

# Nth 밴드 FIR 필터의 균일 리플 통과 대역 응답을 위한 해석과 설계

論 文

54D-10-7

## Analysis and Design of Nth-band FIR Filters with Equi-Ripple Passband Response

文 東 旭\* · 金 洛 教\*

(Dong-Wook Moon, Lark-Kyo Kim)

**Abstract** - In FIR (Finite Impulse Response) filter applications, Nth-band FIR digital filters are known to be important due to their reduced computational requirements. The conventional methods for designing FIR filters use iterative approaches such as the well-known Parks-McClellan algorithm. The Parks-McClellan algorithm is also used to design Nth-band FIR digital filters. But a disadvantage of the Parks-McClellan algorithm is that it needs a good amount of design time. This paper describes a direct design method for Nth-band FIR Filters using Chebyshev polynomials, which provides a reduced design time over indirect methods such as the Parks-McClellan algorithm. The response of the resulting filter is equiripple in passband. Our proposed method produces a passband response that is equi-ripple to within a minuscule error, comparable to that of the Parks-McClellan algorithm.

**Key Words** : Chebyshev Polynomials, Digital Filter Design, Nth-Band FIR Filters, Multirate Filters.

### 1. 서 론

FIR 필터는 신호처리의 많은 분야에서 중요한 자리를 차지하고 있다. IIR(Infinite Impulse Response)필터와는 달리 FIR 필터는 선형 위상 특성을 가질 수 있기 때문에 그 응용이 광범위하다. 특히 Multirate Digital System 에 있어서, 서로 다른 표본화율 사이의 표본화율 변환 과정에서 필요한 선형 위상 특성을 가지는 최적의 과표본화 및 저표본화 필터를 구성하는 것에 FIR 필터의 이용은 필수적일 것이다[1][2].

선형 FIR 필터의 설계에 대해서는 이산 푸리에 변환에 기초한 창함수 방법과 리메즈 알고리즘(Remez Algorithm)에 기초한 Parks-McClellan 의 최적 FIR 필터 설계 프로그램의 사용이 가장 선호되는 방법이다. 일반적으로 창함수 방법은 가장 빠른 설계가 가능한 반면 설계 사양이 균일 리플 응답이 아닌 경우에 적합하며, Parks-McClellan 의 방법은 균일 리플 응답이 필요한 FIR 필터의 구성에 적합한 설계 방법이라 할 수 있다[2]-[5].

FIR 필터와 관련된 또 하나의 흥미로운 주제는 Nth 밴드 FIR 필터의 설계 영역이다. 특정한 조건을 만족하도록 FIR 필터의 계수를 선택할 경우 필터 계수의 수를 줄일 수 있고, 따라서 필터의 구현에 있어서도 연산기 및 계수의 저장에 필요한 메모리를 줄일 수 있는 장점이 생기게 된다[6]. 그 중에서도 1/2 밴드 FIR 필터(Half-band FIR Filter)는 필터의 구

현에 필요한 계수의 양이 절반으로 줄어들게 되므로 하드웨어 구성에서 많은 장점을 가질 수 있게 된다[2][6][7]. 이러한 장점으로 인해 오랜 시간동안 Nth 밴드 필터의 설계는 많은 연구의 대상이 되어왔다. Mintzer 의 연구는 Nth 밴드 저역 통과 필터 설계에 필요한 통과 대역 및 저지 대역의 설계 사양에 대한 조건을 명세화하였으며, Parks-McClellan 프로그램이 Nth 밴드 필터 설계에 유용하게 쓰일 수 있음을 보여주었다[6]. Vaidyanathan 과 Nguyen 의 연구는 개선된 Parks-McClellan 프로그램을 이용하여 1/2 밴드 필터의 설계 속도를 향상시켰으며, Nohrden 과 Nguyen 의 연구는 Nth 밴드 필터의 저역 통과 필터 및 대역 통과 필터의 설계에 있어 임계 주파수 및 주파수 대역의 선정 조건을 명세화하였다[2][8]. Oraintara 와 Nguyen 의 연구는 cosine modulation 을 이용하여 서로 다른 두 개의 Nth 밴드 필터를 매핑(mapping)할 수 있는 근사화된 간단한 관계식을 제시하였다[9][10].

Nth 밴드 필터 설계에 있어 Parks-McClellan 의 방법이 여전히 널리 쓰이고 있지만, Parks-McClellan 의 방법은 기본적으로 설계 요구 사항이 만족될 때까지 계속되는 프로그램의 반복 처리에 의존하여 필터 계수를 얻어내는 방법이기 때문에 결과를 얻어내는데 대단히 오랜 시간이 걸리는 단점을 가지고 있다. 물론 Vaidyanathan 과 Nguyen 의 연구로 계산 시간이 상당부분 단축되기도 했으나, 지금까지 고성능의 연산 시스템이 보편화되어있는 상황에서도 Parks-McClellan 의 방법은 계산량 및 계산 시간에 있어서 여전히 설계자에게 부담을 준다[7]. 만약 실시간 처리의 환경에서 필터 설계가 필요한 경우라면 설계 시간은 시스템의 성능을 결정하는 중요한 요인으로 작용될 것이다. 이를 태면 200 MHz 이하의 낮은 클럭에서 응용되어지고 있는 임베디드 환경에서의 신호 처리에 있어서, 입력 신호의 특성에 따라 실시간 처리로 필터

\* 교신저자, 正 會 員 : 建國大學 電氣工學科 教授 · 工博

E-mail : lkkim@konkuk.ac.kr

\* 正 會 員 : 建國大學 電氣工學科 博士課程

接受日字 : 2005年 8月 22日

最終完了 : 2005年 9月 23日

를 재구성해야할 경우라면 Parks-McClellan 의 방법에 의해 필터를 설계하는 것이 그리 좋은 선택이 되지 않을 것이다.

반면 해석적 접근과 같은 직접 방법은 목표 사양을 만족하는 계수 값들을 얻어내는 데까지 걸리는 시간이 Parks-McClellan 방법에 비해 수십 배 이상 빠르다는 장점이 있다 [7]. 일반적인 설계 사양에 대응 가능하도록 설계된 Parks-McClellan 의 방법보다는 명확한 목표 설계 사양에 따라 해석적 방법으로 직접 필터 계수를 구하는 설계가 훨씬 효율적일 것이며, 이러한 이유 때문에 계수를 직접 얻어내기 위한 해석적 방법의 연구가 오랫동안 계속되어왔다[5]. 그 중 1/2 밴드 필터 설계의 해석적 접근에 대해서는 무엇보다 Willson 과 Orchard의 설계가 매우 효과적인 방법이었다[7]. Willson 과 Orchard의 연구는 해석적 접근과 체비셰프 다항식(Chebyshev polynomials)을 이용한 근사화를 통해 균일 리플 응답의 1/2 밴드 필터에 대한 직접 설계 방식을 제시하였다. 그러나 Willson 과 Orchard 의 연구 결과를 Nth 밴드 필터 설계의 영역으로 확장하는 것에 있어서는 의문점들을 남기고 있었다.

