

경사면상의 층류 세류유동 특성

김 병 주[†]

홍익대학교 기계·시스템디자인공학과

Flow Characteristics of a Laminar Rivulet Down an Inclined Surface

Byong Joo Kim[†]

Department of Mechanical and System Design Engineering, Hongik University, Seoul 121-791, Korea

(Received January 26, 2005; revision received September 12, 2005)

ABSTRACT: In the present study, the principle of minimum energy is employed to configure the shape of rivulet flowing down an inclined surface. The profile of laminar rivulet is determined by numerical integration. The maximum center thickness, which corresponds to the minimum thickness of falling film, is found to exist regardless of liquid flow rate and is compared with the analytical and experimental data. At small liquid flow rate the center thickness of rivulet and its width increase almost linearly with flow rate. Once the center thickness of rivulet becomes very close to its maximum value, its growth rate retards abruptly. However the width of rivulet increases proportionally to the liquid flow rate and most part of its free surface is as flat as that of stable film. The growth rate of rivulet thickness with respect to liquid flow rate becomes larger at bigger contact angle. The width of rivulet increases rapidly with its flow rate especially at small contact angle. As the liquid-vapor interfacial shear stress increases, the center thickness of rivulet decreases with its flow rate, which is remarkable at small contact angle. However the effect of interfacial shear stress on the width of rivulet is almost negligible.

Key words: Rivulet(세류), Center thickness(중심 두께), Minimum energy(최소에너지), Contact angle(접촉각), Interfacial shear stress(계면 전단응력)

기 호 설 명

A : 식(13)의 변수
 E : 에너지 [J]
 f^* : 적분함수
 g : 중력가속도 [m/s^2]
 k : 식(9)의 상수

M_i : 식(8)의 변수, $i=1, 2, \dots, 5$
 Q : 유량 [m^3/s]
 v : 속도 [m/s]
 W : 세류의 폭 [m]
 x, y, z : 세류유동의 직교좌표

그리스 문자

β : 판의 경사각 [degree]
 δ : 두께 [m]
 θ : 접촉각 [degree]

[†] Corresponding author

Tel.: +82-2-320-1611; fax: +82-2-322-7003

E-mail address: bjkim@wow.hongik.ac.kr

- λ : 라그랑지 배수
- μ : 점도 [NS/m²]
- ρ : 밀도 [kg/m³]
- σ : 표면장력 [N/m]
- τ : 전단응력 [N/m²]

하첨자

- k : 운동
- lv : 액체-기체 계면
- max : 최대
- o : 중심
- s : 표면
- sl : 고체-액체 계면
- lv : 고체-기체 계면

1. 서 론

경사진 평판 상에서 자중에 의해 흘러내리는 액체유동은 액적유동, 세류유동, 그리고 액막유동으로 다양한 모습의 액체-기체 계면을 형성하며 발생한다. 액막이나 세류유동에서 액체-기체 사이의 계면형상은 액체와 외부 기체 간의 힘의 평형에 의해 결정되며, 액체-기체 간의 계면과 고체면이 액체측에서 이루는 각이 접촉각이다. 유량이 충분하지 않거나 접촉각이 큰 대부분의 경우 유체유동은 세류유동으로 나타나며 판의 일부 면적만이 좁은 폭의 세류에 의해 적셔진다.

세류유동에 대한 연구는 크게 세류유동의 경계조건과 세류 계면의 파동특성에 관하여 수행되었다. Towell and Rothfeld⁽¹⁾는 세류의 곡률반경이 작을 때 세류의 단면형상을 원의 일부분으로 가정하고, 유량이 증가하면 폭이 넓고 평평한 단면을 가진다는 가정 하에 유체역학적 힘의 평형을 이용하여 세류의 폭에 대한 접촉각의 영향을 수치적으로 해석하였다. Bankoff⁽²⁾는 세류의 단면을 원의 일부분으로 가정하고, 세류유동과 액막유동의 유량과 총에너지가 같다는 조건으로부터 세류유동이 액막유동으로 발달하기 위한 경계조건을 최소에너지 이론으로부터 해석하였다.

