〈 논문 〉

타원-혼합 2차모멘트 모형에 의한 강제와 자연대류가 복합된 수직 평판 난류유동의 예측

신종근† · 안정수* · 최영돈**

(2005년 9월 5일 접수, 2005년 10월 11일 심사완료)

Prediction of Combined Forced and Natural Turbulent Convection in a Vertical Plane Channel with an Elliptic-Blending Second Moment Closure

Jong Keun Shin, Jeong Soo An and Young Don Choi

Key Words: Elliptic-Blending Model(타원-혼합 모형), Turbulent Convection(난류 대류), Buoyancy (부력), Combined Convection(복합된 대류), Turbulent Heat Flux(난류 열유속), Second Moment Closure(2차 모멘트 모형)

Abstract

The elliptic conceptual second moment models for turbulent heat fluxes, which are proposed on the basis of elliptic-blending and elliptic-relaxation equations, are applied to calculate the combined forced and natural turbulent convection in a vertical plane channel. The models satisfy the near-wall balance between viscous diffusion, viscous dissipation and temperature-pressure gradient correlation, and also have the characteristics of approaching its respective conventional high Reynolds number model far away from the wall. Also the models are closely linked to the elliptic blending model which is used for the prediction of Reynolds stress. In order to calibrate the heat flux models, firstly, the distributions of mean temperature and scala flux in fully developed channel flow with constant wall difference temperature are solved by the present models. The buoyancy effect on the turbulent characteristics including the mean velocity and temperature, the Reynolds stress tensor, and the turbulent heat flux vector are examined. In the opposing flow, the turbulent transport is greatly enhanced with both the Reynolds stresses and the turbulent heat fluxes being remarkably increased; whereas, in the aiding flow, the opposite change is observed. The results of prediction are directly compared to the DNS to assess the performance of the model predictions and show that the behaviors of the turbulent heat transfer in the whole flow region are well captured by the present models.

기호설명

b_{ij}	레이놀즈응력 비등방텐서
c_p	정압비열
D	평판 간격
Gr	Grashof 수, $g\beta\Delta TD^3/\nu^2$
k	난류 운동에너지
n_i	벽면수직 단위벡터
Nu	Nusselt 수
Pr	Prandtl 수
Re_τ	Reynolds 수 ($=u_\tau D/\nu$)
U_i, U	평균속도
$\overline{u_iu_j}$	레이놀즈응력 텐서
u, v, w	요동속도 성분
$\overline{u_i\theta}$	난류열유속 벡터
x_i	직교좌표계
u_τ	벽면 마찰속도
u_τ^*	평균 벽면 마찰속도

† 책임저자, 한중대학교 자동차공학과
* 회원, 고려대학교 대학원 기계공학과
** 회원, 고려대학교 기계공학과
E-mail : ydchoi@korea.ac.kr
TEL : (02)3290-3355 FAX : (02)928-1067

그리스 문자

α 열확산계수
β 체적팽창계수
ϵ 난류 운동에너지 소멸률
τ 전단응력
Θ 평균온도
Θ_w 벽면온도
Θ_τ 벽면 마찰온도 ($=q_w/\rho c_p u_\tau$)
$\Delta\Theta$ 온도차
θ 요동온도
λ 열전도계수
ν 동점성계수
ρ 밀도

첨자

$*$ u_τ^* 로 무차원화
$+$ 각 벽면에서 u_τ, ν, Θ_τ 로 무차원화
$(\,)_w$ 벽면 값

1. 서 론

강제대류와 자연대류는 분명히 서로 다른 특징을 갖지만 공학적인 응용이나 환경관련 유동에서는 두 개의 양상이 빈번히 복합되어 나타나며, 이러한 현상은 열교환기, 터빈유로 및 태양열 판넬 등에서 관찰할 수 있다. 이러한 분야에 대한 연구는 이미 1960년대부터 시작되었으며 이때부터 수많은 실험적 연구가 수행되었다. 이 초기 연구들은 관 외벽으로부터 가열되어 위로 흐르는 수직관에 대한 연구가 많았으며, 이 연구들은 주로 열전달계수 고찰이 목적이었다. 또한 이때까지의 축적된 실험자료들을 바탕으로 어느 정도 유용한 경험공식으로 조합하기도 하였다.

Steiner[1]는 수직관에서 부력에 의해 부양(aiding)된 공기흐름의 평균속도와 온도분포를, 그리고 Easby[2]는 부력에 의해 방해(opposing)된 질소의 관흐름에 대해 평균속도와 온도분포를 조사하여 복합된 대류유동에서 열과 유동장의 구조를 나타내려고 시도하였다. Nakajima et al.[3]은 부력에 의한 부양흐름(aiding flow)과 부력에 대한 대향흐름(opposing flow)에서 흐름방향 속도와 온도 요동치들을 측정한 반면에 Carr et al.[4]은 수직관의 부양흐름(aiding flow)에서 속도와 온도의 상관관계를 얻어낸 바 있다. 이러한 실험적 연구들은, 부양흐름(aiding flow)에서 난류와 열전달률은 평균 흐름속도가 증가됨에도 불구하고 감소하며, 반면에 대향흐름(opposing flow)에서는 평균속도가 감소하지만 난류활동이 증대된다는 것을 밝혀주었다.

이러한 강제대류와 자연대류가 복합된 대류유동을 상세히 연구하기 위한 기초 유동장은 각기 다른 벽면 온도로 유지되는 수직 평판에서 위로 흐르는 난류 전단흐름이 될 수 있다. 따라서 DNS를 이용하여 강제와 자연대류가 복합된 전단흐름의 난류수송 메카니즘을 해석하는 것은 상당히 효과적일 수 있다. 즉, DNS는 실험으로 얻기 어려운 상세한 난류의 양(turbulence quantities)들 뿐만 아니라 난류 수송방정식들의 수지(budget)들을 제공해줄 수 있다. 특히, 난류 수송방정식에서 난류확산과 소멸항들이 이러한 DNS로부터 얻어질 수 있는데 이것들은 난류모형을 구성하는데 있어서 거의 필연적이라고 할 수 있다.

이를 위해 Kasagi & Nishimura[5]는 수직 평판에 대한 DNS을 시도하여 상세한 통계치와 벽면 인접부의 난류수송 메카니즘 위에서 부력의 효과를 나타냄으로써 운동량방정식과 온도방정식이 서로 연관되어 있는 난류모형을 시도할 수 있는 계기를 만들어 주었다. 즉, 현재까지의 2차모멘트 난류 열유속 모형에 대한 연구는 주로 유동장과 온도가 서로 연관이 되지 않는 강제 대류유동이 대부분이었다.

한편, 벽면 근방의 복잡한 레이놀즈응력 분포가 Thielen et al.[6]이 제안한 타원-혼합 방정식에 의한 2차모멘트 모형에 의해 비교적 정확하게 예측하는 것이 가능해졌다. 이러한 DNS자료와 새로운 2차모멘트 모형의 제안은 비교적 정확한 2차모멘트 난류 열유속 모형의 개발을 가능하게 하고 있음을 알 수 있다. 즉, 벽면 근방에서의 레이놀즈응력 분포들을 비교적 정확하게 예측해 줄 수 있는 새로운 개념의 2차 모멘트 난류모형들이 제시되어 실제 공학적인 접근이 가능해질 정도로 2차모멘트 난류모형이 상당한 진보를 해온 반면에, 난류 열유속 방정식에 대한 모형화는 상대적으로 더딘 행보를 유지하여 왔다. 이는 벽면 근방의 강한 비등방성을 갖는 레이놀즈응력 분포들이 열유속 방정식에 영향을 미치는 매우 중요한 인자들이므로 난류 열유속 모형의 개발은 주로 이 레이놀즈응력 모형의 정확성에 의존하였기 때문이다. 따라서 타원-혼합 2차모멘트 모형이 제안되기 전까지는 만족할 만한 레이놀즈응력 분포를 얻지 못하였기 때문에 현재까지의 2차모멘트 난류 열유속 모형에 의한 연구도 주로 유동장과 온도가 서로 연관이 되지 않는 강제 대류유동이 대부분이었으며, 레이놀즈응력과 난류 열유속이 직접적인 연관을 갖는 유동장, 즉 부력효과가 고려된 유동장에 대한 2차모멘트

모형의 적용의 예는 극히 적었다.

