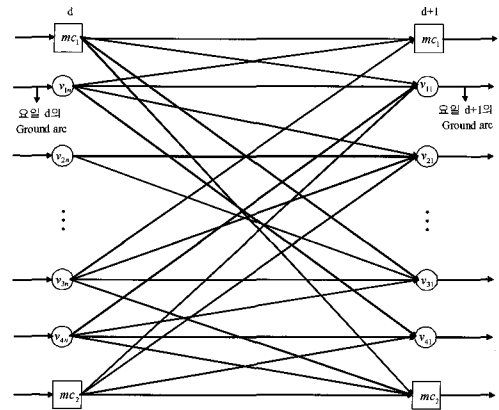


Fig. 2. Transportation network for a solution of TFAP-P

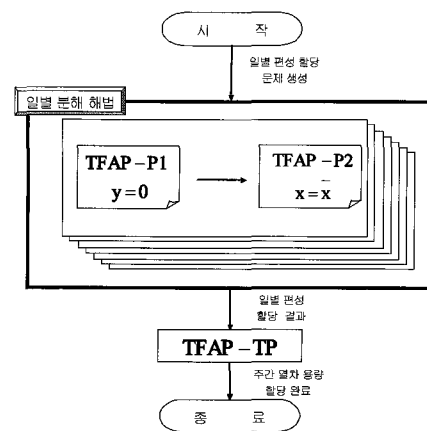


Fig. 3. Decomposition approach

케줄 데이터를 이용하였다. 제공된 데이터 규모는 경부/호남 2개 노선, 8종의 차단유형, 1일 최대 321열차에 해당된다. 실험결과 제안된 모형과 해법은 대체로 20분 이내에 요일별 문제에 대한 정수 가능해를 제시하였고, 30분 이상에서는 해의 개선이 크지 않았다.

4. 실험결과 분석

철도운영기관에서 제공된 열차용량 할당결과 자료와 제안된 모형 및 해법에 의한 결과를 비교·분석하기 위해 Table 1의 기준들을 정의하였다.

4.1 여객 서비스율 및 이탈 여객

여객 서비스율이란 열차 서비스를 이용하고자 하는 여객이 실제 열차 서비스를 이용한 비율로 정의되며 식(29)로 표현된다.

Table 1. Analysis Criteria

분석 기준	내용
여객 서비스	여객 서비스율 (PSL, Passenger Service Level)
	이탈 여객(SP, Spilled Passenger)
	운행 거리당 여객 서비스율 (PSL by service distance)
	좌석 활용율(SU, Seat Utilization)
공차 운행	공차 수익
공공성 모형과 수익성 모형 비교	여객서비스율, 좌석 활용율 수익, 비용, 최적해 오차

$$PSL = \frac{\sum_{p \in OD^d} z_p}{\sum_{p \in OD^d} D_p} \times 100 \quad \forall d \in DOW \quad (29)$$

실험결과 Fig. 4(a)와 같이 공공성 모형이 수익성 모형과 현실할당 결과에 비해 개선된 여객 서비스율을 나타내었다. 공공성 모형은 2004년 현실할당 상한값 대비 최소 10%의 여객 서비스율 증가를 나타냈으며, 수익성 모형 대비 약 1.3% 정도의 증가를 나타냈다.

여기서 현실할당 상한 값이란 실질적으로 여객에게 할당된 좌석 데이터를 얻을 수 없기 때문에, 열차편성의 현실할당 결과를 제안된 모형의 할당 결과로 적용하였을 때 얻을 수 있는 최적의 좌석할당 결과를 의미한다. 도출된 결과는 좌석할당 결과에 대한 최적해 값이므로, 현실적으로는 도출된 결과보다 낮은 여객 서비스율 결과를 보일 것으로 추정된다.