Mikielewicz and Moszynski⁽³⁾는 액막유동이 세류유동로 천이할 때 그 폭이 감소하여 건조 영역이 형성되며 총에너지가 최소가 될 때 세류유동으로 천이한다고 주장하였으며, 접촉각이 증가하

면 세류의 두께는 증가하고, 세류유동과 액막유동에서 적심면적의 비는 감소한다고 주장하였다. Doniec^(4,5)은 수직평판의 세류유동에 최소에너지 법칙을 적용하여 세류의 단면 형상을 해석하였으며 세류의 최대 두께는 접촉각과 물성치만의 함수라고 주장하였다. 그러나 세류의 총에너지에 대한 최소치를 구하는 이론적 유도과정에 수학적 오류를 범하여 세류의 형상과 최대 두께를 과소 예측하였다. Hughies and Bott⁽⁶⁾는 Mikielewicz and Moszynski⁽³⁾의 모델을 발전시켜 수직판의 외면이나 내면을 흘러내리는 액체유동 구조를 해석할 수 있는 모델을 개발하였다. 그러나 이들도 세류의 표면 형상을 원의 일부로 가정하였다. 김병주와 최승호⁽⁷⁾는 최소에너지 이론을 적용하여 수직평판에서의 세류의 단면 형상을 접촉각과 상태량의 함수로 해석하였다.

본 연구에서는 최소에너지 이론을 적용하여 경사진 평판을 흘러내리는 세류유동의 단면 형상을 계면 전단응력의 영향을 고려하여 유량과 접촉각의 함수로 해석하고자 한다. 세류의 두께와 폭에 대한 액체의 유량과 물성치, 접촉각, 그리고 전단응력의 영향을 수치적으로 규명하고자 한다.

2. 세류의 유동특성

2.1 해석모델 및 지배방정식

Fig. 1은 경사진 평판을 흘러내리는 세류의 단면을 보여주고 있다. $x, y,$ 그리고 z 는 직교좌표계를 나타낸다. W 는 세류의 폭, σ 는 표면장력이며, 하첨자 sl 은 고체-액체, lv 는 액체-기체, 그

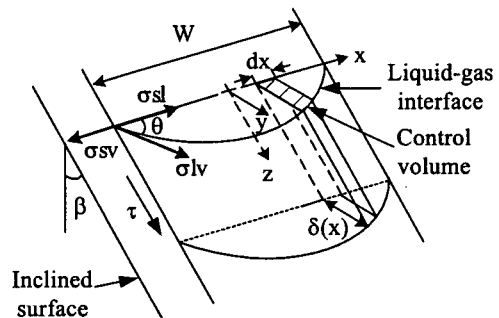


Fig. 1 Liquid rivulet flowing down an inclined surface.

리고 sv 는 고체-기체이다. τ 는 세류의 표면에 작용하는 계면 전단응력이며, β 는 판의 경사각, 그리고 θ 는 접촉각을 나타낸다.

본 해석에서 사용한 가정은 다음과 같다.

(1) 세류의 단면은 두께방향 좌표축에 대하여 대칭이다.

(2) 세류유동은 1차원 유동이며 정상상태의 완전발달 유동이다.

(3) 액체는 비압축성이며 물성치는 일정하다.

(4) 액체-기체의 계면에 파동은 존재하지 않는다.

(5) 세류의 총에너지는 운동에너지와 표면에너지만의 합이다.

세류의 두께방향 속도분포는 Nusselt 이론⁽⁸⁾으로부터 유하액막의 속도분포로 가정하였다. 유체의 자중과 전단응력을 고려할 때 속도분포는

$$v_y = \frac{\rho g \cos \beta}{\mu} \left(\delta y - \frac{y^2}{2} \right) + \frac{\tau}{\mu} y \quad (1)$$

로 유도되며, 여기서 $\delta(x)$ 는 국부 세류두께, ρ 는 밀도, g 는 중력가속도, μ 는 유체의 점도를 나타낸다. 평판을 적시는 세류의 폭을 고려할 때 세류의 체적유량은 다음과 같다.

$$Q = 2 \int_0^{w/2} \left(\frac{1}{3} \frac{\rho g \cos \beta}{\mu} \delta^3 + \frac{\tau \delta^2}{2\mu} \right) dx \quad (2)$$

