

< 논문 >

2RPR-RP 병렬 기구의 기구학 해석 및 최적설계

남윤주* · 이육형** · 박명관†

(2005년 7월 13일 접수, 2005년 10월 12일 심사완료)

Kinematic Analysis and Optimal Design of 2RPR-RP Parallel Manipulator

Yun-Joo Nam, Yuk-Hyung Lee and Myeong-Kwan Park

Key Words : Kinematics(기구학), Limited-DOF Mechanism(제한된 자유도 기구), Optimal Design(최적설계), Parallel Manipulator(병렬형 매니플레이터), Passive Constraining Leg(수동 구속 다리)

Abstract

This paper presents the two degree-of-freedom(DOF) planar parallel mechanism, called 2RPR-RP manipulator, whose degree-of-freedom is dependent on a passive constraining leg connecting the base and the platform. First, the kinematic analysis of the mechanism is performed analytically: the inverse and forward kinematic problems are solved in the closed form, the practical workspace is systematically derived, and all of the singular configurations are examined. Then, in order to determine the geometric parameters and the operating limits of the actuators, the optimization of the mechanism is performed considering its dexterity and stiffness. Finally, the kinematic performances of the optimized mechanism are evaluated through comparing to the 5-bar parallel manipulator.

1. 서론

최근, 병렬형 매니플레이터의 기구학적 구조에 기초한 새로운 형태의 응용장치들이 제안되어 왔다. 병렬 기구는 직렬 기구에 비해 질량 대비 높은 강성, 빠른 이동속도, 적은 설치 공간과 같은 많은 장점을 가지고 있기 때문에 정밀 광학 장치, 반도체 가공기계, 미세 수술 로봇, 그리고 초정밀 이송장치와 같은 다양한 분야에서 적극 활용되고 있다.⁽¹⁻⁴⁾ 그러나 병렬기구의 닫힌 구조로부터 기인 되는 제한된 작업영역과 복잡한 기구학 해석은 병렬 기구의 주된 결점이다.

이러한 단점을 극복하기 위해, 제한된 자유도(limited-DOF)를 갖는 병렬기구에 대한 연구가 최근 많은 로봇 분야의 연구자들로부터 주목 받고

있다.⁽⁵⁻¹²⁾ 이러한 기구들은 지금까지의 완전 자유도(full-DOF)를 갖는 기구들이 요구되는 많은 작업들을 성공적으로 수행할 수 있을 뿐만 아니라 상대적으로 적은 수의 관절과 작동기를 포함하기 때문에, 적은 제작 비용 및 간단한 제어 알고리즘을 요구한다. 특히, 이들은 상대적으로 더 넓은 작업 영역을 가지기 때문에, 제한된 자유도를 갖는 기구의 기구학 해석과 설계에 관한 연구는 매우 중요하다. 특히, 제한된 자유도를 갖는 기구들 중 2 자유도 평면형 병렬 기구는 임의의 평면 곡선을 따르는 로봇 기구로써의 적용이 크게 기대된다.⁽¹³⁻¹⁵⁾

전통적인 기구들의 경우에는 각각의 다리(leg)가 전체 기구와 동일한 자유도를 갖는 반면, 한 개 이상의 구속 다리(constraining leg)를 갖는 기구는 능동 다리와 수동 다리의 결합된 효과에 의해 전체 기구의 자유도가 결정된다. 즉, 말단 효과장치(end-effector)의 운동을 제한하기 위해 추가로 설치된 수동 다리가 전체 기구의 운동을 구속하여 자유도를 결정하는 역할을 담당하기 때문에, 능동 다리는 기구의 운동을 제한하는 역할에서 자유로

† 책임저자, 회원, 부산대학교 기계공학부 및 기계기술연구소

E-mail : mkpark1@pusan.ac.kr

TEL : (051)510-2464 FAX : (051)514-0685

* 부산대학교 대학원 지능기계공학과

** 부산대학교 기계기술연구소

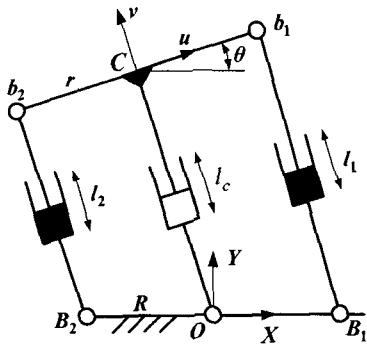


Fig. 1 2-DOF parallel manipulator with a passive constraining leg

워지며 이로 인해 기구의 작업영역은 확대될 수 있다.⁽⁹⁾

본 논문에서는, 먼저 제한된 자유도를 갖는 기구인 동시에 하나의 구속다리를 갖는 평면형 병렬 기구를 제시한다. 이 기구는 동일한 구조를 갖는 두 개의 3 자유도 능동 다리와 이들과는 다른 구조인 하나의 2 자유도 구속 다리를 갖는 2 자유도 병렬 기구이다. 다음으로, 제시된 기구의 기구학 해석 및 최적설계를 수행한다. 마지막으로, 대표적인 평면형 병렬 기구인 2 자유도 5 절 기구와의 비교 연구를 통해, 제시된 기구가 보다 향상된 유연성(dexterity)과 강성(stiffness)을 가짐을 수치적으로 확인한다.

2. 기구의 구조

본 논문에서 제시된 2 자유도 병렬 기구는 Fig. 1 과 같다. 이 기구는 상판과 하판 그리고 이들을 연결하는 세 개의 다리로 구성된다. 2 개의 능동 다리는 동일한 기구학적 구조를 갖는다. *i* 번째 능동다리 l_i ($i=1,2$)는 상판상의 b_i 와 하판상의 B_i 을 연결하며, 수동 회전 관절(R), 능동 직선 관절(P), 수동 회전 관절(R)의 조합으로 구성된다. 수동 구속 다리 l_c 는 두 개의 능동 다리와 다른 구조를 가지며, 한쪽 끝은 하판의 중심 O 와 수동 회전 관절(R)로 연결되어 있고, 다른 한쪽 끝은 수동 직선 관절(P)을 거쳐 상판의 중심 C 에 수직으로 체결되어 있다. 여기서 상판의 크기와 하판의 크기는 각각 $r=|Cb_i|$ 과 $R=|OB_i|$ 로 나타낸다.