본 연구의 목적은 현재 만족할만한 해를 제공해 주고 있는 Thielen et al.[6]이 제안한 타원-혼합 모형(Elliptic-Blending Model; 이후로는 EBM)과 연계해서 열전달 문제를 해결할 수 있도록 타원개념을 갖는 새로운 난류 열유속 모형을 부력효과가 고려된 유동장에 적용하여 그 타당성을 알아보고자 함에 있다. 이러한 시도는 다양한 공학적인 문제에 대해 타원-혼합모형에 의한 2차모멘트 모형의 적용의 폭을 증대시키기 위한 또 하나의 시험이라고 볼 수 있다. 즉, 난류 열유속 모형에 타원개념을 도입하면 EBM에 의한 2차모멘트 난류모형과 유사하게 벽면을 인지시키는 경험함수를 사용하지 않으면서도 벽면 근방의 난류 열유속을 비교적 정확하게 예측해 줄 수 있는 장점이 있다.

본 연구에서는 난류 열유속 모형화를 위해 Thielen et al.[6]과 Durbin[7]이 각각 타원효과를 갖는 2차모멘트 난류모형 개발에서 제안한 타원-완화 방정식(elliptic- relaxation equation)과 타원-혼합 방정식(elliptic-blending equation)을 이용하는 두 가지 방법을 모두 적용한다. 즉, 이 열유속 모형들은 타원-완화 방정식과 타원-혼합 방정식의 해를 이용하여 벽면에서 멀리 떨어진 균질유동에 부합되는 이른바, 준-균질(quasi-homogeneous) 온도-압력구배(temperature-pressure gradient) 상관관계와 벽면 경계조건을 만족시키는 벽면 근방(near-wall) 온도-압력구배 모형을 연결시킨다. 이 방법을 사용하면 기존의 2차모멘트 난류 열유속 모형들에 비해 타원-완화 개념을 갖는 열유속 모형의 경우 부가되는 방정식이 3개 더 추가되지만 정확한 벽면 경계조건으로부터 고 레이놀즈수 구역까지의 원활한 연계가 가능해지며 벽면 경계가 복잡한 유동장에도 그 적용 가능성이 커지게 된다. 특히, Thielen et al.[6]의 EBM과 연계된 타원-혼합 개념을 갖는 열유속 모형의 경우 부가적인 방정식 없이도 해석이 가능하기 때문에 향후 상용코드 적용에 있어 유리하다고 할 수 있다.

2. 이론적 배경

2.1 난류 유동을 위한 타원-혼합 모형

2차모멘트 난류모형이 실제 공학적인 문제에 적용되기 위해서는 모형의 단순성과 편리성 외에 벽근방 난류거동에 대한 물리적인 특성을 예측해 낼 수 있는 2개의 상반되는 능력을 동시에 갖추어야 한다. 이를 위해 Thielen et al.[6]이 제안한 타원-혼합 모형(EBM)은 6개의 타원-완화 방정식을 해석하는 타원-완화 모형(Elliptic- Relaxation Model; 이후로는 ERM)에 비해 단지 1개의 스칼라 타원 방정식만이 사용되는 매우 단순한 형태를 취하고 있지만 ERM이 갖는 이론적 배경을 모두 만족하며, 실제 유동장에서도 어느 정도 타당성 있는 해를 보여주고 있다. 이 모형으로부터 얻어지는 평균유속 및 레이놀즈응력들을 근간으로 하는 난류 열유속 모형을 부력효과가 고려된 유동장에 적용하는 것이 본 연구의 목적이 되기 때문에, 먼저 이 Thielen et al.[6]의 EBM에 대해 간단히 언급할 필요가 있다. 일반적으로 부력효과가 고려된 레이놀즈응력 수송방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{D\overline{u_iu_j}}{Dt}=\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\left(\nu\delta_{kl}+C_s\overline{u_ku_l}T\right)\frac{\partial\overline{u_iu_j}}{\partial x_l}\right)+P_{ij}+G_{ij}+\Phi^*_{ij}-\epsilon_{ij} \tag{1}$$

여기서 P_{ij}와 G_{ij}는 각각 난류생성 및 부력에 의한 생성을 나타내며 Φ^*_{ij}는 속도-압력구배(velocity-pressure gradient) 상관관계, ϵ_{ij}는 소멸항을 나타내는데, EBM은 이것들을 각각 다음과 같이 표현된다.

$$P_{ij}=-\overline{u_iu_k}\frac{\partial U_j}{\partial x_k}-\overline{u_ju_k}\frac{\partial U_i}{\partial x_k} \tag{2}$$

$$G_{ij}=-g_i\beta\overline{u_j\theta}-g_j\beta\overline{u_i\theta} \tag{3}$$

$$\Phi^*_{ij}=(1-\psi^2)\Phi^w_{ij}+\psi^2\Phi^h_{ij} \tag{4}$$

$$\epsilon_{ij}=(1-\psi^2)\frac{\overline{u_iu_j}}{k}\epsilon+\psi^2\frac{2}{3}\epsilon\delta_{ij} \tag{5}$$

이 모형들에서 스칼라 ψ 를 구하기 위하여 다음과 같은 1개의 타원 미분방정식을 풀기 때문에 모형의 타원성을 유지할 수가 있게 된다.

$$\psi-L^2\nabla^2\psi=1 \tag{6}$$

식 (4)에서 균질난류에 대한 속도-압력구배항 Φ^h_{ij}은 일반적으로 널리 사용되는 다음의 SSG모형[8]에서 모형계수의 일부를 수정하여 적용하였다.

$$\begin{aligned}\Phi^h_{ij}=&-\left(C_1+C_1^*\frac{P}{\epsilon}\right)\epsilon b_{ij}+C_2\left(b_{ik}b_{kj}-\frac{1}{3}b_{kl}b_{kl}\delta_{ij}\right)\\&+\left(C_3-C_3^*\sqrt{b_{kl}b_{kl}}\right)kS_{ij}\\&+C_4k\left(b_{ik}S_{jk}+b_{jk}S_{ik}-\frac{2}{3}b_{lm}S_{lm}\delta_{ij}\right)\\&+C_5k\left(b_{ik}W_{jk}+b_{jk}W_{ik}\right)\\&+C_4k\left(b_{ik}S_{jk}+b_{jk}S_{ik}-\frac{2}{3}b_{lm}S_{lm}\delta_{ij}\right)\\&+C_5k\left(b_{ik}W_{jk}+b_{jk}W_{ik}\right)-C_{6\theta}\left(G_{ij}-\frac{1}{2}G_{kk}\delta_{ij}\right)\end{aligned} \tag{7}$$

여기서

$$b_{ij}=\frac{\overline{u_iu_j}}{2k}-\frac{1}{3}\delta_{ij} \tag{8}$$

$$S_{ij}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j}+\frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right),\qquad W_{ij}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j}-\frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right) \tag{9}$$

는 레이놀즈응력의 비등방 텐서, 평균변형률과 평균와도(mean vorticity) 텐서를 나타낸다. 또한, 식 (9)에서 우변의 마지막 항은 일반적인 SSG모형에는 포함되어 있지 않은 항이며, 본 연구에서 부력효과를 부여하기 위하여 UMIST Group[9,10]이 속도-압력구배 모형에 추가한 부력항과 유사하게 SSG모형에 도입한 것이다.

식 (4)에서 속도-압력구배항에 대한 벽근방 모형 Φ_{ij}^{w}은

$$\Phi_{ij}^{w}=-5\frac{\epsilon}{k}\left(\overline{u_iu_k}n_jn_k+\overline{u_ju_k}n_in_k-\frac{1}{2}\overline{u_ku_l}n_kn_l(n_in_j+\delta_{ij})\right) \tag{10}$$

으로 모형화하여 레이놀즈응력의 벽면 경계조건을 만족하도록 하였다. 그러나 EBM 모형은 벽면에 수직한 벡터가 포함되는 단점을 갖고 있기 때문에 다음과 같이 식 (6)의 타원방정식으로부터 유동장내에서 벽면에 수직한 방향을 나타내는 단위벡터를 구하였다.

$$\mathrm{n}=\frac{\nabla\psi}{\|\nabla\psi\|} \tag{11}$$

한편, 소멸률 방정식에 대해서는 다음과 같이 벽면 인접부에서의 점성 및 비균질 난류 효과를 고려하여 적용하였다.

$$\frac{D\epsilon}{Dt}=\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\left(\nu\delta_{kl}+C_\epsilon\overline{u_ku_l}\right)\frac{\partial\epsilon}{\partial x_l}\right)+C_{\epsilon1}\frac{(P_{kk}+G_{kk})}{2T}-C_{\epsilon2}\frac{\epsilon}{T} \tag{12}$$

식 (12)에서 모형계수 $C_{\epsilon1}$ 은

$$C_{\epsilon1}=C_{\epsilon1}^{o}\left(1+0.03(1-\psi^2)\sqrt{\frac{k}{\overline{u_iu_jn_in_j}}}\right) \tag{13}$$

과 같이 수정되었다. 위에 언급된 난류모형들에 사용된 시간척도 T 및 길이척도 L 은 다음과 같이 Kolmogorov 시간척도 및 길이척도로 제한되었다[6,7]

$$T=\max\left(\frac{k}{\epsilon},\ C_T\left(\frac{\nu}{\epsilon}\right)^{1/2}\right) \tag{14}$$

$$L=C_L\max\left(\frac{k^{3/2}}{\epsilon},\ C_\eta\frac{\nu^{3/4}}{\epsilon^{1/4}}\right) \tag{15}$$

최종적으로 Thielen et al.[6]의 EBM에 의한 2차모멘트 난류모형의 모형계수들은 다음의 Table 1과 같이 요약된다.