세류의 운동에너지는 식(1)의 속도분포로부터

$$E_k = 2 \int_0^{w/2} \left[\frac{\rho^3 (g \cos \beta)^2}{15\mu^2} \delta^5 + \frac{5\rho^2 g \cos \beta \tau}{24\mu^2} \delta^4 + \frac{\rho \tau^2}{6\mu^2} \delta^3 \right] dx \quad (3)$$

이며, 세류의 표면에너지는 평판과 세류 사이의 접촉면과 세류의 액체-기체 계면에서 표면장력에 의한 에너지의 합이다.

$$E_s = 2 \int_0^{w/2} \left(\sigma_{sl} + \sigma_{lv} \sqrt{1 + \delta'^2} \right) dx \quad (4)$$

여기서, δ' 은 세류두께의 x 방향 기울기이다. 세류의 계면에 작용하는 힘의 평형은 Young 관계식⁽⁹⁾으로부터

$$\sigma_{sv} - \sigma_{lv} \cos \theta = \sigma_{sl} \quad (5)$$

이며, σ_{sv} 가 무시할 수 있을 정도로 작으므로 세류의 총에너지는 식(6)으로 표현된다.

$$E = 2\sigma_{lv} \int_0^{w/2} \left[\frac{\rho^3 (g \cos \beta)^2}{15\mu^2 \sigma_{lv}} \delta^5 + \frac{5\rho^2 g \cos \beta \tau}{24\mu^2 \sigma_{lv}} \delta^4 + \frac{\rho \tau^2}{6\mu^2 \sigma_{lv}} \delta^3 + \sqrt{1 + \delta'^2} - \cos \theta \right] dx \quad (6)$$

최소에너지 이론(minimum energy theorem)으로부터 세류유동의 총에너지가 최소값일 때 세류는 평형상태의 안정된 액체-기체 계면을 유지한다. 세류유동에 대한 적분함수(functional)는 유량이 일정하다는 구속조건과 라그랑지 배수(Lagrange multiplier) λ 를 도입할 때

$$f^* = 2\sigma_{lv} (M_1 \delta^5 + M_3 \delta^4 + M_4 \delta^3 + \sqrt{1 + \delta'^2} - \cos \theta) + 2\sigma_{lv} \lambda (M_2 \delta^3 + M_5 \delta^2) \quad (7)$$

이며 물성치와 전단응력의 함수인 변수들은 다음과 같다.

$$M_1 = \frac{1}{15} \frac{\rho^3 (g \cos \beta)^2}{\mu^2 \sigma_{lv}} \quad (8.1)$$

$$M_2 = \frac{1}{3} \frac{\rho g \cos \beta}{\mu \sigma_{lv}} \quad (8.2)$$

$$M_3 = \frac{5}{24} \frac{\rho^2 g \cos \beta \tau}{\mu^2 \sigma_{lv}} \quad (8.3)$$

$$M_4 = \frac{1}{6} \frac{\rho \tau^2}{\mu^2 \sigma_{lv}} \quad (8.4)$$

$$M_5 = \frac{1}{2} \frac{\tau}{\mu \sigma_{lv}} \quad (8.5)$$

적분함수는 x 가 포함되지 않은, δ 와 δ' 만의 함수임에도 불구하고 Doniec은 오일러-라그랑지 방정식⁽¹⁰⁾의 일반형에 적분함수를 대입하여 지배방정식을 유도하는 오류를 범하였다. 적분함수에 x 가 포함되지 않은 경우 오일러-라그랑지 방정식⁽¹⁰⁾의 첫번째 적분형(first integral)은

$$\delta' \left(\frac{\partial f^*}{\partial \delta'} \right) - f^* = k \quad (9)$$

이며, 여기서 k 는 상수이다. 적분함수를 식(9)에 대입하면 세류의 계면 기울기에 대한 지배방정식은 다음과 같이 유도된다.

$$\frac{2\sigma_{lv}\delta'^2}{\sqrt{1+\delta'^2}} - 2\sigma_{lv}(M_1\delta^5 + M_3\delta^4 + M_4\delta^3 + \sqrt{1+\delta'^2} - \cos\theta) - 2\sigma_{lv}\lambda(M_2\delta^3 + M_5\delta^2) = k \quad (10)$$

세류의 액체-기체 계면 형상에 대한 경계조건은 다음과 같다.

