

## 전기장에 의한 $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ 단결정의 변화된 광행로길이 계산

### Calculation of Changed Optical Path Length of $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ Single Crystal by the Electric Field

이수대<sup>1,a</sup>  
(Su-Dae Lee<sup>1,a</sup>)

#### Abstract

The formula to calculate a variation of optical path length of single crystal by the electric field was derived by this study. The formula was applied to  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  single crystal. The results are as follows. In case of the applied electric field in the body diagonal direction and the passing light along the same direction, the variation of optical path length had the largest value. The symmetry of the space distribution of optical path length satisfied  $E3C_28C_3$ , the set of elements of the symmetry of  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  single crystal. The property which gave the largest influence to the variation of optical path length is the strain of length by the inverse piezoelectric effect. The second influence, is the variation of the refractive index by the electro-optic effect. The variation of optical path length by the inverse piezoelectric effect and by the electro-optic effect have a reverse sign each other.

**Key Words** :  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  single crystal, Optical path length, Electro-optic effect

#### 1. 서론

$\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  단결정은 여러 가지 광학적 응용성이 많이 가진 물질이다[1-8]. 이 단결정은 pockels readout optical memory[1,2], photorefractive read-write holographic memory[3,4], 2 광파 혹은 4 광파 혼합에 의한 위상공백과 발생소자[5,6], 등에 활용하기 위한 연구가 진행 중에 있다. 특히  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  단결정은 광굴절률효과와 전기광학효과를 이용한 응용에도 주목을 받는 물질로서, N. I. Katsavets 등[7]은  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  단결정에 Al과 Mn을 불순물로 첨가하여 전기광학효과를 증진시켰다고 보고하였다. 전기광학효과를 이용하는데 기초자료가 되는 전기광학상수는 D. G. Papazoglou 등[9]에 의하여 전기장에 의한 복굴절 현상으로 전기광학상수를 측정하였으며, 이수대 등[10]은 Mach-

Zehnder 간섭계를 이용하여 전기광학상수를 측정하였다.

전기광학효과를 이용한 응용에는 전기장에 의한 굴절을 변화의 자료보다는 광행로길이의 변화에 대한 자료가 더욱더 유용한 형태이며, 전기장에 의한 광행로길이표시곡면의 변형된 공간모양을 입체 투영시켜 나타냄으로써  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  단결정의 전기광학효과를 이용하는 응용에서 최적 판단을 가능하게 한다. 따라서 본 연구에서는 전기장에 의한 광행로길이표시타원체의 변형에 대한 자료를 얻기 위하여 이론적 공식 유도과 함께 수치계산을 하였다. 또 이 계산을 통하여 광행로길이의 최대치가 나타나는 전기장의 방향을 찾아, 그 방향으로 전기장을 가했을 경우, 전기장에 의한 변화된 광행로길이의 공간분포를 광행로길이표시타원체로 나타내어 평면에 입체 투영하였다.

1. 경남대학교 자연과학부  
(경남 마산시 월영동 449)

a. Corresponding author : leesudae@kyungnam.ac.kr  
접수일자 : 2005. 7. 22  
1차 심사 : 2005. 9. 12  
심사완료 : 2005. 10. 7

#### 2. 이론

$\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  단결정 시료에 전기장을 가하면 시료 속을 통과하는 광은 단결정의 굴절률 변화와 시료

의 길이 변화로 인한 광행로길이(光程長)가 달라진다. 굴절률 변화를 유발하는 원인은 크게 2가지로 대별할 수 있다. 하나는 전기분극의 변화에 의한 것이고, 다른 하나는 역압전효과에 의한 변형 때문에 나타나는 광탄성효과에 의한 것이다. 그리고 시료의 길이 변화는 역압전효과에 의한 변형의 결과이다. 이제 가지 특성을 고려하여 전기장에 의하여 변형된 광행로길이표시곡면을 계산할 수 있는 공식을 만들 수 있다.

먼저 전기장에 의한 분극상수와 광탄성효과에 의한 분극상수의 변화를 고려하여 식을 만들면 다음과 같다.

$$B_{ij}(E_p) - B_{ij}^0 = \sum_p R_{ijp}^c E_p + \sum_k \sum_l P_{ijkl} S_{kl} \quad (1)$$

여기서  $R_{ijp}^c$ 는 변형이 없도록 고정된 상태에서 측정된 선형전기광학상수이고,  $P_{ijkl}$ 은 변형광학상수이다. 그리고  $B_{ij}^0$ 는 전기장  $E_p$ 가 결정에 가해지지 않은 상태에서 매질내의 분극상수이고,  $B_{ij}(E_p)$ 는 결정에 전기장이 가해졌을 때의 분극상수이다. 압전성이 있는 물질에서 전기장의 1차 항까지만 고려된 변형  $S_{kl}(E_p)$ 는

$$S_{kl}(E_p) = \sum_p d_{pkl} E_p \quad (2)$$

이다. 여기서  $d_{pkl}$ 은 압전변형상수이다. (2)식을 (1)식에 대입하여 정리하되  $R_{ijp}^c + \sum_k \sum_l P_{ijkl} d_{pkl}$ 가 Pockels의 선형광학상수  $R_{ijk}$ 와 같다는 사실과 전기장에 의한 분극상수의 변화  $B_{ij}(E_p) - B_{ij}^0 - 2\Delta n_{ij}(E_p) / (n_{ij}^0)^3$ 과 근사적으로 같다는 점을 이용하면, 전기장에 의한 굴절률의 변화  $\Delta n_{ij}(E_p)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta n_{ij}(E_p) = -\frac{1}{2} (n_{ij}^0)^3 \sum_p R_{ijp} E_p \quad (3)$$