본 논문의 연구는 Willson 과 Orchard 의 연구에서 시도되었던 방법을 1/2 밴드 필터의 설계에서 Nth 밴드 필터의 설계로 확장하는 것을 목표로 시작하였다. 그 과정에서 Nth 밴드 필터의 필터 계수의 관계식에 대한 해석적 결과를 얻어 낼 수 있었고, 이를 이용하여 균일 리플의 통과 대역 응답 특성을 갖는 Nth 밴드 FIR 저역 통과 필터에 대한 설계 방법을 제시할 수 있게 되었다. 본 논문에서는 해석적 접근을 통한 Nth 밴드 필터의 직접 설계 방법에 대해 기술하고자 한다. 2 절에서는 Nth 밴드 FIR 필터에 대한 해석과 균일 리플의 통과 대역 응답 특성을 갖기 위한 설계 방법에 대해 살펴 보겠으며 또한 리플 특성을 개선하기 위한 가중 행렬의 필요성을 검토하겠다. 3 절에서는 설계 예제를 통해 가중 행렬에 의한 특성 개선의 검증과, 제안하는 설계 방법의 설계 결과를 Parks-McClellan 의 설계 방법과 비교함으로써 본 논문에서 제안하는 설계 방법의 효용성을 확인하겠다.

## 2. Nth 밴드 FIR 필터의 해석과 설계

### 2.1 Nth 밴드 FIR 필터의 해석

필터의 길이가  $L=2NM-1$  이고 좌우 대칭의 FIR 필터는 식(1)과 같이 정의할 수 있다.

$$H(z) = h(0) + \sum_{n=1}^{NM-1} h(n)(z^n + z^{-n}) \quad (1)$$

$H(z)$  가 Nth 밴드 필터의 특성을 만족하기 위해 계수  $h(n)$  는 다음과 같이 정의한다

$$\begin{aligned} h(n) &= 0, \quad n = Np \quad \text{and} \quad p \neq 0 \\ h(n) &= h_n, \quad n \neq Np \quad \text{or} \quad n = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

$z + z^{-1} = 2 \cdot \cos \omega$  로 설정하면  $H(z)$  는 다음과 같이  $H(\omega)$  로 표현된다.

$$\begin{aligned} H(\omega) &= h_0 + 2 \times \sum_{n=1}^{NM-1} h(n) \cos(n\omega) \\ &= h_0 + 2 \times (h_1 \cos(\omega) + \dots + h_{N-1} \cos((N-1)\omega) + \\ &\quad h_{N+1} \cos((N+1)\omega) + \dots + h_{2N-1} \cos((2N-1)\omega) + \\ &\quad \dots + h_{NM-2} \cos((NM-2)\omega) + h_{NM-1} \cos((NM-1)\omega)) \end{aligned} \quad (3)$$

여현 함수의 다음 성질(4)과 식(2)의 조건에서 식(3)은 식(5),(6)으로 표현될 수 있다.

$$\cos(a+b) + \cos(a-b) = 2 \cos(a) \cos(b) \quad (4)$$

$$H(\omega) = h_0 + 2 \times \sum_{i=1}^{N-1} \cos((N-i)\omega) \cdot P_i(\omega) \quad (5)$$

$$\begin{aligned} P_i(\omega) &= p_{i,0} + p_{i,1} \cos(N\omega) + p_{i,2} \cos(2N\omega) \\ &\quad + \dots + p_{i,M-1} \cos((M-1)N\omega) \\ &= \sum_{j=0}^{M-1} p_{i,j} \cos(jN\omega) \quad (1 \leq i \leq N-1) \end{aligned} \quad (6)$$

이때,  $h_n$  과  $p_{i,j}$  사이에는 다음의 관계를 갖는다.

$$\begin{aligned} 2h_{NM-1} &= p_{1,M-1} \\ 2h_{NM-2} &= p_{2,M-1} \\ &\vdots \\ 2h_{N(M-1)+1} &= p_{N-1,M-1} \\ 2h_{N(M-1)-1} &= p_{N-1,M-1} + p_{1,M-2} \\ &\vdots \\ 2h_{N(M-2)+1} &= p_{1,M-1} + p_{N-1,M-2} \\ &\vdots \\ 2h_{2N+1} &= p_{1,3} + p_{N-1,2} \\ 2h_{2N-1} &= p_{N-1,2} + p_{1,1} \\ &\vdots \\ 2h_{N+2} &= p_{2,2} + p_{N-2,1} \\ 2h_{N+1} &= p_{1,2} + p_{N-1,1} \\ 2h_{N-1} &= p_{N-1,1} + 2p_{1,0} \\ &\vdots \\ 2h_2 &= p_{2,1} + 2p_{N-2,0} \\ 2h_1 &= p_{1,1} + 2p_{N-1,0} \end{aligned} \quad (7)$$

식(5)는  $(N-1) \times 1$  의 행 행렬  $C(\omega)$  및  $1 \times (N-1)$  열 행렬  $P(\omega)$  을 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$H(\omega) = h_0 + 2 \cdot C(\omega) \cdot P(\omega) \quad (8)$$

$$C(\omega) = [\cos((N-1)\omega) \cos((N-2)\omega) \cdots \cos(\omega)] \quad (9)$$

$$= [C_1 \ C_2 \ \cdots \ C_{N-1}]$$

$$P(\omega) = \begin{bmatrix} P_1(\omega) \\ P_2(\omega) \\ \vdots \\ P_{N-1}(\omega) \end{bmatrix} \quad (10)$$

이 때  $P(\omega)$  는 주기가  $\frac{2}{N}\pi$  이며, 또한 여현 함수의 특성으로 인해  $\omega = \frac{\pi}{N}$  에서 좌우 대칭이므로 다음의 성질을 갖게 된다.

$$P(\omega) = P(\frac{2}{N}\pi - \omega) = P(\frac{2}{N}\pi + \omega) \quad (11)$$

만약  $H(\omega)$  에 대해  $\omega_c = \frac{\pi}{N}$  의 차단주파수를 갖는 무한개의 필터 계수를 갖는 이상적인 저역 통과 필터를 가정하고 식(10)에 대응되는 무한개의 필터 계수에 대한 관계식

$P_{id}(\omega)$  를  $-\frac{\pi}{N} \leq \omega \leq \frac{\pi}{N}$  에서 정의한다면 통과 대역에 대해 다음과 같은 조건을 얻게 된다.