본 연구에서는 Thielen et al.[6]의 EBM에 부합되도록 Shin et al.[11]이 제안한 타원-혼합과 타원-완화 개념을 갖는 난류 열유속 모형을 적용할 예정이다. 그러나 이 난류 열유속 모형들은 부력효과가 고려되어 있지 않기 때문에 본 연구에서 고려하고 있는 강제대류와 자연대류가 복합된 유동장에 그대로 적용할 수가 없다. 이를 위해 본 연구에서는 이 부력효과를 나타낼 수 있는 새로운 항들을 도입할 것이고, 이 항들을 적절히 나타낼 수 있는 모형계수를 선정하여 해석을 시도할 것이다.

2.2 난류 열유속의 모형화

(1) 타원-혼합 개념

부력효과가 고려된 비압축성 난류유동에 대해 평균온도 Θ 및 난류 열유속 $\overline{u_i\theta}$ 에 대한 수송방정식들은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{D\Theta}{Dt}=\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\alpha\frac{\partial\Theta}{\partial x_j}-\overline{u_j\theta}\right) \tag{16}$$

$$\frac{D\overline{u_i\theta}}{Dt}=P_{i\theta}+G_{i\theta}+D_{i\theta}^{t}+D_{i\theta}^{\nu}+\Phi_{i\theta}^{*}-\epsilon_{i\theta} \tag{17}$$

식 (17)에서 각 항들은

$$P_{i\theta}=-\overline{u_iu_k}\frac{\partial\Theta}{\partial x_k}-\overline{u_k\theta}\frac{\partial U_i}{\partial x_k} \tag{18}$$

$$G_{i\theta}=-g_i\beta\overline{\theta^2} \tag{19}$$

$$\Phi_{i\theta}^{*}=-\frac{1}{\rho}\overline{\theta\frac{\partial p}{\partial x_i}} \tag{20}$$

$$\epsilon_{i\theta}=(\alpha+\nu)\overline{\frac{\partial\theta}{\partial x_k}\frac{\partial u_i}{\partial x_k}} \tag{21}$$

$$D_{i\theta}^{\nu}=\frac{\partial}{\partial x_k}\left(\alpha\,\overline{u_i\frac{\partial\theta}{\partial x_k}}+\nu\overline{\theta\frac{\partial u_i}{\partial x_k}}\right) \tag{22}$$

$$D_{i\theta}^{t}=-\frac{\partial}{\partial x_k}\overline{u_iu_k\theta} \tag{23}$$

와 같다. 여기서 $P_{i\theta}$, $G_{i\theta}$, $\Phi_{i\theta}^{*}$, $\epsilon_{i\theta}$, $D_{i\theta}^{\nu}$ 및 $D_{i\theta}^{t}$ 는 각각 평균 온도구배 및 평균전단에 의한 생성, 부력에 의한 생성, 온도-압력구배 상관관계, 소멸, 점성확산 및 난류확산 항들을 나타낸다.

식 (17)에서 모형화가 요구되는 항들은 난류확산항, 점성확산항, 온도-압력구배항 그리고 소멸항들이다. 이들에 대한 모형화를 위해 벽면근방에서의 난류 열유속 수송방정식의 각 항들에 대한 요동 값들을 고려하여 벽면 극한조건을 만족시킨 Lai & So[12]와 Shin et al.[11]의 모형을 도입하였다. 즉, 난류확산항에 대한 모형은 다음과 같이 일반화된 구배확산 가정이 사용되었다.

Table 1 The model coefficients for Thielen et al.'s EBM

C_s	C_ϵ	$C_{\epsilon1}^{o}$	$C_{\epsilon2}$	C_1	C_1^{*}	C_2	C_3	C_3^{*}	C_4	C_5	$C_{6\theta}$	C_T	C_L	C_η
0.21	0.18	1.44	1.83	3.4	1.8	0	0.8	1.3	1.25	0.4	0.0	6.0	0.161	80.0

$$D_{i\theta}^{t}=\frac{\partial}{\partial x_k}\left(C_\theta\overline{u_k u_l}\,T\frac{\partial\overline{u_i\theta}}{\partial x_l}\right) \tag{24}$$

저 레이놀즈수 레이놀즈응력 모형과 달리 난류 열유속 방정식의 점성확산항은 그 자체가 정확한 항이 아니기 때문에 모형화가 요구되고, 본 연구에서는 벽면 경계조건을 고려하여 Lai & So[12]가 제시한 다음의 모형을 사용하였다.

$$D_{i\theta}^{\nu}=\nu\frac{\partial^2\overline{u_i\theta}}{\partial x_k^2}+\frac{\alpha-\nu}{n_i+2}\frac{\partial^2\overline{u_i\theta}}{\partial x_k^2}\text{(no summation for } i) \tag{25}$$

식 (25)에서 하첨자 i는 일반적인 텐서표현에 따라 전개되는 항들의 합을 나타내는 것이 아니라 단지 방향만을 표시한다.

온도-압력구배항은 벽면 경계조건을 만족시키는 벽면 근방 온도-압력구배항과 벽면으로부터 멀리 떨어진 고 레이놀즈수 영역에서는 준-균질(quasi-homogeneous)모형이 만족되도록 모형화되어야 한다. 이를 위하여 Shin et al.[11]은 다음과 같이 난류유동에 대한 Thielen et al.[6]의 EBM과 유사하게 식 (6)으로 제시된 스칼라 변수 ψ에 의해 벽면 근방 모형과 준-균질 모형을 연결하는 방법을 취하였다.

$$\Phi_{i\theta}^{*}=(1-\psi^2)\Phi_{i\theta}^{w}+\psi^2\Phi_{i\theta}^{h} \tag{26}$$

여기서 $\Phi_{i\theta}^{h}$는 일반적으로 고 레이놀즈수 유동구역에서 사용하는 기존의 준-균질 모형들을 채택할 수 있으며, 본 연구에서는 이 $\Phi_{i\theta}^{h}$에 대해 Durbin[7]이 제안한 다음의 모형에 부력효과를 고려하여 적용하였다.

$$\Phi_{i\theta}^{h}=-C_{1\theta}\frac{\epsilon}{k}\overline{u_i\theta}+C_{2\theta}\overline{u_j\theta}\frac{\partial U_i}{\partial x_j}+C_{3\theta}\overline{u_i u_j}\frac{\partial\Theta}{\partial x_j}-C_{4\theta}G_{i\theta} \tag{27}$$

한편, 벽면근방의 온도-압력구배 모형 $\Phi_{i\theta}^{w}$과 소멸항 $\epsilon_{i\theta}$ 모형은 벽면에서 $\Phi_{i\theta}^{w}-\epsilon_{i\theta}$이 벽면 극한조건을 정확히 만족시키도록 각각 다음과 같이 모형화하였다.

$$\Phi_{i\theta}^{w}=-\left[1+\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{\mathrm{Pr}}\right)\right]\frac{\epsilon}{k}\overline{u_k\theta}n_k n_i \tag{28}$$

$$\epsilon_{i\theta}=\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{\mathrm{Pr}}\right)\frac{\epsilon}{k}\overline{u_i\theta} \tag{29}$$

소멸항 모형은 Shin et al.[11]이 최초에 제안한 모형과 약간 다른 형태를 취한다. 식 (28) 및 (29)에서 Pr은 프란틀수를 의미한다. 결국 타원-혼합개념을 갖는 본 모형은 식 (26)과 (29)를 사용함으로써 식 (17)의 $\Phi_{i\theta}^{*}-\epsilon_{i\theta}$이 벽면에서 만족해야만 하는 벽 극한거동 $\Phi_{i\theta}^{w}-\epsilon_{i\theta}$을 정확히 나타내도록 한 것이다. 또

Table 2 The model coefficients for the present elliptic-blending heat flux model

C_θ	$C_{1\theta}$	$C_{2\theta}$	$C_{3\theta}$	$C_{4\theta}$	$C_{6\theta}$	R
0.153	3.0	0.4	0.0	0.33	1.5	1.5

한, 식 (26)에 사용되는 스칼라 변수 ψ는 모형의 타원성을 유지하기 위해 난류유동 해석에서 사용하는 식 (6)의 타원 미분방정식으로부터 구해지게 된다. 따라서 Thielen et al.[6]의 EBM과 연계하여 타원-혼합 개념을 사용하는 열유속 모형을 사용할 경우 새로이 추가되는 방정식 없이 2차모멘트 난류모형에 의해 난류유동 및 열전달을 해석해 낼 수 있는 장점이 있다.