$$\delta = 0, \quad \delta' = -\tan\theta \quad \text{at } x = W/2 \quad (11.1)$$

$$\delta = \delta_o, \quad \delta' = 0 \quad \text{at } x = 0 \quad (11.2)$$

식(11.1)과 식(11.2)의 경계조건을 식(10)에 대입하면 상수 $k=0$ 이며, 라그랑지 배수 λ 는 작동유체의 물성치, 접촉각, 그리고 세류의 중심두께만의 함수로 결정된다.

$$\lambda = \frac{\cos\theta - (M_1\delta_o^5 + M_3\delta_o^4 + M_4\delta_o^3 + 1)}{M_2\delta_o^3 + M_5\delta_o^2} \quad (12)$$

라그랑지 배수를 식(10)에 대입하면 경사진 평판을 흘러내리는 세류의 액체-기체 계면 기울기는 다음과 같이 유도된다.

$$\frac{d\delta}{dx} = \frac{\sqrt{1-A^2}}{A} \quad (13)$$

$$A = M_1\delta^5 + M_3\delta^4 + M_4\delta^3 + \lambda(M_2\delta^3 + M_5\delta^2) - \cos\theta \quad (14)$$

세류의 중심두께가 주어지면 식(13)을 적분하여 세류의 국소두께를 x 의 함수로, 즉 액체-기체 계면 형상을 계산할 수 있다.

세류의 중심두께는 유량이 증가하더라도 무한히 증가할 수는 없다. 세류의 가장자리($x = W/2$)에서 식(14)로부터 $A = -\cos\theta$ 이며, 중심($x=0$)에서 $A = -1$ 이다. 그러나 세류의 중심두께가 임계

값보다 크면 $A < -1$ 의 조건이 발생하여 수학적 해가 존재하지 않는다. 물리적으로 유효한 세류 두께의 임계값, 즉 세류의 최대 중심두께는 다음의 조건에서 발생하며

$$\frac{dA}{d\delta} = 0 \quad \text{at } \delta_o = \delta_{o,max} \quad (15)$$

이다. 식(15)에 식(14)를 대입할 경우 세류의 최대 중심두께는 다음과 같이 구해진다.

$$2M_1M_2\delta_{o,max}^6 + (3M_1M_5 + M_2M_3)\delta_{o,max}^5 + 2M_3M_5\delta_{o,max}^4 + M_4M_5\delta_{o,max}^3 + 3M_2(\cos\theta - 1)\delta_{o,max} + 2M_5(\cos\theta - 1) = 0 \quad (16)$$

결국 층류 세류유동에서 세류의 중심두께는 유량이 아무리 증가하더라도 다음의 범위 내에 존재한다.

$$0 < \delta_o \leq \delta_{o,max} \quad (17)$$

2.2 해 법

세류의 국소두께와 단면형상은 Runge-Kutta-Merson⁽¹¹⁾ 방법으로 식(13)을 x 에 대하여 수치적분을 수행하여 해석하였다.

3. 결과 및 토의

세류의 유동특성을 해석하기 위하여 채택한 작동유체는 물로써 그 상태는 대기압 25°C이다.

세류의 국소 계면 기울기는 중심두께와 국소두께의 함수인 A 에 의해 식(13)으로부터 결정된다. Fig. 2는 세류의 중심두께가 특정값으로 주어졌을 때 세류의 국소두께에 따른 함수 A 의 변화를 보여주고 있다. 세류의 중심두께가 최대값 이상이 되면 국소두께가 중심두께보다 작은 일부 영역에서 $A < -1$ 의 조건이 발생하므로 수학적 해는 존재할 수 없다.

세류의 중심두께를 가정하고 식(13)을 적분하면 세류의 계면형상을 x 의 함수로 계산할 수 있다. 본 연구에서는 수치적분에 의하여 세류의 중

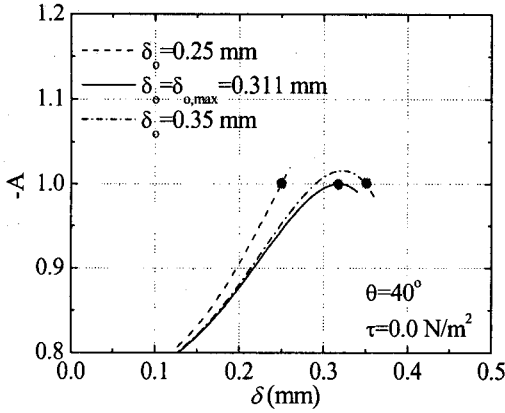


Fig. 2 Variation of A as a function of rivulet thickness ($M_1 = 120.7 \text{ mm}^{-5}$, $M_2 = 5.4 \times 10^7 \text{ N}^{-1} \text{ s}^{-1}$).

