

무선 센서 네트워크에서 위치 측정을 위한 중점 기법

(Localization using Centroid in Wireless Sensor Networks)

김 숙 연 [†] 권 오 흠 ^{**}
(Sook-Yeon Kim) (Oh-Heum Kwon)

요 약 무선 센서 네트워크에서 노드들의 위치를 측정하는 문제는 사건탐지, 라우팅, 정보추적 등의 중요한 네트워크 기능을 수행하기 위해 필수적으로 해결해야 한다. 위치측정 문제는 노드들 간의 연결성이 알려져 있을 때 네트워크의 모든 노드의 위치를 결정하는 문제이다. 본 논문에서는 분산 알고리즘인 중점 기법을 중앙 집중적인 알고리즘으로 확장한다. 확장된 알고리즘은 단순하다는 중점 기법의 장점을 지니면서도 각 미지 노드가 세 개 이상의 고정 노드들의 중첩된 전송 범위에 속해야 한다는 단점을 갖지 않는다. 본 논문의 알고리즘은 위치 측정 문제가 일차원 행렬 방정식으로 정형화 될 수 있음을 보여준다. 이러한 일차원 행렬 방정식이 유일한 해를 가짐을 수학적으로 증명함으로써 모든 미지 노드들의 위치를 유일하게 결정할 수 있음을 보인다.

키워드 : 무선 센서 네트워크, 위치측정, 중점, 일차행렬방정식

Abstract Localization in wireless sensor networks is essential to important network functions such as event detection, geographic routing, and information tracking. Localization is to determine the locations of nodes when node connectivities are given. In this paper, centroid approach known as a distributed algorithm is extended to a centralized algorithm. The centralized algorithm has the advantage of simplicity, but does not have the disadvantage that each unknown node should be in transmission ranges of three fixed nodes at least. The algorithm shows that localization can be formulated to a linear system of equations. We mathematically show that the linear system have a unique solution. The unique solution indicates the locations of unknown nodes are capable of being uniquely determined.

Key words : wireless sensor network, localization, centroid, linear system of equations

1. 서 론

위치측정(localization)은 무선 센서 네트워크에서 노드들의 위치를 결정하는 작업이다. 위치측정은 위치기반계산(location-dependent computing)[1,2], 지리적인 라우팅(geographic routing)[3], 커버리지와 트래킹(coverage and tracking)[4], 위치기반 사건탐지(event detection based on location)등과 같은 중요한 네트워크 기능을 수행하기 위해 필수적이다.

노드의 위치를 결정하는 방법으로는 사전에 노드의

위치를 미리 수동으로 설정해 놓거나 GPS(Global Positioning System)를 사용하는 방법이 있을 수 있다. 네트워크의 각 노드의 위치를 수동으로 설정하는 방법은 대규모의 네트워크에 적용할 수 없을 뿐만 아니라 노드들이 움직이는 상황에서는 더욱 부적절하다. 한편 GPS[5]를 이용하여 위치를 측정하는 방법은 물리적인 한계를 가진다. GPS 수신기는 하드웨어적으로나 전력 면에서 많은 비용을 요구한다. 더구나 위성과 GPS 수신기 사이에 장애물이 없어야 된다는 제약으로 인해 실내에서 사용할 수 없을 뿐만 아니라 초목, 산, 구름 등으로 가로막혀 있는 실외에서도 사용하기가 어렵다.

따라서 위치가 알려진 소수 개의 노드를 기준으로 나머지 노드들의 위치를 알아내는 방법들이 연구 개발되었다. 위치가 알려진 노드를 앵커(anchor), 레퍼런스 노드(reference node), 혹은 고정 노드(fixed node)라고

[†] 정 회 원 : 한경대학교 컴퓨터공학과 교수

sookyeon@hknu.ac.kr

^{**} 정 회 원 : 부경대학교 전자컴퓨터정보통신공학부 교수

ohkwn@pknu.ac.kr

논문접수 : 2005년 2월 14일

심사완료 : 2005년 7월 9일

부른다. 위치가 알려지지 않은 나머지 노드들을 미지 노드(unknown node)라고 하자. 고정 노드의 위치는 수동으로 미리 설정해 놓거나 GPS를 사용하여 결정할 수 있으며, 이외에 어떤 다른 기술이라도 도입될 수 있다. 고정 노드의 위치가 항상 일정해야 하는 것은 아니나 고정 노드의 위치가 바뀌면 미지 노드들의 위치도 다시 측정해야 한다.