능동 다리의 자유도(connectivity)는 3 자유도이므로 이들은 상판에 어떠한 구속 기능을 갖지 못하는 반면, 단지 2 자유도를 갖는 수동 다리는 상판에 하나의 구속을 제공할 수 있다. 따라서, 기구는 각각 1 자유도 직선운동과 1 자유도 회전운동 즉, 2

자유도를 갖는다. 특히, 제안된 기구는 평판 형태의 말단효과장치를 갖질 수 있기 때문에 기존의 5 절 기구에 비해 하이브리드(hybrid) 기구로의 적용이 더욱 유리하다.⁽³⁾

3. 위치 기구학

기구학 해석을 위해, 기준 좌표계 O_{xy} 는 하판의 중심 O 에, 이동 좌표계 C_{uv} 는 상판의 중심 C 에 Fig. 1 과 같이 설치한다. 하판에 대한 상판의 위치와 자세는 각각 (x_c, y_c) 와 θ 를 이용하여 나타낸다. 그러나 제시된 기구는 2 자유도를 가지기 때문에 상판의 운동은 위치 및 자세의 세 좌표 (x_c, y_c, θ) 중 단지 두 개의 좌표를 이용하여 완전하게 묘사될 수 있다. 편의를 위해, 상판의 운동을 나타내는 두 개의 독립 좌표를 (x_c, y_c) 로, 하나의 의존 좌표를 θ 로 설정하였다. 수동 구속 다리가 상판과 수직으로 체결되어 있다는 점을 고려하면, 독립 좌표와 의존 좌표간의 관계식은 다음과 같이 유도될 수 있다.

$$x_c \cos \theta + y_c \sin \theta = 0 \tag{1}$$

3.1 역기구학

역기구학은 하판에 대한 상판의 위치 및 자세가 주어졌을 때, 모든 입력 관절 변수를 찾는 문제로 정의된다. 제시된 병렬 기구에 대해서 출력 변수 (x_c, y_c) 는 주어지는 변수이며, 입력관절변수 (l_1, l_2) 은 구해져야 하는 변수이다.

각각의 능동 다리에 대한 기구학적 구속관계식은 Fig. 1로부터 다음과 같이 얻어진다.

$$(x_c - x_1)^2 + (y_c - y_1)^2 = l_1^2 \tag{2}$$

$$(x_c - x_2)^2 + (y_c - y_2)^2 = l_2^2 \tag{3}$$

여기서

$$(x_1, y_1) = (-r \cos \theta + R, -r \sin \theta);$$

$$(x_2, y_2) = (r \cos \theta - R, r \sin \theta).$$

위 식을 이용하면, 제시된 기구의 역기구학 해는 다음과 같이 닫힌 형태(closed form)로 주어진다.

$$l_1 = \pm \sqrt{(x_c + r \cos \theta - R)^2 + (y_c + r \sin \theta)^2} \tag{4}$$

$$l_2 = \pm \sqrt{(x_c - r \cos \theta + R)^2 + (y_c - r \sin \theta)^2} \tag{5}$$

각 다리의 길이는 실제로 음의 값을 취할 수 없으므로 역기구학 해는 위 식들의 ‘±’에서 ‘+’를 선택함으로써 유일하게 결정될 수 있다.

3.2 순기구학

순기구학은 주어진 입력관절변수에 일치하는 상판의 위치와 자세를 찾는 문제로 정의된다. 제안

된 기구에 대해, 입력 (l_1, l_2) 은 주어지는 변수이며, 상판의 출력 (x_c, y_c) 는 구해야 하는 변수이다.

먼저, (1)과 기구의 형상으로부터 다음의 관계식이 얻어진다.

$$\begin{cases} x_c = -l_c \sin \theta \\ y_c = l_c \cos \theta \end{cases} \quad (6)$$

여기서 $l_c = (x_c^2 + y_c^2)^{1/2}$ 는 수동 다리의 길이를 나타낸다. 식 (6)을 (2)와 (3)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$l_1^2 - l_2^2 = 4l_c R \sin \theta \quad (7)$$

$$l_1^2 + l_2^2 = 2l_c^2 + 2r^2 + 2R^2 - 4Rr \cos \theta \quad (8)$$

항등식 $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$ 을 위 식에 대입하여 재정리하면 기구의 순기구학 식은 l_c 의 제곱에 대한 삼차 다항식으로 표현된다.

$$l_c^6 + 2\alpha l_c^4 + (\alpha^2 - \beta)l_c^2 + \gamma^2 = 0 \quad (9)$$

여기서

$$\alpha = r^2 + R^2 - (l_1^2 + l_2^2)/2; \beta = 4R^2 r^2; \gamma = r(l_1^2 - l_2^2)/2$$

수동 다리의 길이는 실제 상황에서 항상 양의 값을 취하므로($l_c > 0$), 위 식의 실근은 최대 세 개이다. 또한, 상판의 자세 θ 는 각각에 얻어진 l_c 와 주어진 l_1, l_2 을 이용하여 (7)과 (8)로부터 유일하게 구해진다. 따라서 제안된 기구의 모든 닫힌 순기구학 해는 세 개임을 알 수 있다.

3.3 순기구학 해의 존재성

일반적으로 병렬 기구의 순기구학 해는 유일하지 않고 다수 개이므로 매니퓰레이터를 실시간 제어하기 위해서는 모든 가능한 해들 중 하나의 유용(feasible) 해를 선별할 필요가 있다. 설계변수 R 에 대한 능동 다리 길이의 비가 0 에서 2 까지 변한다고 가정할 때, 6.2 절에서 얻어진 최적화된 기구에 대한 실제 순기구학 해의 존재 여부는 수치적으로 조사되었다. 순기구학의 실근은 단지 두 개만 존재했으며, 이 중 하나는 상판이 하판의 상부($y_c > 0$) 에 존재하는 경우이며, 다른 하나는 하부($y_c < 0$) 에 존재하는 경우였다. 따라서 기구의 작업영역을 $y_c > 0$ 로 제한한다면, 제시된 기구의 순기구학의 유용해는 간단하게 결정될 수 있다.

4. 작업영역 해석

작업영역은 기구의 기구학적 성능을 평가하는 중요한 요소중의 하나이다. 특히, 병렬 기구는 제한된 작업영역을 가지므로, 병렬 기구의 작업영역 해석은 매우 중요하다.

