

스플라인을 이용한 신용 평점화*

구자용¹⁾ 최대우²⁾ 최민성³⁾

요약

선형 로지스틱 모형은 신용위험 관리를 위한 신용평점 모형 구축에 있어서 널리 쓰이고 있는 방법론이다. 본 논문에서는 신용평점화를 위하여 로지스틱 회귀 방법에 기초한 스플라인 방법론을 다루고자 한다. 선형 스플라인과 자동적인 변수선택 방법을 채택하였다. 모의 실험을 통하여 스플라인 방법의 성능을 규명하였다.

주요용어: 그룹화, 기저함수 방법론, 선형 스플라인, 신용위험, 판별분석, 함수추정

1. 서론

과거의 신용상태가 가까운 미래까지 지속된다는 인간 행동 속성에 대한 가정하에 과거의 신용과 관련된 정보들을 수집하여 통계적 예측 모형을 구축한다면 이를 이용하여 미래의 신용상태 예측을 시도할 수 있게 된다(이명식 1999, Thomas, Edelman & Crook 2002). 신용위험 관리를 위한 신용평점 모형 구축에 있어서 필수적인 방법론이 평점표이며 이를 작성하는 데에 있어서 널리 쓰이는 방법 중의 하나가 로지스틱 회귀분석이다.

현재 데이터 마이닝에 쓰이고 있는 통계적 방법론 개발 시 중요하게 고려하는 사항 중의 하나가 공변량의 수가 커지면 여러 문제가 발생한다는 다차원의 저주(curse of dimensionality) 문제(Bellman 1961)이다. Hastie와 Tibshirani는 이러한 문제로 주효과만을 추정하고자 일반화 가법모형(Generalized Additive Models: GAMs)을 제안하였는데 이에 대한 참고도서로는 Hastie & Tibshirani(1990)가 있다. 한편, Stone & Koo(1986), Friedman & Silverman(1989), Breiman(1993), Stone(1985, 1986) 등은 GAMs에 대해 가법 스플라인(additive spline) 추정량의 특성에 대한 연구를 수행하였다.

본 논문에서는 회귀 스플라인 방법 중의 하나인 폴리클라스(Kooperberg, Bose & Stone 1997) 방법을 사용한 신용평점화(scoring) 방법에 대하여 살펴 보고자 한다. 폴리클라스 방법은 주효과 외에도 교호작용을 모형화할 수 있지만 신용평점화에서는 입력변수의 해석상 편의를 위해 주효과만을 모형화 하고자 한다. 신용평점화를 위해 알고리즘을 직접 C로 구

* 구자용의 연구는 고려대학교 특별연구비에 의하여 수행되었음

1) (136-701) 서울 성북구 안암동 5가 1번지 고려대학교, 교수

E-mail: jykoo@korea.ac.kr

2) (449-791) 경기도 용인시 모현면 왕산리 산 89 한국외국어대학교 자연과학대학 정보통계학과, 부교수

E-mail: dachoi@stat.hufs.ac.kr

3) (135-974) 서울 강남구 삼성동 157 동양빌딩 10층 롯데카드 신용관리팀

E-mail: cms2141@hotmail.com

현하였으며 이를 강조하기 위하여 판별 스플라인 기계(Classification Spline Machine, CSM)라고 부르하고자 하는데, CSM은 본질적으로 폴리클라스 방법과 동일한 알고리즘이다⁴⁾

본 논문의 구성은 아래와 같다. 제 2장에서는 신용평점 모형에 대하여 간략히 살펴보았다. 제 3장에서는 CSM을 이용한 신용평점화 방법을 설명하고자 한다. 제 4장에서는 독일 신용 데이터에 대한 분석 결과를 알아 보고자 한다.

2. 신용평점 모형

여기서는 신용평점 모형이 도입된 배경과 그에 따른 긍정적 효과, 신용평점의 정의 및 종류, 신용평점 시스템에 대해 설명하고자 한다.