결과적으로 전기장을 결정에 가했을 때 굴절률  $n_{ij}(E_p)$ 은  $n_{ij}^0 + \Delta n_{ij}(E_p)$ 가 된다. 따라서 광행로길이 행렬요소  $L_{ij}(E_p)$ 는

$$L_{ij}(E_p) = D^0 (\delta_{ij} + S_{ij}(E_p)) (n_{ij}^0 + \Delta n_{ij}(E_p)) \quad (4)$$

이 된다. 여기서  $D^0$ 는 전기장이 가하여 지지 않은 상태에서 결정의 길이이며,  $\delta_{ij}$ 는 kroneker delta이고,  $S_{ij}(E_p)$ 는 전기장에 의한 결정의 변형이다. (4)식에 (2)와 (3)식을 대입하면 다음과 같다.

$$L_{ij}(E_p) = D^0 \left( \delta_{ij} + \sum_p d_{pij} E_p \right) \times \left( n_{ij}^0 - \frac{1}{2} (n_{ij}^0)^3 \sum_p R_{ijp} E_p \right) \quad (5)$$

만약  $Bi_{12}SiO_{20}$  단결정에 임의의 방향으로 전기장을 가하는 식을 만들기 위하여 (5)식을 좌표변환하여야 한다. 따라서  $Bi_{12}SiO_{20}$  단결정은 점군이 23인 체심입방정계[11]이므로 결정축계와 직각좌표계를 일치시켜 계산에 이용하면 편리하다. 이 경우 관습적으로 단결정의 c축을 직각좌표계의 Z축과 일치시키고, a축을 X축과 그리고 b축을 Y축과 일치시켜 사용한다. 그리고 이 직각좌표계에서 전기장의 방향을 나타내기 위하여 천정각  $\theta$ 와 방위각  $\phi$ 를 도입한다. (X, Y, Z) 좌표계에서 천정각  $\theta$ 와 방위각  $\phi$ 로 된 방향으로 전기장을 가한다면, 이 방향을 변환된 좌표계의 Z'축 방향이 되도록 하기 위해서는 (X, Y, Z) 좌표계의 Z축에 관하여 시계반대방향으로  $\phi$ 만큼 회전하여 (X'', Y'', Z'') 좌표계를 만들고 난 후, 다시 이 좌표계의 Y''축에 관하여 시계반대방향으로  $\theta$ 만큼 회전하면 (X', Y', Z') 좌표계가 얻어지는데, 이 최종 변환된 좌표계의 Z'축 방향이 (X, Y, Z) 좌표계에서 천정각  $\theta$ 와 방위각  $\phi$ 로 된 방향과 일치한다. 따라서 (5)식을 (X', Y', Z') 좌표계에서 나타내면 다음과 같다.

$$L'_{ij}(E_p) = D^0 \left( \delta'_{ij} + \sum_p d'_{pij} E_p \right) \times \left( n'_{ij} - \frac{1}{2} (n'_{ij})^3 \sum_p R'_{ijp} E_p \right) \quad (6)$$

결정에 가하는 전기장의 방향은 변환된 좌표계에서 나타내어야 하는 양이므로 그대로 두고 나머지 상수들은 변환되지 않은 결정축계와 일치하는 좌표계에서의 양으로 나타내어야 하므로, 그 변환식들은 다음과 같다.

$$\delta'_{ij} = \sum_m \sum_n a_{im} a_{jn} \delta_{mn} \quad (7)$$

$$d'_{pij} = \sum_m \sum_n \sum_o a_{pm} a_{in} a_{jo} d_{mno} \quad (8)$$

$$n_{ij}^o = \sum_m^3 \sum_n^3 a_{im} a_{jn} n_{mn}^o \quad (9)$$

$$R_{ijp} = \sum_m^3 \sum_n^3 \sum_o^3 a_{im} a_{jn} a_{po} R_{mno} \quad (10)$$

여기서  $a_{im}$ 은 변환행렬요소이다. (7), (8), (9) 및 (10)식을 (6)식에 대입하고, 또  $L_{ij}(E_p)$ 는 변환된 좌표계에서의 값이므로 결정축계와 일치하는 좌표계로 역변환하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} L_{qr}(E_p) = & D^o \sum_q^3 \sum_r^3 a_{iq} a_{jr} \left[ \left( \sum_m^3 \sum_n^3 a_{im} a_{jn} \delta_{mn} \right. \right. \\ & + \left. \sum_p^3 \sum_m^3 \sum_n^3 \sum_o^3 a_{pm} a_{in} a_{jo} d_{mno} E_p \right) \\ & \times \left\{ \sum_m^3 \sum_n^3 a_{im} a_{jn} n_{mn}^o - \frac{1}{2} \left( \sum_m^3 \sum_n^3 a_{im} a_{jn} n_{mn}^o \right)^3 \right. \\ & \left. \left. \times \sum_p^3 \sum_m^3 \sum_n^3 \sum_o^3 a_{im} a_{jn} a_{po} R_{mno} E_p \right\} \right] \quad (11) \end{aligned}$$

