

Dynamic Sub-grid Scale G-방정식 모델에 의한 평행평판간 난류의 예 혼합 연소에 관한 대 와동 모사

고상철† · 박남섭*

(원고접수일 : 2005년 3월 17일, 심사완료일 : 2005년 9월 7일)

Large eddy simulation of turbulent premixed flame with dynamic sub-grid scale G-equation model in turbulent channel flow

Sang-Cheol Ko† · Nam-Seob Park*

Abstract : The laminar flame concept in turbulent reacting flow is considered applicable to many practical combustion systems. For turbulent premixed combustion under widely used flamelet concept, the flame surface is described as an infinitely thin propagating surface that such a propagating front can be represented as a level contour of a continuous function G . In this study, for the purpose of validating the LES of G -equation combustion model, LES of turbulent premixed combustion with dynamic SGS model of G -equation in turbulent channel flow are carried out. A constant density assumption is used. The predicted flame propagating speed is good agreement with the DNS result of G. Bruneaux et al.

Key words : LES(Large eddy simulation, 대 와동 모사), Dynamics sub-grid scale model(Dynamic SGS 모델), Premixed flame(예 혼합 화염), G -equation (G -방정식), Flame front propagation(화염전파)

1. 서 론

최근, 환경 및 에너지보존의 관점에서 저 NO_x , 고 효율 연소의 실현이 중요한 문제로 대두되었다. 특히, 가스 터빈 등의 연소기는 종래의 확산 화염 연소방식에서 저 NO_x 화를 위한 예 혼합 연소방식을 선택하는 경우가 증가하고 있어, 예 혼합 연소장에 대한 고 정도의 해명이 요구된다. 근

래 컴퓨터 기술의 발달에 따라 실험 및 이론적 해명에 부가하여 새로운 해석기술로서 수치해법이 활발히 적용되고 있으며, 특히 LES(Large Eddy Simulation) 수법은 난류장에 대한 고정도 비정상 해석수법으로서 주목을 받고 있다.

고 정도의 난류 예 혼합 연소에 관한 수치해석을 수행하기 위한 난류해석의 수법으로는 RANS (Reynolds Averaged Navier Stokes), LES,

† 책임저자(전주대학교 기계자동차공학과), E-mail:scko@jeonju.ac.kr, Tel: 063)220-2623

* 현대·기아 연구개발본부

DNS(Direct Numerical Simulation) 등이 있으나, 공학적으로 중요한 화염의 비화나 소염, 화염진동 등, 연소의 비정상 거동을 설명하기 위해서는 현재의 계산기 처리능력을 고려할 때 LES에 의한 해석방법이 최적이라 판단된다. LES를 난류 연소에 적용하는 경우에는 유동장에 대한 SGS(Sub-grid Scale) 모델에 부가적으로 열, 화학종의 수송을 포함하는 SGS 연소반응 모델을 부여할 필요가 있다. 그러나 화학반응의 모델링에 대해서는 그 구체적인 현상이 아직 충분히 설명되어 있지 않기 때문에, 난류 중에 화염의 존재를 나타내는 변수 G 에 대한 수송 방정식을 푸는 G 방정식 모델이 난류연소의 LES에 적용 가능한 모델로 생각된다. 최근에는 G 방정식의 SGS 모델이 제안되어 등방성 난류를 대상으로 한 계산 예가 제시되어 있지만^[1], 복잡한 실용 연소장에서의 적용 예는 아직 보고 되어 있지 않은 실정이다.

본 연구에서는 실용 연소에 대한 LES의 계산수법의 확립을 목적으로 G 방정식의 Dynamics SGS 모델을 이용한 평행평판간 난류에 대한 예 혼합 난류 연소의 LES 계산을 수행하여, G. Bruneaux의 DNS 결과^[2]와의 비교를 통해 해석 결과에 대한 평가를 수행한다.