제안된 기구의 작업영역은 기구가 도달할 수 있

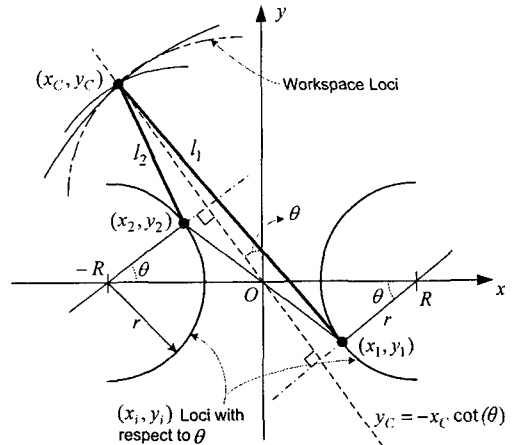


Fig. 2 Geometric algorithm for generating the boundary of workspace

는 모든 가능한 출력 (x_c, y_c) 의 집합으로 정의될 수 있으며, 이는 기구의 구조, 능동 작동기의 구동 범위 그리고 링크의 기계적 간섭에 의해 결정된다.⁽¹⁵⁾ 여기서, 링크와 관절 사이의 기계적 간섭을 무시하기 위해서 특히, 수동 다리 l_c 와 하판상의 회전관절 B_1, B_2 간의 간섭을 무시하기 위해서 상판의 회전각은 $\theta = \arctan(-x_c/y_c) \in (-\pi/2, \pi/2)$ 로 제한하였다. 또한 구동기의 구동 범위는 $l_1, l_2 \in [l_{min}, l_{max}]$ 로 주어지며, 이때 l_{min} 과 l_{max} 은 6.2 절에서 결정된 값을 이용하였다.

Fig. 2 는 기구의 작업영역 경계를 얻기 위한 기하학적 알고리즘을 보여준다. 만약 l_1 과 l_2 가 주어진다면, 기구학적 구속관계식 (2)와 (3)은 O_{xy} 좌표평면 위에서 (x_i, y_i) 에 중심을 가지며, l_i ($i=1, 2$)의 반지름을 가지는 두 원을 의미한다. 두 원의 중심은 의존 좌표 θ 의 함수로 주어지며, 다음의 관계식으로 구속된다.

$$(x_1 - R)^2 + y_1^2 = r^2 \quad (10)$$

$$(x_2 + R)^2 + y_2^2 = r^2 \quad (11)$$

이는 $x_1 + x_2 = 0$ 과 $y_1 + y_2 = 0$ 및 상판의 제한된 회전각도 $\theta \in (-\pi/2, \pi/2)$ 를 고려했을 때, (2)와 (3)의 두 원의 중심이 Fig. 2 와 같이 두 개의 원호(arc) 위에서 하판의 중심 O 에 대칭을 이루며 위치함을 의미한다. 또한, 상판의 출력 (x_c, y_c) 은 (1)에 의해 구속되며, 이는 (2)와 (3)에서 주어진 두 원의 교점이 이 직선 위에 위치함을 의미한다. 따라서 제안한 기구의 전체 작업영역은 $l_1, l_2 \in [l_{min}, l_{max}]$ 에 대해 위의 구속조건들을 동시에 만족하는 상판의 출력의 집합으로 정의될 수 있다.

최적설계에 이용될 작업영역 크기를 효과적으로

계산하기 위해, 작업영역의 경계는 해석적으로 얻어질 필요가 있다. 작업영역의 외부 경계는 적어도 하나의 구동기가 그것의 최대 길이 l_{\max} 에 도달할 때, 내부 경계는 최소 길이 l_{\min} 에 도달할 때 얻어진다. 위의 구속 조건들을 이용하면, 작업영역의 경계는 다음과 같이 네 경우에 대해 해석적으로 주어진다.

Case 1: $l_1 = l_{\max}$ or $l_2 = l_{\max}$ for $\theta \neq 0$

$$x_{CM} = \text{sign}(i) \left[R - \sqrt{R^2 - \frac{R^2 + r^2 - 2rR \cos \theta - l_{\max}^2}{\sin^2 \theta}} \right] \sin^2 \theta$$

$$y_{CM} = -x_{CM} \cot \theta \quad (12)$$

Case 2: $l_1 = l_{\min}$ or $l_2 = l_{\min}$ for $\theta \neq 0$

$$x_{CM} = \text{sign}(i) \left[-R + \sqrt{R^2 - \frac{R^2 + r^2 - 2rR \cos \theta - l_{\max}^2}{\sin^2 \theta}} \right] \sin^2 \theta$$

$$y_{CM} = -x_{CM} \cot \theta \quad (13)$$

Case 3: $l_1 = l_{\max}$ and $l_2 = l_{\max}$ for $\theta = 0$

$$x_{CM} = 0$$

$$y_{CM} = \sqrt{l_{\max}^2 - (R-r)^2} \quad (14)$$

Case 4: $l_1 = l_{\min}$ and $l_2 = l_{\min}$ for $\theta = 0$

$$x_{CM} = 0$$

$$y_{CM} = \sqrt{l_{\min}^2 - (R-r)^2} \quad (15)$$

여기서 $\text{sign}(i)$ 는 부호함수를 나타낸다.

비록 제안된 기구의 작업영역 경계가 해석적으로 얻어졌음에도 불구하고, 작업영역 내에 존재하는 특이점들 때문에, 위에서 주어진 작업영역의 경계는 실제 적용에 있어 다소 실용적이지 못할 수 있다. 기구의 특이점에 대한 조사는 5.2 절에서 이루어진다.

5. 자코비안 해석

이 장에서는, 상판의 속도와 능동 다리의 작동기 속도간의 전달 특성을 나타내는 기구의 자코비안 행렬이 유도된다. 이를 기초로, 기구가 특이형상에 놓일 조건에 대해 조사된다.