이 광행로길이의 행렬요소를 이용하여  $\hat{\mathbf{i}}$  방향으로 광이 통과할 때 광행로길이  $L(\hat{\mathbf{i}}, E_p)$ 를 구할 수 있다. 여기서 광이 통과하는  $\hat{\mathbf{i}}$  방향을 나타내기 위하여 전기장의 방향을 나타내기 위한 각  $(\theta, \phi)$ 와는 다른 천정각  $\zeta$ 와 방위각을  $\eta$ 를 도입하면 편리하다. 여기서 천정각  $\zeta$ 는 (X, Y, Z)축계의 +Z 축에서 -Z 축 방향으로 회전하는 각이며, 방위각  $\eta$ 는 +Z 축을 회전축으로 하여 +X 축에서 시계반대방향으로 돌아간 각이다. 따라서 광이 통과하는 방향을 나타내는 단위벡터  $\hat{\mathbf{i}}$ 의 방향여현은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} l_1 &= \sin \zeta \cos \eta \\ l_2 &= \sin \zeta \sin \eta \\ l_3 &= \cos \zeta \end{aligned} \quad (12)$$

특히 (11)식으로부터  $\hat{\mathbf{i}}$  방향으로 광이 통과할 때 광행로길이  $L(\hat{\mathbf{i}}, E_p)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} L(\hat{\mathbf{i}}, E_p) = & D^o \sum_q^3 \sum_r^3 \sum_i^3 \sum_j^3 a_{iq} a_{jr} \left[ \left( \sum_m^3 \sum_n^3 a_{im} a_{jn} \delta_{mn} \right. \right. \\ & + \left. \sum_p^3 \sum_m^3 \sum_n^3 \sum_o^3 a_{pm} a_{in} a_{jo} d_{mno} E_p \right) \\ & \times \left\{ \sum_m^3 \sum_n^3 a_{im} a_{jn} n_{mn}^o - \frac{1}{2} \left( \sum_m^3 \sum_n^3 a_{im} a_{jn} n_{mn}^o \right)^3 \right. \\ & \left. \left. \times \sum_p^3 \sum_m^3 \sum_n^3 \sum_o^3 a_{im} a_{jn} a_{po} R_{mno} E_p \right\} \right] l_q l_r \quad (13) \end{aligned}$$

(13)식은 각  $(\theta, \phi)$ 로 변환된 좌표계에서 전기장  $E_p$ 을 가할 경우  $(\zeta, \eta)$  방향의 광행로길이를 나타낸 식으로, 특정한  $E_p$ 에 대하여  $(\zeta, \eta)$  방향으로 통과하는 광의 광행로길이  $L(\hat{\mathbf{i}}, E_p)$ 이 만드는 곡면이 광행로길이표시곡면이 된다.

특히, (13)식을 전개하여 각 항별로 나누어 생각할 수 있다. (13)식에서 전기장의 영향이 없는 상태에서의 광행로길이  $L_N(\hat{\mathbf{i}}, E_p)$ 은

$$\begin{aligned} L_N(\hat{\mathbf{i}}, E_p) = & D^o \sum_q^3 \sum_r^3 \sum_i^3 \sum_j^3 \{ a_{iq} a_{jr} \\ & \times \left( \sum_m^3 \sum_n^3 a_{im} a_{jn} \delta_{mn} \right) \left( \sum_m^3 \sum_n^3 a_{im} a_{jn} n_{mn}^o \right) l_q l_r \} \quad (14) \end{aligned}$$

이고, 전기장에 의하여 변형으로 생긴 길이의 변화에 의한 광행로길이의 변화  $\Delta L_S(\hat{\mathbf{i}}, E_p)$ 는

$$\begin{aligned} \Delta L_S(\hat{\mathbf{i}}, E_p) = & D^o \sum_q^3 \sum_r^3 \sum_i^3 \sum_j^3 \{ a_{iq} a_{jr} \\ & \times \left( \sum_p^3 \sum_m^3 \sum_n^3 \sum_o^3 a_{pm} a_{in} a_{jo} d_{mno} E_p \right) \\ & \times \left( \sum_m^3 \sum_n^3 a_{im} a_{jn} n_{mn}^o \right) l_q l_r \} \quad (15) \end{aligned}$$

이며, 전기장에 의한 전기광학효과로 인한 굴절률 변화로 생긴 광행로길이의 변화  $\Delta L_O(\hat{\mathbf{i}}, E_p)$ 는

$$\begin{aligned} \Delta L_O(\hat{\mathbf{i}}, E_p) = & -\frac{1}{2} D^o \sum_q^3 \sum_r^3 \sum_i^3 \sum_j^3 \{ a_{iq} a_{jr} \\ & \times \left( \sum_m^3 \sum_n^3 a_{im} a_{jn} \delta_{mn} \right) \left( \sum_m^3 \sum_n^3 a_{im} a_{jn} n_{mn}^o \right)^3 \\ & \times \left( \sum_p^3 \sum_m^3 \sum_n^3 \sum_o^3 a_{im} a_{jn} a_{po} R_{mno} E_p \right) l_q l_r \} \quad (16) \end{aligned}$$

이 되고, 전기장에 의하여 변형으로 생긴 길이의 증감부분에 의하여 전기광학효과로 생긴 광행로길이의 변화  $\Delta L_{SO}(\hat{\mathbf{i}}, E_p)$ 는

$$\begin{aligned} \Delta L_{SO}(\hat{\mathbf{i}}, E_p) = & -\frac{1}{2} D^o \sum_q^3 \sum_r^3 \sum_i^3 \sum_j^3 \{ a_{iq} a_{jr} \\ & \times \left( \sum_p^3 \sum_m^3 \sum_n^3 \sum_o^3 a_{pm} a_{in} a_{jo} d_{mno} E_p \right) \\ & \times \left( \sum_m^3 \sum_n^3 a_{im} a_{jn} n_{mn}^o \right)^3 \\ & \times \left( \sum_p^3 \sum_m^3 \sum_n^3 \sum_o^3 a_{im} a_{jn} a_{po} R_{mno} E_p \right) l_q l_r \} \quad (17) \end{aligned}$$