이탈 여객이란 여객 서비스를 받으려 하나 열차 좌석의 부족으로 서비스를 받지 못하는 여객 수로 정의되며, 식 (30)으로 표현된다.

$$SP = \sum_{p \in OD^d} D_p - \sum_{p \in OD^d} z_p \quad \forall d \in DOW \quad (30)$$

이탈 여객은 여객 서비스율과 밀접한 관계가 있으며, 이탈 여객의 증가는 여객 서비스율의 저하를 의미한다. 이탈 여객에 대한 실험결과는 Fig. 4(b)와 같다. 그림에서는 보는 바와 같이 공공성 모형은 현실할당 결과 대비 최소 18만 명, 수익성 모형 대비 2만 여명의 이탈 여객 감소 효과를 나타냈다. 여기서 현실할당 하한값은 여객 서비스율의 현실할당 상한값과 같은 방법으로 도출한 결과이다.

Fig. 5의 결과는 운행거리별 여객서비스율을 나타낸다. Fig. 4(a)가 모든 OD-pair에 대한 요일별 합계를 의미하고

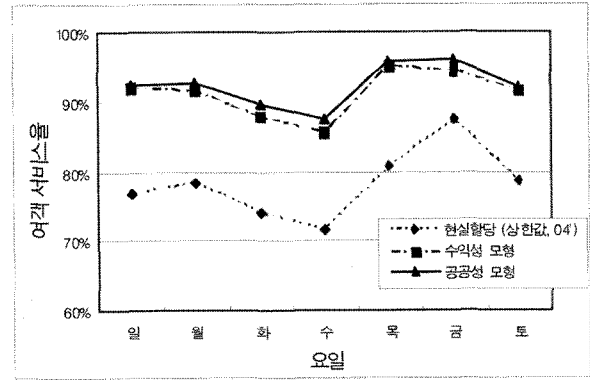


Fig. 4(a). Passenger Service Level

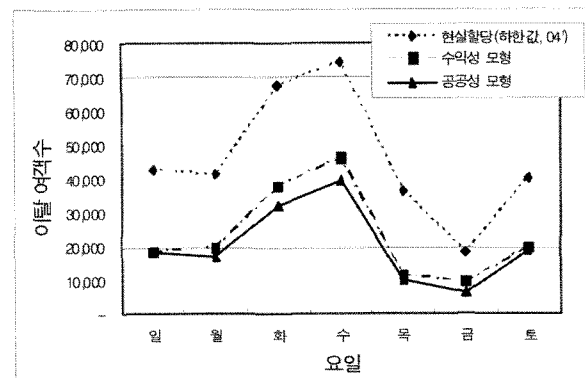


Fig. 4(b). Spilled Passenger

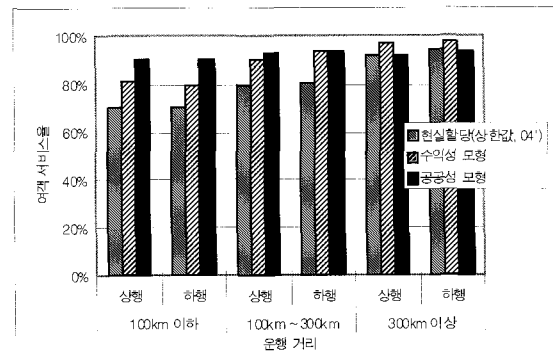


Fig. 5. PSL by service distance

있는 반면, Fig. 5는 OD-pair를 거리에 따라 구분하여 제시한 결과이다. 이와 같은 분석의 목적은 열차 서비스의 장단 거리에 대한 용량할당과 여객서비스의 관계를 파악하기 위한 것이다.

Fig. 5에서 보는 바와 같이 공공성 모형은 운행 거리별로 90% 내외의 여객 서비스율이 도출되는 결과를 보였으며,

수익성 모형은 운행 거리가 상대적으로 장거리 수요에 높은 서비스를 제공하는 경향을 보여준다. 이와 같은 차이는 모형별 특징에 따른 것으로 사용자의 필요시 다른 기준을 적용할 수 있다.