한편, 식 (19)에 표현된 온도요동 $\overline{\theta^2}$을 계산하기 위해서는 이에 대한 또 하나의 수송방정식이 필요하며, 이를 위해 본 연구에서는 UMIST Group[9,10]이 제안한 다음의 식을 채택하였다.

$$\frac{D\overline{\theta^2}}{Dt}=\frac{\partial}{\partial x_k}\left[\left(\nu\delta_{kl}+C_\theta\overline{u_k u_l}\,T\right)\frac{\partial\overline{\theta^2}}{\partial x_i}\right]+2P_\theta-2\epsilon_\theta \tag{30}$$

여기서 P_θ 는 생성항이며 그자체가 정확한 항이 되고 ϵ_θ은 소멸항을 나타내며 UMIST Group[9,10]과 같이 일정 값을 갖는 시간척도 비(time scale ratio) R을 갖고 다음과 같이 단순하게 모형화 되었다.

$$P_\theta=-\overline{u_i\theta}\frac{\partial\Theta}{\partial x_i} \tag{31}$$

$$\epsilon_\theta=R\overline{\theta^2}\frac{\epsilon}{2k} \tag{32}$$

한편, 본 연구에서 난류 열전달을 해석하기 위하여 사용되어진 난류 모형계수들은 열유동해석 과정을 거쳐 Table 2 와 같이 선정되었다.

(2) 타원-완화 개념

앞서 제시한 타원-혼합 개념에 의한 난류 열유속 모형은 식 (8)의 타원방정식에 의해 정의되는 벽면 수직벡터를 구해야 하는데, 실제 유동단면이 상당히 복잡한 유동장에서는 이 방정식으로부터 정의되는 수직벡터로부터 수치해의 불안정성이 발생할 가능성이 있다. 이러한 문제에 직면할 경우 같은 타원개념을 갖지만 벽 수직벡터를 사용하지 않는, 즉 Durbin[7]이 난류유동 해석을 위해 제안한 ERM을 난류 열유속 모형에 도입하여 타원-완화 개념을 갖는 모형을 생각할 수 있다.

식 (17)에서 모형화가 요구되는 항들은 난류확산항, 점성확산항, 온도-압력구배항 그리고 소멸항이라고 이미 언급한 바 있다. 타원-완화 개념을 갖는 난류 열유속 모형에서 온도-압력구배항과 점성확산항은

$$\Phi_{i\theta}^{*} = k f_{i\theta} \tag{33}$$

$$D_{i\theta}^{\nu} = \frac{(\alpha+\nu)}{2}\frac{\partial^2 \overline{u_i\theta}}{\partial x_k^2} \tag{34}$$

와 같이 모형화되며, 난류확산항과 소멸항에 대해서는 타원-혼합 개념에서 사용한 식 (24)와 식 (28)을 그대로 적용한다. 다만, 타원-완화개념에서는 벽에 수직한 벡터를 사용하지 않기 때문에 식 (34)과 같은 점성확산 모형을 사용해야만 한다. 따라서 점성확산에 대한 벽면 극한조건이 만족되지 못하는 단점을 가지게 되나, 이 문제를 극복하기 위해 본 타원-완화 열유속 모형에서는 벽 인접부에서의 균형을 맞추기 위해 소멸항 및 온도-압력구배항의 벽면 극한조건을 고려하여 모형화를 시도하였다. 이 타원-완화 모형에서는 벽에 수직한 벡터의 개념을 처음부터 사용하지 않으며, 식 (33)로 주어진 온도-압력구배항 $\Phi_{i\theta}^{*} = k f_{i\theta}$를 모형화하기 위하여 Durbin[7]이 제시한 타원-완화 방정식과 유사한 개념을 갖는 다음의 방정식을 사용한다.

$$f_{i\theta} - L^2 \nabla^2 f_{i\theta} = \mathcal{L}(f_{i\theta}) \tag{35}$$

여기서

$$\mathcal{L}(f_{i\theta}) = \frac{1}{k}\left[\Phi_{i\theta}^{h} + \frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{\mathrm{Pr}}\right)\frac{\epsilon}{k}\left(\overline{u_i\theta}\right)\right] \tag{36}$$

이고, $\Phi_{i\theta}^{h}$는 고 레이놀즈수 구역에서 만족되는 준-균질(quasi-homogeneous) 온도-압력구배항 모형이며 앞서 제안한 모형 식 (27)이 그대로 사용된다. 결국 식 (35)로 주어진 타원-완화 방정식은 벽면에서 난류 열유속이 접근해야 될 벽 인접조건과 벽면으로부터 멀리 떨어진 고 레이놀즈수 영역에서 만족되어야 할 준-균질(quasi- homogeneous) 조건이 모두 충족되도록 적용된 것이다. 각 모형 항에 나타나는 난류모형계수는 타원-혼합모형에서 제시된 Table 2와 동일하게 사용하였으며, 식 (35)에 사용된 난류길이척도 L 역시 난류유동 해석에서 이미 사용된 식 (15)가 모형계수의 변화 없이 그대로 적용된다. 한편, 식 (35)를 적용하기 위해서는 벽 경계조건을 만족시켜야 하므로 본 모형에서는 다음과 같은 경계조건을 제시한다.

$$f_{1\theta} = f_{3\theta} = 0,\quad f_{2\theta} = -2\nu\left(1+\frac{1}{\mathrm{Pr}}\right)\frac{1}{y^2}\frac{\overline{u_i\theta}}{k} \tag{37}$$

위에 제시한 타원-완화 모형은 이미 언급한 바와 같이 사실상 벽면에서의 벽 극한조건이 정확한 방정식과 비교하여 약간의 차이가 있음을 밝혀두며, 자세한 내용은 참고문헌 (11)에 남겨놓는다.

한편, 레이놀즈응력, 열유속벡터, 평균속도 등에 대한 경계조건은 벽에서 모두 0으로 처리하였으며, 소멸률은 벽에서 $\epsilon = 2\nu(\partial\sqrt{k}/\partial y)^2$으로 적용하였다.

3. 결과 및 고찰

Fig. 1은 수직평판에 대한 유동장과 좌표계를 보여준다. 두 개의 벽은 서로 다르지만 일정한 온도를 갖는 것으로 가정되었으며, 레이놀즈수 Re_τ는 벽마찰속도 u_τ^*와 평판넓이의 반 $D/2$으로 정의되고 계산된 레이놀즈수는 DNS자료와의 비교를 위해 150으로 하였다. 여기서 u_τ^*는 두 개의 벽면 위에서 평균된 벽면 전단응력으로부터 계산된다. Grashof 수 Gr은 두 벽의 온도차 $\Delta\Theta(=\Theta_H - \Theta_C)$와 평판의 넓이에 의해 정의되고 역시 DNS자료와의 비교를 위해 9.6×10^5으로 고정하였으며, 이후 Gr 수에 의한 변화를 보기 위해 0으로부터 1.92×10^6까지 증가시켰다. 또한, 프란틀 수 Pr은 0.71로 가정하였다.

본 해석에 사용된 격자는 벽면 인접부에서 변수들의 급격한 변화를 잘 반영하면서 동시에 수치해석 결과가 격자수에 무관하도록 여러 번의 반복계산을 시도하여 적정 격자수를 선정하였다. 벽으로부터 첫 번째 격자는 $y^+ \simeq 0.15$에 위치시켰고, 그 다음 격자부터는 1.05배의 일정비율로 격자간격을 증가시켜 유동장의 저 레이놀즈수 구역($y^+ < 70$)에 약 70%의 격자를 배치했고, 이후의 나머지 30%의 격자는 일정간격으로 유지시켰다.