2. 지배 방정식

2.1 G 방정식의 기초식

연소를 포함한 흐름은 화염면에서 연료와 산화제 또는 혼합기의 화학반응에 의한 급격한 밀도변화나 열 생성을 동반한 복잡한 현상이지만, 원리적으로는 각 보존량의 식에 화학반응의 관계식을 연성하는 것으로 해석할 수 있다고 생각된다. 많은 실용 연소 문제에 있어서 흐름 변동에 대한 화학 반응과정의 시간 스케일은 극히 작다. 또한 화염면 특성 두께의 스케일이 흐름의 Kolmogorov 스케일에 비해 극히 작기 때문에 난류 중에서도 화염은 층류 화염의 구조를 유지하면서 주류상의 화염으로 변형한다고 생각되는 층류 화염면 모델(Laminar Flamelet Model)이 성립한다. 이 경우, 예 혼합 연소의 화염면은 미연가스와 기연가스를 구분하는

무한히 얇은 면으로 취급될 수 있으며, 화염면은 화염면에 수직인 방향으로 수송하는 다음의 G 방정식에 의해 표현 할 수 있다^[3].

$$\rho \frac{\partial G}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial G}{\partial x_j} = \rho S_L |\nabla G| \quad (1)$$

여기서, S_L 은 미연 혼합기체의 층류 화염속도이며, $G=G_0$ 의 등치면이 화염면을 나타내며, $G < G_0$ 는 미연가스, $G > G_0$ 는 기연가스로 정의한다.

2.2 LES의 지배방정식

본 연구에서는 아래에 나타낸 비압축성 유동에 관한 운동량 보존식, 질량 보존식, 에너지 보존식, 그리고 화학종의 보존식 대신에 G 방정식^[1]을 풀게 된다. 공간 필터 조작을 수행한 LES 지배방정식을 다음과 같이 나타낸다.

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{\partial \bar{\tau}_{ij}}{\partial x_j} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial \bar{G}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{G} \bar{u}_j)}{\partial x_j} = - \frac{\partial}{\partial x_j} D^* \gamma_j + D^* S_L^0 |\nabla \bar{G}| + D^* D_G \frac{\partial^2 \bar{G}}{\partial x_j^2} \quad (4)$$

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{T} \bar{u}_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_i} \lambda^* \left(\frac{1}{RePr} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} - \tau_j^\theta \right) + \omega \quad (5)$$

$$\omega = D^* S_L^0 |\nabla \bar{G}| \quad (6)$$

여기에서, λ 는 열전도계수, ω 는 반응속도를 나타내며, u 는 속도, p 는 압력, G 는 화염면, S_L^0 는 층류 화염 전파속도(Undisturbed Laminar Flame Speed), D_G 는 Markstein 확산계수를 나타낸다.

본 연구에서는 G. Bruneaux의 DNS^[2] 결과와 비교하기 위해, 그와 동일한 계산수법에 따라 일정 밀도의 비압축성 유동에 대해서 $\tilde{\rho} D = \tilde{\rho} D_1 D^*$, $D^* = (\tilde{T}/\tilde{T}_1)^b$, $\lambda = \lambda_1 \lambda^*$, $\lambda^* = D^*$ 로 가정하고, 온도변화에 의한 확산변동을 고려한다. 벽면 마찰속

도 u_{τ}^0 , 평행평판 사이의 반 폭 h , 레이놀즈 수 $Re = \rho u_{\tau}^0 h / \mu$, 난류 프랜탈 수 $Pr = \mu_1 C_p / \lambda_1$, 온도 $T = (\bar{T} - \bar{T}_1) / (\bar{T}_2 - \bar{T}_1)$ 으로 무차원화 하였다. 여기서 첨자 1은 미연가스, 첨자 2는 기연가스, (\sim) 은 물리량을 표시한다. 단, τ_{ij} 는 SGS 응력, τ_{ij}^0 와 v_j 는 온도 T 와 G 의 SGS 스칼라 유속으로, 모델화하여야 할 필요가 있다. 또한 G 방정식의 LES에서는 식(4) 우변의 화염전파 항 $S_L^0 |\nabla \bar{G}|$ 을 모델링 할 필요가 있어 본 연구에서는 Dynamic SGS 모델을 이용하였다.

2.3 Dynamic SGS 연소 모델

본 연구에서는 식(4) 우변의 SGS 스칼라 유속 v 에 대하여 Germano^[4]에 의해 제안된 방법과 동일하게 Smagorinsky형의 와 점성 모델을 적용한다.

$$\tau_k = \overline{u_k G} - \overline{u_k} \overline{G} = -C_G \Delta^2 |\overline{\Sigma}| \frac{\partial \overline{G}}{\partial x_k} \quad (7)$$

$$C_G \Delta^2 = -\frac{F_i H_i}{H_i H_i} \quad (8)$$

$$F_k = \widetilde{\overline{u_k G}} - \widetilde{\overline{u_k}} \widetilde{\overline{G}} \quad (9)$$

$$H_k = \left(\frac{\widetilde{\Delta}}{\Delta} \right)^2 \left| \widetilde{\Sigma} \right| \frac{\partial \widetilde{\overline{G}}}{\partial x_k} - \left| \widetilde{\Sigma} \right| \frac{\partial \widetilde{\overline{G}}}{\partial x_k} \quad (10)$$