2.1. 도입 배경

현재 국내의 여신은 주로 담보대출 위주로 이루어지고 있으며 전문 심사 인력의 부족과 주관적이고 낙후된 심사기법, 여신승인과정의 투명성 저하 등이 문제점으로 지적되고 있어 각 금융기관은 여신관행을 혁신하기 위한 구체적 방안 마련에 고심하고 있다. 또한 금융기관의 구조조정이 가속화되면서 인력절감과 고객의 위험도에 따른 차등관리가 가능한 선진 신용평점 시스템의 도입이 활성화되고 있다.

가계대출과 신용카드 부문에 자동화된 신용평점 시스템을 도입하면 과학적으로 산출된 평점에 따라 효율적인 여신관리가 가능해진다. 또한 대량고객에 대한 심사 및 신용관리가 신속하고 정밀해지며 객관적인 기준하에 이루어질 수 있다.

신용평점 시스템을 도입하면 신용도에 대한 체계적인 평가가 가능해져 담보 요구의 관행을 개선하고, 거래대상을 확대하면서도 기존 불량률의 상당부분을 감소시킬 수 있으며 처리시간 및 인건비를 절감할 수 있다. 이러한 부실액과 비용의 감소를 통한 수익성 제고는 결국 고객에 대한 서비스 질의 향상을 가능하게 한다. 또한 소비자는 신용거래 기회가 확대되고, 우량한 신용거래를 지속함으로써 우대조건으로 거래를 할 수 있게 된다. 이로 인해 본인의 신용관리에 관심을 갖고 불량거래를 자제함으로써 추후 신용사회로 정착할 수 있는 기반을 다져갈 수 있는 것이다.

2.2. 신용평점

신용평점이란 기존 고객들의 축적된 특성자료를 바탕으로 산출된 고객의 신용 정도로 정의한다. 신용평점을 이용하여 거래 고객의 신용도를 파악하고 고객들을 우량 또는 불량 집단으로 분류하게 된다. 또한, 분류된 각 집단의 특성을 비교하여 신용위험을 구체화시킨 평점표를 산출하게 되는데, 산출된 평점표를 기준으로 현재 가입자의 특성자료를 대입하여 개인의 신용상태를 점수로 평가할 수 있게 된다.

평점표의 유형에는 일반적으로 일반 평점과 고유 평점이 있으며, 이들의 차이점은 개발 자료와 개발 주체에 있다.

4) CSM 알고리즘은 연구 목적하에서 책임 저자에게 연락하여 얻을 수 있음

일반 평점이란 신용정보 회사의 정보만을 이용하여 고객의 미래 지불능력을 예측하기 위하여 신용정보 회사가 만든 평점이다. 이는 신용정보 회사의 정보, 과거 지불행위, 신용거래 정보, 생활 신용정보 등이 이용되며 인구통계자료, 소득, 지불능력, 상품정보 등의 활용은 불가능하다.

고유 평점이란 신청서의 모든 자료를 이용하여 특정한 결과를 예측하기 위하여 금융기관이 직접 개발한 평점표로 신용정보 회사의 정보, 연소득, 상품, 보증인, 지역경제자료, 담보대비 가치비율, 담보정보 등이 이용되어질 수 있어 일반 평점보다 더 정확한 예측력을 보이고 고객의 충분한 이해가 가능하다는 장점이 있다.

2.3. 신용평점 시스템

신용평점 시스템이란 고객의 신용도를 점수화하여 개발된 신용평점과 각종 통계량을 포함하는 신용평점 모형을 바탕으로 승인을 및 각종 의사결정을 할 수 있도록 구현된 일련의 시스템이며 신청평점 시스템과 행동평점 시스템으로 나뉘어진다.

신청평점 시스템이란 신규거래 고객 또는 일정조건 이하의 거래고객에 대한 신용위험을 평가하는 시스템이며 상담, 심사, 승인시스템과 연결해 고객의 여신공여 여부를 결정하고, 신규고객의 경우 주로 개인의 속성정보, 신용정보 중심으로 위험평가를 하며, 기존 거래고객의 경우는 과거 거래실적이 추가적으로 고려되어 평가의 지표로 사용된다.

행동평점시스템이란 기존거래 고객에 대한 신용위험을 주기적으로 평가하는 시스템으로 한도관리 및 연체 관리 시스템과 연결해 신용위험 변동에 따른 고객의 평가 및 관리방안을 지원하며, 주로 거래실적을 이용하며, 외부 신용정보도 중요한 평가항목으로 활용된다.