5.1 자코비안 행렬

기구학적 구속관계식 (2)와 (3)을 시간에 대해 미분하면 기구의 입출력 속도 관계식이 다음과 같이 얻어진다.

$$l_1 \dot{t}_1 = (x_C + r \cos \theta - R) \dot{x}_C + (y_C + r \sin \theta) \dot{y}_C$$

$$+ (-x_C r \sin \theta + y_C r \sin \theta + R r \sin \theta) \dot{\theta} \quad (16)$$

$$l_2 \dot{t}_2 = (x_C - r \cos \theta + R) \dot{x}_C + (y_C - r \sin \theta) \dot{y}_C$$

$$+ (x_C r \sin \theta - y_C r \sin \theta + R r \sin \theta) \dot{\theta} \quad (17)$$

작동기 속도 (\dot{t}_1, \dot{t}_2)와 상판의 속도 (\dot{x}_C, \dot{y}_C) 사이의 관계를 묘사하기 위해 요구되는 상판의 회전 속도 $\dot{\theta}$ 는 식 (1)을 시간에 대해 미분함으로써 \dot{x}_C 와 \dot{y}_C 의 함수로 표현될 수 있다.

$$\dot{\theta} = \frac{\dot{x}_C \cos \theta + \dot{y}_C \sin \theta}{x_C \sin \theta - y_C \cos \theta} \quad (18)$$

여기서, $x_C \sin \theta - y_C \cos \theta = 0$ 은 수동 구속 다리의 길이가 $l_C = 0$ 임을 의미하며, 이는 실제로 이루어질 수 없으므로 항상 $x_C \sin \theta - y_C \cos \theta \neq 0$ 임에 주의하라. 식 (18)를 (16)과 (17)에 대입하고, 벡터 식으로 정리하면

$$\mathbf{J}_q \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}_x \dot{\mathbf{x}} \quad (19)$$

이다. 여기서 입력과 출력 속도 벡터는 각각 $\dot{\mathbf{q}} = [\dot{t}_1, \dot{t}_2]^T$ 와 $\dot{\mathbf{x}} = [\dot{x}_C, \dot{y}_C]^T$ 로 표현되었다. 행렬 \mathbf{J}_q 와 $\mathbf{J}_x \in \mathbb{R}^2$ 는 각각 기구의 역자코비안과 순자코비안 행렬을 의미하며, 다음과 같다.

$$\mathbf{J}_q = \text{diag}(l_1, l_2) \quad (20)$$

$$\mathbf{J}_x = \begin{bmatrix} x_C - R + \delta \cos \theta & y_C + \delta \sin \theta \\ x_C + R + \delta \cos \theta & y_C + \delta \sin \theta \end{bmatrix} \quad (21)$$

여기서 $\delta = \frac{Rr \sin \theta}{x_C \sin \theta - y_C \cos \theta}$

따라서, 제안된 병렬기구의 자코비안 행렬은

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_q^{-1} \mathbf{J}_x \quad (22)$$

로 표현될 수 있다.

5.2 특이점 해석

작업영역 내부에 존재하는 특이점 대한 조사는 기구의 설계에 앞서 수행되어야 하는 매우 중요한 관점이다. 일반적으로, 병렬 기구의 특이점 해석에 있어서 Gosselin과 Angeles⁽¹⁶⁾에 의해 제안된 특이점 분류는 유용한 도구이다. 따라서 제안된 기구의 특이점은 \mathbf{J}_q , \mathbf{J}_x 또는 두 자코비안 행렬이 동시에 특이상태에 놓일 때 얻어질 수 있다.

1종(first kind) 특이점은 \mathbf{J}_q 는 특이상태에 있으나, \mathbf{J}_x 는 역행렬을 가질 때 얻어진다. 이는 상판이 기구의 작업영역 경계 위 또는 그 근처에 있는 경우로써, 상판이 하나 이상의 자유도를 상실함에 의해 기구가 작동기의 입력 힘 없이도 외력을 지지할 수 있는 형태에 놓임을 의미한다. 이러한 특이점은 다음의 조건에서 찾을 수 있다.

$$\det(\mathbf{J}_q) = 0 \Rightarrow l_1 = 0 \text{ or } l_2 = 0 \quad (23)$$

실제 능동 다리의 길이는 항상 양의 값을 취하므로 이러한 형상은 기구가 도달할 수 없다.

2종(second kind) 특이점은 \mathbf{J}_q 가 역행렬을 가지나, \mathbf{J}_x 가 특이상태에 놓일 때 얻어진다. 이것은

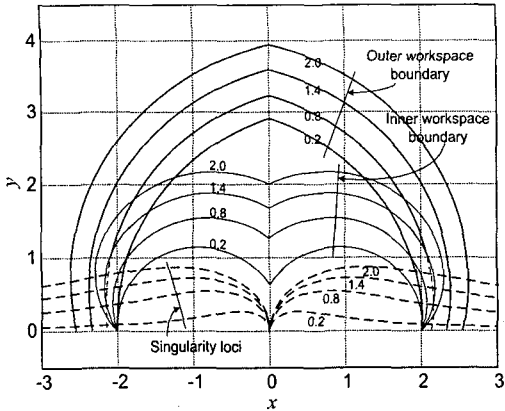


Fig. 3 Workspace boundaries and singularity loci according to $\Delta l (r=0.2)$

모든 작동기가 구속되었음에도 불구하고 상판이 움직일 수 있는 기구 형상을 의미한다.

$$\det(\mathbf{J}_x) = 0$$

$$\Rightarrow R=0 \text{ or } x_C y_C \sin \theta - y_C^2 \cos \theta + R r \sin^2 \theta = 0 \quad (24)$$

$R=0$ 는 외력에 대해 작동기가 z 축 방향으로 어떠한 반력 모멘트도 제공하지 못함을 의미한다. 따라서 이러한 조건은 기구의 설계단계에서 적절히 제거되어야 한다. 2 종 특이점을 위한 또 다른 조건은 \mathbf{J}_x 의 둘째 열의 모든 성분이 '영'이 되는 경우로써, 주어진 작동기의 입력에 대해 \dot{y}_C 가 유일하게 결정되지 못함을 의미한다. 따라서 이러한 조건을 만족하는 특이점에 대한 기구의 작업영역 내의 존재 여부는 반드시 조사되어야 한다.