심으로부터 x 방향으로 세류의 국소두께를 계산하였으며 정확한 계면형상을 해석하기 위하여 x 증분을 충분히 작게 취하였다. 계면형상은 세류의 국소두께가 0이 될 때까지 계산되며 국소두께가 0이 되는 x 값의 2배가 세류의 폭에 해당한다. 세류의 유량은 식(2)로부터 계산할 수 있다.

세류의 단면형상을 계면 전단응력이 없으며 접촉각이 20° , 40° , 그리고 80° 인 경우에 대하여 Fig. 3에 도시하였다. 계면 전단응력이 0인 경우 물성치와 증류가속도, 그리고 판의 경사각의 영향은 모두 변수 M_1 과 M_2 에 포함된다. 유량이 증가하면 세류의 중심두께와 폭은 증가하며 접촉각이 증가할수록 중심두께는 증가하나 폭은 감소하여 금속면에 대한 액체의 적실특성이 감소함을 알 수 있다. 세류의 유량에 따라 세류의 중심두께는 계속 증가하는 것이 아니라 최대값이 존재하며 최대 중심두께 가까이에서 중심두께의 증가 없이 세류의 폭은 유량에 비례하여 증가하고 있다. 결국 세류의 단면형상은 액막과 유사하게 발달하며 세류의 최대 중심두께는 안정된 액막의 최소 두께에 해당된다. 결국 안정된 액막은 세류의 발달에 의하여 계면의 곡률이 거의 0인 일정 두께부분과 계면의 곡률이 0이 아닌 가변 두께부분으로 구성됨을 알 수 있다. Doniec⁽⁵⁾도 이와 같은 세류의 형상을 제안하였으나 지배방정식의 오류로 원의 일부분과 유사한 계면형상을 예측하여 자신의 주장을 충분히 입증하지 못하였다.

본 연구에서는 평판 상에서 액체의 유동을 연

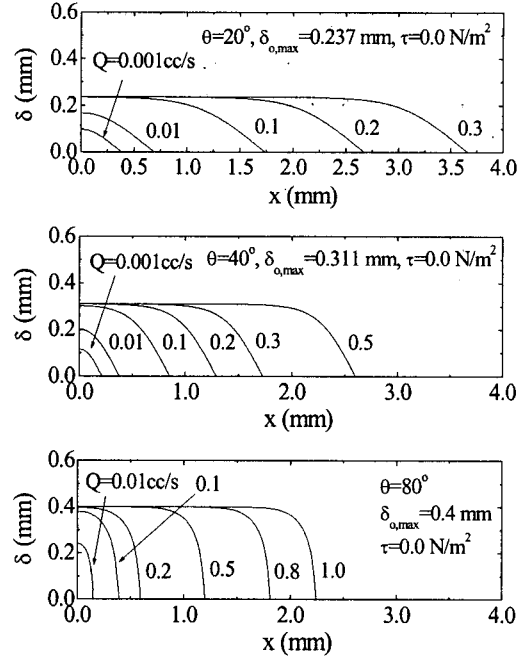


Fig. 3 Configurations of a laminar rivulet at various contact angles and flow rates ($M_1 = 120.7 \text{ mm}^{-5}$, $M_2 = 5.4 \times 10^7 \text{ N}^{-1} \text{ s}^{-1}$).

속적인 세류유동으로 가정하였다. 그러나 유량이 작고 접촉각이 클 경우 액적유동이 발생할 가능성이 높으며 유동방향으로의 계면 형상변화에 대한 추가적인 고찰이 필요하다.