3. 스플라인 모형

본 절에서는 스플라인을 사용하는 판별 스플라인 기계에 대해 설명하고자 한다. CSM은 명목형 출력변수 $Y \in \{0, 1\}$ 와 이를 설명하는 데 쓰이는 입력변수 벡터 \mathbf{X} 간의 관계를 스플라인 기저를 이용하여 모형화한다. 스플라인을 이용한 모형화 기법은 함수 추정의 한 방법론으로서 기저함수방법론의 한 예로 간주할 수 있다(구자용 2000).

신용위험 관리에서 신용평점 모형은 해석이 용이해야 하므로 GAMs를 이용하고자 한다. 기저(basis) B_1, \dots, B_J 가 주어졌을 때

$$f(\mathbf{x}; \beta) = \sum_{j=1}^J \beta_j B_j(\mathbf{x}) \quad (3.1)$$

라 하자. CSM에서는 \mathbf{X} 의 값이 \mathbf{x} 로 주어졌을 경우 $Y = 1$ 일 확률을

$$P(Y = 1 | \mathbf{x}; \beta) = \frac{\exp(f(\mathbf{x}; \beta))}{1 + \exp(f(\mathbf{x}; \beta))} \quad (3.2)$$

로 모형화 하고자 한다. 각 기저 함수 B_k 가 특정 입력 변수에만 의존한다면 CSM은 GAMs의 한 예가 된다.

CSM에서 사용되는 기저는 다음과 같이 정의된다. 먼저 변수 x_j 가 연속형 변수인 경우에는

$$(x_j - t_{jk})_+ = \begin{cases} x_j - t_{jk} & (x_j \geq t_{jk} \text{일 때}) \\ 0 & (\text{그외}) \end{cases}$$

로 정의되는 스플라인 기저를 사용한다. 한편 변수 x_k 가 이산형 변수인 경우, x_k 가 택하는 수준(level)들의 집합을 \mathcal{L}_k 라 하면

$$I(x_k \in A_k), A_k \subset \mathcal{L}_k$$

형태의 이산 기저를 사용한다. 여기서 $I(\cdot)$ 는 지시(indicator) 함수를 나타낸다. 이러한 이산 기저는 Koo & Kooperberg(2005)에서 도입되었는데, 이를 사용하면 이산형 변수의 수준의 수가 큰 경우 수준의 재그룹화가 가능하다는 장점이 있다.

이들 스플라인 및 이산 기저들은 기저 추가와 기저 삭제로 구성되는 단계적 기저 선택 알고리즘에 의해 결정된다. 본 논문에서는 Kooperberg, Bose & Stone(1997)에서 제안된 기저 함수 선택 방법을 이용하고자 한다.

기저 선택 과정에서는 다음과 같은 제한조건을 만족하도록 구현하였다.

- 연속형 변수 x_j 의 경우 x_j 를 고려
- 연속형 변수 x_j 의 경우 x_j 가 이미 모델에 포함되어 있다면 스플라인 기저 $(x_j - t_{jk})_+$ 를 고려
- 이산형 변수 x_k 의 경우 수준 집합 \mathcal{L}_k 의 부분 집합 A_k 에 대해 이산 기저 $I(x_j \in A_k)$ 를 고려

기저 추가과정에서는 입력된 데이터에 대해 초기 모형으로 상수 기저를 모델에 적합시킨다. 상수 기저는 최소 기저(minimal basis)로 모델 초기부터 마지막 최종 모델까지 포함되는 기저이다. 이후 상수 기저가 적합된 모델에 적절한 기저를 위에서 언급한 제약 조건에 맞는 기저들 중에서 Rao 통계량을 최대로 하는 기저를 하나씩 추가한다. 기저 추가 과정은 가능도(likelihood)의 증분이 적을 때까지 진행된다.

기저 삭제과정은 기저 추가과정이 끝나면 시작 되는데 이는 기저 추가과정에서 불필요한 기저가 선택되는 경우를 대비하여 진행된다. 기저 삭제과정에서는 기저의 불필요한 정도를 나타내는 Wald 통계량을 구하여 기저삭제를 하게 된다. 최소 모형의 기저인 상수항을 제외하고 현재 모델에 추가된 기저들이 제거될 기저후보가 되며 이 중에서 Wald 통계량이 가장 작은 기저부터 삭제가 된다.