$$H(\omega) = h_0 + 2 \cdot C(\omega) \cdot P_{id}(\omega) = 1 \quad (12)$$

또한, 저지 대역에 대해서도 대칭성을 활용하여 다음의 조건식을 생각할 수 있다.

$$H(\frac{2k}{N}\pi \mp \omega) = h_0 + 2 \cdot C(\frac{2k}{N}\pi \mp \omega) \cdot P_{id}(\omega) = 0 \quad (13)$$

$$(k=1, 2, \dots, \lfloor \frac{N-1}{2} \rfloor)$$

$$H(\pi - \omega) = h_0 + 2 \cdot C(\pi - \omega) \cdot P_{id}(\omega) = 0 \quad (14)$$

$$(if \ N \ is \ even)$$

$N$  개의 방정식(12)-(14)는 다음과 같이 행렬로 표현된다.

$$\begin{bmatrix} 2 \cdot C(\omega) & 1 \\ 2 \cdot C(\frac{2}{N}\pi - \omega) & 1 \\ 2 \cdot C(\frac{2}{N}\pi + \omega) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ 2 \cdot C(\frac{N-1}{N}\pi + \omega) & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} P_{id}(\omega) \\ h_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (15a)$$

$$(if \ N \ is \ odd)$$

또는

$$\begin{bmatrix} 2 \cdot C(\omega) & 1 \\ 2 \cdot C(\frac{2}{N}\pi - \omega) & 1 \\ 2 \cdot C(\frac{2}{N}\pi + \omega) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ 2 \cdot C(\pi - \omega) & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} P_{id}(\omega) \\ h_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (15b)$$

$$(if \ N \ is \ even)$$

식(15)로부터 다음의 해를 구할 수 있다.

$$P_{id}(\omega) = \begin{bmatrix} \frac{\sin(\omega)}{N\sin(N\omega)} \\ \frac{\sin(2\omega)}{N\sin(N\omega)} \\ \vdots \\ \frac{\sin((N-1)\omega)}{N\sin(N\omega)} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$h_0 = \frac{1}{N} \quad (17)$$

따라서 식(10)은 식(16)에 근사됨을 예상할 수 있다. 만약 식(6)을 체비셰프 다항식으로 변환한다면, 원하는 설계 사양에 따라 식(10)이 식(15)에 근사되도록 계수값  $p_{i,j}$  을 구해 낼 수 있을 것이다. 또한, 구해진  $p_{i,j}$  들로부터 식(7)을 통해  $h_n$  를 얻을 수 있게 된다.

### 2.2 균일 리플 응답의 통과 대역에 대한 설계

$M$  차의 체비셰프 다항식으로 구성된 근사식은 다음처럼 정의할 수 있다[11].

$$f(x) = \sum_{k=1}^M a_k T_k(x) + \frac{1}{2} a_0 \quad (18)$$

$f(x)$  가  $-1 \leq x \leq 1$  의 정의역에서 정의된  $f(x)$  에 근사되기 위해 필요한 계수  $a_k$  는 식(19)의 방법을 통해 구할 수 있다.

$$a_k = \frac{2}{m} \sum_{i=1}^m f(\cos \theta_i) \cos k\theta_i, \quad \theta_i = \frac{(2i-1)\pi}{2m}, \quad M \leq m \quad (19)$$

이러한 체비셰프 다항식 근사화를 위해서는 점근식을  $-1 \leq x \leq 1$  의 정의역에서 정의되는 함수로 변환할 필요가 있으며 최적의 근사화를 위해서 적절한 샘플 수  $m$  을 선택해야 한다.

설계 조건으로  $0 \leq \omega \leq \omega_p$ ,  $\omega_p = 2\pi f_p$  의 통과 대역에서 균일 리플 특성을 갖는  $N$ th 밴드 필터를 고려해보자. 식(6)에 대해  $x = \cos(\frac{N}{2}\omega)$ ,  $y = \sin(\frac{N}{2}\omega)$  로 치환하면 체비셰프 다항식  $T_k(x)$  로 표현되는 식(20)을 얻을 수 있다.

$$P_i^2(x) = \sum_{j=0}^{M-1} p_{i,j} T_{2j}(x) \quad (20)$$

이 때,  $-1 \leq x \leq 1$  에 대해  $0 \leq \omega \leq \frac{2}{N}\pi$  의 범위를 가지므로 식(12)에서 가정한 정의역의 범위를 적용하기에는 부적합하다. 그러나 식(20)을 다시  $y$  로 표현하면,  $-1 \leq y \leq 1$  에 대해  $-\frac{\pi}{N} \leq \omega \leq \frac{\pi}{N}$  가 되므로 조건을 만족한다. 식(20)을

$y$  로 표현하기 위해서는 체비세프 다항식의 식(21)의 성질을 이용할 수 있으며, 그 결과 식(22)를 얻을 수 있다.

$$T_{2k}(x) = (-1)^k T_{2k}(y) \quad (21)$$

$$P_i'(y) = \sum_{j=0}^{M-1} (-1)^j p_{i,j} T_{2j}(y) \quad (22)$$

균일 리플 특성을 갖기 위해서는 통과 대역에서 식(22)를 식(16)에 근사되어야 하며, 만약  $\alpha = \sin(\frac{N}{2}\omega_p)$  에 대해  $y = \alpha \cdot t$  로 치환하면 통과 대역은  $-1 \leq t \leq 1$  의 범위가 될 것이다. 그러므로 식(22)에 대해  $t = \frac{y}{\alpha}$  로 표현되는 식(23)을 얻을 수 있다.

$$P_i'(t) = \sum_{j=0}^{M-1} a_{i,2j} T_{2j}(t) \quad (23)$$

식(23)을 식(16)에 근사화하기 위해서  $\omega$  는 식(24)로 표현되어진다.

$$\omega = \frac{2}{N} \sin^{-1}(\alpha t) \quad (24)$$

식(23)의 계수 값은 식(18)(19)의 체비세프 다항식 근사화를 통해 구할 수 있게 된다. 이때 식(24)의 매개변수  $t$  에 대해 식(16)는 우함수의 성질을 가지므로 식(19)에서 합의 연산은  $m$  개에서  $\frac{m}{2}$  개 또는  $\frac{m+1}{2}$  개로 줄어들 수 있으며, 홀수의  $k$  에 대해  $a_k$  는 0 의 값이 되므로 식(23)의 계수 조건에도 부합하게 된다.