구조적(architecture) 특이점이라고도 하는 3 종(third kind) 특이점은 $\mathbf{J}_q, \mathbf{J}_x$ 가 동시에 특이상태에 놓이는 경우에서 얻어진다.⁽¹⁷⁾ 이것은 모든 작동기가 구속되었음에도 불구하고 상판의 미소 운동이 가능하거나, 작동기의 미소 구동에도 불구하고 상판의 운동이 불가능한 기구형상과 일치한다. 그러한 형상을 확인하기 위해, 역 특이형상에서 얻어진 상판의 각도 θ^* 와 수동 다리의 길이 l_C^*

$$\theta^* = \arccos(r/R), \quad l_C^* = \sqrt{R^2 - r^2} \text{ for } R \geq r \quad (25)$$

를 2 종 특이 조건식에 대입하였을 때, 다음과 같은 관계식이 얻어진다.

$$l_C^2 \cos \theta^* = R r \sin^2 \theta^* \quad (26)$$

이는 1 종 특이형상과 3 종 특이형상이 동일함을 의미한다. 따라서 제시된 기구는 3 종 특이점 문제로 부터 자유롭다.

위의 해석으로부터, 기구의 특이점은 단지 2 종 특이점을 위한 두 번째 조건을 만족하는 기구형상에서 얻어짐을 알 수 있다. 기하학적 설계변수와

기구의 출력변수로 표현되는 특이점 궤적 (24)를 앞서 구한 작업영역 경계와 조합하면 Fig. 3 과 같이 기구의 실용적인 작업영역이 얻어진다.

6. 최적 설계

일반적으로, 병렬 기구는 직렬기구에 비해 상대적으로 작은 작업영역을 갖는다. 따라서 병렬 기구의 작업영역 크기는 최대화되어야만 한다. 그러나, 작업영역을 최대화하기 위한 시도는 기구의 유연성(dexterity) 및 강성(stiffness)과 같은 기구의 기구학적 성능을 저하시킨다. 따라서, 기구의 최적 설계를 위해서는 작업영역의 질적 평가가 반드시 이루어져야 한다.

6.1 성능지수

본 논문에서는, 기구의 최적설계를 위해 최대화되어야 하는 목적함수로써 다음과 같은 세가지 성능지수가 이용되었다.

1) 전역 등방성 지수(Global Isotropy Index)^(13,14, 18)

$$\eta_1 = \frac{\int_W 1/\kappa dW}{\int_W dW} \quad (27)$$

여기서 dW 는 기구의 미소 작업영역이며, κ 는 작업영역내의 주어진 위치에서 얻어지는 자코비안 행렬 (22)의 조건수(condition number)이다. 실용적인(practical) 작업영역의 크기 W 는 (12)-(15) 및 (24)를 이용하여 다음과 같이 얻어진다.

$$W = \int_{\varphi} dW = \int_{\varphi} (x_{CM}^2 + y_{CM}^2 - x_{cm}^2 - y_{cm}^2) d\theta \quad (28)$$

여기서 $\varphi > 0$ 는 작업영역 내부경계가 특이점 궤적과 만나는 점에서 얻어지는 θ 를 나타낸다. 전체 작업영역에 걸쳐 평균화된 등방성을 나타내는 이 지수는 상판이 작업영역 내에서 임의의 방향으로 얼마나 균일하게(uniformly) 이동할 수 있는가를 평가하기 위해 주어졌다.

2) 전역 저항성 지수(Global Resistivity Index)^(1,9)

$$\eta_2 = \frac{\int_W \omega dW}{\int_W dW} \quad (29)$$

여기서 $\omega = 1/|\det(\mathbf{J}^{-1})| = |\det(\mathbf{J})|$. 이 지수는 기구가 외부로부터 주어진 힘과 모멘트를 전달 수 있는 능력, 즉 기구의 위치 정확도(accuracy)와 직결되는 기구의 강성(stiffness)을 평가하기 위해 이용된다.

3) 공간 활용 지수(Space Utilization Index)

앞서 제시된 두 지수는 작업영역의 크기에 대해 정규화되기 때문에, 병렬기구의 설계에 있어 중요한 작업영역의 크기를 효과적으로 평가하는데 한계를 갖는다. 따라서, 작업영역의 크기에 대한 평가는 다음과 같이 정의되는 공간 활용 지수를 이

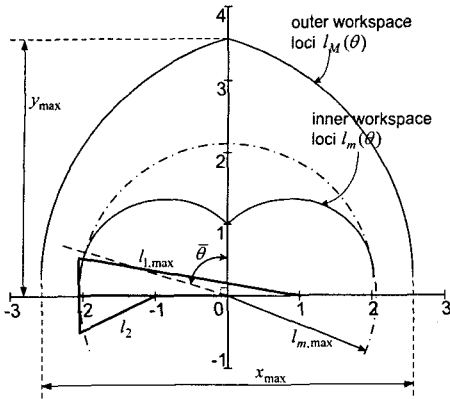


Fig. 4 Geometric algorithm for obtaining the maximum length of the actuated leg

용하여 이뤄진다.

$$\eta_3 = \frac{\int_W dW}{S} \tag{30}$$

여기서 $S = x_{max} \times y_{max}$ 는 Fig. 4 에서 보여주는 바와 같이 기구 전체 작업영역을 둘러싸는 최소의 사각형 넓이를 나타낸다. 따라서, 이 지수는 기구의 완전한 운동을 위해 요구되는 최소 공간에 대한 실제 작업영역의 넓이 비를 반영한다.

제안된 기구의 최적화는 앞서 제시된 지수들을 복합적으로 고려하여 수행되었다. 이러한 성능지수들은 서로 다른 범위의 값을 가질 수 있으므로, 얻어진 값들은 각각의 최대, 최소값을 이용하여 정규화되어야 한다. 그러면, 기구의 최적설계를 위한 복합 성능지수는 다음과 같이 정의된다.

$$\eta = w_1 \times \hat{\eta}_1 + w_2 \times \hat{\eta}_2 + w_3 \times \hat{\eta}_3 \tag{31}$$

여기서 $\hat{\eta}_i = \frac{\eta_i - \min(\eta_i)}{\max(\eta_i) - \min(\eta_i)}$ 이고, w_i ($i=1\sim 3$) 는 각 지수들의 상대적 중요성을 나타내는 양(positive)의 가중치를 나타낸다. 이러한 복합성능지수는 기구의 실제 크기에 독립적이므로 그 결과의 적용에 있어 유연성을 갖는다.

6.2 수치 최적화

최적화의 목적은 복합 성능 지수를 최대화하는 기구의 설계변수를 결정하는 것이며, 제시된 기구의 설계변수는 작동기의 구동한계 l_{min} 와 l_{max} 및 상판과 하판의 크기 r 과 R 를 포함한다.