CSM에서 사용하는 최적의 모델을 선택하는 방법으로는 AIC, 검정(test) 데이터를 사용하는 방법 및 교차 타당성법(cross-validation)이 있는데 본 연구에서는 AIC를 이용한 방법을 고려하였다. AIC를 이용한 방법은

$$AIC_{\alpha, \nu} = -2l_{\nu} + \alpha J_{\nu} \quad (3.3)$$

과 같이 정의된 $AIC_{\alpha, \nu}$ 를 최소로 하는 $\hat{\nu}$ 를 구하고 이에 해당하는 모형을 최종모형으로 선택하는 방법이다. 여기서 α 는 페널티 파라미터를 나타내며 l_{ν} 는 J_{ν} 개의 기저 함수를 가

지는, ν 번째로 적합된 모델에 대한 로그가능도(log-likelihood)를 나타낸다. 본 논문에서는 $\alpha = 2$ 로 하여 적합하였다.

4. 독일 신용 데이터 분석

표 4.1: CSM에 의해 선택된 최종모형의 기저. 연속형 변수 x_j 에 대해 기저 x_j 는 선형이라고 하며 t 는 스플라인 기저의 매듭점을 나타내며 A 는 이산형 기저의 수준 집합을 나타냄.

변수 설명	기저의 종류	t 및 A	계수값
상수	상수	없음	-7.56
대출 기간	선형	없음	0.10
대출 기간	스플라인	$t = 18$	-0.07
대출 금액	선형	없음	0.00
대출 금액	스플라인	$t = 3090$	0.00
소득대비 분납입 백분율	선형	없음	0.23
당좌 예금 구좌	이산형	$A = \{A11, A12\}$	1.25
당좌 예금 구좌	이산형	$A = \{A11, A13\}$	0.45
대출 이력	이산형	$A = \{A30, A31, A32\}$	0.76
대출 이력	이산형	$A = \{A30, A31, A33\}$	0.64
저축예금 및 채권	이산형	$A = \{A61, A62\}$	0.67
저축예금 및 채권	이산형	$A = \{A61, A63\}$	0.38
대출 목적	이산형	$A = \{A41, A42, A44, A48\}$	-0.95
대출 목적	이산형	$A = \{A40, A42, A44, A47\}$	0.66
고용기간	이산형	$A = \{A74\}$	-0.64
다른 채무 및 보증	이산형	$A = \{A101, A102\}$	1.04
혼인상태 성별	이산형	$A = \{A93\}$	-0.41
다른 분납 계획	이산형	$A = \{A141, A142\}$	0.56
해외 노동	이산형	$A = \{A201\}$	1.36
주거형태	이산형	$A = \{A151\}$	0.52
전화번호등록	이산형	$A = \{A191\}$	0.35
재산	이산형	$A = \{A121\}$	-0.31

이 절에서는 독일 신용 데이터에 CSM의 적용 결과를 설명하고자 한다. 독일 신용 데이터는⁵⁾ 독일의 특정 신용카드 회사의 자료로써 기존 고객의 신용도에 관련된 변수로 이루어

5) <http://www.liacc.up.pt/ML/statlog/datasets/german/german.doc.html>

어져있다. 각 고객의 연체 여부를 나타내는 반응 변수는

$$\begin{cases} Y = 0 : \text{우량고객} \\ Y = 1 : \text{불량고객} \end{cases} \quad (4.1)$$

로 정의한다.

독일 신용 데이터에서 CSM에 의해 선택된 기저를 정리하면 표 4.1과 같다. 여기서 상수 기저를 제외하고 나머지는 선택된 기저 중에 중요 순서대로 나열된 것이며 이는 CSM에서 자동적으로 선택된다.