본 연구에서 도입한 타원개념의 난류 열유속 모형의 난류 모형계수를 결정하기 위하여, 먼저 서로

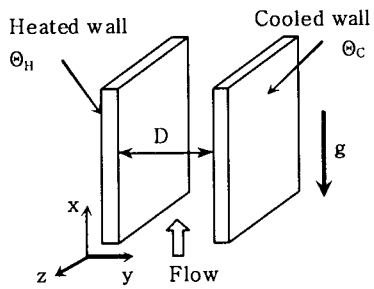
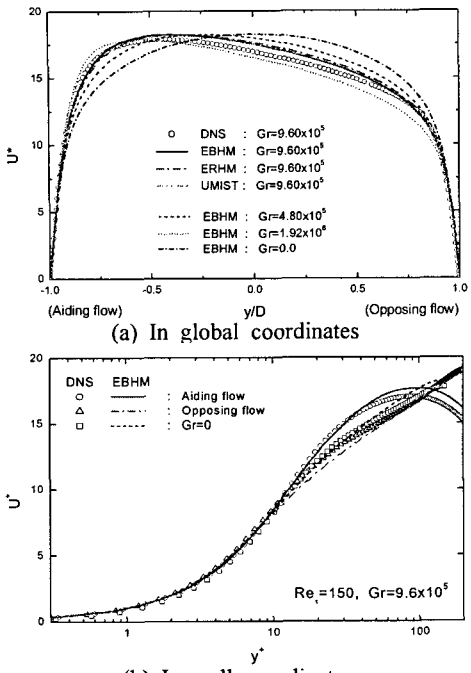


Fig. 1 Flow geometry and coordinate system



(a) In global coordinates

(b) In wall coordinates

Fig. 2 Mean velocity distributions

다르지만 일정 벽온도로 유지되고 있는 부력이 없는 완전 발달한 평판해석을 시도하였다. 이 해석을 DNS자료와 비교하여 식 (24) 및 (27)로 주어진 난류모형의 모형계수를 선정한 다음, 부력과 관계가 있는 식 (9)와 식 (27)의 마지막 항들의 모형계수 및 식 (32)로 주어진 시간척도비는 현재의 수직평판을 해석하면서 결정하였다.

Fig. 2는 Gr 수에 따른 평균속도 분포를 보여준다. 우선 본 타원개념의 난류 열유속 모형의 모형계수들의 선정 및 본 모형의 타당성을 알아보기 위하여 비교자료로 채택한 DNS자료는 Kasagi & Nishimura[5]가 계산한 경우와 같은 Gr 수가 9.6×10^5인 경우이다. 이 그림에서 EBHM 및 ERHM은 각각 본 연구에서 도입한 타원-혼합 열유속모형(Elliptic-Blending Heat Flux Model; 이후로는 EBHM)과 타원-완화 열유속모형(Elliptic-Relaxation Heat Flux Model; 이후로는 ERHM)을 의미한다. 본 연구에서 채택한 타원개념의 모형들 뿐 아니라 전통적인 모형인 UMIST Group[9,10]의 모형도 DNS자료를 잘 모사하고 있다. 또한, Gr 수의 증가에 따라 평균속도 분포가 부양흐름(aiding flow)측으로 치우쳐져서 그 비대칭성이 점점 커지는 것을 볼 수 있다. 본 연구에서 비교자료로 계산한 UMIST Group의 모형은 속도 관련 변수들은 타원개념의 본 열유속 모형들과 마찬가지로 모두 Thielen et al.[6]의 EBM으로 계산하였고, 단지 온도관련 방정식들만 UMIST Group모형으로 계산하였음을 밝혀둔다. UMIST Group모형은 열유속 수송방정식들이 벽면에서 만족되어야만 하는 벽면 극한거동을 만족시키지 못하지만 그 해가 상당히 놀라울 정도로 DNS자료에 접근되고 있다. 그러나 이 UMIST Group[9,10] 모형의 단점은 여러 연구자들에게 지적되었듯이 온도-압력구배항에 대한 모형이 벽으로부터의 거리에 관한 표현을 담고 있다는 것이다. 다음 식은 UMIST Group의 온도-압력구배항을 나타낸다.

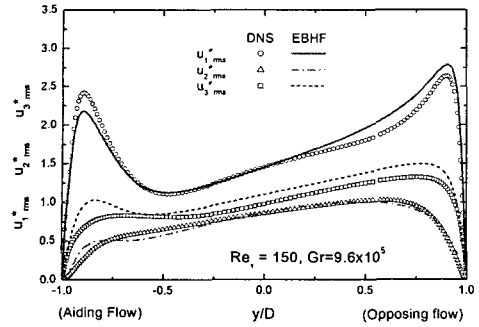
$$\Phi^{*}_{i\theta} = -C_{1\theta}\frac{\epsilon}{k}\overline{u_i\theta} + C_{2\theta}\overline{u_j\theta}\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + C_{3\theta}\overline{u_iu_j}\frac{\partial \Theta}{\partial x_j} + C_4 g_i\beta\overline{\theta^2} + \Phi^{w}_{i\theta} \tag{38}$$

$$\Phi^{w}_{i\theta} = \left(-C^{w}_{1\theta}\frac{\epsilon}{k}\overline{u_k\theta}n_in_k\right)k^{3/2}/(c_l\epsilon x_n) \tag{39}$$

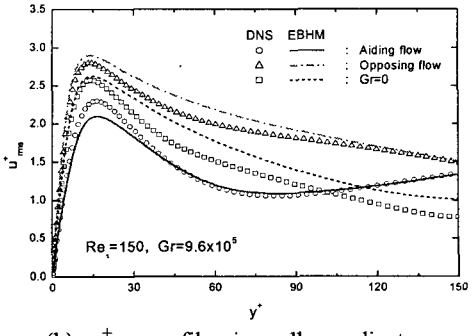
식 (39)로 모형화 된 것과 같이 벽면으로부터의 거리에 대한 표현 $k^{3/2}/(c_l\epsilon x_n)$은 복잡한 경계조건을 갖는 벽면의 경우에는 그 적용성이 떨어지기 때문에 실제 공학적인 문제에 이 모형의 도입을 어렵게 하고 있다. Fig. 2(b)는 Gr 수가 9.6×10^5인 경우에 본 EBHM에 의한 예측치를 벽 좌표계에 대한 평균속도 분포를 나타내며, 상첨자 +는 각 벽면에서 계산되는 벽 마찰속도에 의해 무차원화된 것을 표현한다. 대향흐름(opposing flow)측 평균속도 분포는 Gr 수가 0인 경우와 상당히 유사하지만 DNS자료와 같이 $Gr=0$인 경우보다 약간 낮게 예측된 것을 보여준다. 이와 반대로 부양흐름(aiding flow)측 평균속도는 $Gr=0$인 경우에 비해 대수영역에서 크게 예측되었음을 알 수 있다.

Fig. 3은 평판의 전체 구간 및 무차원거리의 함수로 나타낸 본 EBHM과 연계된 EBM에 의해 계산된 rms 속도분포를 부력이 없는 경우와 비교한 것이며, w^{+}_{rms}을 제외한 다른 레이놀즈응력 분포들은 그 예측이 DNS에 잘 접근하고 있다. 즉, 부력의 효과로 인해 대향흐름(opposing flow)측은 난류강도가 증대되고 부양흐름(aiding flow)측은 그 반대현상이 일어나는 것을 본 EBHM은 잘 모사하고 있다. 이러한 예측의 경향은 본 ERHM과 UMIST Group모형을 EBM과 연계한 경우에도 유사하게 나타난다.

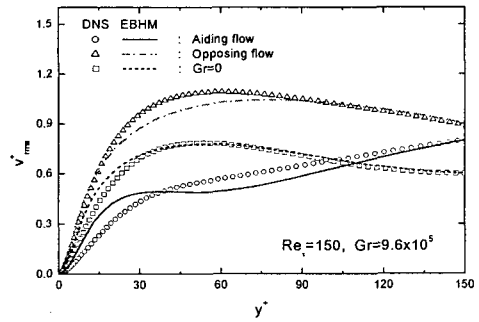
레이놀즈 전단응력은 Fig. 4에 도시하였는데 부력의 효과에 의해 상당히 큰 변화가 있음을 알 수 있다. 즉, 부가된 부력의 효과로 인해 레이놀즈 전단응력은 부양흐름(aiding flow)측에서 현저하게 감소하며, 반면에 대향흐름(opposing flow)측에서는 증가하게 된다.