단, $\overline{\Sigma}$ 은 응력 변형 텐서이며, 다음과 같이 정의한다. 또한, $(\overline{\quad})$ 는 Grid filter, (\sim) 는 Test filter를 나타낸다.

$$|\overline{\Sigma}| = (2 \overline{\Sigma_{ij}} \overline{\Sigma_{ij}})^{\frac{1}{2}}, \quad \overline{\Sigma_{ij}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \quad (11)$$

또한, 화염전파 항 $S_L^0 |\nabla \bar{G}|$ 은 H. G. Im^[1]에 의해 제안된 Dynamic SGS 모델을 이용한다.

$$S_L^0 |\nabla \bar{G}| = \overline{S} |\nabla \bar{G}| \quad (12)$$

$$\overline{S} / S_L^0 = 1 + C_{SG} (q / S_L^0)^p \quad (13)$$

$$C_{SG} = (S_L^0)^p \frac{[\langle |\nabla \bar{G}| \rangle - \langle |\nabla \bar{G}| \rangle]}{[\langle Q^p \rangle |\nabla \bar{G}| - \langle q^p \rangle |\nabla \bar{G}|]} \quad (14)$$

여기서, q 와 Q 는 Grid Filter와 Test Filter에서의 각각의 SGS 운동에너지이며, 모델링을 수행할 필요가 있다. 본 계산에서는 이하에 표시하는 Bardina^[5]의 스케일 상사 모델(Scale Similarity Model)을 이용하여 부가한다. 또한, 지수 p 는 1.0으로 하여 계산을 수행하였다.

$$q^2 = \overline{u_i u_i} - \overline{\overline{u_i}} \overline{\overline{u_i}} \quad (15)$$

$$Q^2 = \widetilde{\overline{u_i u_i}} - \widetilde{\overline{\overline{u_i}} \overline{\overline{u_i}}} \quad (16)$$

3. 수치 해석 방법

해석은 Fig.1에 나타낸 바와 같이 평행평판 난류 중에서 화염이 벽 중심으로부터 벽을 향하여 전파하는 난류 예 혼합 연소 유동을 대상으로 하였다. 계산 파라미터는 G. Bruneaux의 DNS^[2] 결과에 맞추어 $Re = 180$, $Pr = 0.5$, $S_L^0 = 0.363$, $b = 1.0$, $(\bar{T}_1 / \bar{T}_2) = 4.0$ 으로 하여 계산을 수행하였다. 또한, Markstein 확산계수는 $D_G = 4v_{SGS}$ 로 주어졌다. v_{SGS} 는 SGS의 와 동점성 계수를 나타낸다. 수치계산은 Staggered 격자를 이용하여 공간 차분은 2차 정도의 중심차분법, 시간차분은 2차 정도의 Adams-Bashforth법, 압력해법은 SMAC (Simplified Marker and Cell)법을 사용하여 계산을 수행하였다. 벽면에 의한 층류화염의 소멸을 고려하기 위해 층류 화염 전파속도 S_L^0 에 다음과 같은 벽면 소멸 감쇠계수 f_Q 를 부가하였다.

$$f_Q = [1 + \exp\{-0.5(y^+ - y_Q^+)\}]^{-1} \quad (17)$$

단, y^+ 는 벽 좌표, y_Q^+ 는 층류 화염의 소멸거리로 $y_Q^+ = 28$ 로 하였다. 계산격자의 수는 흐름의 주류 방향(x), Span 방향(z), 벽면 수직방향(y)의 각각 $2\pi h$, πh , $2h$ 의 해석영역에 대해 $32 \times 32 \times 64$ 의 격자수를 이용하였다.

화염의 초기조건으로는 벽에 평행한 평행평판 중심면(x-z plane)의 대칭면을 기준으로 하여 상하의 벽을 향하여 평행평판 중심의 2개의 격자면에 기연가스 영역인 $G = 1.0$, 3번째 격자면에 화염면을 나타내는 $G = 0.5$ 를 부여하고 그 밖의 영역에는

미연가스 영역인 $G=0.0$ 을 부여하여 계산을 수행하였다.