먼저, 작동기의 구동범위를 고려하자. Fig. 2 로부터 알 수 있듯이, 기구가 $\theta = \pm\pi/2$ 의 회전 작동영역을 가지기 위해서는 $l_{min} \geq R$ 의 조건을 만족해야 한다. 기구의 신뢰성 확보를 위해, $l_{min} = \sqrt{R^2 + r^2} \geq R$ 를 이용한다면, 이에 대응하는

l_{max} 는 다음 식을 최대화함에 따라 얻어질 수 있다.

$$f(\theta) = l_{cm}^2 \equiv x_{cm}^2 + y_{cm}^2 \tag{32}$$

또한, 위 식이 최대가 될 때 얻어지는 상판의 회전각도와 수동 구속 다리의 길이는

$$\bar{\theta} = \begin{cases} \pm \arccos\{(-R + \sqrt{R^2 + r^2})/r\} & \text{for } r \neq 0 \\ \pm \pi & \text{for } r = 0 \end{cases} \tag{33}$$

$$\bar{l}_{cm} = 2R(R + \sqrt{R^2 + r^2}) \tag{34}$$

이다. 이때, 상판이 $\bar{\theta}$ 에 위치한다는 것은 (x_c, y_c) 와 직선 $y_c = -x_c \cot \bar{\theta}$ 사이의 거리가 최소화된다는 것을 의미한다 (Fig. 2). 따라서, 상판이 $\bar{\theta}$ 에 위치할 때, 작동기중 하나가 그것의 최소 길이를 가진다면 다른 작동기는 최대길이를 갖는다. 기구의 신뢰성 보장을 위해, Fig. 4 와 같이 상판이 $\bar{\theta}$ 에 위치할 때 얻어진 수동 다리의 길이를 반지름으로 가지는 원과 x 축의 교점에 상판의 중심이 위치할 때 얻어지는 긴 작동기의 길이를 그것의 최대길이로 재정의한다.

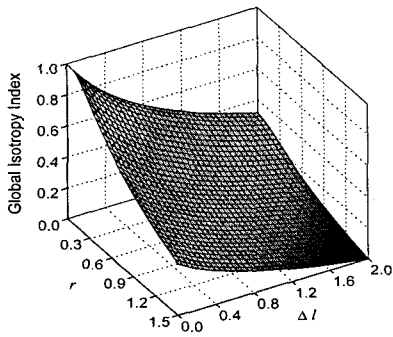
$$l_{max} = \sqrt{r^2 + \bar{l}_{cm}^2} \tag{35}$$

기구의 작업영역을 증가시키기 위해 추가의 작동기 길이 Δl 를 도입한다면 ($l_i \in [l_{min}, l_{max} + \Delta l]$), 기구의 최적설계를 위한 설계변수는 두 개의 무차원 변수 r/R 와 $\Delta l/R$ 가 이용될 수 있다. 따라서, $R=1$ 일 때, 주어진 설계변수가 주어진 구속범위 내에서 변한다고 가정하면 제안된 기구의 기구학적 최적화 문제는 다음과 같이 정의될 수 있다.

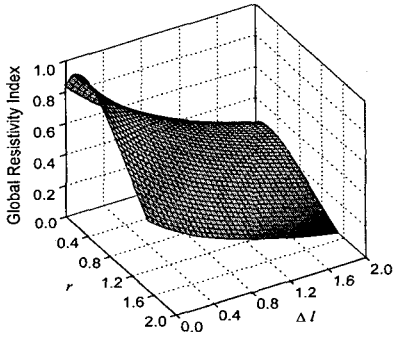
$$\underset{r, \Delta l}{\text{Maximize}} (\eta) \text{ subject to } r, \Delta l \in [0, 2] \tag{36}$$

Fig. 5 는 위 식을 이용하여 얻어진 r 과 Δl 에 대한 전역 등방성 지수, 전역 저항성 지수, 그리고 공간 활용 지수를 각각 보여준다. 전역 등방성 지수는 r 과 Δl 이 작아질수록 단조롭게 증가하며, Δl 에 비해 r 의 변화에 더 민감하다. 또한, 그것의 최대값은 r 과 Δl 이 모두 최소값 '0'을 가질 때 얻어진다. 전역 저항성 지수는, 주어진 Δl 에 대해서 r 이 작아짐에 따라 단조롭게 증가하다가 $r=0.2$ 에서 그것의 최대값에 도달하고 $r < 0.2$ 에서는 감소한다. 그리고 이 지수는 Δl 의 감소에 따라 증가하는 경향을 보이니 r 에 비해서는 덜 민감하다. 이전 두 지수와는 달리, 공간 활용 지수는 Δl 와 함께 단조롭게 증가하며, r 이 감소할 때 증가한다. 그리고 r 에 비해 Δl 의 변화가 더 많은 영향을 갖는다.

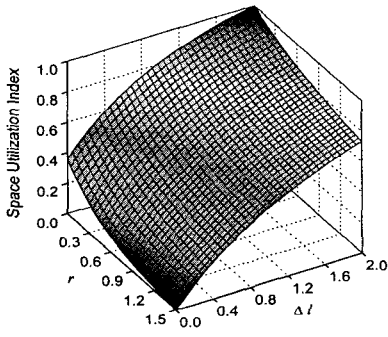
세 지수의 영향을 동시에 고려하기 위한 복합 설계지수에 대한 결과는 Fig. 6 에서 보여주며, 이



(a) Normalized global isotropy index



(b) Normalized global resistivity index



(c) Normalized space utilization index

Fig. 5 Globally Kinematic performance indices

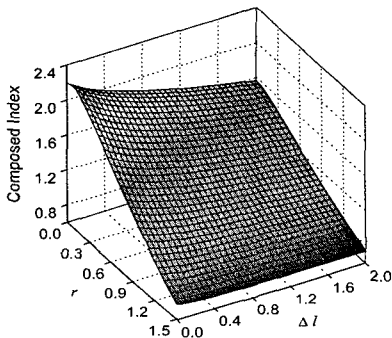


Fig. 6 Composed design Index

때 가중치 w_i 는 각 지수들을 동등하게 고려하기 위해 모두 1로 지정되었다. 복합지수는 r 과 Δl 이 감소함에 따라 단조롭게 증가하며, r 과 Δl 이 모두 최소값을 가질 때 그것의 최대값에 도달한다. 또한, r 의 변화에는 민감한 변화를 보이는 반면 Δl 의 변화는 거의 영향을 갖지 않는다. 특히, r 이 클수록 Δl 의 변화에 덜 민감하며, 이러한 특성은 기구의 작업영역의 크기를 결정함에 있어 유연성을 제공한다.