4.2. 좌석 활용율

좌석 활용율이란 열차 운행 중 가용한 좌석대비 여객이 서비스를 받는 비율로 정의되며, 식 (31)로 표현된다. 좌석 활용율이 높다는 것은 열차 운행시 서비스 가능 좌석을 많이 이용했다는 것을 의미한다.

$$SU = \frac{\sum_{p \in OD_{(m)}} z_p}{(CK_m \cdot x_{(u,v)}^m + CK_n \cdot y_{(u,v)}^n)} \times 100 \quad (31)$$

Fig. 6은 좌석 활용율에 대한 실험결과를 나타내고 있다. 예상할 수 있는 바와 같이 각 열차종별에서 공공성 모형이 동등 또는 가장 높은 좌석 활용율을 나타내었다. 반면, 좌석 활용율의 차이는 새마을 및 무궁화 열차의 경우에 점차 커지는 경향을 나타내었다. 이 원인은 무궁화 열차의 정착역 수가 KTX 및 새마을에 비해 많아, 현실할당이 OD-pair별 좌석할당의 효율성을 모형에 의한 수준으로 유지하지 못하기 때문인 것으로 판단된다.

4.3 회송열차 최소 기대수익

회송열차 최소 기대수익은 요일 d에 서틀아크를 통해 회송 운행한 차량이 요일 d+1의 처음 열차로 운행하여 기록한 수익이다.

분석 결과 Table 2와 같이 공공성 모형은 수익성 모형과 비교하여 다소 적극적으로 회송을 적용하는 것으로 나타났다.

4.4 공공성 모형과 수익성 모형 비교

공공성 모형과 수익성 모형의 실험결과에 대한 전반적인

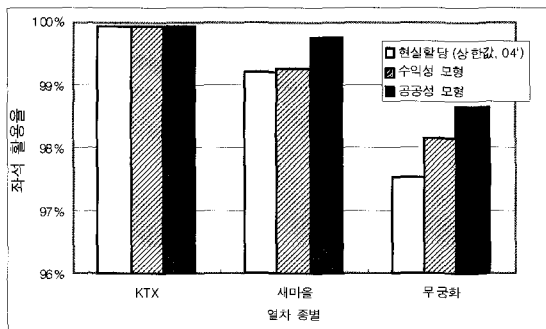


Fig. 6. Seat Utilization

Table 2. Minimum expected shuttle profit

구분	공공성 모형	수익성 모형
회송열차 횟수(일주일)	372	305
회송열차기대수익 / 전체수익	10.7%	5.8%

Table 3. Comparison between TFAP-P and TFAP-R

구분	공공성 모형	수익성 모형
여객 서비스율	91.9%	90.6%
좌석 활용율	99.4%	99.1%
수익	약 333억	약 343억
비용	약 48억	약 43억
최적해 오차	0.55%	0.08%

* 최적해 오차 : 일별 최적해 오차의 일주일 평균 값

비교는 다음 Table 3과 같다.

Table 3의 결과와 같이 공공성 모형은 수익성 모형에 비해 여객 서비스율 및 좌석 활용율 측면에서 다소 우수한 결과를 보였으나, 수익 및 비용측면에서 다소 낮은 결과를 나타냈다. 이와 같은 상황은 경험적인 지식과 크게 위배되지 않은 결과로써 공공성 모형이 여객 서비스 향상을 위해 차단을 많이 활용한 결과 상대적 비용의 증가가 발생하여 전체적인 수익이 감소한 것을 알 수 있다.

5. 결론 및 향후 연구방향

본 논문에서는 국내 열차용량 할당문제에 대해 공공성을 고려한 수리적 모형을 제시하고, 비교적 짧은 시간에 해를 도출하는 분해해법을 제시하였다. 제시된 모형과 해법을 국내 철도운영기관에서 제공한 2004년 추석기간의 데이터에 적용하여 실험하였으며, 다양하게 정의된 기준을 이용하여 실험결과를 비교·분석하였다. 제시된 결과는 향후 열차용량 할당관련 정책 및 의사 결정의 기초자료로 사용될 수 있을 것으로 기대된다.