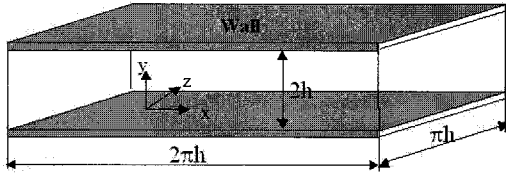


Fig. 1 Schematic diagram of the computational domain.

4. 결과 및 검토

4.1 계산 코드의 검증

본 계산에서 Dynamic LES에 의한 스칼라 수송의 재현 정도를 확인하기 위해 우선 온도장에 대한 LES 계산을 수행하였다. 계산은 $Re=180$, $Pr=0.7$ 의 평행평판간 난류를 대상으로 하였으며, 계산 조건으로는 벽면에서는 온도 $T=0$, 평행평판 내부에는 균일한 열 발생률 $\omega=2$ 를 부가하였다. 이때 온도변화에 의한 확산계수의 변동은 없다고 가정하였다.

계산결과를 평균 온도분포와 평균 변동성분의 강도분포로 각각 Fig. 2와 Fig. 3에 나타내었다. 해석결과는 평균온도 및 강도분포에 있어서 DNS의 결과^[6]와 잘 일치하고 있음을 알 수 있으며, 이와 같은 결과로부터 본 연구에 이용한 Dynamic LES에 의한 스칼라 수송을 예측하는 해석수법은 타당한 결과라 판단된다.

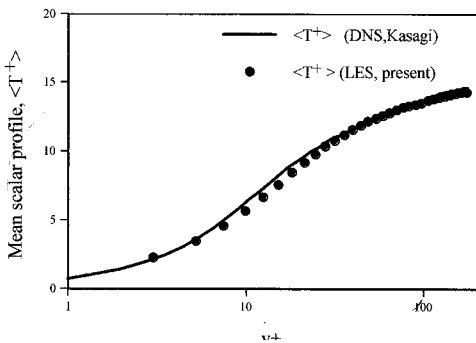


Fig. 2 Mean passive scalar profile (in wall units)

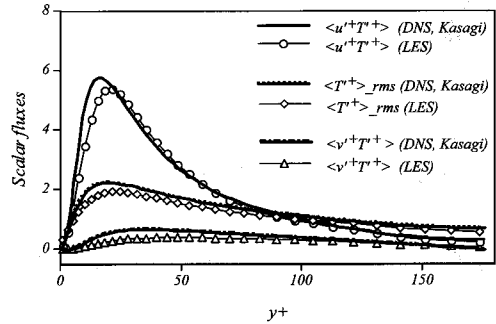


Fig. 3 Passive scalar fluxes (in wall unit) of streamwise $\langle u'T^+ \rangle$ -rms, normal component $\langle v'T^+ \rangle$ -rms and Passive scalar intensity $\langle T^+ \rangle$ -rms.

4.2 난류 예 혼합 연소장의 해석결과

$G=0.5$ 의 화염면에서 층류 화염 전파속도에 대한 난류 화염 전파속도의 비 (\bar{S}/S_L^0)의 시간변화의 이력을 Fig. 4에 나타낸다.

화염은 층류 화염 전파속도의 약 1.5배 전후의 값으로 벽 근방으로 확장되며, 화염이 벽면 소염거리 ($y_q^+ = 28$)에 거의 도달(연소시간, $t/t_f = 12.1$) 하게 되면 화염속도는 층류 화염속도로 감소하게 되고, 이후 화염이 꺼지기 시작한다. 단, 연소시간 t/t_f 에 대해서 t 는 유동의 무차원 시간, $t_f = d/S_L^0 = \lambda_1/\rho C_p (S_L^0)^2$, d 는 대표 화염의 두께로 정의한다. 본 계산에서 $d=0.03^{[2]}$ 을 적용하였다.

Fig. 4에 본 계산결과와 Bruneaux의 DNS 결과를 비교하여 나타내었다. LES의 계산결과가 DNS의 결과에 비하여 초기 화염 전파속도에 있어서 약간 다른 유형을 나타내었다. 이는 G . Bruneaux의 계산은 G 방정식의 DNS 결과가 아닌, 반응물에 근거한 연료의 질량분률에 관한 수송 방정식을 풀고 있기 때문으로 초기의 화염속도는 온도의 상승과 함께 커지게 되지만, 본 계산은 초기부터 SGS 모델로 화염 전파 속도를 부여하고 있기 때문이다. 그러나 $t/t_f > 5$ 이후의 화염 속도 변화의 유형은 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 또한, 화염이 벽면 소염거리 ($y_q^+ = 28$)에 도달하기까지의 시간은 G . Bruneaux의 결과가 $t/t_f = 12.8$ 에 대하여 본 계산에서는 12.1로 약 5%정도의 오차 범위에서 잘 재현하고 있다.