그림 4.1은 각 변수의 효과를 도식으로 보여주는 데 여기서는 지면관계상 선택된 변수 중에서 일부만을 보여 주고자 한다. CSM을 이용한 신용평점화에서는 해석력을 위해 변수 간의 교호 작용은 고려하지 않았다. X1(대출 기간)의 경우 그 값이 증가할 때 전반적으로 신용이 나쁠 가능성이 증가함을 알 수 있는데 그 기울기는 매듭점 18(1년 6개월)을 지나면서 줄어든다는 점을 확인할 수 있다. X2(대출 금액)의 경우 그 값이 증가할 때 매듭점 3090까지는 신용이 나쁠 가능성이 줄어들다가 그 이후에서는 신용이 나쁠 가능성이 증가함을 알 수 있다. X3(소득대비 분납입 백분율)의 경우 그 값이 증가할 때 전반적으로 신용이 나쁠 가능성이 증가함을 알 수 있다. C1(당좌 예금 구좌)의 경우 그 수준이 A11, A12, A13, A14로 변하면서, C2(대출 이력)의 경우는 수준이 A30, A31, A32, A33로 변하면서 그리고 C4(저축 예금 및 채권)의 경우에는 그 수준이 A61, A62, A63, A64, A65로 변하면서 신용이 나쁠 가능성이 줄어들음을 알 수 있다. 여기서 흥미로운 사실은 C2의 경우 수준 A30, A31에 대해, C4의 경우 수준 A64, A65에 대해 신용이 좋을 가능성이 동일하게 나타난다는 점이다. 대출이력의 경우 선택된 기저는 $A = \{A30, A31, A32\}$ 와 $A = \{A30, A31, A33\}$ 에 대응하는 이산형 기저인데 처음 두 수준 $\{A30, A31\}$ 은 동일하게 포함되어 있으므로 그룹화가 이루어졌음을 알 수 있다.

그림 4.2은 CSM의 결과를 검증하고자 R의 gam 명령어를 이용하여 CSM에 의해 선택된 변수들만 적합한 결과이다. R은 <http://www.r-project.org/>에서 내려 받아 사용할 수 있다. X1의 경우 18을 기준으로 증가폭이 변하고 있으며 50이후에는 약간의 감소를 보이고 있으나 X1이 50이상인 데이터의 수가 상대적으로 적다는 점에서 이 차이는 유의하지 않은 것으로 보인다. X2의 경우는 CSM의 결과와 매우 유사한 것으로 보인다. X3의 경우는 4가지 값만을 택하기 때문에 실질적으로 이산형 변수라고 할 수 있으므로 CSM의 결과와 큰 차이가 없는 것으로 보인다. 나머지 이산형 변수의 경우도 전체적으로 CSM의 결과와 유사하다는 점을 발견할 수 있다. 특히, 변수 C2와 C4의 경우 각각 수준 1, 2와 4, 5가 다르다고 하기에는 데이터의 수가 적기 때문에 CSM에서 이들 수준을 그룹화하는 것이 타당한 것으로 보인다.

CSM과 gam의 결과가 전반적으로 일치하지만 약간의 차이를 보이는데 이러한 차이가 신용평점 성능면에서는 무시할 수 있음을 알아보기 위하여 향상도(lift)를 비교하였다. 향상도는 이득률(gain) 그림과 동일하며, 전체 데이터에 대한 적합정도를 비교하는 것이 주목적이므로 구자용, 박헌진 및 최대우(2000)에서와 달리 훈련 데이터를 이용하여 향상도를 구하였다.

