

국내금융자산의 시장위험 추정에 있어서 ARCH류 모형의 유용성 평가

유 일 성*

요 약

본 연구는 KOSPI자산 포트폴리오에 대한 VaR를 다양한 ARCH류 모형을 사용하여 추정하고 이들의 예측능력을 평가하였다. 활용된 모형은 우선 기본적인 GARCH(1,1)모형과 레버리지 효과를 감안한 TGARCH모형, 다양한 ARCH모형을 포괄할 수 있는 PGARCH모형, 변동성의 영속성을 고려한 IGARCH모형이 포함되었다. 모형 상호간의 성과비교에 추가하여 ARCH류 모형에서 수익률예측오차의 분포에 따라서 VaR의 예측성차가 얼마나 차이가 발생하는가를 확인하기 위하여 정규분포와 Student-t분포의 성과를 비교하였다. 마지막으로 VaR 추정시에 조건부평균을 무시하는 관례가 어느정도 타당성이 있는지를 확인하기 위하여 1시차 자기회귀과정에 입각한 조건부 평균을 감안한 결과를 검토하였다.

ARCH류 모형에서 모형 설명력은 보다 정교한 모형인 TGARCH모형이나 PGARCH모형이 우월하게 나타났지만, VaR의 예측능력 우월성으로 이어지지는 않았다. Student-t분포를 가정한 경우 VaR모형 사후검증성과는 정규분포를 가정한 경우보다 모든 신뢰수준에서 개선되었으며, 조건부평균의 제거는 Student-t분포 가정하에서는 적합하지 않은 것으로 나타났다. ARCH류 모형에서 가장 단순한 형태인 IGARCH모형의 예측성차가 다른 모형들에 비하여 뒤떨어지지 않으며, 더욱 제약된 형태인 RiskMetrics의 EWMA모형이 사후검증에서 우수한 성과를 보여 단순한 모형의 유용성을 확인시켜주고 있다.

* 부경대학교 경영대학 교수

I. 서 론

2006년부터 시행되는 신바젤협약(1999)에 전세계의 선진 은행이 분주히 대비하고 있으며, 국내금융기관들도 금융당국과 함께 긴장하고 있다. 본 연구에서는 1990년대 중반 JP Morgan과 RiskMetrics에서 시장위험관리수단으로서 급속히 산업표준화시켰고, 바젤협약(1996)에서도 시장위험의 측정과 관련하여 권장한 VaR의 효율적 측정을 모색하고자 한다.

지난 10여년에 걸쳐 국내외에서 VaR의 효율적 측정과 관련된 많은 연구가 이루어져왔으며, 현재도 새로운 방법론과 새로운 경험의 축적이 지속적으로 진행되고 있다. 본 연구에서는 비교적 최근의 국내금융시장을 대상으로 시간가변적 변동성의 대표적 측정수단인 ARCH류의 모형들을 적용하여 구한 VaR의 연구결과를 경험의 축적에 보태고자 한다. 금융자산수익률 변동성의 시간응집성(volatility clustering)뿐만 아니라 변동성 충격이 장기적으로 영향을 미칠 가능성(volatility persistence)이나 이전기간 수익률예측오차의 방향에 따라 현재의 변동성이 비대칭적으로 반응할 수 있는 가능성(leverage effect)을 감안하여 위험을 측정하고 그 성과를 비교하였다.

본 연구에서는 네 가지의 ARCH류 모형을 투입하는데, 가장 기본적인 형태로서 현재의 변동성이 직전기의 예측오차와 직전기의 변동성에만 의존하는 GARCH(1, 1)모형을 검토한다. 그 다음 소위 레버리지효과를 감안한 TGARCH(threshold GARCH)모형을 이용하여 직전기의 자산가격이 예상했던 수준에 미치지 못한 경우에 그 반대의 경우보다 시장이 더 크게 동요할 수 있는 가능성을 고려한다면 보다 정확한 VaR의 예측이 이루어질 수 있는지를 확인한다. 그 다음에는 ARCH류 모형의 변형 중에서 가장 포괄적인 모형이라 할 수 있는 PGARCH(power GARCH)모형을 이용하여 레버리지 효과 및 변동성 측정을 2차모멘트인 분산에 국한시키지 아니함으로써 VaR측정에서 정확성이 제고되기를 기대한다. 마지막으로 변동성 충격의 영속적인 영향력을 인정하는 IGARCH 모형과 IGARCH모형의 추정모수 일부에 제약을 가한 형태인 RiskMetrics의 EWMA(exponentially weighted moving average)방식과의 직접적인 비교를 포

합시켰다.

이들 ARCH류 모형의 경우 수익률 예측오차가 정규분포를 가진다고 가정하더라도 무조건부 수익률분포는 정규분포보다 꼬리부분이 두터운 형태를 가지게 된다. 이는 실제로 정규분포보다 두터운 꼬리를 보이는 현실의 수익률분포를 설명하는데 도움을 주게 된다. 하지만 예측오차의 정규분포를 가정한 ARCH모형이 실증적 분포의 두터운 꼬리를 설명함에 여전히 역부족인 경우를 감안하여 오차의 분포 자체를 정규분포보다 두터운 꼬리를 갖는 Student-t분포를 가정하여 ARCH모형류를 추정하고 VaR추정에 있어서의 정확성을 검토하였다.

본 연구에서 활용되는 다양한 ARCH류 모형의 유용성은 기본적으로 Risk-Metrics의 EWMA가 VaR추정에서 갖는 효용과 비교된다. 그런데 예측기간이 하루인 일일VaR와 같은 단기적 VaR를 측정함에 있어서 RiskMetrics는 수익률의 2차모멘트인 분산만을 고려할 뿐 1차모멘트인 수익률평균은 무시하게 된다. 이는 기본적으로 수익률의 변화 예측이 어려운 데다가 그 두 모멘트의 상대적 크기의 차이가 현저하기 때문에 형성된 관례이다. 본 연구에서는 이러한 관례가 우리 국내 금융시장에서도 충분히 지지받을 수 있는지에 대하여 확인하기 위하여, 본 연구에서 사용되는 모든 ARCH류 모형에 대하여 수익률기대값을 포함한 VaR추정의 경우와 제외시킨 경우를 함께 제시하고자 한다. 수익률기대값을 고려하는 구체적인 방식으로는 수익률의 1시차 자기회귀모형으로 조건부 평균수익률을예상하는 형태를 사용하였다.