근사화를 위해서는 적절한  $m$  의 선택이 필요하며  $m$  을 매개 변수로 하는 어떤 평가 함수를 사용할 것인가가 중요한 문제로 남는다. 이에 대해 Willson 과 Orchard 의 1/2 밴드 설계에서와 동일한 방법을 사용해볼 수 있는데, 체비세프 다항식 근사화에 있어서 리플의 크기가 대역의 양 끝 부분에서 증가되는 것을 근거로 하여  $t=0$  및  $t=1$  에서의 리플 크기를 비교한 평가함수를 만들 수 있다[7]. 식(16)의 각 항들에 대해  $t=0$  및  $t=1$  에서의 값을 각각  $f_i(0)$ ,  $f_i(1)$  이라하고 식(23)의  $P_i'(t)$  에 대해  $t=0$  및  $t=1$  에서의 값과 비교하면 다음과 같은 평가함수  $J_{p_i}$  를 얻을 수 있다.

$$J_{p_i} = \left| \frac{P_i'(1)/f_i(1) - 1}{P_i'(0)/f_i(0) - 1} \right| - 1 \quad (25)$$

이 때 샘플 수  $m$  을 적절한 범위에서 변화시켜보면, 평가 함수  $J_{p_i}$  가 0 에 가장 가까운 값을 가지는 각각의 최적의  $m$  을 구하는 것이 가능해진다. 적절한  $m$  을 선택하여 체비세프 다항식 근사화를 통해 얻어낸  $a_{i,j}$  를 식(22)의 매개변수  $p_{i,j}$  로 변환하기 위해서는 Willson 과 Orchard 가 1/2

밴드 FIR 필터의 설계에서 사용했던 치환 방법을 이용할 수 있다[7].

### 2.3 가중 행렬의 도입

$P(\omega)$  의 근사화에 있어서  $N$  이 증가될수록 또는  $f_p$  가 임계 주파수에 가까워질수록 통과대역의 리플이 균일하지 않는 등 근사화가 효과적이지 못하다는 사실을 실험적으로 알 수 있었다. 이는  $P_{id}(\omega)$  의 각 항  $P_i$  가  $\omega$  가  $\pm \frac{\pi}{N}$  에 가까워질수록 무한대로 발산하게 되며, 식(8)을 구성하는  $C(\omega) \cdot P_{id}(\omega)$  의 각 항들도  $\omega$  가  $\pm \frac{\pi}{N}$  에 가까워질수록  $\pm \infty$  로 발산하므로  $N$  이 증가되거나 또는  $f_p$  가 임계 주파수에 가까워질수록 개별적으로 근사화된  $P(\omega)$  의 각 항들로부터 발생하는 오차가 누적되기 때문으로 보인다. 예를 들어  $N=6$  인 경우  $P_{id}(\omega)$  와  $C(\omega) \cdot P_{id}(\omega)$  의 각 항들을 그래프로 도시하면 그림 1, 2 와 같다. 그림에서 알 수 있듯이  $\omega$  가  $\pm \frac{\pi}{6}$  에 가까워질수록  $P_{id}(\omega)$  의 각 항은 무한대로 발산하고 있으며  $C(\omega) \cdot P_{id}(\omega)$  의 각 항들도  $\pm \infty$  로 발산하고 있다.

그러나 식(8)-(10)에 대해  $W_C \cdot W_P = 2 \cdot I$  를 만족하는  $(N-1) \times (N-1)$  의 가중 행렬  $W_C$  및  $W_P$  를 사용하여 다음과 같이 식(26)-(28)로 변형할 경우, 적절한  $W_C$  및  $W_P$  를 선택하면 보다 효과적인 근사화가 가능하다는 사실을 알 수 있었다.

$$\begin{aligned} H(\omega) &= h_0 + 2 \cdot C(\omega) \cdot P(\omega) \\ &= h_0 + C(\omega) \cdot W_C \cdot W_P \cdot P(\omega) \quad (26) \\ &= h_0 + C^W(\omega) \cdot P^W(\omega) \end{aligned}$$

$$C^W(\omega) = C(\omega) \cdot W_C \quad (27)$$

$$P^W(\omega) = W_P \cdot P(\omega) \quad (28)$$

이때  $P^W(\omega)$  가 근사되어야하는  $P^W_{id}(\omega)$  도 다음 식(29)로 표현된다.

$$P^W_{id}(\omega) = W_P \cdot P_{id}(\omega) \quad (29)$$

만약  $P^W_{id}(\omega)$  의 각 항들이  $\omega$  에 관계없이 발산하지 않도록  $W_P$  를 선택할 수 있다면 그 오차가 전체  $H(\omega)$  의 특성에 영향을 적게 미치게 할 수 있을 것이다. 몇 가지 규칙에 의해  $W_P$  를 선택할 경우,  $P^W_{id}(\omega)$  의 첫 항이 전체  $H(\omega)$  의 특성을 지배하는 대신 다른 항들은 발산하지 않도록 하는 것이 가능함을 알 수 있었다.

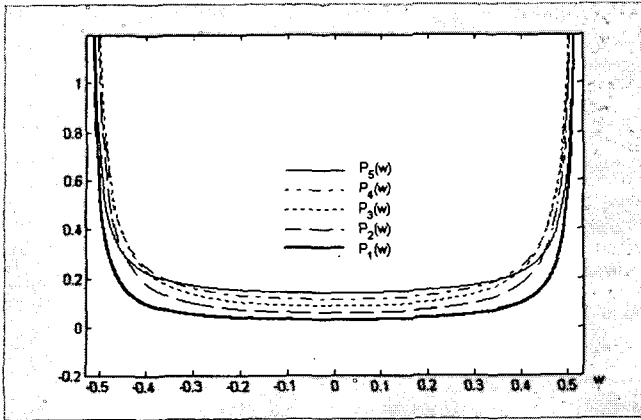


그림 1 1/6 밴드 필터에 대한  $P_{id}(\omega)$   
 Fig. 1  $P_{id}(\omega)$  for Sixth-band FIR Filters

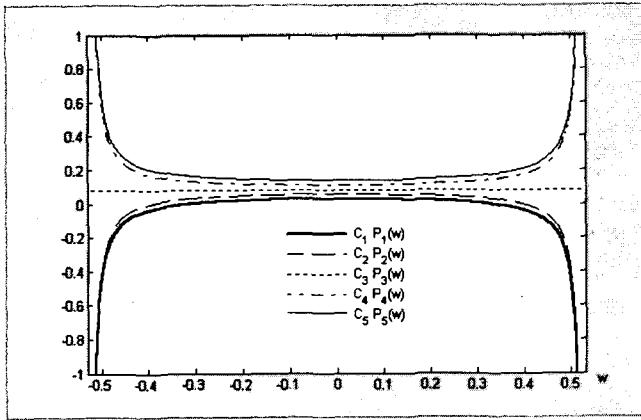


그림 2 1/6 밴드 필터에 대한  $C(\omega) \cdot P_{id}(\omega)$   
 Fig. 2  $C(\omega) \cdot P_{id}(\omega)$  for Sixth-band FIR Filters