계면 전단응력이 없을 경우 세류의 최대 중심두께는 식(16)으로부터 접촉각과 M_1 만의 함수로 식(18)과 같이 표현된다.

$$\delta_{o, \max} = \left\{ \frac{3}{2} \frac{(1 - \cos \theta)}{M_1} \right\}^{1/5} \quad (18)$$

세류의 최대 중심두께를 다음과 같이 무차원화하였다.

$$\begin{aligned} \delta^+ &= M_1^{1/5} \delta_{o, \max} \\ &= \left\{ \frac{1}{15} \frac{\rho^3 (g \cos \beta)^2}{\mu^2 \sigma_w} \right\}^{1/5} \delta_{o, \max} \end{aligned} \quad (19)$$

Fig. 4에 Hartley and Murgatroyd⁽¹²⁾의 힘 평형을 고려한 액막두께, Mikielewicz and Moszynski⁽³⁾의 안정된 최소 액막두께, Doniec의 층류 세

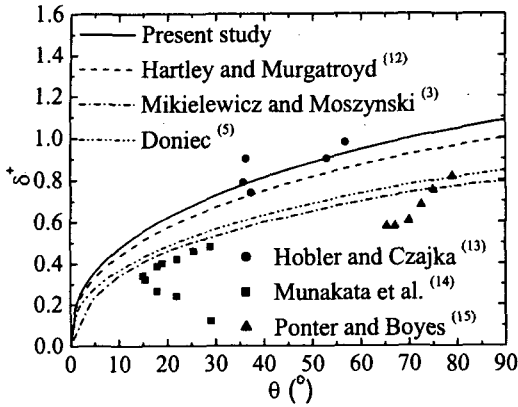


Fig. 4 Comparison of dimensionless maximum thickness of a laminar rivulet without interfacial shear stress.

류두께와 물, 에타놀, 글리세롤, 그리고 메타놀을 사용한 실험결과를 비교하였다. 본 연구의 결과는 타 연구결과보다 다소 큰 무차원 두께를 보여주고 있으나 Hobler and Czajka⁽¹³⁾의 결과와는 잘 일치하고 있다. Hartley and Murgatroyd⁽¹¹⁾의 해석에서 세류 계면의 형상과 폭이 고려되지 않았고, Mikielewicz and Moszynski⁽³⁾의 경우 세류의 단면을 원의 일부로 가정하였으므로 물리적인 타당성이 미흡하다. 본 연구에서 예측하는 무차원 두께는 Munakata et al.⁽¹⁴⁾과 Ponter and Boyes⁽¹⁵⁾의 실험치보다 2배 정도 크게 나타나고 있다. 평판상의 액막두께는 판의 표면 에너지와 처리 정도, 그리고 판과 액체의 오염도 등에 매

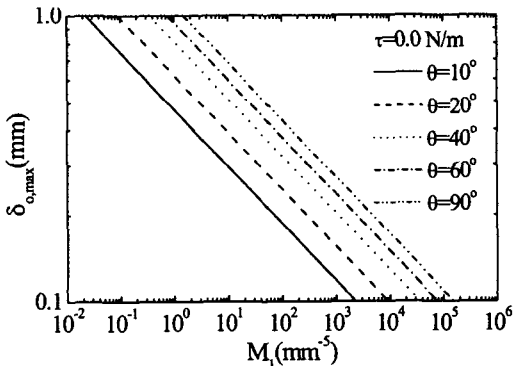


Fig. 5 The maximum center thickness in dependence on physical properties of liquid, inclination angle of the solid surface, and contact angles.

우 민감하므로 연구자에 따라 그 결과는 매우 다르게 나타나고 있으며 일관성이 매우 부족한 상태이다.

계면 전단응력이 없는 경우 세류의 최대 중심 두께에 대한 변수 M_1 과 접촉각의 영향을 Fig. 5에 도시하였다. 접촉각이 증가하면 세류의 최대 중심두께는 증가한다. 그러나 M_1 이 증가하면 세류의 최대 중심두께는 감소한다. 물론 이러한 중심 두께의 변화는 유량의 변화와 함께 발생한다. M_1 에 가장 큰 영향을 미치는 상태량은 밀도이다. 밀도, 증력가속도, 그리고 판의 경사각은 최대 중심두께를 감소시키며 점도와 표면장력은 최대 중심두께를 증가시킨다. 접촉각이 작은 영역에서 접촉각의 증가에 따른 최대 중심두께의 증가율은 아주 크나 접촉각이 클수록 그 증가율은 둔화되고 있음을 알 수 있다.