본 연구가 사용하는 표본은 한국증권연구원에서 편제한 1990년 초부터 2003년말까지의 일일 KOSPI 수익률을 이용하고자 한다. 우선 전체표본기간을 대상으로 상기의 ARCH모형들을 추정하여 어떤 모형이 보다 큰 설명력을 가지고 있는가를 AIC(Akaike information criterion) 및 SC(Schwarz criterion)를 이용하여 개략적으로 평가한다. 그 다음 전체 표본내 기간의 VaR를 추정함으로써 각 모형의 효율성을 비교하고, 앞서 평가한 모형의 일반적인 설명력 순위와 VaR추정의 성과에 일관성이 있는지를 확인하고자 한다. 각 모형의 유용성은 종국적으로 모형의 미래예측력에 기초해서 판단되어야 하므로, 본 연구에서는

2000년 초부터 2003년말까지 4년간을 표본외기간으로 설정하고 각 모형의 사후검증을 위한 기반으로 활용하였다. 이 표본외 기간 중에는 오늘부터 1990년 초까지의 모든 과거자료를 활용하여 ARCH류 모형을 추정하고, 이에 입각하여 내일의 변동성 및 VaR를 예측하는 방식을 취하였다. 다시 말해서 매일 매일 추가되는 새로운 정보를 모형의 재추정에 즉시 반영하여 VaR를 추정한다.

해외의 자료들에 입각한 VaR추정모형의 효율성에 관련된 연구는 많이 축적되어 있지만, 국내의 자료들을 활용한 연구는 상대적으로 제약되어 있다고 볼 수 있다. 대략적으로 한상범(1999), 이준행(2000), 유진·이준행(2002), 김상덕·남주하(2002), 문성주·이덕창·김대호·오세경(2003), 조담(2004), Bao, Lee and Saltoglu(2004)의 연구들이 참조될 수 있는데, 이들 중에서 본 연구와 접근방식에 공통부분이 있으며, 결론을 언급할 수 있는 연구들의 내용 일부를 요약하면 아래와 같다. 조담(2004)의 경우 표본외 예측기간은 달리하고 있지만 동일한 전체표본기간을 사용하여 역사적 표준편차, EWMA 표준편차, GARCH(1,1) 표준편차 세 가지 접근방식의 효율성을 비교하였다. 외환위기 이후 기간인 1997년 9월부터 2003년 12월까지를 대상으로 하고 우도비율을 평가기준으로 사용한 경우, 5% 유의수준에서는 EWMA가 가장 우수한 것으로 나타났으며, 1% 유의수준에서는 역사적 표준편차가 시장위험을 가장 잘 표시해 주는 것으로 나타났다.

Bao, Lee and Saltoglu(2004)의 경우 한국, 대만, 말레이시아, 태국, 인도네시아 5개국 개도국 주식시장을 대상으로 다양한 VaR추정모형의 예측 능력을 비교하였다. 표본외 사후검정기간을 1995년 초부터 2000년 말까지 6년간으로 설정하고, 이 기간을 다시 외환위기 이전시기, 외환위기 기간, 외환위기 이후시기 등의 3개의 하부검정기간으로 나누었다. ARCH류 모형으로서는 정규분포를 가정한 GARCH(1,1)모형만 포함시켰는데 결과적으로 이는 RiskMetrics EWMA 모형을 압도하지 못한 것으로 나타났다. 그리고 EVT모형은 외환위기 이전시기 및 이후시기에 RiskMetrics모형이나 GARCH(1,1)모형에 미치지 못하는 것으로 나타났다.

문성주·이덕창·김대호·오세경(2003)의 경우 국내주식시장이 아니라 국내 외환시장을 대상으로 다양한 ARCH류 모형을 포함한 VaR예측모형을 사후검

증하였다. 2001년 초부터 2002년 2월말까지의 기간을 표본의 사후검증기간으로 분석하고, 그 결과 RiskMetrics 방식보다는 ARCH류의 모형이나 EVT에 입각한 모형이 예측능력이 우수하다고 볼 수 있는 방증들을 제시하고 있다.

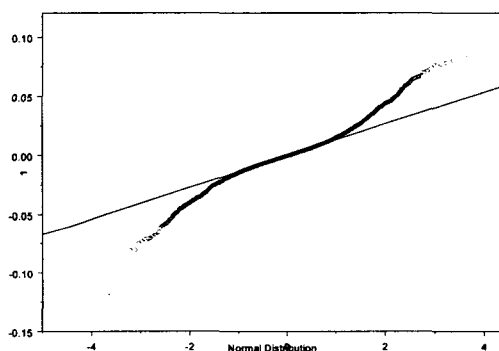
다음 II장에서는 본 연구에서 활용하는 KOSPI시계열 자료의 기초통계를 제시하고, 이들을 정규분포로 특징화하는 것이 적합한지를 QQ 도표 등을 통하여 살펴본다. III장에서는 여러 ARCH류 모형을 추정한 결과와 표본내기간 VaR추정결과를 제시하여 이들을 비교하고 모형의 유용성을 평가한다. IV장에서는 표본외기간 VaR추정결과를 제시하고 III장의 표본내 추정결과와 모형의 효율성에 있어서 일관성이 있는지, 그리고 정교한 ARCH류 모형들이 RiskMetrics보다 유용한지를 검토한다. 마지막 장에서는 본 연구에서 관찰된 내용을 요약하고, 기존의 연구결과와의 차이점을 언급하고 있다.

II. 기초통계치 및 ARCH류 모형의 추정

본 연구에서 한국종합주가지수를 시장위험 VaR를 측정하기 위한 기초자료로 활용한다. 국내 금융기관이나 투자자들이 잘 분산된 포트폴리오를 보유하고 있으며, 이 포트폴리오가 한국시장포트폴리오와 큰 차이를 보이지 않는다고 가정한다. 한국증권연구원에서 편집한 1990년 초부터 2003년 말까지 14년 총 3866일간의 일별 산술수익률의 시계열자료를 사용하여, ARCH류 모형의 추정과 이에 입각한 표본내 및 표본외기간의 VaR를 추정하고 모형의 사후검증을 시도한다. 가능한 충분한 시계열자료를 확보하는 것이 바람직하다고 볼 수 있으므로, 1980년부터 1989년까지의 10년 기간 자료도 분석에 포함시킬 수 있을 것이다. 하지만 국내주식시장의 자율성과 개방화 수준에서 1980년대와 1990년대는 적지 않은 구조적 변화를 겪었다고 볼 수 있다. 실제로 최대우도를 이용한 ARCH류 모형의 모수 추정과정에서 1980년대와 1990년대를 함께 포함한 경우에 최적해로 수렴이 이루어지지 않는 문제가 자주 발생하였다.