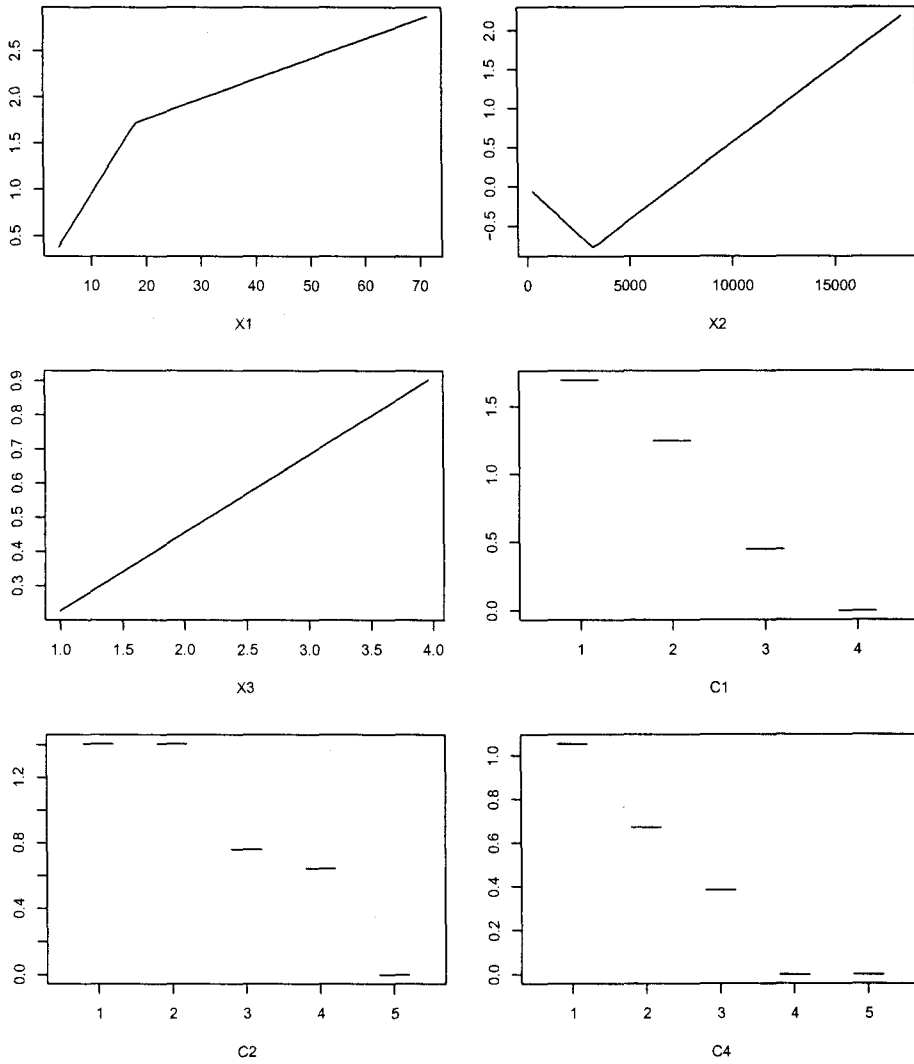


그림 4.1: CSM 결과. X1은 대출기간, X2는 대출금액, X3는 소득대비 분납입 백분율, C1은 당좌 예금 구좌, C2는 대출 이력, C4는 저축예금 및 채권을 나타냄.