6.3 기구학적 성능 평가

제시된 기구의 유용성을 조사하기 위해서, 기존의 대표적인 2 자유도 평면형 병렬기구인 5 절 기구(5-bar mechanism)와 기구학적 성능비교를 실시하였다. 이에 대한 결과는 Table 1에서 보여주며, 이때 5 절 기구의 설계 변수들은 Huang의 4인⁽²¹⁾이 제시한 값들을 이용하였다 (원점과 능동관절 사이의 거리: 0.4950, 능동 링크의 길이: 1, 수동 링크의 길이: 1.7). 복합설계지수가 최대치를 갖도록 설계된 기구($r=0, \Delta l=0$)는 5 절 기구에 비해 등방성과 저항성에 있어서 각각 3.6%와 38.5% 향상된 기구학적 성능을 가지는 반면, 공간활용 측면에서 38%정도 감소됨을 알 수 있다. 또한, 등방성과 저항성지수만을 고려하여 최적으로 설계된 기구($r=0.2, \Delta l=0$)는 거의 동일한 등방성 성능을 가지면서 50%까지 향상된 저항성 성능을 보인다. 특히, 5 절 기구 대비 성능을 최대화 하는 설계조건이 복합설계지수를 최대화 하는 설계조건과 동일하며, 이는 $r=0, \Delta l=0$ 이 제시된 기구에 있어 최적의 설계변수임을 의미한다. 따라서, 제시된 기구는 공간활용 측면에서의 손실을 대가로 증가된 기구의 유연성과 강성을 가짐을 알 수 있다. 그리고 본 논문에서 제안된 복합설계지수 (31)은 Tsai 등에 의해 제안된 전역 등방성 지수와 전역 저항성 지수만을 결합한 설계지수에 비해 제시된 기구의

Table 1 Comparison of the 2RPR-RP mechanism with the 5-bar manipulator

	5-bar Mech.	2RPR-RP Mech.	
		$r=0, \Delta l=0$	$r=0.2, \Delta l=0$
Global Isotropy	0.5266	0.5455 (103.6%)	0.5248 (99.7%)
Global Resistivity	0.5729	0.7934 (138.5%)	0.8623 (150.5%)
Space Utilization	0.7328	0.4517 (61.6%)	0.4133 (56.4%)
Composed Index		2.1915	2.1579

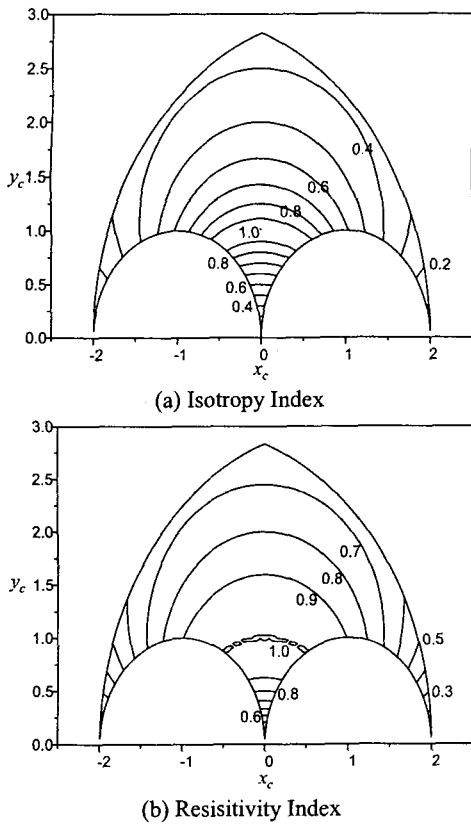


Fig. 7 Locally kinematic performance Indices of the optimized mechanism ($r = 0, \Delta l = 0$)

최적설계에 더욱 효과적임을 알 수 있다.

또한, 최적화된 기구의 지역(local) 등방성 및 지역 저항성 지수에 관한 연구 또한 수행되었다. Fig. 7(a)의 등방성 지수로부터, 기구의 말단장치가 x 축 근처에 있을 때 기구는 특이형상에 놓임을 확인할 수 있으며, 이는 5.2 절의 특이점 해석결과와 일치한다. 또한, Fig. 7(b)의 저항성 지수로부터, 기구가 특이점 근처에 놓일 때 기구의 저항성은 '0'에 가까워짐을 알 수 있으며, 이는 식 (29)에서 정의된 강성 지수 $\sigma = 1/|\det(\mathbf{J}^{-1})| = |\det(\mathbf{J})|$ 로부터 이해될 수 있다. 이러한 특이점들은 작업영역의 좌우 첨단 부분 근처에 존재하므로 실제 기구가 주어진 작업을 수행함에 있어 크게 문제됨 없이 배제될 수 있다. 제시된 기구의 등방성 지수와 저항성 지수는 거의 유사한 형태로 전체 작업영역 내에 분포하고 있으나, 저항성 지수가 더 완만한 변화를 가짐을 알 수 있다. 이러한 특성은 제시된 기구가 등방성에 비해 강성에 대해 더욱 양호한 성능을 제시함을 의미한다.

5 절 기구와 비교했을 때, 제시된 기구의 작업영

역은 $I_{\min} = \sqrt{R^2 + r^2} \geq R$ 에 의해 구속받기 때문에, 비교적 큰 등방성과 저항성 지수를 갖는 영역에서 많은 손실을 가진다. 이러한 작업영역의 내부 경계는 직선 작동기가 가지는 제한된 구동범위로부터 기인되는 것으로써, 작동기의 형태를 회전형으로 교체한다면 보다 나은 기구학적 성능이 기대된다.

7. 결론

2 개의 직선 능동 다리(2RPR)와 1 개의 수동 구속 다리(RP)를 갖는 2 자유도 평면형 병렬 기구(2RPR-RP)가 제시되었다. 제한된 기구의 자유도는 상판이 평면 상에서 임의의 원통 운동을 하도록 구속하는 수동 구속 다리의 자유도 때문에 1 자유도 병진운동과 1 자유도 회전운동을 포함한 2 자유도로 제한된다.