우선 전체 표본기간 수익률 분포가 정규분포와 얼마나 비슷한지를 확인하기

위하여 QQ-정규분포도표를 아래 [그림 1]에 제시하였다. 왼쪽꼬리부분뿐만 아니라 오른쪽 꼬리부분에서도 정규분포와 상당한 차이를 보여주고 있으며, 양 꼬리부분이 모두 정규분포보다 두터운 모양을 가지고 있음을 쉽게 확인할 수 있다. <표 1>에 제시된 Jacque-Berra 통계치에서도 정규분포는 기각되고 있다. 한 가지 주목할 점은 일일 수익률분포의 첨도부분에서는 명확히 정규분포와 다른 형태를 가진 것으로 검정되었으나, 왜도부분에서는 5% 유의수준에서 기각되지 않고 있다. 일일수익률 표준편차는 0.018657로서 다른 경제의 주식시장과 비교하여 상당히 높은 변동성을 보이고 있으며, 일일수익률 평균은 거의 0에 가까우며, 일일표준편차와 비교하여 그 절대적 크기가 미미한 수준이다.



[그림 1] QQ 정규분포 도표

<표 1> KOSPI 일일수익률 기초통계치와 정규분포 검정

	평균	표준편차	왜도	첨도	Jarque-Bera 검정
수익률	0.00014425	0.018657	0.061391	3.0006	1452.8
(검정P값)			(0.11901)	(0.00000)	(0.00000)

본 연구에서 4가지 형태의 ARCH 모형을 이용하는데, 모든 ARCH모형에서 수익률 생성과정은 공통적으로 $r_t = E(r_t|F_{t-1}) + \epsilon_t$ 로 나타낸다. 조건부 평균식은 1차 자기회귀과정인 $E(r_t|F_{t-1}) = \varphi_0 + \varphi_1 r_{t-1}$ 을 가정하며, 조건부 분산방정식 형태는 아래와 같다. 조건부 분산방정식에서 현재의 변동성을 예측하기

위해 투입되는 과거 예측오차와 과거 조건부분산의 시차구조를 구체적으로 결정하여야 하는데 본 연구에서 기존 연구경험에서 가장 일반적으로 활용되는 형태를 그대로 받아들여 각각 1기간의 시차를 두기로 한다.

$$\text{GARCH} : \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2.$$

$$\text{TGARCH} : \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 S_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2.$$

$$\text{PGARCH} : \sigma_t^d = \alpha_0 + \alpha_1 (|\varepsilon_{t-1}| - \gamma_1 \varepsilon_{t-1})^d + \beta_1 \sigma_{t-1}^d.$$

$$\text{IGARCH} : \sigma_t^2 = \alpha_0 + (1 - \beta_1) \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2.$$

여기서 σ_t 는 직전기의 정보를 이용하여 구한 현재기간의 변동성을 의미하며, ε_t 는 수익률에 대한 예측오차를 나타낸다. 본 연구에서의 TGARCH모형은 GJR GARCH모형(Glosten, L. R., Jagannathan, R. and Runkle, D. E., 1993)과 동일하며, 소위 레버리지 효과항을 포함하고 있다. 다시 말해서, t기의 조건부 변동성에 t-1기 예측오차(의 제곱치)가 작용함에 있어서, t-1기 예측오차가 양 혹은 음인가에 따라서 비대칭적으로 영향을 미칠 수 있는 가능성을 더미변수인 S_{t-1} 을 도입하여 허용하고 있다. S_{t-1} 은 예측오차 ε_{t-1} 이 음인 경우 1의 값을 갖고 그 외의 경우 0의 값을 갖는다. PGARCH(Ding, Z., Granger, C. W. J. and Engle, R. F., 1993)의 경우 승수 d의 값을 포함한 여러 계수값을 조정함으로써 다른 형태의 ARCH모형들을 포괄할 수 있는 일반성을 가지고 있다. 예컨대, d의 값으로 2를 취하면 PGARCH는 TGARCH와 동일한 모형으로 전환된다. IGARCH의 경우 변동성의 영속성(volatility persistence) 혹은 예측오차(의 제곱치)가 미래 조건부 변동성에 미치는 영속적 영향력을 감안한 모형으로서 과거 예측오차의 계수 α_1 과 과거 조건부 변동성의 계수 β_1 의 합이 1이 된다. RiskMetrics에 의하여 채택된 EWMA모형은 기본적으로 IGARCH에서 상수 α_0 을 0으로 제약하고 조건부 변동성계수 β_1 을 일정수치 0.94로 한정 한 특수형태이다. 따라서 추정계수에 제약이 없는 일반적인 IGARCH모형을 추정하고 이에 입각한 VaR추정 및 사후검증 성과를 RiskMetrics와 비교하고자 한다.

1990년 초부터 2003년 말까지 전체 표본기간을 대상으로 상기 ARCH모형들을 추정한 결과는 아래 <표 2>와 같다. 모든 ARCH모형의 조건부 평균식은 1 시차기간 자기회귀과정, $E(r_t|F_{t-1}) = \varphi_0 + \varphi_1 r_{t-1}$, 을 따른다고 가정하며, 이는 기존의 연구결과와(옥기울, 1997 ; 오현탁 · 이현상 · 이치송, 2000) 관련하여 충분한 타당성이 부여될 수 있을 것이다.