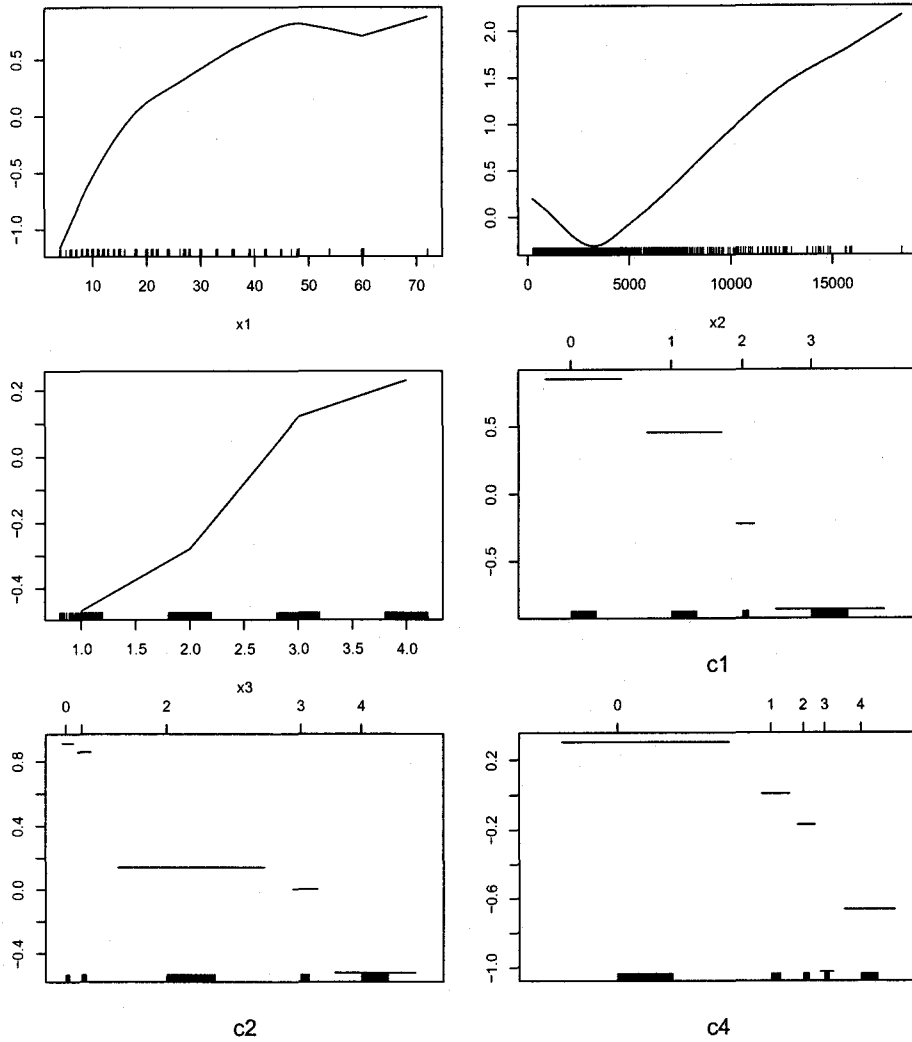


그림 4.2: gam 결과. X1은 대출기간, X2는 대출금액, X3는 소득대비 분납입 비율, C1은 당좌 예금 구좌, C2는 대출 이력, C4는 저축예금 및 채권을 나타냄.

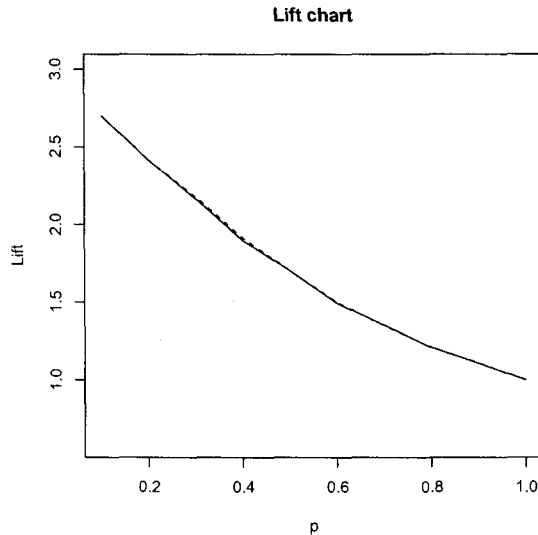


그림 4.3: 향상도 그림. 실선은 CSM 결과를 보여주며 점선은 gam에 의한 결과를 나타냄.

그림 4.3는 CSM과 gam을 이용한 향상도를 보여준다. 이 그림을 보면 향상도 관점에서 이들 기법의 차이은 거의 없음을 알 수 있다. 즉, 각 변수의 효과는 약간의 차이를 보이지만 향상도는 거의 동일하므로 이들 차이는 무시할 수 있는 것으로 보인다.

5. 결론

본 논문에서는 신용위험 관리에서 사용되는 신용평점화를 위한 스플라인 방법을 연구하였다. 평점표의 해석 및 사용상 편의를 위해 가법 모형을 사용하였다. R의 gam 방법과의 비교를 통하여 독일 신용위험 데이터에서는 CSM에 의한 결과를 검증하였다. CSM이 gam에 비해 가지는 장점은

- gam은 변수선택 기능이 없는데 비해 CSM은 평점 모형화에 필요한 변수를 선택해 주는 기능이 있음
- gam에서 기본 평활기(smoother)로 비모수적 방법을 사용하는 경우 최종 CSM 모형이 유한개의 기저함수로 표현되어 해석력이 상대적으로 뛰어나
- 연속형 입력변수의 경우 매듭점의 위치가 신용 평점의 변화가 나타나는 위치를 알려 준다는 점
- 이산형 입력변수의 경우 gam은 각 수준에 대한 추정값이 서로 독립적으로 결정되는데에 반해 CSM은 수준의 그룹화 기능이 있음(거주 지역이 동단위로 측정되었다면 gam은 본질적으로 한개의 변수에 대해 수백개의 자유도를 사용하게 되지만 CSM은 신용 평점의 차이가 나타나는 몇 개의 그룹을 찾아줄 수도 있음)

등을 들 수 있다.