2.4 가중 행렬 선택의 예 1 (1/3 밴드 및 1/4 밴드 필터)

$N=3$  의 1/3 밴드 필터에 대한  $2 \times 2$  의 가중 행렬  $W_C$  및  $W_P$  를 다음 식(30)과 같이 선택할 경우,  $C^W(\omega)$  및  $P^W_{id}(\omega)$  은 식(31),(32)로 표현된다.

$$W_C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad W_P = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$C^W(\omega) = [\cos(2\omega) + \cos(\omega) \quad \cos(2\omega) - \cos(\omega)] \quad (31)$$

$$P^W_{id}(\omega) = \begin{bmatrix} \frac{1}{3\sin(3\omega)} (\sin(\omega) + \sin(2\omega)) \\ \frac{1}{3\sin(3\omega)} (\sin(\omega) - \sin(2\omega)) \end{bmatrix} \quad (32)$$

이 때,  $P_1^W$  및  $C_1^W \cdot P_1^W$  은 발산하지만,  $P_2^W$  및  $C_2^W \cdot P_2^W$  은 발산하지 않으며, 상대적 크기도  $P_1^W$  및  $C_1^W \cdot P_1^W$  보다 작은 것을 확인할 수 있다.

$N=4$  의 1/4 밴드 필터에 대한  $3 \times 3$  의 가중 행렬  $W_C$  및  $W_P$  를 다음 식(33)과 같이 선택할 수 있으며 1/3 밴드 필터와 마찬가지로  $P_1^W$  및  $C_1^W \cdot P_1^W$  은 발산하지만, 다른 항들은 발산하지 않으며, 크기 역시  $P_1^W$  및  $C_1^W \cdot P_1^W$  보다 작은 것을 확인할 수 있다.

$$W_C = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & -1 \end{bmatrix}, \quad W_P = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 1 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -1 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (33)$$

2.5 Nth 밴드 필터에서의 가중 행렬의 선택

Nth 밴드 필터에서의 가중 행렬  $W_P$  는 다음과 같은 순서의 반복처리로부터 구해낼 수 있다.

i)  $W_P$  의 초기값을 다음과 같이 설정한다.

$$W_P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & \dots & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & \dots & 1 & 0 & 0 \\ \vdots & & & 1 & 1 & & & \vdots \\ \vdots & & & & 1 & -1 & & \vdots \\ 0 & 0 & 1 & \dots & \dots & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & \dots & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (34a)$$

( if  $N$  is odd )

또는

$$W_P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 1 & & & & 1 & 0 \\ & & & \vdots & & & \\ \vdots & & 1 & 0 & 1 & & \vdots \\ \dots & 0 & \sqrt{2} & 0 & \dots & & \\ \vdots & & 1 & 0 & -1 & & \vdots \\ & & & \vdots & & & \\ 0 & 1 & & & & -1 & 0 \\ 1 & 0 & \dots & \dots & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (34b)$$

( if  $N$  is even )

이 때  $N$  이 홀수 인 경우에는  $(N-1)/2$  행 이후에 대해서,  $N$  이 짝수인 경우에는  $N/2$  행 이후에 대해서는 교환이 종료된 것으로 지정하여 이후 반복처리에서의 교환 과정에서 제외한다.

ii)  $k=1$  및  $l=2$  의 초기치를 지정하고  $k$  행과  $l$  행에 대해 다음의 교환 과정을 행한다.

$W_P$  의  $k$  행과  $l$  행에 대한 각 항  $W_{l,i}^P$  에 대해 다음의  $r$  을 구한다.

$$r = \frac{\sum_{n=1}^{N-1} W_{k,n}^P \cdot \sin(n\omega)}{\sum_{m=1}^{N-1} W_{l,m}^P \cdot \sin(m\omega)}, \quad (\omega = \frac{\pi}{N}) \quad (35)$$

$k$  행과  $l$  행에 대한 각 항에  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  및  $\frac{r}{\sqrt{2}}$  를 곱하여

합과 차를 구한 후, 합과 차의 결과는  $k$  행에 차의 결과는  $l$  행에 대입한다.

$$W_{k,n}^P(\text{next}) = \frac{1}{\sqrt{2}} W_{k,n}^P + \frac{r}{\sqrt{2}} W_{l,n}^P \quad (1 \leq n \leq N-1) \quad (36)$$

$$W_{l,n}^P(\text{next}) = \frac{1}{\sqrt{2}} W_{k,n}^P - \frac{r}{\sqrt{2}} W_{l,n}^P \quad (1 \leq n \leq N-1) \quad (37)$$

이때 교환된  $l$  행에 대해서는 교환 과정이 종료된 것으로 지정하여 다음 반복처리 시에는 교환 과정에서 제외한다.

iii) 교환 과정이 아직 종료되지 않은 다음의  $k$  행 및  $k$  에 가장 인접한  $l$  행에 대해 ii)의 교환 과정을 반복한다. 만약 인접한  $l$  행이 없는  $k$  행에 대해서는 교환 과정을 하지 않는다.

iv) 마지막 행까지 교환 과정의 반복이 끝나면  $k=1$  의 첫 행 및 인접한  $l$  행에 대해 ii)와 iii)의 교환 과정을 다시 반복한다.

v) 첫 행을 제외한 모든 행에 대해 교환 과정이 종료되었으면, 반복처리를 끝낸다.

가중 행렬  $W_C$  는 구해진 가중 행렬  $W_P$  의 역행렬을 이용하여  $W_C \cdot W_P = 2 \cdot I$  를 만족하도록 구하거나 혹은 가중 행렬  $W_P$  를 구하는 과정과 마찬가지로 구할 수 있다. 다만  $W_P$  를 구하는 과정과는 행 대신 열에 대하여 교환 과정을 행하고 ii)의 교환 과정에서  $l$  열에 곱하는 계수가  $\frac{r}{\sqrt{2}}$  대신  $\frac{1}{\sqrt{2}r}$  이라는 차이가 있다.

$$W_{n,k}^C(\text{next}) = \frac{1}{\sqrt{2}} W_{n,k}^C + \frac{1}{\sqrt{2}r} W_{n,l}^C \quad (1 \leq n \leq N-1) \quad (38)$$

$$W_{n,l}^C(\text{next}) = \frac{1}{\sqrt{2}} W_{n,k}^C - \frac{1}{\sqrt{2}r} W_{n,l}^C \quad (1 \leq n \leq N-1) \quad (39)$$