<표 2> ARCH류 모형 추정결과

	φ_0	φ_1	α_0	α_1	β_1	γ_1	d	Akaike	Schwarz
GARCH-n	0.00031	0.0842	0.03149	0.10955	0.88599			-5.455224	-5.447128
P값	0.1619	0	0.0001	0	0				
TGARCH-n	-0.00008	0.0830	0.02684	0.06540	0.89210	0.0841		-5.465795	-5.456079
P값	0.7239	0	0.0001	0	0	0			
PGARCH-n	-0.00010	0.0860	0.15294	0.10869	0.89979	0.2161	1.573	-5.46648	-5.455146
P값	0.6481	0	0.1898	0	0	0	0		
IGARCH-n	0.00033	0.0841	0.02739	0.11426	0.88593			-5.455467	-5.44899
P값	0.1452	0	0	0					
IGARCHRM-n	0.00036			0.07183	0.92836			-5.437097	-5.433859
P값	0.088			0					
GARCH-t	-0.00010	0.0879	0.03452	0.11040	0.88371			-5.477497	-5.467782
P값	0.6463	0	0.0002	0	0				
TGARCH-t	-0.00036	0.0860	0.03132	0.06803	0.88741	0.0870		-5.485309	-5.473975
P값	0.1161	0	0.0002	0	0	0			
PGARCH-t	-0.00038	0.0881	0.17599	0.11304	0.89496	0.2144	1.578	-5.485699	-5.472745
P값	0.0975	0	0.2541	0	0	0	0		
IGARCH-t	-0.00010	0.0881	0.02942	0.11610	0.88389			-5.477679	-5.469583
P값	0.6419	0	0.0002	0					
IGARCHRM-t	-0.00008			0.07431	0.92568			-5.46084	-5.455983
P값	0.6855			0					

주) n은 정규분포, t는 Student-t분포를 의미한다. Student-t분포의 자유도는 대부분 9에서 10 사이의 수치로 추정되었으며 지면제약으로 그 표기를 생략함.

모든 ARCH류 모형의 추정결과에서 공통적으로 발견되는 점은 조건부 변동식에서 예측오차계수와 조건부 변동성계수가 유의한 양의 값을 가짐으로써 변

동성 집중화 (volatility clustering) 현상을 확인시켜주고 있다. 그리고 비대칭적 변동성효과를 포함시킨 TGARCH 모형과 PGARCH 모형에서 레버리지계수가 유의적인 양의 값을 가짐으로써 수익률이 예상기대치에 미치지 못하는 경우에 시장이 더 크게 동요함을 시사하고 있다.

조건부 평균식에서는 모든 ARCH 모형에서 직전기 수익률이 기대수익률에 양의 방향으로 유의적인 영향을 미치고 있음을 확인할 수 있다. 조건부 평균식에서 상수항은 유의적이지 못하지만, 조건부 변동성에서의 상수항은 PGARCH 모형을 제외하고는 유의적인 것으로 나타났다.

모형의 적합성을 개략적으로 판단할 수 있는 참고자료인 AIC(Akaike information criterion) 혹은 SC(Schwartz criterion)를 살펴보면 조건부 변동성의 비대칭성을 포함시킨 TGARCH나 PGARCH 모형이 GARCH 모형이나 IGARCH 모형보다 적절한 것으로 나타났다. 가장 일반적인 PGARCH 모형은 보다 단순한 TGARCH 모형에 비하여 AIC나 SC 기준에서는 별 차이가 없음을 알 수 있다.

한편 예측오차의 분포를 정규분포로 가정하여 추정한 ARCH 모형들과 Student-t 분포로 가정한 경우를 AIC와 SC에 입각하여 비교하여 보면 모든 ARCH 모형에서 Student-t 분포에 입각한 경우가 적합도가 높은 것으로 나타났다. 이는 KOSPI 수익률분포의 꼬리부분에서 보이는 두터움의 정도가 단순히 정규분포의 예측오차를 가정한 ARCH 모형만으로써는 충분히 설명할 수 없음을 시사하고 있다.

RiskMetrics의 VaR 추정에 활용되는 EWMA 방식은 IGARCH 모형의 조건부 변동성식에서 상수를 0으로 제약하고 조건부 변동성계수를 일일수익률의 경우 0.94로 고정시킨 형태와 동일하다. <표 2>에서는 조건부 변동성계수를 제약하지 아니하고 상수만을 0으로 제약한 IGARCH 모형을 추정한 결과가 제시되어 있는데, 정규분포를 가정한 경우(IGARCHRM-n)에는 0.928이며, Student-t 분포를 가정한 경우(IGARCHRM-t) 0.925로서 RiskMetrics가 권장하는 수준에 약간 미치지 못하고 있다.

다음 장에서는 상기의 여러 ARCH 모형들을 이용하여 KOSPI 금융자산포트폴리오를 보유한 금융기관의 VaR를 측정한다. <표 2>의 추정결과에 따르면

Student-t분포를 이용하여 수익률 꼬리부분의 두터움을 반영하고 레버리지 효과를 모형에 포함시킨 TGARCH나 PGARCH모형이 보다 나은 성과를 보일 것으로 기대할 수 있으며, 이 성과가 RiskMetrics의 성과보다 우월한가를 확인하고자 한다.

Ⅲ. 표본내기간 VaR 모형의 사후검증

시장위험 VaR는 거래목적으로 보유하는 특정 금융자산포트폴리오가 특정기간동안 시장가격의 변동으로 인하여 큰 손실이 발생하는 경우, 주어진 신뢰수준에서 최대의 손실규모가 어느 정도인가를 나타낸다. 구체적인 측정을 위해서는 우선 발생할 수 있는 손실 규모에 관련된 분포를 확보하고 난 다음, 위험관리목적에 적절한 확률 혹은 신뢰수준을 설정하고, 손실분포로부터 그 신뢰수준에 해당하는 손실액을 측정하게 된다.

바람직한 위험지표가 갖추어야 하는 몇 가지 요건중의 하나인 하위총합성(sub-additivity)의 성질을 VaR는 결여하고 있다. 다시 말해서 위험을 VaR로 측정하는 경우 그 자산포트폴리오 위험은 그것을 구성하는 개별자산의 위험의 총합보다 모든 경우에 작게 측정되는 것은 아니다. 하지만 VaR가 위험측정수단으로서 가진 여러 장점들, 예컨대 주식, 채권, 부동산 등 모든 거래자산과 투자전략에 보편적으로 적용이 가능하고, 개념이 단순하기 때문에 의사전달이 용이하고, 의사결정수단으로서의 편리성에 힘입어 현재 VaR는 금융산업과 금융규제당국에서 널리 활용하는 표준위험지표의 하나로서 수용되고 있다.