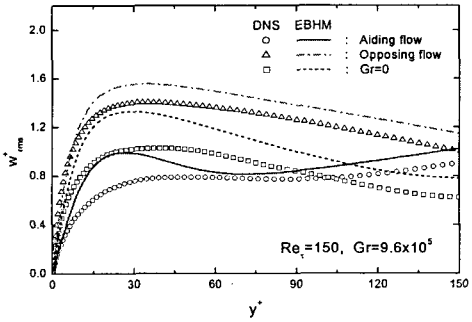
(a) In global coordinates



(b) u^+_{rms} profiles in wall coordinates

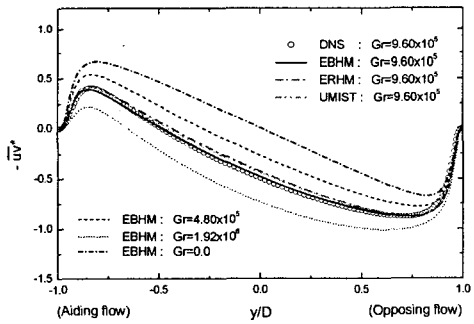


(c) v^+_{rms} profiles in wall coordinates

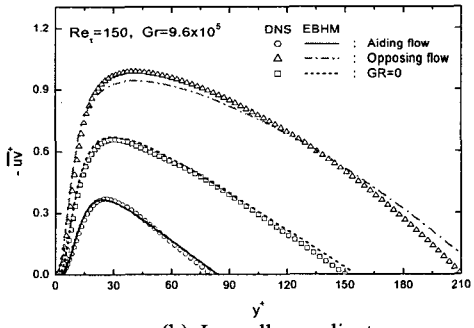


(d) w^+_{rms} profiles in wall coordinates

Fig. 3 Rms velocity fluctuations

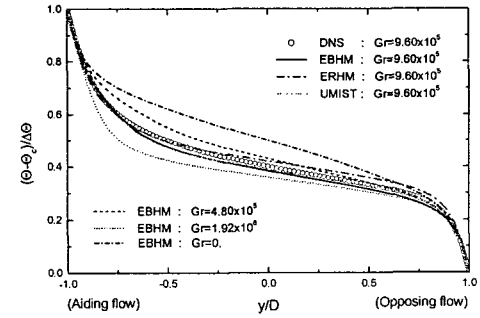


(a) In global coordinates

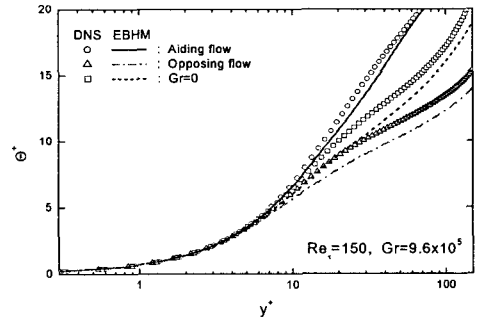


(b) In wall coordinates

Fig. 4 Reynolds shear stress distributions

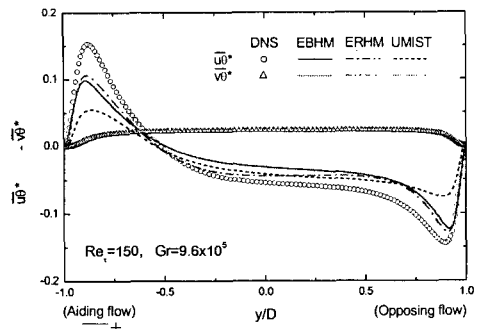


(a) In global coordinates

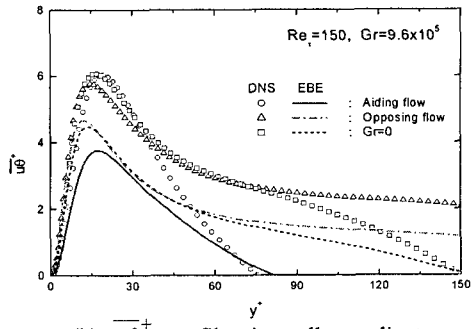


(b) In wall coordinates

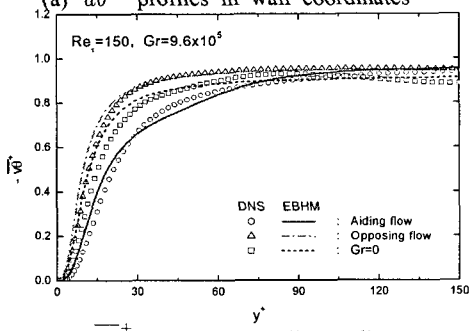
Fig. 5 Mean temperature distributions



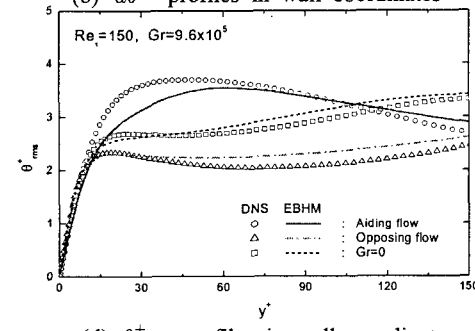
(a) $\overline{u\theta}^+$ profiles in wall coordinates



(b) $\overline{u\theta}^+$ profiles in wall coordinates



(c) $\overline{v\theta}^+$ profiles in wall coordinates



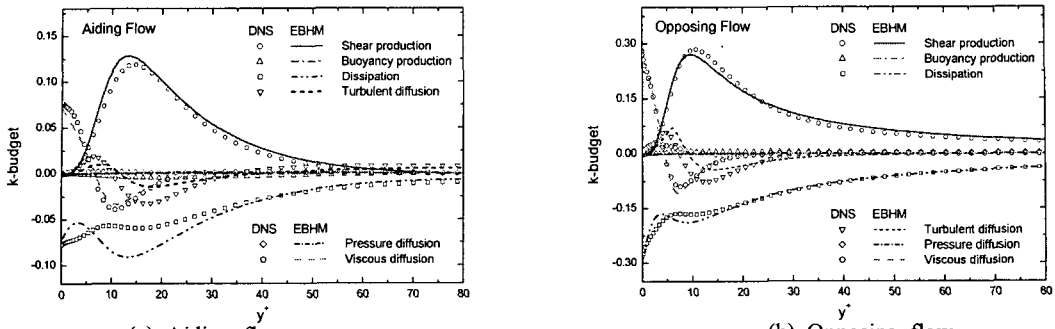
(d) θ^+_{rms} profiles in wall coordinates

Fig. 6 Turbulent heat flux and rms temperature fluctuations

Fig. 5는 평판을 가로질러 평균온도 분포를 도시한 것이며, 본 EBHM에 의한 예측이 9.6×10^{5}경우 DNS자료를 잘 따르고 있는 것을 보여주며, Gr 수의 증가에 따라 부력이 없는 경우에 비해 점차 부양흐름(aiding flow)측으로 예측분포가 처지는 것을 알 수 있다. 즉, 평균온도 구배는 부양흐름측에서 증대되고, 대향흐름(opposing flow)측에서 감소하게 된다. Fig.5(b)는 Gr 수 변화에 따른 경우에 본 EBHM에 의한 예측치들을 벽 좌표계에 대해 평균온도 분포를 나타낸 것인데, Gr 수가 증가함에 따라 대향흐름측 평균온도 분포들은 아래로, 부양흐름측 분포들은 위로 예측되는 것을 보여준다. 9.6×10^{5}인 경우 본 타원 열유속모형에 의한 예측은 부양흐름측 분포는 비교적 DNS자료에 잘 일치하나, 대향흐름측에서는 약간 낮게 예측된 것을 보여준다.