### 2.6 가중 행렬 선택의 예 2 ( $N=6$ )

$N=6$  인 1/6 밴드 필터의 설계에 필요한 가중 행렬  $W_C$  및  $W_P$  의 초기값은 다음이 설정한다.

$$W_C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad W_P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$W_P$  의 1 행 및 2 행 ( $W_C$  에 대해서는 1 열 및 2 열)에 대해 교환 과정을 행한다. 이 때 필요한  $r$  은 다음과 같이 구해진다.

$$r = \frac{\sin \frac{\pi}{6} + \sin \frac{5\pi}{6}}{\sin \frac{2\pi}{6} + \sin \frac{4\pi}{6}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

따라서  $W_C$  및  $W_P$  는 다음과 같이 된다.

$$W_C = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & 1 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & -1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix},$$

$$W_P = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

1 행 및 3 행 ( $W_C$  에 대해서는 1 열 및 3 열)에 대해 다음의  $r$  값으로 교환 과정을 행하면,  $W_C$  및  $W_P$  를 구하는 반복 작업이 완료된다.

$$r = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} \sin \frac{\pi}{6} + \frac{1}{\sqrt{6}} \sin \frac{2\pi}{6} + \frac{1}{\sqrt{6}} \sin \frac{4\pi}{6} + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \frac{5\pi}{6}}{\sqrt{2} \sin \frac{3\pi}{6}} = 1$$

$$W_C = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{2} & 0 & 1 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & -1 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{2} & 0 & -1 \end{bmatrix},$$

$$W_P = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2\sqrt{3}} & 1 & \frac{1}{2\sqrt{3}} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2\sqrt{3}} & -1 & \frac{1}{2\sqrt{3}} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

구해진 가중 행렬  $W_C$  및  $W_P$  에 대한  $P^{W_{id}}(\omega)$  및  $C^W(\omega) \cdot P^W(\omega)$  의 각 항을 그래프로 그리면 그림 3, 4 와 같다. 1/3 밴드 필터와 1/4 밴드 필터의 경우와 마찬가지로  $P_1^W$  및  $C_1^W \cdot P_1^W$  은 발산하지만, 다른 항들은 발산하지 않으며 상대적 크기도  $P_1^W$  및  $C_1^W \cdot P_1^W$  보다 작은 것을 확인할 수 있다.

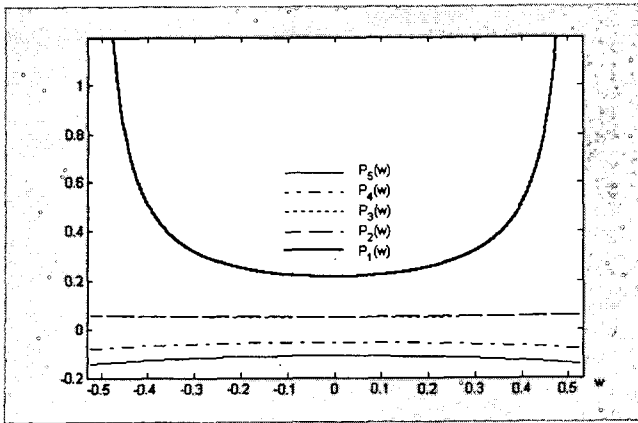


그림 3 1/6 밴드 필터에 대한  $P_{id}^W(\omega)$   
 Fig. 3  $P_{id}^W(\omega)$  for Sixth-band FIR Filters

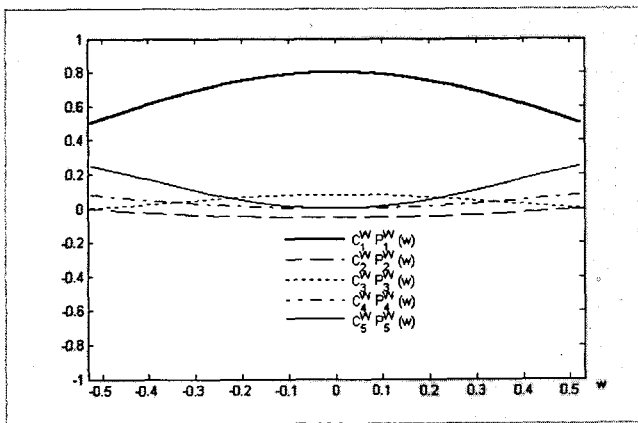


그림 4 1/6 밴드 필터에 대한  $C^W(\omega) \cdot P^W(\omega)$   
 Fig. 4  $C^W(\omega) \cdot P^W(\omega)$  for Sixth-band FIR Filters

2.6 가중 행렬에 따른 근사화 과정

가중 행렬의 도입으로  $P(\omega)$  를  $P_{id}(\omega)$  에 근사화하는 대신  $P^W(\omega)$  를  $P_{id}^W(\omega)$  에 근사화해야 한다. 이때,  $P^W(\omega)$  의 각 항들도  $P(\omega)$  의 각 항들과 마찬가지로 표현되며, 이의 근사화를 위해서는 2.2 절의 방법을 그대로 적용할 수 있다. 근사화된  $P^W(\omega)$  로부터  $P(\omega)$  를 구하기 위해서는 다음 식을 이용한다.

$$P(\omega) = \frac{1}{2} \cdot W_C \cdot P^W(\omega) \quad (40)$$

3. 설계 사례

3.1 설계 예제 1

가중 행렬의 사용이 본 논문에서 제안하는 설계 방법에 미

치는 영향을 평가하기 위해 통과 대역  $0 \leq B_p \leq 0.09$  및 필터 길이 69 의 1/5 밴드 저역 통과 필터를 설계해보았다.

통과대역 설계 사양으로부터 Mintzer 의 설계 조건에 의해 저지 대역  $0.11 \leq B_{s1} \leq 0.29$  ,  $0.31 \leq B_{s2} \leq 0.49$  가 된다[6]. 필터 길이로부터  $M=7$  임을 알 수 있으며, 근사화를 위해서는  $\alpha = \sin(0.45\pi)$  가 필요하다.

가중 행렬을 사용했을 때와 사용하지 않을 때의 설계 결과에 대해 전체 응답 특성 및 통과 대역의 응답 특성을 그래프로 표시하면 그림 5, 6 와 같다.