VaR는 수학적으로 확률분포의 분위수(quantile)로 정의될 수 있다. 편의상 시장위험에 노출된 금융기관 보유의 자산포트폴리오 가치가 1이라고 가정하자. 이 경우 수익과 수익률은 같은 값을 가지게 되고, 손실액은 수익률에-1을 곱하여 구할 수 있다. 손실액의 분포함수를 $F(-r)$ 라고 하고, VaR를 추정하기 위한 신뢰수준을 q 라고 하면 이들 관계는 아래와 같이 표현된다.

$$\text{VaR}_q = F^{-1}(q)$$

본 연구에서 신뢰수준 q 는 95%, 96%, 97%, 98%, 99% 등 다섯 가지 수준으로 설정한다. RiskMetrics의 EWMA를 포함한 ARCH류 모형에서 상기의 VaR 정의는 아래와 같이 보다 편리하게 계산될 수 있다.

$$\text{VaR}_q = -\mu + \sigma G^{-1}(q)$$

μ 는 금융자산 포트폴리오의 기대수익률을 나타내며, σ 는 ARCH모형에서 추정된 조건부 변동성이며, $G^{-1}(q)$ 는 표준화된 예측오차 $z(= \varepsilon/\sigma)$ 의 확률분포 G 에서 q 수준에 해당하는 분위수를 뜻한다. 본 연구에서 G 는 표준정규분포나 Student-t분포를 가정하고 있다.

1990년 초부터 2003년 말까지의 14년 전체 표본기간을 대상으로 금융자산 투자자가 매수포지션을 취하고 있다고 가정한 경우 표본내 VaR를 추정한 결과를 아래 <표 3>에 제시하였다. 신뢰수준은 비교적 낮은 수준인 95%에서부터 차례로 1%씩을 추가하여 99% 신뢰수준까지 5단계를 포함시켰다.

<표 3> VaR 표본내 사후검증

	0.95	0.96	0.97	0.98	0.99
GARCH-n	0.042162	0.033368	0.02716	0.017589	0.009571
P값	0.021715	0.030435	0.29294	0.27444	0.78696
GARCH-t	0.042938	0.03285	0.024573	0.012933	0.006984
P값	0.039168	0.019351	0.041282	0.000799	0.046285
TGARCH-n	0.040352	0.03285	0.025091	0.016037	0.009312
P값	0.004454	0.019351	0.065721	0.068425	0.66357
TGARCH-t	0.040352	0.033626	0.024056	0.013968	0.006984
P값	0.004454	0.037751	0.024936	0.00464	0.046285
PGARCH-n	0.040352	0.033368	0.025091	0.016296	0.008795
P값	0.004454	0.030435	0.065721	0.089297	0.44187
PGARCH-t	0.040869	0.033109	0.023797	0.013709	0.006467
P값	0.00722	0.024358	0.01909	0.003073	0.018248
IGARCH-n	0.051733	0.043714	0.031557	0.021728	0.01164
P값	0.62289	0.24534	0.57349	0.44908	0.31788
IGARCH-t	0.050957	0.04061	0.028971	0.017589	0.008277
P값	0.78545	0.84678	0.70592	0.27444	0.26719
역사적 표준편차	0.0486	0.0419	0.0357	0.0266	0.0166
P값	0.6945	0.5488	0.0437	0.005	0.0002

VaR측정성과 관련하여 모형을 비교할 때 어떠한 기준에 입각하여 평가할 것인가 하는 쉽지 않은 문제(White, 2000)가 발생하는데 본 연구에서 가장 단순한 기준으로서 Kupiec우도비율(Kupiec, 1995 ; Christoffersen, 1998)에 입각한 비교를 채용하였다. 낮은 우도비율을 가질수록 높은 P값을 가지게 되므로, 우수한 측정성과를 보이는 모형으로 간주한다. 우선 <표 3>에서 GARCH, TGARCH, PGARCH, IGARCH, 네 가지 모형을 대상으로 하여 정규분포를 가정한 경우와 Student-t분포를 가정한 경우를 비교했을 때, 어느 모형도 모든 신뢰수준에 걸쳐 Student-t분포를 가정한 경우에 VaR추정결과가 보다 양호하다는 결과를 보여주지 못하였다. 다만 95%의 상대적으로 낮은 신뢰수준에서는 Student-t분포가정이, 99%의 상대적으로 높은 신뢰수준에서는 정규분포가정이 보다 양호한 VaR추정결과를 보이고 있다. 이는 2장에서 여러 ARCH모형의 추정결과를 AIC 및 SC에 입각하여 예측한 모형순위와는 다른 결과를 제시하고 있다.

정규분포를 가정한 네 가지 ARCH류 모형의 VaR측정성과를 살펴보면 우선 IGARCH의 경우에만 실제 수익률이 VaR를 초과한 경우의 수(이하 VaR실패율)가 예상수준인 1에서 신뢰수준을 차감한 기대수치보다 약간 높고, 나머지 세 ARCH모형의 경우에는 실패율이 기대수치보다 낮은 상태에 있다. 이러한 기대수준보다 약간 낮은 실패율이 표본내 기간을 대상으로 한 검증에서는 체계적으로 관찰되었지만, 표본외검증에서도 동일하게 나타날 수 있는지 주목할 필요가 있다.

표본내 VaR추정이라 할지라도 조건부 변동성과 VaR가 매일 바뀌는 ARCH 모형들과는 달리 정규분포가정에 입각하여 단일 역사적 표준편차 VaR를 적용한 경우의 모형실패율은, 신뢰수준 95%인 경우만 제외하고, 기대수준을 초과하는 행태를 보여주고 있다. 따라서 과대실패율을 보이는 VaR추정모형보다 과소 실패율을 보이는 모형에 보다 높은 점수를 부여하는 보수적인 위험관리측면에 따른다면 ARCH모형의 유용성을 승인해 줄 수 있을 것이다.

네 가지 ARCH모형의 상대적 성과를 우도비율에 입각하여 비교하면 99% 신뢰수준인 경우를 제외하고는 모두 IGARCH모형이 가장 나은 성과를 보인 것으

로 나타났다. 이러한 결과 역시 II장에서의 여러 ARCH모형의 추정결과로부터 예측한 기대와는 다른 양태라고 볼 수 있다.