먼저, 기구의 기구학 해석이 수행되었다. 닫힌해를 가지는 역기구학 및 순기구학 식이 유도되었으며, 작업영역의 경계가 기하학적으로 얻어졌다. 그리고 기구의 모든 가능한 특이형상은 자코비안 행렬과 특이점의 일반적 분류 방법을 이용하여 조사되었다. 다음으로, 기구의 설계변수와 작동기의 구동범위를 최적으로 결정하기 위해서, 등방성, 저항성, 그리고 공간 활용성과 같은 기구의 전역 기구학적 성능을 고려한 기구의 최적설계를 수행하였다. 마지막으로, 대표적인 2 자유도 평면형 병렬 기구인 5 절 기구와 비교하여, 제시된 기구의 기구학적 성능 평가가 실시되었다. 기존의 기구에 비해, 제안된 기구는 추가로 설치된 하나의 수동 구속다리로 기인되는 더 큰 강성과 유연성을 가짐을 확인하였다. 따라서 제안된 기구는 다양한 응용분야에서 효과적으로 활용될 수 있을 것으로 예상된다.

후 기

본 연구는 부산대학교의 자유과제 학술연구비(2년 과제)에 의하여 수행되었으며, 연구비 지원에 대하여 사의를 표합니다.

참고문헌

- (1) Tsai, L.-W. and Joshi, S., 2002, "Kinematic Analysis of 3-DOF Position Mechanisms for Use in Hybrid Kinematic Machines," *Tran. ASME J. Mech. Des.*, Vol.

- 124, pp. 245~253.
- (2) Pham, H. H. and Chen, I-M., 2002, "Kinematics, Workspace and Static Analysis of 2-DOF Flexure Parallel Mechanism," *7th Int. Conf. on Control, Automation, Robotics and Vision*, Singapore, pp. 968~973.
- (3) Liu, X.-J., Tang, X. and Wang, J., 2003, "A Novel 2-DOF Parallel Mechanism Based Design of A New 5-Axis Hybrid Machine Tool," *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Taipei, Taiwan, pp. 3990~3995.
- (4) Callegari, M. and Tarantini, M., 2003, "Kinematic Analysis of A Novel Translational Platform," *Tran. ASME J. Mech. Des.*, Vol. 125, pp. 308~315.
- (5) Ji, P. and Wu, H., 2003, "Kinematics Analysis of An Offset 3-DOF Translational Parallel Robotic Manipulator," *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 42, pp. 117~123.
- (6) Tsai, M.-S., Shiau, T.-N., Tsai, Y.-J., Chang, T.-H., 2003 "Direct Kinematic Analysis of A 3-PRS Parallel Mechanism," *Mech. Mach. Theory*, vol. 38, pp. 71~83.
- (7) Gregorio, R. D. and Parenti-Castelli, 2001, "Position Analysis in Analytical Form of the 3-PSP Mechanism," *Tran. ASME J. Mech. Des.*, Vol. 123.
- (8) Romdhane, L., Affi, Z. and Fayet, M., 2002, "Design and Singularity Analysis of A 3-Translational-DOF In-Parallel Manipulator," *Tran. ASME J. Mech. Des.*, Vol. 124, pp. 419~426.
- (9) Joshi, S. and Tsai, L.-W., 2002, "A Comparison Study of Two 3-DOF Parallel Manipulators: One with Three and the Other with Four Supporting Legs," *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, DC, pp. 3690~3697.
- (10) Stock, M. and Miller, K., 2003, "Optimal Kinematic Design of Spatial Parallel Manipulators: Application to Linear Delta Robot," *Tran. ASME J. Mech. Des.*, Vol. 125, pp. 292~301.
- (11) Kim, H. S. and Tsai, L.-W., 2003, "Kinematic Synthesis of A Spatial 3-RPS Parallel Manipulator," *Tran. ASME J. Mech. Des.*, Vol. 125, pp. 92~97.
- (12) Ji, Z., 2003, "Study of Planar Three-Degree-of-Freedom 2-RRR Parallel Manipulators," *Mech. Mach. Theory*, Vol. 38, pp. 409~416.
- (13) Gao, F., Liu, X. and Gruver, W. A., 1998, "Performance Evaluation of Two-Degree-of-Freedom Planar Parallel Robots," *Mech. Mach. Theory*, Vol. 33, No. 6, pp. 661~668.
- (14) Frisoli, A., Prisco, G. M., Salsedo, F. and Bergamasco, M., 1999, "A Two Degrees-of-Freedom Planar Haptic Interface with High Kinematic Isotropy," *Proc. IEEE Int. Works. on Robot and Human Interaction*, Pisa, Italy, pp. 297~302.
- (15) Gregorio, R. D., 2002, "Analytic Determination of Workspace and Singularities in A Parallel Pointing System," *J. Robot. Syst.*, Vol. 19, No. 1, pp. 37~43.
- (16) Gosselin, C. M. and Angeles, J., 1990, "Singularity Analysis of Closed Loop Kinematic Chains," *IEEE Trans. Robot. Automat.*, Vol. 6, pp. 281~290.
- (17) Ma, O. and Angeles, J., 1992, "Architecture Singularities of Platform Manipulator," *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, CA, pp. 1542~1547.
- (18) Birglen, L., Gosselin, C., Pouliot, N., Monsarrat, B. and Laliberté, T., 2002, "SHaDe, A New 3-DOF Haptic Device," *IEEE Trans. Robot. Automat.*, Vol. 18, No. 2, pp. 166~175.
- (19) Yoshikawa, T., 1991, "Translational and Rotational Manipulability of Robotic Manipulators," *Proc. IEEE Int. Conf. on Industrial Electronics, Control and Instrumentation*, pp. 1170~1175.
- (20) Yoshikawa, T., 1985, "Manipulability of Robotic Mechanisms," *Int. J. Robotics Research*, Vol. 4, No. 2, pp. 3~9.
- (21) Huang, T., Li, M., Li, Z., Chetwynd, D. G. and Whitehouse, D. J., 2004, "Optimal Kinematic Design of 2-DOF Parallel Manipulators with Well-Shaped Workspace Bounded by a Specified Conditioning Index," *IEEE Trans. Robot. Automat.*, Vol. 20, No. 3, pp. 538~543.