이 된다. 따라서 전기장  $E_p'$ 에 의한 광행로길이의 변화는 (15), (16) 및 (17)식의 합이며, 이 합에서 시료의 길이  $D^\circ$ 와 전기장  $E_p'$ 의 세기를 나누면 단위길이당 단위전기장당 광행로길이의 변화를 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\Delta \hat{L}(\hat{1}, E_p') = \Delta \hat{L}_s(\hat{1}, E_p') + \Delta \hat{L}_o(\hat{1}, E_p') + \Delta \hat{L}_{so}(\hat{1}, E_p') \quad (18)$$

### 3. 계산 및 결과

변환되지 않은 좌표계에서  $Bi_{12}SiO_{20}$  단결정의 굴절률 행렬요소 중 값을 갖는 요소는  $n_{11}^o = n_{22}^o = n_{33}^o = 2.540$ 이고, 압전변형상수의 행렬요소 중 값을 갖는 요소는  $d_{123} = d_{132} = d_{213} = d_{231} = d_{312} = d_{321} = 20.0 \times 10^{-12}$  C/N이며, 선형전기광학상수의 행렬요소 중 값을 갖는 행렬요소는  $R_{231} = R_{321} = R_{132} = R_{312} = R_{123} = R_{213} = 4.9 \times 10^{-12}$  m/V이다[10]. 따라서 (18)식에 (X, Y, Z) 좌표계의 Z축을 중심으로 시계반대방향으로  $\phi$ 만큼 회전하고, 또  $\phi$ 만큼 회전된 좌표계의 Y' 축을 중심으로 시계반대방향으로  $\theta$ 만큼 회전시키는 총 변환행렬요소, 굴절률, 압전변형상수 및 선형전기광학상수의 행렬요소 값을 대입하면, 변환된 좌표계에서  $E_p'(\theta, \phi)$  방향으로 전기장을 가하고, 변환되지 않은 좌표계에서  $\hat{1}(\zeta, \eta)$  방향으로 광을 지나가게 했을 때 단위길이당 단위전기장당 광행로길이의 변화  $\Delta \hat{L}(\hat{1}, E_p')$ 가 계산된다.

어떤 전기장의 방향  $(\theta, \phi)$ 에 대하여 광의 통과 방향을 나타내는 천정각  $\zeta$ 를  $0^\circ$ 에서  $180^\circ$ 까지, 그리고 방위각  $\eta$ 를  $0^\circ$ 에서  $360^\circ$ 까지 변화시키면서 계산하고, 같은 방법으로 다른 전기장의 방향에 대하여 광의 통과방향을 변화시키면서 반복 계산한다. 이 계산 결과로부터 광행로길이의 변화가 가장 많이 생기는 전기장의 방향과 그 값을 표 1에 수록하였다. 표 1에 수록한 바와 같이 단결정의  $[111]$ ,  $[\bar{1}\bar{1}\bar{1}]$ ,  $[\bar{1}1\bar{1}]$  및  $[1\bar{1}\bar{1}]$  방향으로 전기장을 가하고, 전기장과 평행한 방향으로 광이 통과할 때 광행로길이가 가장 길어지며, 단위길이당 단위전기장당 광행로길이의 변화량은  $1.23 \times 10^{-11}$  m/V이었다. 또 단결정의  $[\bar{1}11]$ ,  $[1\bar{1}1]$ ,  $[11\bar{1}]$  및  $[\bar{1}\bar{1}\bar{1}]$  방향으로 전기장을 가하고, 이와 평행한 방향으로 광이 통과할 때 광행로길이가 가장 짧아지며, 그 값은  $-1.23 \times 10^{-11}$  m/V이었다.

표 1. 광행로길이의 변화가 가장 크게 나타나는 전기장의 방향과 광의 통과방향 및 광행로길이의 변화 값.

Table 1. In case of having the largest variation of optical path length, the direction of the applied electric field and the passing light, the value of a variation of optical path length.

전기장 방향 ( $\theta, \phi$ )		광의 통과방향 ( $\zeta, \eta$ )		단위길이당 단위전기장당 광행로길이의 변화(m/V)	참고
(54.7°, 45.0°)	[111]	(54.7°, 45.0°)	[111]	$1.23 \times 10^{-11}$	증가
(54.7°, 225.0°)	$[\bar{1}\bar{1}\bar{1}]$	(54.7°, 225.0°)	$[\bar{1}\bar{1}\bar{1}]$		
(125.7°, 135.0°)	$[\bar{1}1\bar{1}]$	(125.7°, 135.0°)	$[\bar{1}1\bar{1}]$		
(125.3°, 315.0°)	$[1\bar{1}\bar{1}]$	(125.3°, 315.0°)	$[1\bar{1}\bar{1}]$		
(54.7°, 135.0°)	$[\bar{1}11]$	(54.7°, 135.0°)	$[\bar{1}11]$	$-1.23 \times 10^{-11}$	감소
(54.7°, 315.0°)	$[1\bar{1}1]$	(54.7°, 315.0°)	$[1\bar{1}1]$		
(125.3°, 45.0°)	$[11\bar{1}]$	(125.3°, 45.0°)	$[11\bar{1}]$		
(125.3°, 225.0°)	$[\bar{1}\bar{1}\bar{1}]$	(125.3°, 225.0°)	$[\bar{1}\bar{1}\bar{1}]$		