신용평점화는 선형 로지스틱 모형을 사용하는 것이 일반적인데 선형 로지스틱 기법이 가지는 한계점을 극복할 수 있어서 신용평점화에 있어서 하나의 새로운 방법론이 될 수 있을 것으로 기대한다. 특히, 선형 로지스틱 모형을 적용하는 경우 예측력을 높이기 위하여 입력변수의 여러 가지 변환을 사용하게 되는데 스플라인을 이용하면 이러한 파생변수 생성을 자동화할 수 있을 것으로 예상된다.

감사의 글

본 논문을 심사해주신 편집위원과 여러 가지 도움 말씀을 주신 두분의 심사위원들께 깊은 감사를 드립니다. 또한 본 논문의 프로그래밍 작업을 도와 준 인하대학교 송영근과 정유철군과 고려대학교 통계학과의 이미연양에게 감사의 말을 전하고자 한다.

참고문헌

- 구자용, 박헌진 및 최대우 (2000). 데이터 마이닝에서의 폴리클라스, <응용통계연구>, **13**, 489-504.
- 구자용 (2000). 기저함수 방법론. 추계학술대회 초청강연.
- 이명식 (1999). 금융마케팅에서 고객평점제도의 효과성, <한국마케팅저널>, **1**, 56-76.
- Bellman, R. E. (1961). *Adaptive Control Processes*, Princeton University Press.
- Breiman, L. (1993). Fitting additive models to data, *Computational Statistics and Data Analysis*, **15**, 13-46.
- Friedman, J. H. & Silverman, B. W. (1989). Flexible parsimonious smoothing and additive modeling (with discussion), *Technometrics*, **31**, 3-39.
- Koo J. -Y. & Kooperberg, C. (2005). Quantile multivariate regression spline, Manuscript in preparation.
- Kooperberg, C., Bose, S. & Stone, C. J. (1997). Polychotomous regression, *Journal of The American Statistical Association*, **92**, 117-127.
- Hastie T. J. & Tibshirani, R. J. (1990). *Generalized additive models*, Chapman and Hall, London.
- Stone, C. J. (1985). Additive regression and other nonparametric models, *The Annals of Statistics*, **13**, 689-705.
- Stone, C. J. (1986). The dimensionality reduction principle for generalized additive models, *The Annals of Statistics*, **14**, 590-606.
- Stone, C. J. & Koo, C. -Y. (1986). Additive spline in statistics, In *Proceedings of the Statistical Computing Section*, 45-48, American Statistical Association, Washington, DC.
- Thomas L. C., D. B. & Crook J. N. (2002). *Credit scoring and its applications*, SIAM, Philadelphia.

[2004년 2월 접수, 2005년 5월 채택]

Credit Scoring Using Splines*

Ja-Yong Koo¹⁾ Daewoo Choi²⁾ Min-Sung Choi³⁾

ABSTRACT

Linear logistic regression is one of the most widely used method for credit scoring in credit risk management. This paper deals with credit scoring using splines based on logistic regression. Linear splines and an automatic basis selection algorithm are adopted. The final model is an example of the generalized additive model. A simulation using a real data set is used to illustrate the performance of the spline method.

Keywords: Grouping; Basis function methodology; Linear spline; Credit risk; Discriminant analysis; Function estimation

* The research of Ja-Yong Koo was supported by a Korea University Grant

1) Professor, Department of Statistics, Korea University, Anam-Dong 5-1, Seoul 136-701, Korea.
E-mail: jykoo@korea.ac.kr

2) Professor, Department of Statistics, Hankuk University of Foreign Studies, 89, Wangsan-ri Mohyunmyon Yongin-shi, Kyongki-do 449-791, Korea.
E-mail: dachoi@stat.hufs.ac.kr

3) Credit Management Team, Lotte card, Samsung-Dong 157, Seoul 135-974, Korea.
E-mail: cms2141@hotmail.com