Student-t분포를 가정한 네 가지 ARCH류 모형의 VaR추정성과 역시 정규분포의 경우와 비슷하게 나타났다. IGARCH를 제외한 다른 세 모형에서는 VaR의 미소한 과대평가가 이루어지고 있으며, IGARCH모형의 경우 체계적인 과소평가나 과대평가는 관찰되지 않고 있다. 모든 신뢰수준에서 IGARCH모형이 우도비율의 기준에서 상대적으로 우수한 성과를 보이고 있다. 그러나 정규분포와 Student-t분포 어느 분포를 가정하더라도 TGARCH나 PGARCH가 2장에서의 모형추정결과에 따른 예상과는 달리 표본내 VaR추정과 관련하여 우월한 위치를 점하지 못하였다. 이는 결국 수익률 전체 분포에 대해 보다 적합한 추정성과를 보인 모형이 수익률 일부인 꼬리부분 분포의 추정에 대해서도 항상 우수하지 않을 수 있음을 시사하고 있다. 다음 장에서는 표본의 VaR 사후검증을 통하여 ARCH류 모형의 적합성을 비교하고자 한다.

IV. VaR 표본외 사후검정

본 연구에서 전체 표본기간 14년 중에서 2000년부터 2003년까지의 4년간을 표본외 VaR사후검증을 위한 예측기간으로 활용한다. 예컨대 2000년 첫째날의 VaR는 1990년 초부터 1999년 말까지 10년간의 과거시계열을 활용하여 ARCH류 모형을 추정하여 예측하고, 2000년 둘째날의 VaR는 1990년 초부터 2000년 첫째날까지의 과거시계열을 활용하여 ARCH모형을 재추정하여 예측한다. ARCH모형 사후검증 성과의 비교기준인 RiskMetrics EWMA방식에 입각한 조건부 변동성의 추정은 아래와 같이 이루어지며, λ 값은 RiskMetrics에서 권장하는 값인 0.94로 고정시킨다. 1일 VaR추정을 위하여 EWMA방식에서 활용하는 과거기간은 1년 정도를 활용하는 경우가 많기 때문에본 연구에서도 이 관례와 유사하게 1년을 조금 더 초과하는 300일로 설정하였다.

$$\sigma_{t+1}^2 = (1 - \lambda) \sum_{j=0}^{300} \lambda^j r_{t-j}^2$$

2장에서 여러 ARCH모형들을 추정했을 때 조건부 평균식에서 어제의 수익률은 오늘 수익률의 기대치에 양의 방향으로 유의하게 영향을 미쳤다. <표 4>에서는 이러한 자기회귀과정을 그대로 반영하여 VaR를 측정한 결과를 제시하였고, <표 5>에서는 조건부 평균을 VaR측정과정에서 아예 무시하는 RiskMetrics의 방식을 따르고 있다. RiskMetrics에서는 조건부 평균이 조건부 변동성에 비하여 그 절대적 크기가 매우 작기 때문에 이를 제외하는 것이 무방하다는 입장이며, KOSPI금융자산포트폴리오에서도 이러한 입장이 유효한지를 <표 4>와 <표 5>를 비교하여 확인하고자 한다.

표본내 사후검증과 표본외 사후검증은 상당히 다른 결과를 보여주고 있다. 우선 <표 4>에서 4가지 ARCH모형에서 정규분포의 성과와 Student-t분포의 성과를 비교하면 우선 거의 모든 신뢰수준에서 Student-t분포가 우수하게 나타나고 있다. 하지만 표본내 사후검증결과와는 다르게 모든 ARCH류 모형이 5개 신뢰수준 모두에서 VaR를 과소추정함으로써 실제 손실이 VaR를 초과하는 모형실패비율이 신뢰수준에서 기대되는 비율이상으로 나타났다.

정규분포를 가정한 상황에서 네 가지 ARCH류 모형의 상대적 성과를 보면 상대적으로 낮은 신뢰수준인 95% 혹은 96%에서는 TGARCH나 PGARCH모형이 양호한 성과를 보이고 상대적으로 높은 신뢰수준인 97%, 98%, 99%에서는 IGARCH모형이 기대한 실패율에 실제 실패율이 가장 근접하였다. 반면 Student-t 분포를 가정한 상황에서 네 가지 GARCH모형의 상대적 성과를 보면 단순GARCH모형의 성과가 다른 모형들에 비하여 뒤떨어지고 나머지 세 모형은 뚜렷한 우열이 구분되지 않고 있다.

이들 모형과 RiskMetrics의 EWMA의 성과를 비교하면 정규분포를 가정한 어떤 ARCH모형보다 EWMA는 양호한 성적을 보여주고 있으며, Student-t분포를 가정한 어떤 ARCH류 모형보다 못하지 아니하다. RiskMetrics나 IGARCH와 같이 단순하고 추정계수에 제약을 가한 모형들이 변동성에 영향을 미치는 여러 추가적 요소를 포함한 보다 정교한 모형보다 못하지 아니하고 오히려 더

나은 성과를 보일 때가 있다는 점은 상당히 흥미로운 사실이다.

RiskMetrics의 EWMA방식이 IGARCH모형에 포함되는 점을 감안하면 이들 IGARCH모형이 가지고 있는 변동성 지속성(volatility persistence)이 VaR추정의 양호한 성과에 기여하는 부분이 있으리라고 추론할 수 있다. 대부분의 ARCH류 모형을 추정하는 과정에서 쉽게 발생할 수 있는 문제는 최우도비율 추정치가 수렴되지 않는 문제이며, 이는 추정을 위한 시계열자료가 충분하지 않거나, 혹은 시계열자료가 충분하다고 하더라도 급격한 구조변화가 있는 경우에 쉽게 경험할 수 있다. 하지만 RiskMetrics의 EWMA는 이러한 복잡하고 성가신 모형추정과정을 완전히 생략하고도 그 추정성과가 여타의 ARCH류 모형에 뒤지지 않으니 이의 실용적인 가치가 적어도 비교대상을 ARCH류 모형으로 제약한다면 다시 한번 확인되었다고 볼 수 있다. 물론 이러한 RiskMetrics의 성과가 모든 경우에 성립한다고 볼 수는 없다. 실제로 표본의 VaR사후검정에서 VaR 예측에 투입되는 추정시계열자료창(estimation window)의 크기를 다양하게 변화시킴으로써 <표 4>에 제시된 RiskMetrics의 성과보다 모든 신뢰수준에서 더 나은 성과를 보이는 TGARCH모형이나 PGARCH모형의 실적을 확인할 수 있었다. 하지만 본 연구에서 사용한 추정시계열자료창의 구성방법이 내일의 VaR 예측을 위하여 표본의 출발점인 1990년 초부터 오늘까지의 관찰치를 모두 투입함으로써 가장 많은 표본크기를 확보하게 되며 실제로 많이 활용되는 접근방식을 감안할 때 RiskMetrics의 성과에 관련된 본 연구의 관찰은 유효성이 부여될 수 있으리라 본다.