표 1에 나타내어진 바와 같이 광행로길이의 변화가 가장 크게 생기는 전기장의 방향과 광의 통과 방향이  $Bi_{12}SiO_{20}$  단결정의 체대각선 방향과 일치한다. 이와 같은 특성은 결정구조와 밀접한 관계를 갖는다. 표 1에 나타난 광행로길이의 최대와 최소가 나타나는 공간적 분포의 대칭성을 조사하여 보면 X축, Y축 및 Z축에 관하여 2회 회전대칭을 가지므로 generating element  $C_2$ 가 3개이고, 또 좌표의 원점에서 체대각선 방향의 회전축에 관하여 3회 회전대칭을 가지므로  $C_3$ 가 8개이다. 따라서 전체적인 대칭요소집합은  $E3C_28C_3$ 가 된다. 이 대칭요소의 집합은 S. C. Abrahams 등[11]이  $Bi_{12}SiO_{20}$  단결정의 구조연구에서 밝힌 점군 23의 대칭성을 분해하여 나타낸 또 다른 표현이다. 전기장에 의한 광행로길이의 변화가 만드는 공간적 분포의 대칭이 결정이 갖는 점군의 대칭성을 포함하여야 한다는 Neumann의 원리[12]를 확인 할 수 있는 부분이다. 전기장이 총 광행로길이의 변화에 기여하는 특성별 기여도를 알아보기 위하여 광행로길이의 변화

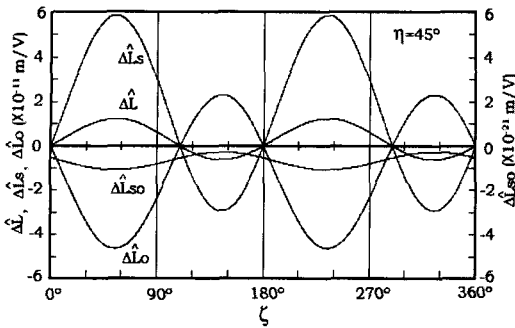


그림 1. [111] 방향으로 전기장을 가하고 ( $\zeta$ ,  $\eta=45.0^\circ$ ) 방향으로 광이 통과할 경우, 총 광행로길이의 변화에 영향을 미치는 항들.

Fig. 1. In case of the applied electric field in [111] and the passing light through the ( $\zeta$ ,  $\eta=45.0^\circ$ )-direction, the terms to influence to a variation of total optical path length.

가 양(+의 값으로 가장 크게 생기는 [111] 방향으로 전기장을 가하고, 광의 통과방향을 나타내는 방위각  $\eta$ 를  $45^\circ$ 로 고정하고 천정각  $\zeta$ 를  $0^\circ$ 에서  $360^\circ$ 까지 변화시키면서 계산한 결과를 그림 1에 나타내었다. 그림 1에 나타난 바와 같이 전기장 방향과 평행한 방향인 ( $\zeta$ ,  $\eta$ )=( $54.7^\circ$ ,  $45.0^\circ$ )로 광이 통과할 때, 총 광행로길이의 변화  $\Delta\hat{L}(\hat{\mathbf{i}}, E_p)$ 에 가장 큰 영향을 미치는 항은 전기장에 의한 변형으로 생긴  $\Delta\hat{L}_s(\hat{\mathbf{i}}, E_p)$ 로써, 그 값은  $+5.87 \times 10^{-11}$  m/V이고, 그 다음으로 영향을 미치는 항은 전기광학효과에 의한  $\Delta\hat{L}_o(\hat{\mathbf{i}}, E_p)$ 로써, 그 값은  $-4.64 \times 10^{-11}$  m/V이다. 그리고 가장 영향이 적은 경우로, 전기장에 의하여 변형된 시료의 길이 증감 부분에 나타나는 전기광학효과에 의한  $\Delta\hat{L}_{so}(\hat{\mathbf{i}}, E_p)$ 로써, 그 값은  $-1.07 \times 10^{-21}$  m/V이었다. 여기서  $\Delta\hat{L}_s(\hat{\mathbf{i}}, E_p)$ 는 변형에 의한 공간적 길이의 증가로 인하여 생긴 양이며,  $\Delta\hat{L}_o(\hat{\mathbf{i}}, E_p)$ 와  $\Delta\hat{L}_{so}(\hat{\mathbf{i}}, E_p)$ 는 전기광학효과에 의한 굴절률 변화로 생긴 양이다. 따라서 전기광학효과를 이용한 소자를 설계할 때는 전기장에 의한 변형 부분이 가장 중요하게 고려되어야 한다.

그림 2는 광행로길이 변화가 가장 큰 음(-)의 값을 갖는 경우로, 전기장을  $[\bar{1}\bar{1}\bar{1}]$  방향으로 가하

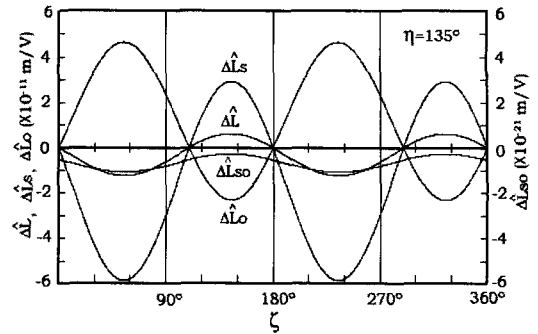


그림 2.  $[\bar{1}\bar{1}\bar{1}]$  방향으로 전기장을 가하고 ( $\zeta$ ,  $\eta=135.0^\circ$ ) 방향으로 광이 통과할 경우, 총 광행로길이의 변화에 영향을 미치는 항들.