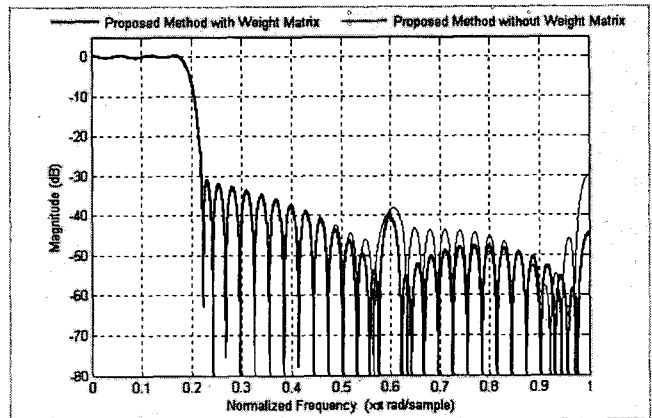


그림 5 설계 예제 1의 전체 이득 특성  
 Fig. 5 Gain Characteristics for the Design Example 1

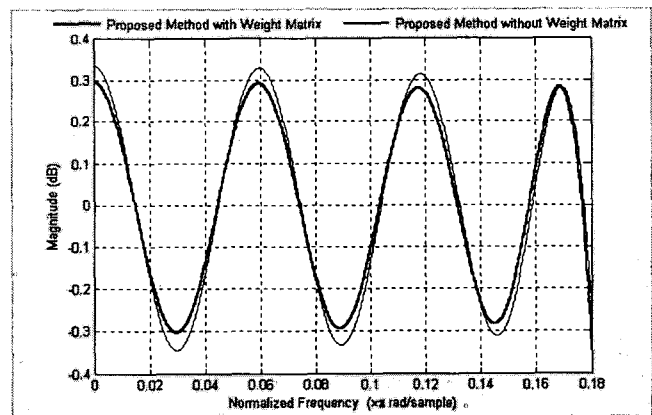


그림 6 설계 예제 1의 통과 대역 응답 특성  
 Fig. 6 Responses in Passband for the Design Example 1

저지 대역 특성에서는 약간의 차이가 있지만, 통과 대역의 리플 특성은 가중 행렬을 사용할 때 더 균일한 리플 특성을 보이는 것을 그림에서 알 수 있다. 통과 대역의 리플 특성의 최대 최소치의 비교는 표 1 과 같다.

표 1 설계 예제 1의 통과대역 응답에 대한 최대-최소치 비교

Table 1 Comparison of Maxima and Minima in Passband Response for the Design Example 1

가중 행렬 미사용시 (without Weighting Matrix)		가중 행렬 사용시 (with Weighting Matrix)	
f	H(w)-1 (dB)	f	H(w)-1 (dB)
0	+0.334121	0	+0.295750
0.01494	-0.346009	0.01488	-0.304960
0.02982	+0.328700	0.02970	+0.291303
0.04459	-0.334548	0.04439	-0.295913
0.05908	+0.313321	0.05879	+0.280121
0.07291	-0.312953	0.07250	-0.285023
0.08469	+0.282502	0.08434	+0.283041
0.09000	-0.256056	0.09000	-0.312753

리플의 최대 최소치의 편차는 가중 행렬을 사용하지 않은 설계에서는 0.08995dB 였으나 가중 행렬을 사용한 설계에서는 0.03263dB 로 감소하였다.

### 3.2 설계 예제 2

본 논문에서 제안하는 설계 방법의 성능 평가를 위해 1/4 밴드 필터에 대한 설계 예제로 통과 대역  $0 \leq B_p \leq 0.1$  및 필터 길이 47 의 1/4 밴드 저역 통과 필터를 설계하여 Park-McClellan 알고리즘을 사용하는 Mintzer 의 설계방법과 비교해보았다. 통과대역 설계 사양으로부터 저지 대역은  $0.15 \leq B_{s1} \leq 0.35$ ,  $0.4 \leq B_{s2} \leq 0.5$  으로 구할 수 있다[6]. 필터 길이의 관계식에서  $M=6$  임을 알 수 있으며, 근사화를 위해서는  $\alpha = \sin(0.4\pi)$  가 필요하다.

Mintzer 의 설계 방법을 Matlab 에서 재구성한 설계 결과와 본 논문에서 제안하는 설계 방법에 의한 설계 결과의 전체 응답 특성과 통과 대역 응답 특성을 비교하면 그림 7, 8 과 같다.

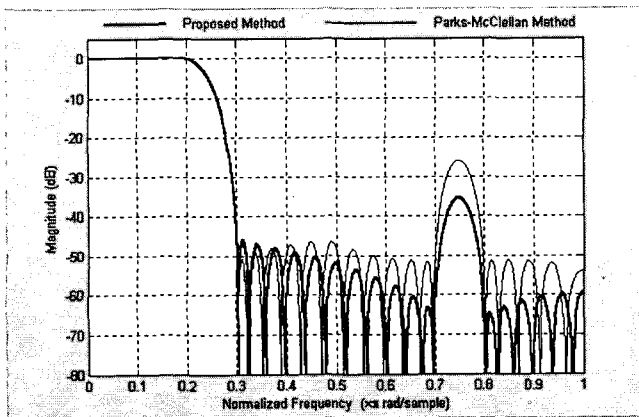


그림 7 설계 예제 2의 전체 이득 특성  
Fig. 7 Gain Characteristics for the Design Example 2

본 논문에서 제안하는 방법으로 설계된 필터의 통과 대역

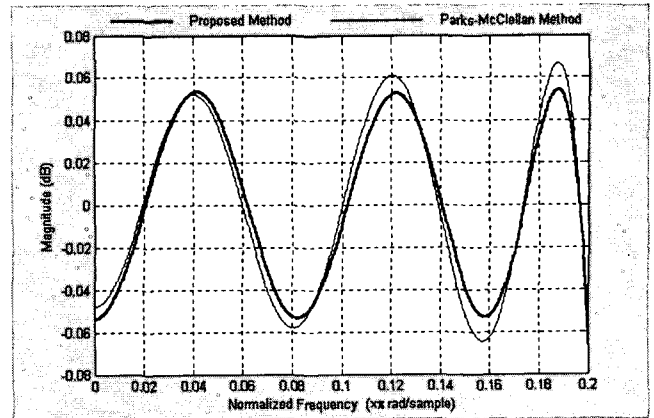


그림 8 설계 예제 2의 통과 대역 응답 특성  
Fig. 8 Responses in Passband for the Design Example 2

응답에서의 리플 특성은  $+0.00627/-0.00648$  ( $+0.0543\text{dB}/-0.0564\text{dB}$ ) 이내였으며, 저지 대역에서의 응답 특성은 0.00534 ( $-45.443\text{dB}$ ) 이하였다. 비교 대상인 Mintzer의 설계 방법의 결과는 통과 대역 응답에서  $+0.00773/-0.00742$  ( $+0.0669\text{dB}/-0.0647\text{dB}$ )의 리플 특성을 저지 대역에서는 0.004735 ( $-46.493\text{dB}$ )의 응답 특성을 보여준다.