향후 국내철도는 공공재로서의 입장을 유지하는 가운데 수익성 추구의 경향을 강화할 것으로 판단된다. 따라서 열차편성 할당 문제에 있어 공공성 기반의 모형과 수익성 기반의 모형을 상황에 따라 조율(Coordination)할 수 있는 모형의 연구가 필요할 것으로 판단된다.

감사의 글

본 논문의 실험데이터를 제공해준 한국철도공사 측에 감사드립니다.

참고문헌

1. Booler, J. M. P., (1980), "The solution of a railway locomotive scheduling problem", *Journal of Operational Research Society* Vol.31, No.10, pp.943-948.
2. Wright, M. B., (1989), "Applying stochastic algorithms to a locomotive scheduling problem", *Journal of Operational Research Society*, Vol.40, No.2, pp.187-192.
3. Forbes, M. A, Holt, J. N, and Watts, A. M., (1991), "Exact solution of locomotive scheduling problems", *Journal of Operational Research Society*, Vol.42, No.10, pp.825-831.
4. Ziarati, K., Soumis, F., Desrosiers, J., Gelinas, S., Saintonage, A., (1997), "Locomotive assignment with heterogeneous consists at CN North America", *European Journal of Operations Research*, Vol.97, pp.281-292.
5. Ziarati, K., Soumis, F., Desrosiers, J., Solomon, M. M., (1999), "A branch-first, cut-second approach for locomotive assignment", *Management Science*, Vol.45, pp.1156-1168.
6. Cordeau J, Soumis F, and Desrosiers J (2001), "Simultaneous assignment of locomotives and cars to passenger trains", *Operations Research*, Vol.49, No.4, pp.531-538.
7. Lubbecke, M. E., Zimmerman U. T., (2003), "Engine routing and scheduling at industrial in-plants railroads", *Transportation Science*, Vol.37, No.2, pp.183-197.
8. Berge, M. E., Hopperstad, C. A., (1993), "Demand Driven Dispatch: A method for dynamic aircraft capacity assignment, Models and algorithms", *Operations Research*, Vol.41, No.1, pp.153-168.
9. Desaulniers, G., Desrosiers, J., Dumas, Y., Solomon M. M., and Soumis, F., (1997), "Daily Aircraft Routing and Scheduling", *Management Science*, Vol.43, No.6, pp.841-855.
10. Clarke, L. W., Hane, C. A., Johnson, E. L., Nemhauser, G. L., (1995), "Maintenance and Crew Considerations in Fleet Assignment", *Transportation Science*, Vol.30, pp.249-260
11. Moudani, W. E., Mora-Camino, F., (2000), "A dynamic approach for aircraft assignment and maintenance scheduling by airlines", *Journal of Transport Management*, Vol.6, pp.233-237.
12. Kniker, T., Barnhart, C., (2002), "Itinerary based Airline Fleet Assignment", *Transportation Science*, Vol.36, No.2, pp.199-217.
13. Ahuja, R. K., Orlin, J. B., (2002), "Very Large-Scale Neighborhood Search in Airline Fleet Scheduling", *SIAM News*, Vol.35, No.9, pp.1-4
14. Gu, Z., Johnson, E. L., Nemhauser, G. L., Wang, Y., (1994), "Some properties of the Fleet Assignment Problem", *Operations Research Letters*, Vol.15, No.2, pp.59-71.
15. Hane, C. A., Barnhart, C., Johnson, E. L., Marsten, R. E., Nemhauser, G. L., and Sigismondi, G., (1995), "The Fleet Assignment Problem : Solving a Large-Scale Integer Program", *Mathematical Programming*, Vol.70, pp.211-232.
16. Nejib, B. K., Josephine, K., Cecile, Q, and William, S., (1998), "Schedule Optimization at SNCF: From Conception to Day of Departure", *Interfaces*, Vol.28, pp.6-23.