Fig. 2. In case of the applied electric field in  $[\bar{1}\bar{1}\bar{1}]$  and passing light through the ( $\zeta$ ,  $\eta=135.0^\circ$ )-direction, the terms to influence to a variation of total optical path length.

고, 광의 통과방향을 나타내는 방위각  $\eta$ 를  $135^\circ$ 로 고정하고 천정각  $\zeta$ 를  $0^\circ$ 에서  $360^\circ$ 까지 변화시키면서 계산한 결과이다. 이 경우에도 광의 통과 방향이 전기장의 방향과 평행한 ( $\zeta$ ,  $\eta$ )=( $54.7^\circ$ ,  $135.0^\circ$ )인 경우, 총 광행로길이의 변화  $\Delta\hat{L}(\hat{\mathbf{i}}, E_p)$ 에 가장 큰 영향을 미치는 항은 전기장에 의한 변형으로 생긴  $\Delta\hat{L}_s(\hat{\mathbf{i}}, E_p)$ 로써, 그 값은  $-5.87 \times 10^{-11}$  m/V이고, 그 다음은 전기광학효과에 의한 굴절률의 변화로 생긴  $\Delta\hat{L}_o(\hat{\mathbf{i}}, E_p)$ 로써, 그 값은  $+4.64 \times 10^{-11}$  m/V이다. 그리고 가장 영향이 적은 경우는 전기장에 의하여 변형된 시료의 길이 증감 부분에서 나타나는 전기광학효과에 의한  $\Delta\hat{L}_{so}(\hat{\mathbf{i}}, E_p)$ 로써, 그 값은  $-1.07 \times 10^{-21}$  m/V이었다.

S. C. Abrahams 등[11]의 구조연구에 의하면,  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  단결정을 구성하는 Si 원자들은 사면체를 형성하며, Bi 원자는 이웃에 7개의 O 원자와 결합하고 있으나 5개의 O 원자는 찌그러진 팔면체를 이루고, 나머지 2개의 O 원자는  $\text{Bi}^{3+}$ 에 속해 있는  $6S^2$  궤도의 전자쌍과 전기적으로 결합하고 있으나 Bi 원자로부터 결합거리가 다르다고 하였다. 이와 같은 구조의 단결정에 전기장을 가하면 체대각선 방향으로 분극이 생기면서, 이 방향으로 압전성을 가

지게 된다.

결정축의 원점으로부터 8개의 체대각선 방향으로 전기장이 가해질 때 역압전효과에 의하여  $[111]$ ,  $[\bar{1}\bar{1}1]$ ,  $[\bar{1}1\bar{1}]$  및  $[1\bar{1}\bar{1}]$  방향은 길이가 가장 많이 늘어나고, 그리고  $[\bar{1}11]$ ,  $[1\bar{1}\bar{1}]$ ,  $[11\bar{1}]$  및  $[\bar{1}\bar{1}\bar{1}]$  방향은 길이가 가장 많이 줄어든다. 그림 1에 나타난 바와 같이  $[111]$  방향의 전기장에 대하여 전기장 방향과 평행한 방향인  $(\zeta, \eta) = (54.7^\circ, 45.0^\circ)$ 로 광이 통과 할 경우,  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  단결정 내에서 Bi 원자와 이웃하고 있는 7개의 O 원자중 찌그러진 팔면체를 이루고 있는 5개의 O 원자 외에 나머지 2개의 O 원자가  $\text{Bi}^{3+}$ 에 속하는  $6S^2$  궤도의 불활성 전자쌍 중 외부 전기장에 의하여 결합거리가 긴 쪽과 결합할 확률이 높아짐으로써 일어나는 변형에 크게 기여하고, 그 결과 광이 진행하는 공간적 길이의 증대로 인하여 광행로길이가 길어지는 것으로 생각된다. 그러나 이 방향으로 지나가는 광자는 결정 내의 궤도전자와 단위길이당 상호작용하는 회수가 적어짐으로, 전기광학효과에 의한 굴절률의 감소로 인한 광행로길이의 변화는 음(-)의 값을 가진다. 이와 반대로 그림 2에 나타난 바와 같이 전기장에 의하여 길이가 줄어드는  $[\bar{1}11]$  방향의 전기장에 대하여 전기장 방향과 평행한 방향인  $(\zeta, \eta) = (54.7^\circ, 135.0^\circ)$ 로 광이 통과 할 경우,  $\text{Bi}^{3+}$ 에 속하는  $6S^2$  궤도의 전자쌍 중 외부에서 가한 전기장에 의하여 결합거리가 짧은 쪽과 O 원자가 결합할 확률이 높아짐으로써 줄어드는 변형에 크게 기여하고, 그 결과 광이 진행하는 공간적 길이의 감소로 인하여 광행로길이가 짧아지는 것으로 생각된다. 그러나 이 방향으로 지나가는 광자는 결정 내의 궤도전자와 단위길이당 상호작용하는 회수가 많아짐으로 전기광학효과에 의한 광행로길이의 변화는 양(+)의 값을 가진다.