마지막으로 <표 5>에서는 조건부 평균을 아예 무시하고 VaR를 추정한 경우의 사후검증결과를 제시하였다. <표 5>와 1시차 자기상관관계의 조건부 평균을 감안한 VaR가 주연한 <표 4>와 비교해하면 첫째, 일반적으로 조건부 평균을 포함시킨 VaR의 사후검증 성과가 제거시킨 경우보다 낮게 나타났다. 이는 특히 Student-t분포를 가정하였을 때 더욱 그러하였다. 조건부 평균을 VaR추정에서 제거시킨 경우, 4개의 ARCH류 모형에서 Student-t분포에 입각한 VaR가 정규분포 VaR와 비교했을 때 가지는 우월성이 상당부분 사라졌으며, 상대

적으로 낮은 신뢰수준인 95%와 96%에서는 오히려 정규분포가 더욱 우월한 성과를 보여주고 있다. 따라서 모든 경우에 조건부 평균을 제거하는 것은 타당하지 않으며, 이는 특히 수익률의 두터운 꼬리분포를 감안하여 정규분포 이외의 다른 분포를 VaR추정에 활용하고자 하는 경우에 신중하게 다루어져야 함을 시사하고 있다.

둘째, 4개 ARCH류 모형간의 상대적 우월성은 <표 4>와 비교하여 크게 달라진 것이 없으며, 다만 정규분포를 가정하였을 때, 모든 신뢰수준에서 IGARCH 모형이 나은 성과를 보였다.

셋째, RiskMetrics의 EWMA는 <표 4>에서와 마찬가지로 어떤 분포를 가정하던 다른 ARCH류 모형에 비하여 열등하지 아니하고, 오히려 나은 성과를 보여주고 있다.

<표 4> 조건부 평균을 포함한 VaR의 표본의 사후검정

	0.95	0.96	0.97	0.98	0.99
GARCH-n	0.05726	0.050102	0.041922	0.03272	0.02045
P값	0.30812	0.12036	0.038956	0.009187	0.004
GARCH-t	0.060327	0.050102	0.039877	0.026585	0.014315
P값	0.15063	0.12036	0.084389	0.16118	0.20274
TGARCH-n	0.055215	0.048057	0.038855	0.030675	0.018405
P값	0.46145	0.21216	0.12014	0.026907	0.018051
TGARCH-t	0.055215	0.047035	0.03681	0.025562	0.014315
P값	0.46145	0.27428	0.22762	0.23334	0.20274
PGARCH-n	0.055215	0.048057	0.038855	0.031697	0.018405
P값	0.46145	0.21216	0.12014	0.015952	0.018051
PGARCH-t	0.055215	0.047035	0.038855	0.026585	0.013292
P값	0.46145	0.27428	0.12014	0.16118	0.32454
IGARCH-n	0.059305	0.050102	0.03681	0.027607	0.017382
P값	0.19405	0.12036	0.22762	0.10789	0.035694
IGARCH-t	0.058282	0.046012	0.035787	0.02454	0.015337
P값	0.24632	0.34834	0.30286	0.32723	0.11983
RM-EWMA	0.0541	0.047	0.0337	0.0245	0.0174
P값	0.5576	0.2772	0.5047	0.3296	0.036

〈표 5〉 조건부 평균을 무시한 VaR의 표본외 사후검정

	0.95	0.96	0.97	0.98	0.99
GARCH-n	0.06135	0.047035	0.041922	0.031697	0.018405
P값	0.11521	0.27428	0.038956	0.015952	0.018051
GARCH-t	0.064417	0.047035	0.041922	0.031697	0.01636
P값	0.047204	0.27428	0.038956	0.015952	0.067123
TGARCH-n	0.058282	0.04908	0.039877	0.031697	0.02045
P값	0.24632	0.16122	0.084389	0.015952	0.004
TGARCH-t	0.059305	0.050102	0.038855	0.027607	0.014315
P값	0.19405	0.12036	0.12014	0.10789	0.20274
PGARCH-n	0.058282	0.04908	0.0409	0.031697	0.019427
P값	0.24632	0.16122	0.057973	0.015952	0.008698
PGARCH-t	0.059305	0.050102	0.038855	0.027607	0.014315
P값	0.19405	0.12036	0.12014	0.10789	0.20274
IGARCH-n	0.058282	0.047035	0.038855	0.027607	0.01636
P값	0.24632	0.27428	0.12014	0.10789	0.067123
IGARCH-t	0.059305	0.04908	0.038855	0.025562	0.01636
P값	0.19405	0.16122	0.12014	0.23334	0.067123
RM-EWMA	0.0541	0.047	0.0337	0.0245	0.0174
P값	0.5576	0.2772	0.5047	0.3296	0.036

V. 결 론

본 연구에서 발견된 관찰을 요약하면 첫째, ARCH류 모형의 추정결과 나타난 모형간 상대적인 비교우위 혹은 적합성은 VaR추정에 따른 표본내 사후검증이나 표본외 사후검증과 직결되지 않았다.

둘째, 표본내 사후검증에서 여러 ARCH류 모형들의 VaR의 체계적인 과소추정 혹은 과대추정이 발견되지 않았지만, 표본외 사후검증에서는 체계적인 과소추정이 이루어져 모형의 실제 실패율이 신뢰수준이 의미하는 기대 실패율을 초과하고 있다. 이는 보수적인 위험관리의 측면에서 보면 ARCH류 모형이 항상 만족스럽지는 못할 수 있음을 시사하고 있다.

셋째, VaR의 표본의 사후검증에서 Student-t분포를 가정한 경우 정규분포를 가정한 경우보다 거의 모든 신뢰수준에서 4개 ARCH류 모형 모두가 나은 성과를 보여주고 있다. 이는 단순히 변동성 밀집화현상을 설명하는 ARCH모형 자체의 도입만으로는 KOSPI 수익률의 두터운 꼬리행태분포를 충분히 설명하지 못하기 때문으로 이해될 수 있다.