고정 노드를 기준으로 미지 노드들의 위치를 알아내는 다양한 방법이 있으나 이중 중점 기법[6]은 그 단순성으로 인해 성능이 매우 제한되어 있는 센서 노드들에 적합한 분산 알고리즘이다. 한편 중앙 집중적이라고 알려진 알고리즘들은 볼록 최적화 문제, 반복적 기법(iterative approach), MDS(Multidimensional Scaling) 등을 사용하여 매우 엄밀하고도 복잡한 계산을 통해 미지 노드의 위치를 구한다[7-9]. 그러나 수천에서 수만 개에 이르는 센서 노드들에 대한 정보를 중앙에 모아서 엄밀하고도 복잡한 계산을 수행하는 것은 때로 불가능하다. 따라서 알고리즘의 단순성과 계산량의 최소화는 중앙 집중적으로 위치를 측정할 때 간과할 수 없는 요구사항이 된다.

본 논문에서는 분산 알고리즘인 중점 기법을 중앙 집중적인 알고리즘으로 확장한다. 확장된 알고리즘은 단순하다는 중점 기법의 장점을 지니면서도 각 미지 노드가 세 개 이상의 고정 노드들의 중첩된 전송 범위에 속해야 한다는 단점을 갖지 않는다. 본 논문의 알고리즘은 위치 측정 문제가 일차원 행렬 방정식으로 정형화 될 수 있음을 보여준다. 이러한 일차원 행렬 방정식이 유일한 해를 가짐을 수학적으로 증명함으로써 모든 미지 노드들의 위치를 유일하게 결정할 수 있음을 보인다.

2절에서는 관련연구를 분석하고, 3절에서는 중앙 집중적인 중점 기법을 제시하고, 4절에서는 이 기법에서 사용하는 행렬 방정식이 유일한 해를 가짐을 수학적으로 증명하고, 5절에서는 시뮬레이션 결과를 보이고 이 기법의 몇 가지 특성을 고찰한 후, 6절에서는 결론을 맺는다.

2. 관련연구

단위 디스크 그래프(unit disk graph)는 두 노드 u 와 v 간의 Euclidean 거리가 1이하일 경우에만 두 노드 간에 에지 (u,v) 가 존재하는 그래프이다. 단위 디스크 그래프에서 각 노드는 반경 1인 단위 디스크 상에 존재하는 모든 노드와 에지로 연결되어 있다. 주어진 그래프가 단위 디스크 그래프인지 결정하는 문제는 NP-hard임이 알려져 있다[10]. 다시 말해서 그래프 $G=(V, E)$ 가 주어졌 있을 때 인접한 노드 쌍은 Euclidean 거리가 1이하가 되도록 하고 인접하지 않은 노드 쌍은 Euclidean 거리가 1이 넘도록 그래프 G 의 노드들을 평면상에 배치시

킬 수 있는지 polynomial 시간에 결정할 수 없다는 것이다.

뿐만 아니라 주어진 단위 디스크 그래프를 평면에 임베딩하는 것이 NP-hard임도 알려져 있다. 단위 디스크 그래프를 평면에 대략적으로 (approximately) 임베딩하는 것조차 불가능하다. polynomial 시간에 단위 디스크 그래프를 임베딩할 때 인접하지 않은 노드 쌍의 Euclidean 거리가 1이하가 되도록 허용하지 않는다면 인접한 노드 쌍의 거리는 $\sqrt{3/2}-\epsilon$ 까지 멀어질 수 있다[11]. 이러한 기존 연구들은 연결성(connectivity)만을 근거로 정확한 위치측정을 하는 것이 매우 어려운 문제임을 보여준다.