Fig. 6은 계면 전단응력이 없을 때 액체의 유량에 따른 세류의 중심두께와 폭의 변화를 여러 접촉각의 경우에 대하여 보여주고 있다. 세류 중심 두께가 최대값보다 작은 유량범위에서 세류 중심 두께의 증가율은 유량의 증가와 함께 급격히 감소하나 세류의 폭은 유량이 아주 작은 경우를 제외한 전 유량범위에서 거의 비례적으로 증가한다. 그러나 세류의 중심두께가 최대값 가까이 도달하면 세류의 중심두께는 더 이상 증가하지 않으나 폭은 비례적으로 증가한다. 유량에 대한 세류 중심 두께의 증가율은 접촉각이 클수록 크다. 그러나 이와 반대로 세류폭의 유량에 대한 증가율은 접촉각이 작을 때 크게 나타나고 있다.

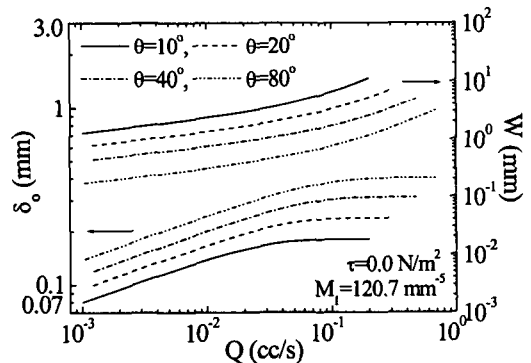


Fig. 6 Rivulet center thickness and its width as a function of liquid flow rate at various contact angles.

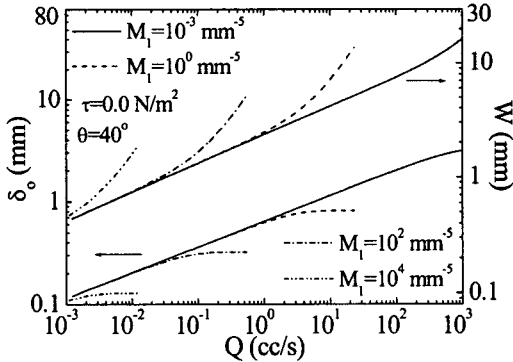


Fig. 7 Rivulet center thickness and its width as a function of liquid flow rate at various M_1 .

Fig. 7은 계면 전단응력이 없고 접촉각이 40° 인 경우 세류의 중심두께와 폭에 대한 유량과 변수 M_1 의 영향을 보여주고 있다. Fig. 5에서 예측할 수 있듯이 변수 M_1 이 증가하면 주어진 유량에서 세류의 중심두께는 감소하고 폭은 증가한다. M_1 에 대한 세류의 중심두께와 폭의 증가율은 거의 일정하다. M_1 이 클수록 유량에 대한 세류폭의 증가율은 더욱 크다. 그러나 세류의 중심두께가 최대값보다 작은 경우 유량 증가에 의한 세류 중심두께의 증가율은 거의 일정한 것으로 판단된다.

Fig. 8은 세류의 계면에 작용하는 전단응력이 세류의 중심두께와 폭에 미치는 영향을 도시하고 있다. 세류의 계면에 작용하는 전단응력은 주로 계면속도와 주위 기체속도의 차이에 기인하며 일

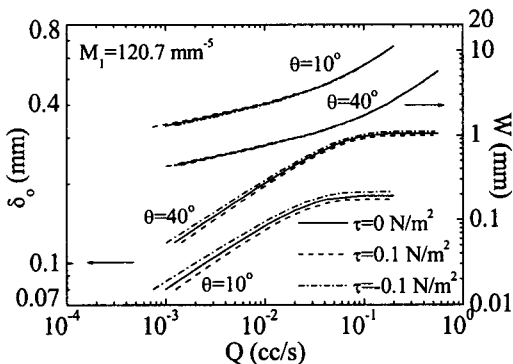


Fig. 8 Rivulet center thickness and its width as a function of liquid flow rate at various interfacial shear stresses.