특정 전기장 방향에 대한 단위길이당 단위전기장당 변화된 광행로길이의 공간분포를 얻기 위하여 광의 통과방향을 나타내는 천정각  $\zeta$ 를  $0^\circ$ 에서  $180^\circ$ 까지, 방위각  $\eta$ 를  $0^\circ$ 에서  $360^\circ$ 까지 변화시키면서 계산하여야 한다. 이렇게 하여 얻은 광행로길이의 공간분포를 평면에 나타내기 위하여 입체 투영 (stereographic projection)시키면 된다. 특히  $\hat{i}(\zeta, \eta)$  방향을 입체투영법으로 XY-평면에 투영시킬 때  $|\hat{i}(\zeta, \eta)| \tan(\gamma) = |\hat{i}(\zeta, \eta)| \tan(\zeta/2)$ 인 관계를 지켜야 한다. 여기서 각  $\gamma$ 는 벡터  $\hat{i}(\zeta, \eta)$ 가 만들어 내는 단위구면의 남극점에서 남극점과  $\hat{i}(\zeta, \eta)$ 의

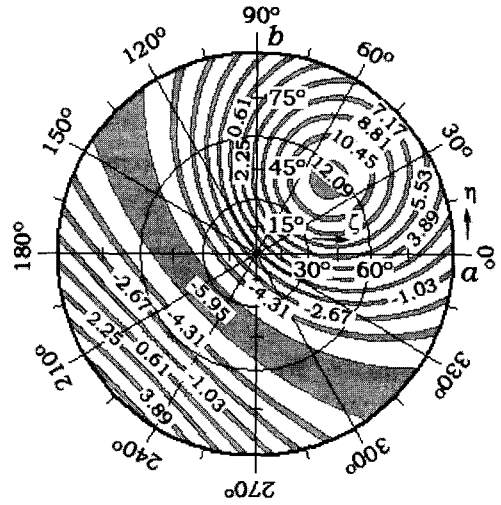


그림 3.  $[111]$  방향으로 전기장을 가할 때 나타나는 단위길이당 단위전기장당 광행로길이 변화의 입체투영도( $\times 10^{-11}$  m/V).

Fig. 3. A stereographic projection map of optical path length per unit length per unit electric field by the applied electric field in  $[111]$ ( $\times 10^{-11}$  m/V).

중점을 잇는 직선과 Z축 사이의 각이다. 입체 투영시킬 때 광행로 방향을 나타내는 단위벡터  $\hat{i}(\zeta, \eta)$ 의 중점이 가르키는 위치를 XY-평면에 나타내면  $x(\zeta, \eta) = \tan(\zeta/2) \cos \eta$ ,  $y(\zeta, \eta) = \tan(\zeta/2) \sin \eta$ 이 된다. XY-평면에 나타낸  $(x(\zeta, \eta), y(\zeta, \eta))$  위치에  $\hat{i}(\zeta, \eta)$  방향의  $\Delta \hat{L}(\hat{i}, E_p)$  값을 XY-평면 위의 높이로 분포시키면 XY-평면 위에 높낮이로 된 곡면이 형성되고, 이 곡면을 XY-평면에 등고선으로 표시하면 광행로길이의 등고선 지도가 그려진다.

그림 3은 전기장을 최대 신장변형을 일으키는  $[111]$  방향으로 가하고 광의 진행방향을 나타내는 각  $\zeta$ 는  $0^\circ$ 에서  $90^\circ$ 까지,  $\eta$ 는  $0^\circ$ 에서  $360^\circ$ 까지 변화시키면서 계산한  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  단결정의 단위길이당 단위전기장당 광행로길이의 변화  $\Delta \hat{L}(\hat{i}, E_p)$ 가 형성하는 곡면을 앞에서 기술한 입체투영법으로 그린 그림이다. 그림에서 보여진 바와 같이 최대 양(+)의 변형을 일으키는 전기장의 방향에 대하여 전기장과 평행한 방향으로 통과하는 광의 광행로길이 변화가 최대가 되며,  $[111]$  방향에 수직인 측면

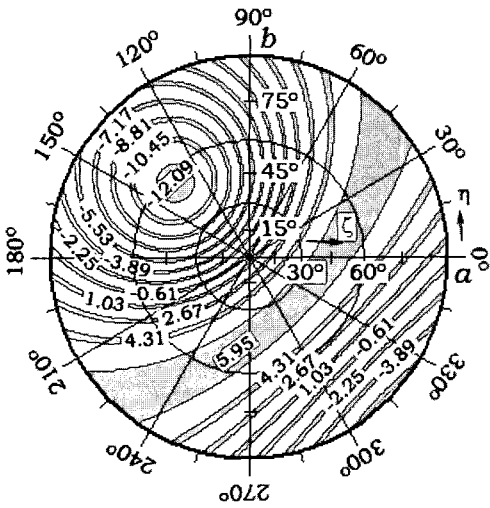


그림 4.  $[\bar{1}11]$  방향으로 전기장을 가할 때 나타나는 단위길이당 단위전기장당 광행로길이 변화의 입체투영도( $\times 10^{-11}$  m/V).

Fig. 4. A stereographic projection map of optical path length per unit length per unit electric field by the applied electric field in  $[\bar{1}11](\times 10^{-11}$  m/V).

은 음(-)의 변형이 생기는 영역으로, 광행로길이의 변화도 음(-)의 값을 갖는다.