넷째, 주식시장에서 일일 조건부 변동성은 일일 조건부 평균수익률보다 그 절대적 크기가 압도적인 경우가 일반적이다. 그러나 Student-t분포를 가정하고 주가수익률의 1시차 자기상관을 고려한 조건부 평균을 VaR계산에 도입하였을 때 이를 아예 무시한 경우보다 표본의 사후검증에서 나은 성과를 보여주고 있다. 따라서 VaR추정에서 조건부 평균의 제거는 선별적으로 이루어져야 함을 시사하고 있다.

다섯째, VaR의 표본의 사후검증에서 네 개의 ARCH류 모형중 추정계수에 있어서 가장 자유가 제약된 형태인 IGARCH가 정규분포를 가정하든지 Student-t분포를 가정하든지 다른 모형에 뒤지지 않았다. 게다가 IGARCH에서 한 걸음 더 나아가 추정계수를 통계적으로 결정하지 아니하고 RiskMetrics가 권장한 0.94로 고정한 특수 IGARCH모형인 EWMA의 사후검증 성과가 어떤 ARCH류 모형에도 뒤지지 않고 오히려 우수한 성과를 보여주고 있다. 이는 실시간으로 즉각적인 위험측정이라는 VaR모형의 임무를 수행하는데 복잡하고 성가신 추정과정을 필요로 하지 않는 RiskMetrics의 유용성을 다시 한번 확인해 주고 있다.

ARCH류의 모형으로서 이태희의 연구와 조담의 연구는 모두 정규분포를 가정한 GARCH(1, 1)모형만을 대상으로 포함시켰다. 문홍주의 경우 본 연구와 마찬가지로 다양한 ARCH류 모형을 RiskMetrics모형과 비교하고 있다. 국내주식 시장이 아닌 국내외환시장을 다룬 문홍주는 ARCH류 모형의 예측성과를 RiskMetrics의 EWMA보다 우호적으로 평가하고 있으며, 이는 본 연구의 결론과 어느 정도 차이가 있다. 하지만 국내외 주식시장을 대상으로 한 조담(1994)과 Bao(1994)의 연구는 본 연구와 부분적인 공통점을 보여주고 있는데, 두 연구에서 모두EWMA가 적절한 예측능력을 가지고 있고, 보다 정교한 모형에 기반을

은 ARCH류 모형이나 EVT접근방식이 단순한 RiskMetrics접근방식보다 시장 위험 예측능력에서 우월함이 없다고 보고하고 있다.

본 연구의 한계로서는 첫째 VaR의 예측에 투입되는 과거 시계열표본량의 크기에 따라서 여러 ARCH모형의 성과순위가 변동될 가능성이 있는데, 이에 대한 충분한 비교 검토가 이루어지지 못하였다. 둘째 VaR측정도구를 ARCH류 모형에 국한시키지 아니하고 시뮬레이션 및 극단치(EVT)모형 등을 다양하게 활용할 수 있는데 이들에 대한 통합적인 시각을 제시하지 못하였다. 셋째 모형 간의 성과비교를 위해 활용한 기준을 우도비율 크기에 국한시킴으로써 보다 정교한 통계방법에 의한 추론이 뒤따르지 못하였다. 이들 부족한 부분에 대한 작업은 추후 연구에서 보완하고자 한다.

참 고 문 헌

- 김상덕·남주하, “비모수적 접근방법론을 이용한 VaR추정”, 금융연구, 제15권 제2호, 2002.
- 김성훈, “VaR를 이용한 포트폴리오 위험측정과 관리”, 한국금융연구원, 1999.
- 문성주·이덕창·김대호·오세경, “극단치 이론을 이용한 VaR의 추정 및 성과”, 증권학회지, 2003, 223-226.
- 오현탁·이현상·이치송, “한국주식시장의 시장상황별 비대칭적 변동성에 관한 실증연구”, 재무관리연구, 2000, 45-65.
- 옥기울, “주가변동성의 비대칭적 반응에 관한 실증적 연구”, 증권학회지, 1997, 295-324.
- 유진·이준행, “KOSDAQ50 기업들의 VaR : 가격제한 제도하의 VaR추정”, 증권학회지, 2002, 73-98.
- 이준행, “VaR 측정치의 백테스트와 VaR모형의 적정성 평가”, 선물연구, 2000, 81-106.
- 조담, “주식의 변동성 추정방법이 VaR에 미치는 영향”, 선물연구, 2004, 1-24.
- 한상범, “극치분포를 이용한 VaR의 추정과 성과분석”, 금융연구, 제13권 제2호, 1999, 319-341.

- Bao, Y., Tae-Hwy Lee and Burak Saltoglu, "Evaluating Predictive Performance of Value-at-Risk Models in Emerging Markets: A Reality Check," *Journal of Forecasting*, forthcoming.
- Basel Committee on Banking Supervision, *A New Capital Adequacy Framework*, BIS, Basel, Switzerland, 1999.
- Basel Committee on Banking Supervision, Amendment to the Basel Capital Accord to Incorporate Market Risk, BIS, Basel, Switzerland, 1996.
- Christoffersen, P. F., "Evaluating Interval Forecasts," *International Economic Review*, Vol.39, No.4, 1998, 841-864.
- Ding, Z., Granger, C. W. J. and Engle, R. F., "A Long Memory Property of Stock Market Returns and a New Model," *Journal of Empirical Finance*, 1, 1993, 83-106.
- Duffie, D., Pan, J., "An overview of value at risk," *The Journal of Derivatives*, (Spring 1997), 7-49.
- Glosten, L. R., Jagannathan, R. and Runkle, D. E., "On the Relation Between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks," *Journal of Finance*, Vol.48, No.5, 1993, 1779-1801.
- J. P. Morgan, *RiskMetrics Technical Document*, 4th Edition, 1996.
- Jorion, P., *Value at Risk*, 2nd Edition, McGraw Hill, New York, 2000.
- Kupiec, P., "Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models," *Journal of Derivatives*, 3, 1995, 73-84.
- Lee, T. H., Saltoglu, B., "Assessing the risk forecasts for Japanese stock market," *Japan and the World Economy*, 14, 2002, 63-85.
- McNeil, A. J. and R. Frey, "Estimation of tail-related risk for heteroscedastic financial time series : an extreme value approach," *Journal of Empirical Finance*, 7, 2000, 271-300.
- White, H., "A Reality Check for Data Snooping," *Econometrica*, Vol.68, No.5, 2000, 1097-1126.