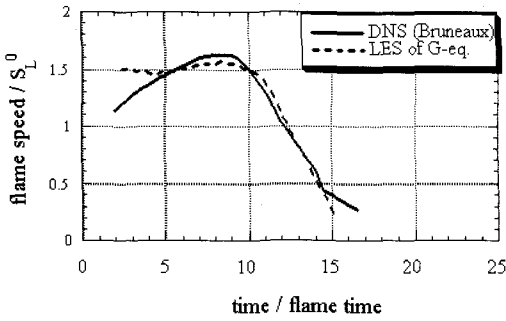


Fig. 4 Evolution of normalized turbulent flame speed

Fig. 5에 시간 발달에 따른 화염면과 온도의 전파 유형을 나타낸다. 화염면은 시간에 따라 평행 평판의 중심에서 벽면을 향해 전파하고 있음을 알 수 있으며, 이에 비례하여 온도분포도 시간에 따라 벽면으로 전파해 가는 유형을 나타냄을 알 수 있다.

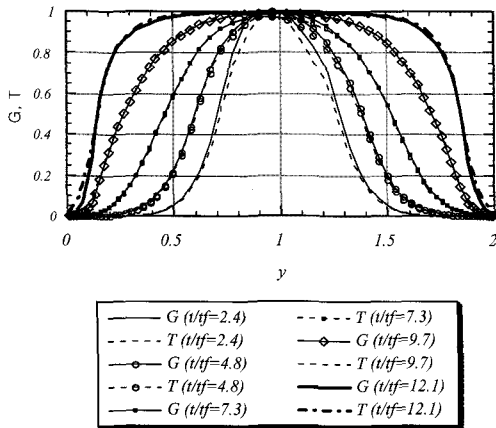
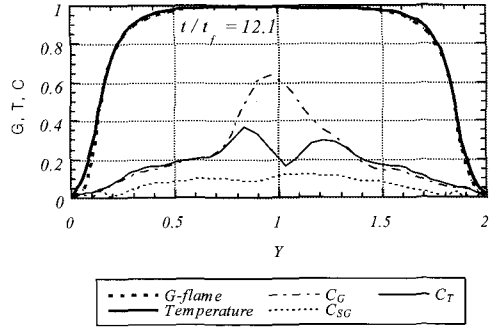
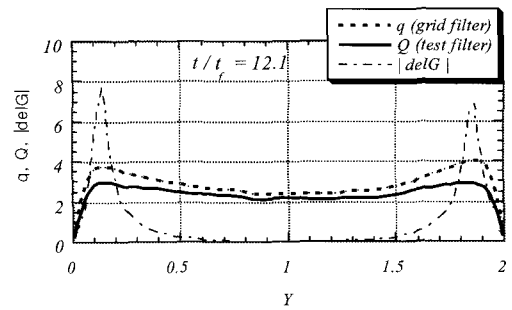


Fig. 5 Profiles of flame and temperature propagation. (G = flame, T = temperature, t/t_f = time/flame time)

Fig. 6 (a)에 $t/t_f=12.1$ 의 경우의 G값과 온도 분포 및 각각의 계산에 있어서의 Dynamic 모델 계수를 나타낸다. (b)에는 Grid filter와 Test filter에서의 각각의 SGS 운동에너지와 G값의 공배를 나타낸다. Fig. 7에는 비교를 위해 G. Bruneaux의 결과 중 $t/t_f=12.8$ 의 온도분포를 나타낸다.



(a) Profiles of G, temperature and SGS dynam model constant.



(b) Profiles of sub-grid scale kinetic energies, Q and filtered gradient of G.

Fig. 6 Mean values of flame propagation properties at $t/t_f=12.1$, $G=0.5$ iso-surface reached wall quenching distance ($y^+=28$).

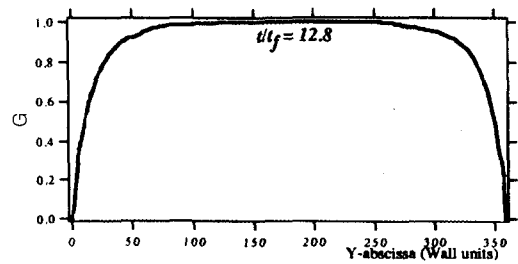


Fig. 7 Mean temperature profile of the DNS of G. Bruneaux with flame reached wall quenching distance $y^+=28$ at $t/t_f=12.8$.