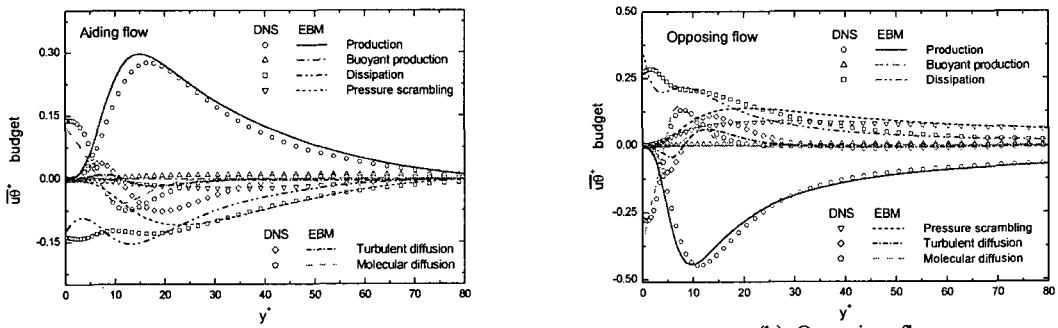
흐름방향 및 벽에 수직한 방향에 대한 난류 열유속 성분들 그리고 rms 온도요동에 대한 예측 분포들은 Fig .6에 도시되어 있다. 흐름방향 난류열유속 $\overline{u\theta}$의 경우 본 타원개념 열유속 모형들은 DNS자료에 비해 낮게 예측된 것을 보여주며, UMIST Group 모형의 경우 그 예측치는 본 모형에 비해 더욱 낮은 것을 알 수 있다. 과거의 모형들은 주로 벽에 수직한 방향의 난류열유속 모형의 정확성만을 고려하였기 때문에 이 흐름방향 열유속의 예측에서 저자들이 알고 있는 한 대부분 낮은 분포를 보여준다. 그러나 본 열유속 모형들은 온도-압력구배항들의 모형에서 타원개념을 포함하며, 또한 벽면 극한조건을 만족시키기 때문에 이 방향의 열유속분포의 예측에서 과거의 모형들보다 향상된 것을 보여주는 것으로 판단된다. 그러나 본 모형에 의한 예측치들도 DNS자료에 비하면 아직도 그 예측의 정확성이 떨어지기 때문에 이에 대한 모형의 보완이 필요하다고 보며, 이는 $\overline{u\theta}$분포가 평균온도 예측에 상당한 영향을 미치는 밀도성층 유동의 예측에서는 다소의 오차가 나타날 수 있음을 시사해 준다. 이에 반해 벽에 수직한 방향의 열유속 $\overline{v\theta}$ 분포의 경우에는 그 예측치들이 DNS자료와 매우 흡사한 것을 보여주고 있다. Fig. 6(d)는 rms 온도요동에 대한 예측분포이며 본 EBHM이 DNS자료를 유사하게 모사하는 것을 보여준다. 이는 본 모형에 도입한 시간척도비 상수 R을 DNS자료에 근접하도록 수정하였기 때문이다. 전반적으로 $Gr=0$인 경우에 비해 부양흐름(aiding flow)측에서는 Gr 수의 증가에 따라 점차 증대하는 예측분포를, 대향흐름(opposing flow)측에서는 그 반대의 현상이 예측되며, 이는 Fig.5(b)에서 볼 수 있는 바와 같이 그 온도구배가 가파르게 되기 때문인 것으로 판단된다.

Fig. 7은 본 타원-혼합 모형과 연계된 EBM에 의



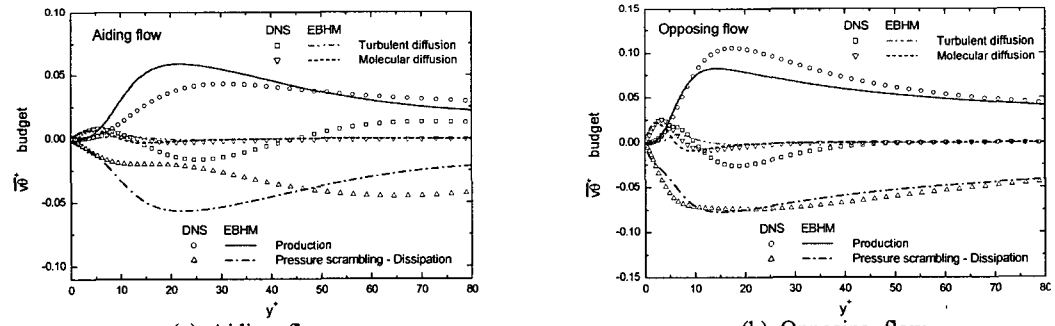
(a) Aiding flow (b) Opposing flow

Fig. 7 Budgets of turbulent kinetic energy in combined convection



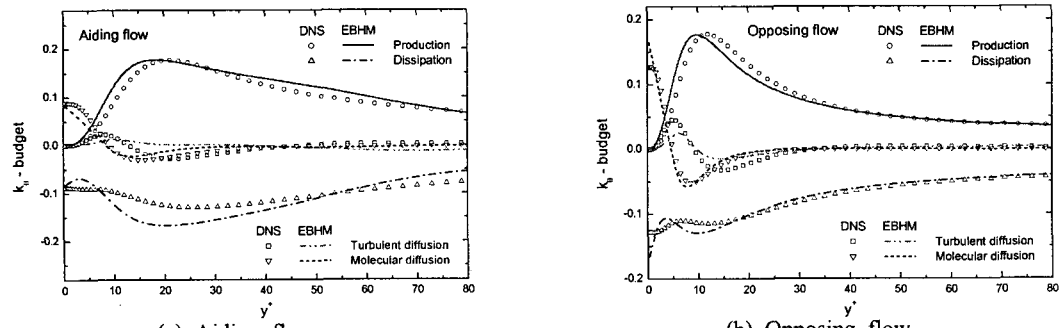
(a) Aiding flow (b) Opposing flow

Fig. 8 Budgets of streamwise turbulent heat flux $\overline{u\theta}$ in combined convection



(a) Aiding flow (b) Opposing flow

Fig. 9 Budgets of wall-normal direction turbulent heat flux $\overline{v\theta}$ in combined convection



(a) Aiding flow (b) Opposing flow

Fig. 10 Budgets of temperature fluctuation $k_\theta = \overline{\theta^2}/2$ in combined convection

한 난류운동에너지의 수지(budget)분포를 나타내는데, 부양흐름(aiding flow)측에서의 소멸률 분포를 제외하고 전반적으로 그 예측값들이 DNS자료를 상당히 잘 모사하고 있다. 부양흐름(aiding flow)측의 경우 세로축의 척도는 대향흐름(opposing flow)측에 비해 약 1/2로 축소되었음을 주지하여야 한다. 전단에 의한 생성항은 부력에 의해 많은 영향을 받는 레이놀즈 전단응력 분포로부터 상당한 영향을 받는 것을 알 수 있다. 즉, 전단 생성항은 부양흐름(aiding flow)측에서 감소하며, 대향흐름(opposing flow)측에서는 증가함을 보여준다. 이러한 경향은 다른 항들에 대해서도 유사하다. 이 그림으로부터 알 수 있는 중요한 사항은 부력에 의한 생성항은 현 수준의 Grashof 수에 있어서는 전단에 의한 생성에 비해 그 크기가 무시할 정도로 작다는 것이다. 따라서 부력은 난류요동에 직접적으로 영향을 주지는 않지만, 평균속도에 대해서는 그 영향이 상당히 크다는 것을 이미 평균속도에 대한 예측 분포로부터 알 수 있었다.

난류 열유속의 소멸항 $\epsilon_{i\theta}$는 보통 무시되지만, 이 모형이 벽면 인접부에서의 중요한 역할을 한다는 것을 Fig. 8-9의 $\overline{u\theta}$ 및 $\overline{v\theta}$의 수지분포로부터 알 수 있다. 즉, 벽면근처에서 점성확산항 $-D^{\nu}_{i\theta}$는 $\epsilon_{i\theta}$와

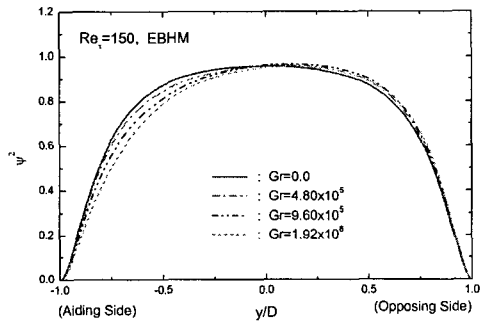


Fig. 11 Distributions of elliptic blending function ψ^2 across the buoyancy-affected channel

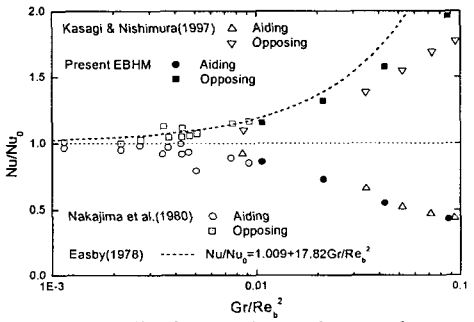


Fig. 12 Normalized Nusselt number on buoyancy effect

정확하게 일치하는 것을 본 모형 및 DNS자료는 보여주고 있다. 난류 열유속의 경우 레이놀즈응력 분포들과는 다르게 벽면으로부터 멀리 떨어진 유동구역에서 소멸항이 생성항과 균형을 이루지 않는다. 즉, 난류 열유속의 생성항들은 주로 온도-압력구배항[그림에서는 이 항을 압력-뒤섞임(pressure-scrambling)으로 표현하였음.]과 균형을 이루고 있는 것을 보여준다. 흐름방향 열유속분포 $\overline{u\theta}$가 DNS 자료보다 상당히 낮은 분포를 예측하였음에도 불구하고, 대향흐름(opposing flow)측에서 수송방정식들의 수지분포들은 비교적 적절하게 거동하는 것을 보여준다. 이에 반해 부양흐름(aiding flow)측에서는 본 EBHM에 의한 모형들 중에서 압력-뒤섞임이 DNS자료보다 비교적 크게 예측된 것을 알 수 있다.