반적으로 기상의 운동에너지의 일부로 표현된다. 세류유동과 평행한 계면 전단응력이 작용하면 계면의 속도는 증가한다. 그러나 계면의 표면에너지가 세류의 운동에너지보다 크기 때문에 계면의 표면적이나 세류의 폭은 거의 변함이 없으나 세류의 두께는 감소하여 세류의 단면적이 감소하는 결과를 낳는다. 이러한 변화는 접촉각이 작을수록 확연하게 나타난다. 그러나 실제의 경우 유하액막에 의한 기상 흡수과정이나 액막의 증발과정 등에서 예상할 수 있는 계면 전단응력이 Fig. 8의 값을 초과하지 못할 것이므로 세류의 중심두께와 폭에 대한 계면 전단응력의 영향은 층류 세류의 경우 무시할 수 있을 정도로 작은 것을 알 수 있다.

4. 결론

본 연구에서는 최소에너지 법칙을 적용하여 경사진 평판상의 층류 세류유동의 단면형상을 유량과 접촉각의 함수로 해석하였다. 세류의 중심두께와 폭에 대한 액체의 물성치, 유량, 접촉각, 그리고 액체-기체 계면 전단응력의 영향을 수치적으로 규명하였다.

본 연구의 결론은 다음과 같다.

(1) 세류의 중심두께는 유량에 관계없이 최대값을 가지며 이는 물성치와 접촉각, 그리고 계면 전단응력에 의해 결정되나 계면 전단응력의 영향은 상대적으로 미약하다.

(2) 유량의 증가에 대한 세류의 중심두께의 증가율은 접촉각이 클수록, 세류폭의 증가율은 접촉각이 작을수록 크게 나타난다.

(3) 계면 전단응력이 증가하면 세류의 중심두께는 감소하나 폭은 거의 변함이 없다. 접촉각이 작을수록 전단응력의 영향이 크게 나타난다.

후 기

이 논문은 2004학년도 홍익대학교 교내연구비에 의하여 지원되었음.

참고문헌

- Towell, G.D. and Rothfeld, L.B., 1966, Hydrodynamics of rivulet flow, A.I.Ch.E. Journal, Vol. 12, pp. 972-980.

2. Bankoff, S. G., 1971, Minimum thickness of a draining film, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 14, pp. 2143-2146.
3. Mikielewicz, J. and Moszynski, J. R., 1976, Minimum thickness of a liquid film flowing vertically down a solid surface, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 19, pp. 771-776.
4. Doniec, A., 1988, Flow of a laminar film down a vertical surface, *Chem. Engng. Sci.*, Vol. 43, pp. 847-854.
5. Doniec, A., 1991, Laminar flow of a liquid rivulet down a vertical solid surface, *Can. J. Chem. Eng.*, Vol. 69, pp. 198-202.
6. Hughies, D. T. and Bott, T. R., 1998, Minimum thickness of a liquid film flowing down a vertical tube, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 41, pp. 253-260.
7. Kim, B. J. and Choi, S. H., 1999, Study on the wetting characteristics of rivulet, '99 Summer Conference of SAREK, pp. 936-940.
8. Nusselt, W., 1916, Die Oberflächenkondensation des Wasserdampfes, *Z. Ver. Dtsch. Ing.*, Vol. 60, pp. 541-569.
9. Batchelor, G. K., 1983, *An introduction to fluid dynamics*, Cambridge University Press, New York, pp. 63-70.
10. Hildebrand, F. B., 1965, *Methods of Applied Mathematics*, 2nd ed., Prentice-Hall.
11. Lance, G. N., 1960, Numerical methods for high speed computer, *Iliffe & Sons*, pp. 54-57.
12. Hartley, D. E. and Murgatroyd, W., 1964, Criteria for the break-up of thin liquid layers flowing isothermally over solid surfaces, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 7, pp. 1003-1015.
13. Hobler, T. and Czajka, J., 1968, Minimal wetting of flat surface, *Chemia Stosow*, Vol. 2B, pp. 169-186.
14. Munakata, T., Watanabe, K. and Miyashita, K., 1975, Minimum wetting rate on wetted-wall column, *J. Chem. Engng. Japan*, Vol. 8, p. 440.
15. Ponter, A. B. and Boyes, A. P., 1972, The rupture of isothermal vertical liquid films, *J. Chem. Engng. Japan*, Vol. 5, p. 80.