초기화염이 평행평판 중심으로부터 벽면 소염거리 ($y_q^+=28$)에 도달하기까지의 시간은 $t/t_f=12.1$ 로 G. Bruneaux의 DNS 결과인 $t/t_f=12.8$ 에 대하여 잘 재현하고 있음을 알 수 있다. 또한, 화염

전파 항 $S_L^0 \sqrt{\overline{\nabla \cdot G}}$ 을 모델링 하기 위해 도입된 Grid filter와 Test filter에서의 SGS 운동에너지는 평행평판 전체에 걸쳐 비교적 균일한 분포를 하고 있음을 알 수 있으며, G값의 공배는 벽면 근방에서 피크치를 나타내고 있음을 알 수 있다.

5. 결 론

LES수법을 이용한 연소 유동의 기초 연구로서 G 방정식 모델의 유효성을 검증하기 위해 Dynamics SGS 연소 모델을 이용하여 평행 평판간 난류의 예 혼합 연소 LES 수치해석을 수행하였다.

스칼라 수송의 재현 정도를 확인하기 위해 온도장에 대한 LES 계산을 수행하여 DNS의 결과^[6]와 비교 검증한 결과, 평균온도 및 변동성분의 강도분포에 있어서 잘 일치하는 결과를 얻었으며, 이와 같은 결과로부터 본 연구에 이용한 Dynamic LES에 의한 스칼라 수송을 예측하는 해석수법은 타당하다고 판단된다.

또한, 난류 예 혼합 연소장의 해석을 통하여 층류 화염 전파속도에 대한 난류 화염 전파속도의 비 (\bar{S}/S_L^0)의 시간변화의 이력을 검토한 결과, 난류 화염속도는 층류 화염속도의 약 1.5배 정도, 화염이 벽 근방에서 꺼지기 시작할 때의 연소시간은 약 $t/t_r=12.1$ 로 G. Bruneaux의 DNS 결과^[2]에 근접한 결과를 예측함으로써, LES를 이용한 G 방정식 Dynamics SGS 모델의 실용 연소에의 적용 가능성을 확인하였다.

참고문헌

[1] H. G. Im and T. S. Lund, "Large eddy simulation of turbulent front propagation with dynamic subgrid models", Phys. Fluids 9(12), 1997, pp.3826-3833.
 [2] G. Bruneaux, K. Akselvoll, T. S. Poinot and J. H. Ferziger, "Simulation of a turbulent flame in channel", Center for Turbulence

Research Proceedings of the Summer Program, 1994, pp.157-174, Stanford University.

[3] Kerstein, A. R., Ashurst, W. T. and Williams, F. A., "Field equation for interface propagation in an unsteady homogeneous flow field", Physical Review A37, 1988, pp.2728-2731.
 [4] M. Germano, U. Piomelli, P. Moin and W. H. Cabot, "A dynamic subgrid scale eddy viscosity model", Phys. Fluids A3, 1991, pp.1760.
 [5] J. Bardina, J. H. Ferziger and W. C. Reynolds, "Improved subgrid scale models for large eddy simulation", AIAA Paper No. 80-1357, AIAA 13th Fluid & Plasma Dynamic Conferences, 14-16 July 1980.
 [6] Kasagi, N., Tomita Y. and Kurota A., "Direct numerical simulation of passive scalar field in a turbulent channel flow", ASME J. Heat Trans. 114, 1992, pp.598-606.

저 자 소 개



고상철 (高相喆)

1963년 10월 10일생. 1985년 부산대학교 기계설계학과 졸업, 1999년 일본 동경대학 대학원 기계공학과 졸업(박사), 1993-1995년 동경대학 생산기술연구소, 1999-2000년 동경대학 국제 산학연구소, 2000년 08월 한국과학기술원, 2000-2002 삼성전자 디지털미디어(연), 2002년 전주대학교 기계자동차공학과 교수.



박남섭 (朴南燮)

1965년 5월 24일생. 1989년 한양대학교 기계공학과 졸업, 1995년 일본 동경대학 대학원 기계공학과(석사), 2000년 일본 동경대학 대학원 기계공학과 졸업(박사), 1989-1992 (일본)나라기계제작소, 2001-현재 현대자동차 연구개발본부 선임연구원.