벽에 수직한 방향의 열유속 $\overline{v\theta}$의 수지분포는 $\overline{u\theta}$의 경우와는 다르게 압력-뒤섞임(pressure scrambling)과 소멸항이 조합된 형태 $\Phi^{*}_{2\theta}-\epsilon_{2\theta}$로 표시되었음을 주지해야 한다. 이 이유는 EBHM모형에서 압력-뒤섞임과 소멸항 모형이 각각의 벽면 극한조건을 만족시키기 위해 독립적으로 모형화된 것이 아니라 조합된 $\Phi^{*}_{2\theta}-\epsilon_{2\theta}$항이 벽면 극한조건을 만족시키기 때문이다. 이 경우에도 $\overline{u\theta}$의 수지분포와 유사하게 대향흐름(opposing flow)측에서는 비교적 DNS 자료를 잘 추종하나, 부양흐름(aiding flow)측에서는 다소의 차이를 보인다.

Fig. 10은 온도요동 $k_\theta=\overline{\theta^2}/2$에 대한 수지분포를 나타내는데, 단순한 모형식 (29)를 사용하였음에도 불구하고, 비교적 DNS자료를 잘 모사하고 있다. 그러나 이 모형을 밀도성층을 갖는 유동에 적용하기 위해서는 시간척도비 R 및 ϵ_θ에 대한 고찰이 더욱 필요하며, 이는 결국 ϵ_θ의 수송방정식을 이끌어내는 것으로 귀결될 것으로 보인다.

Fig. 11은 Gr 수의 변화에 따른 타원-혼합 함수 ψ^2의 분포를 도시한 것인데, Gr 수가 증가함에 따라 부양흐름(aiding flow)측에서 $Gr=0$인 경우에 비해 그 분포가 점차 낮아지면서 점차 비대칭성이 커지는 것을 보여준다. 이렇게 낮아지는 분포의 위치는 평균속도가 Gr 수가 증가함에 따라 비대칭적으로 커지는 위치와 동일한 것을 보아 이 ψ^2 분포가 평균속도의 예측에 직접적으로 관여한다는 것을 판단할 수 있다.

Fig. 12는 Gr/Re_b^2의 증가에 따라 본 EBHM으로 계산된 무차원 Nusselt 수를 부양흐름(aiding flow)측과 대향흐름(opposing flow)측에서 각각 계산하여 도시한 것이다. 본 모형에 의한 예측값은 부양흐름측에서는 Kasagi & Nishimura[5]의 DNS 자료와 매우 흡사한 결과를 보여주나, 대향흐름측에서는 다소 DNS 자료보다 크게 계산된 것을 보여준다. 그러나 본 해

석결과는 대향흐름측에서 Easby[2]의 실험식에 비해서는 낮은 분포를 유지하고 있으며, Nusselt 수는 부력효과가 커짐에 따라 대향흐름측에서 점차 증가하고 있음을 도시해 주고 있다. 이 그림에서 Nusselt 수는 다음과 같은 식을 사용하여 계산되었다.

$$Nu = 2q_w d/(\langle\Theta\rangle - \Theta_w)/\lambda \quad (40)$$

여기서 〈 〉는 유동구간 d 위에서 평균된 값이고, d는 벽으로부터 최고속도가 위치한 지점까지의 거리이다.[5]

4. 결 론

본 연구에서 도입한 타원개념을 갖는 난류 열유속모형을 레이놀즈응력 분포 예측을 위해 제안된 Thielen et al. 의 EBM과 연계하여 강제와 자연대류가 복합된 수직한 벽면을 따라 흐르는 평판유동에 적용하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 본 타원-혼합 열유속 모형에 의한 예측 값들은 전반적으로 DNS 자료와 상당히 흡사하며, Grashof 수의 증가에 따라 평균속도, 레이놀즈응력, 평균온도, 난류열유속 등의 예측분포에서 그 비대칭성이 증가하는 것을 예측하여 준다. 이에 반해 타원-완화 모형은 그 정확성이 타원-혼합모형에 미치지 못하지만 전반적인 예측 특성은 타원-혼합모형과 유사하다.

(2) 본 타원개념의 열유속모형에 의한 예측은 전통적인 모형과 비교해서 그 예측의 정확성이 탁월하지는 못하지만, 본 모형들은 벽 경계조건이 복잡하면서 온도가 중요한 유동장에도 그대로 적용할 수 있기 때문에 공학적인 적용성 면에서 뛰어나다고 할 수 있다.

(3) 본 타원개념의 열유속모형에 의한 흐름방향의 난류열유속 $\overline{u\theta}$의 예측분포는 전통모형에 비해 우수한 결과를 나타내지만 DNS자료에 비해 여전히 낮은 분포를 보여준다. 또한, 본 타원개념 열유속 모형의 경우 대향흐름(opposing flow)측에 대한 난류열유속 특성치들에 대한 예측분포는 상당히 우수하지만, 부양흐름(aiding flow)측에 대해서는 DNS자료에 비해서 그 정확성이 다소 떨어지는 것을 보여주며, 이는 흐름방향의 난류열유속 $\overline{u\theta}$분포의 예측이 부정확한데에 그 원인이 있다고 판단된다. 따라서 부양흐름측을 비교적 정확하게 예측해 줄 수 있도록 온도-압력구배 상관관계에 대해 보다 고차의 모형 도입이 필요함을 시사해 준다.

(4) 밀도성층을 갖는 전단흐름에서는 레이놀즈응력과 난류 열유속의 압력-뒤섞임(pressure- scrambling)과 난류확산이 상당히 밀접한 관계를 갖고 있기 때문에, 흐름방향의 난류열유속 $\overline{u\theta}$가 아직도 DNS와 차이가 있는 본 모형들을 갖고 이들을 해석하는 경우에는 그 예측에 있어서 한계가 있을 것으로 판단된다.

후 기

본 논문은 한국과학재단 지역대학우수과학자 지원연구사업(과제번호: R05-2003-000-12391-0)의 연구비로 수행된 연구이며 고려대학교 교내 특별연구비(교내연구과제 KO402231)의 지원으로 수행되었다.

참고문헌

(1) Steiner, A.J., 1971, "On The Reverse Transition of a Turbulent Flow Under the Action of Buoyancy Force," *J. Fluid Mech.*, Vol. 47, pp. 503~512.

(2) Easby, J.P., 1978, "The Effect of Buoyancy on Flow and Heat Transfer for a Gas Passing Down a Vertical Pipe at Low Turbulent Reynolds Number," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 21, pp. 791~801.

(3) Nakajima, M., Fukui, K., Ueda, H. and Mizushina, T., 1980, "Buoyancy Effects on Turbulent Transport in Combined Free and Forced Convection Between Vertical Parallel Plates," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 23, pp. 1325~1336.

(4) Carr, A.D., Connor, M.A. and Buhr, H.O., 1973, "Velocity, Temperature and Turbulence Measurements in Air for Pipe Flow with Combined Free and Forced Convection," *J. Heat Transfer*, Vol. 95, pp. 445~452.

(5) Kasagi, N. and Nishimura, M., 1997, "Direct Numerical Simulation of Combined Forced and Natural Turbulent Convection in a Vertical Plane Channel," *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol. 18 pp. 88~99. DNS database in "http://www.thtlab.t.u-tokyo.ac.jp/"

(6) Thielen, L., Hanjalic, K., Jonker, H. and Manceau, R., 2004, "Prediction of Flow and Heat Transfer in Multiple Impinging Jets with an Elliptic-Blending Second-Moment Closure," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 48, pp. 1583~1598.

(7) Durbin, P.A., 1993, "A Reynolds Stress Model For Near-Wall Turbulence," *J. Fluid Mech.*, Vol. 249, pp. 465~498.

(8) Speziale, C.G., Sarkar, S. and Gatski. T.B., 1991, "Modeling of the Pressure-Strain Correlation Tensor: An Invariant Dynamical Systems Approach," *J. Fluid Mech.*, Vol. 227, pp. 245~272.

(9) Launder, B.E., 1988, "On The Computation of Convective Heat Transfer in Complex Turbulent Flow," *J. Heat Transfer*, Vol. 110, pp. 1112~1128.

(10) Launder, B.E., 1989, "Second-Moment Closure: Present and Future?" *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol. 10. pp. 282~300.

(11) Shin, J.K., An, J.S. and Choi, Y.D., 2005, "Elliptic Relaxation Second Moment Closure for Turbulent Heat Flux," *4th Int. Symp. Turbulence and Shear Flow Phenomena*, Williamsburg, VA USA, pp. 271~277.

(12) Lai, Y.G. and So, R.M.C., 1990, "Near-Wall Modeling of Turbulent Heat Fluxes," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 33, pp. 1429~1440.