그림 4는 전기장을 최대 신축변형을 일으키는  $[\bar{1}11]$  방향으로 가하고 광의 진행방향을 나타내는 각  $\zeta$ 는  $0^\circ$ 에서  $90^\circ$ 까지  $\eta$ 는  $0^\circ$ 에서  $360^\circ$ 까지 변화시키면서 계산한  $\Delta\hat{L}(\hat{I}, E_p)$ 의 분포이다. 그림에서 보여진 바와 같이 최대 음(-)의 변형을 일으키는 전기장의 방향에 대하여 전기장과 평행한 방향으로 통과하는 광의 광행로길이 변화가 가장 큰 음(-)의 값을 가지며,  $[\bar{1}11]$  방향에 수직인 측면은 양(+)의 변형이 생기는 영역으로, 광행로길이의 변화도 가장 큰 양(+)의 값을 갖는다. 그리고 광행로길이의 변화가 가장 큰 나머지 방향에 대한 공간분포의 특징도 그림 3 및 그림 4와 같이 방향을 제외한 물리적 특성은 동일하였다.

#### 4. 결론

본 연구에서는 전기장에 의한 단결정의 광행로길이 변화를 계산할 수 있는 공식을 유도하였으며,

이 공식을  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  단결정에 적용하여 광행로길이의 변화가 가장 크게 생기는 방향을 조사한 결과, 전기장을 체대각선 방향으로 가하고 광의 통과방향이 전기장과 평행할 경우이었다. 그리고 광행로길이의 최대와 최소가 나타나는 공간분포의 대칭성을 조사한 결과,  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  단결정의 대칭요소집합  $E3C_28C_3$ 을 만족시켰다.

광행로길이의 변화에 가장 크게 영향을 미치는 특성은 역압전효과에 의한 길이의 변형이며, 그 다음으로는 전기광학효과에 의한 굴절률의 변화로서, 역압전효과에 의한 광행로길이의 변화와 전기광학효과에 의한 광행로길이의 변화는 서로 반대였다. 따라서 전기광학효과를 이용한 소자를 설계할 때는 전기장에 의한 변형이 가장 중요하게 고려되어야 한다.

역압전효과에 의한 신장변형이 가장 크게 생기는 방향으로 전기장을 가하고, 이 방향으로 광이 통과할 때 광행로길이의 변화가 양(+)의 가장 큰 값을 가지며, 이 방향에 수직인 측면은 신축변형이 가장 크게 생기는 영역으로, 광행로길이의 변화도 가장 큰 음(-)의 값을 가졌다. 그리고 신축변형이 가장 크게 생기는 방향으로 전기장을 가할 경우의 현상은 신장변형이 가장 크게 생기는 방향으로 전기장을 가할 경우와는 서로 반대였다.

#### 감사의 글

본 연구는 2005년도 경남대학교 학술논문게재연구비 지원에 의한 것으로 이에 감사드립니다.

#### 참고 문헌

- [1] S. L. Hou and D. S. Oliver, "Pockels readout optical memory using  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ ", Appl. Phys. Lett., Vol. 18, No. 8, p. 325, 1971.
- [2] S. G. Lipson and P. Nisenson, "Imaging characteristics of the Itek PROM", Appl. Optics, Vol. 13, No. 9, p. 2052, 1974.
- [3] J. P. Huignard and F. Micheron, "High-sensitivity read-write volume holographic storage in  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  and  $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$  crystals", Appl. Phys. Lett., Vol. 29, No. 9, p. 591, 1976.
- [4] C. Gu, Y. Xu, Y. Liu, J. J. Pan, F. Zhou,

- and H. He, "Applications of photorefractive materials in information storage, processing and communication", *Optical Materials*, Vol. 23, p. 219, 2003.
- [5] H. Rajbenbach, J. P. Huignard, and B. Loiseaux, "Spatial frequency dependence of the energy transfer in two-wave mixing experiments with BSO crystals", *Optics Comm.*, Vol. 48, No. 4, p. 247, 1983.
- [6] H. Rajbenbach, J. P. Huignard, and Ph. Refrégier, "Amplified phase-conjugate beam reflection by four-wave mixing with photorefractive  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  crystals", *Optics Letters*, Vol. 9, No. 12, p. 558, 1984.
- [7] N. I. Katsavets and E. I. Leonov, "Transient electrooptic effects in  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  single crystals doped with Al and Mn", *Sov. Phys. Tech. Phys.*, Vol. 31, No. 10, p. 1191, 1986.
- [8] 이수대, 이찬구, "전기장에 의한  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  단결정의 굴절률 표시타원체의 변형", *전기전자재료학회논문지*, 18권, 1호, p. 89, 2005.
- [9] D. G. Papazoglou, A. G. Apostolidis, and E. D. Vanidhis, "Measurement of the electro-optic coefficient of  $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$  and  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  crystals", *Synthetic Metals*, Vol. 83, p. 281, 1996.
- [10] 이수대, 이찬구, 김정윤, 박옥수, " $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  및  $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$  단결정의 전기광학효과에 관한 연구", *경남대학교대학원논문총*, 9집, p. 143, 1994.
- [11] S. C. Abrahams, J. L. Bernstein, and C. Svensson, "Crystal structure and absolute piezoelectric  $d_{14}$  coefficient in laevorotatory  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ ", *J. Chem. Phys.*, Vol. 71, No. 2, p. 788, 1979.
- [12] J. F. Nye, "Physical Properties of Crystals", Oxford, p. 20, 1967.