설계 시간에 있어서는 펜티엄 1GHz 의 PC 시스템 환경에서 Parks-McClellan 알고리즘에 의한 Mintzer의 설계 방법은 약 24ms, 본 논문에서 제안하는 설계 방법은 약 1.34ms가 소요되었다.

### 3.3 설계 결과의 고찰

설계 예제 1의 결과는 본 논문에서 제안하는 설계 방법이 있어 가중 행렬 사용의 효율성을 보여주고 있다. 가중 행렬을 사용한 설계가 가중 행렬을 사용하지 않은 설계에 비해 통과대역의 리플 균일성이 0.0573dB 향상된 것을 확인할 수 있다. 설계 예제 2의 결과에서는 본 논문에서 제안하는 설계 방법이 Parks-McClellan 설계 방법에 비해 저지 대역 특성에서는 1.05dB 손실이 있으나 통과 대역에서의 리플의 절대적 크기는 약 0.0105dB 감소하고 있는 것을 확인할 수 있다. 따라서 본 논문에서 제안하는 설계 방법이 Parks-McClellan 알고리즘에 비해 저지 대역의 특성에서 약간의 손실이 있지만 통과 대역에서는 매우 우수한 균일 리플 응답을 가지는 것으로 평가할 수 있다. 이는 Mintzer 의 설계는 균일 리플 응답의 통과 대역 및 저지 대역 특성을 목표로 하기 때문에 통과 대역 및 저지 대역에서 모두 양호한 특성을 보여주는 반면, 본 논문에서 제안하는 방법이 통과 대역에서 균일 응답 특성을 갖는 것을 목표로 하기 때문이라고 생각한다. 설계 시간에 있어서는 본 논문에서 제안하는 설계 방법이 Parks-McClellan 방법에 비해 약 18 배 정도의 빠른 시간으로 필터 설계가 가능하다고 평가할 수 있으며, Matlab 상의 Parks-McClellan 설계 프로그램이 최적화되어있는 점을 고려한다면 본 논문에서 제안하는 설계 방법도 프로그램상의 최적화가 이루어진다면 설계 시간의 차이가 더욱 크게 될 것으로 예상된다.



#### 4. 결 론

본 논문에서는 Nth 밴드 FIR 필터에 대한 해석적 접근을 통해 필터 계수의 관계식을 얻었으며, 균일 리플 응답의 통과 대역을 갖기 위한 조건으로부터 필터 계수의 관계식의 접근식을 구해냈다. 또한 이를 이용해 임의의 통과 대역에서 균일 리플 응답을 갖는 Nth 밴드 FIR 필터에 대한 설계 방법을 제시하였으며, 설계 예제를 통해 제안하는 설계 방법의 효용성을 검토해보았다. 본 논문에서 제안하는 방법은 실시간으로 Nth 밴드 FIR 필터를 설계해야 되는 시스템에서 유용하게 쓰일 수 있을 것이다. 특히 다양한 표본화율을 갖는 시스템의 표본화율 변환기의 설계와 프로세서의 속도가 낮은 임베디드 환경의 모바일 기기에 있어서는 더욱 효과적으로 응용될 수 있을 것이다.

무엇보다 본 논문이 갖는 의미는 Nth 밴드 FIR 필터 설계에 대한 닫힌 형태(closed form)의 설계 방법을 제시하는 것이라고 생각된다. 그러나 본 논문의 설계 방법에 의해 설계된 필터의 특성 개선을 위해서는 최적의 평가 함수의 선택과 가중 행렬의 선택에 대한 추가적인 연구가 필요할 것이다. 또한 저지 대역 응답 특성에 관한 연구도 향후 연구 과제로 남아 있다. 이러한 부분에 있어서의 연구가 보완된다면 보다 우수한 특성의 Nth 밴드 FIR 필터의 해석적 접근의 설계가 가능할 것이라고 생각된다.

#### 참 고 문 헌

[1] Y. C. Jenq, "On FIR digital filter implementations for interpolation", IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, vol. 29, Issue 2, pp.315-317, Apr. 1981.

[2] P. P. Vaidyanathan and Truong Nguyen, "A 'trick' for the design of FIR half-band filters", IEEE Transactions on Circuits and Systems, vol. 34, Issue 3, pp.297-300, Mar. 1987.

[3] R. E. Crochiere and L. R. Rabiner, "Multirate Digital Signal Processing", Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1983.

[4] J. H. McClellan, T. W. Parks, and L. R. Rabiner, "A computer program for designing optimum FIR linear phase digital filters", IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics, vol. 21, Issue 6, pp.506-526, Dec. 1973.

[5] M. Vlcek, P. Zahradnik, R. Unbehauen, "Analytical design of FIR filters". IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 48, Issue 9, pp.2705-2709, Sept. 2000.

[6] F. Mintzer, "On half-band, third-band, and Nth-band FIR filters and their design", IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, vol. 30, Issue 5, pp.734-738, Oct. 1982.

[7] A. N. Willson and H. J. Orchard, "A design method for half-band FIR filters", IEEE Transactions on Circuits and Systems - I: Fundamental Theory and Applications, vol. 46, Issue 1, pp.95-101, Jan. 1999.

[8] J. M. Nohrden and T. Q. Nguyen, "Constraints on the cutoff frequencies of Mth-band linear-phase FIR filters", IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 43, Issue 10, pp.2401-2405, Oct. 1995.

[9] S. Oraintara, T. Q. Nguyen, "M-th band filter design based on cosine modulation", Circuits and Systems, 1998. ISCAS '98. Proceedings of the 1998 IEEE International Symposium, vol. 5, pp.37-40

[10] S. Oraintara, T. Q. Nguyen, "A simple mapping between Mth-band FIR filters using cosine modulation", IEEE Signal Processing Letters, vol. 10, Issue 5, pp.125-128, May. 2003.

[11] W. H. Press et al., Numerical Recipes. Cambridge, U.K.: Cambridge, Univ. Press, 1986, pp.148-149.

### 저 자 소 개



#### 문 동 옥(文東旭)

1971년 2월 6일생. 1994년 건국대 전기공학과 졸업. 1996년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1999년 동 대학원 전기공학과 박사과정 수료. 1996~2004년 (주) 아남전자 부설 기술 연구소 선임연구원.

Tel : 02-456-2585

E-mail : woofers@hitel.net



#### 김 낙 교(金洛敎)

1949년 2월 4일생. 1973년 한양대 공대 전기공학과 졸업. 1977년 연세대 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1985년 동 대학원 전기공학과 졸업(공학박사). 1986~87년 Oregon State Univ. 교환교수. 1996~97년 Ohio State Univ. 교환교수. 1978~80년 한국 원자력 연구소 선임연구원. 1980년~현재 건국대학교 전기공학과 교수.

Tel : 02-450-3485

E-mail : lkkim@konkuk.ac.kr