한편 일부 노드들의 위치가 알려져 있을 때 연결성을 근거로 하여 위치를 측정하는 방법은 활발히 연구되어 왔다[12,13,7,8]. 이중 중점 기법[6]은 위치가 알려진 고정 노드들에 대한 연결성을 기반으로 미지 노드의 위치를 측정한다. 각 고정 노드들은 동일한 전송 범위를 가지고 네트워크에 중첩되어 배치되어 있다. 고정 노드들은 주기적으로 자신의 위치 정보를 담은 비컨을 방송한다. 각각의 미지 노드들은 특정 시간 동안 주변 고정 노드들로부터 방송되는 모든 비컨 신호를 수집한다. 각 미지 노드는 수집한 비컨 신호로 주변 레퍼런스 노드들의 위치 정보를 알 수 있으며, 연결된 모든 고정 노드들이 커버하는 중첩 영역을 자신의 위치로 인식한다. 위치인식 오차는 고정 노드의 전송 범위가 클수록 배치 밀도가 높을수록 작아진다.

중점 기법은 단순하여 미지 노드의 부하를 줄일 수 있다는 장점을 가진다. 하지만, 사전에 동일한 전송 범위를 가진 고정 노드들을 중첩하여 배치하여야 한다. 다시 말해서 각 미지 노드가 세 개 이상의 고정 노드들의 중첩된 전송 범위에 속해야 한다. 이를 위해서는 고정 노드의 개수가 충분히 많거나 각 고정 노드의 전송 범위가 매우 넓어야 한다. 그러나 이 두 가지 모두 고비용을 요구한다. 본 방법은 각 미지 노드가 세 개 이상의 고정 노드들의 중첩된 전송 범위에 속하지 않아도 된다는 장점을 지닌다.

고정 노드의 전송 범위가 모든 노드들을 커버하지 않아도 되는 분산 알고리즘 중 대표적인 것은 각 미지 노드에서 3개 이상의 고정 노드에 대한 홉수(hop count)를 알아낸 후 고정 노드까지의 거리를 추정하여 위치를 계산해 내는 방법이다[14,13]. 이외에도 분산 알고리즘으로 위치를 측정하는 방법들이 다양하게 알려져 있다. [12,15]

한편 중앙 집중적으로 위치를 측정하는 알고리즘 중 Doherty의 방법은 인접한 노드 쌍의 거리를 제한조건으로 입력하여 볼록 최적화 문제(convex optimization)를 푸는 것이다[7]. 구체적으로 말하자면 선형 계획법(linear

programming)을 일반화한 semidefinite 프로그램(SDP)의 형태로 문제를 변형하여 푸는 것이다. 인접한 노드 쌍의 거리에 대한 제한 조건인 2차 부등식(quadratic inequality)을 Schur complements[16]를 이용하여 3×3 행렬을 가지는 Linear Matrix Inequality(LMI)로 변형한다. 결국 에지 개수만큼의 LMI들을 모아서 하나의 SDP를 형성한 후 내부 점 방법(interior point method)[17]을 적용하게 된다. SDP의 가장 단순한 형태인 선형계획법도 내부 점 방법(interior point method)을 적용할 때 크기가 $N \times N$ 이상인 행렬에 대한 방정식 계산을 수차례 반복해야만 한다[18]. (단 여기서 N 은 선형계획법에서 변수의 개수이다.)

중앙 집중적으로 위치를 측정하는 알고리즘 중 Sundaram의 방법은 인접한 노드 쌍의 거리뿐만 아니라 인접하지 않은 노드 쌍의 거리에 대한 조건까지 추가하여 반복적인 계산법(iterative approach)으로 위치를 계산한다[8]. 각 반복 단계에서는 각 노드 v 가 존재할 수 있는 위치의 집합 $L(v)$ 을 구한다. 미지 노드 v 에 대한 초기 값 $L(v)$ 은 전체 영역으로 정하고, 고정 노드 w 에 대한 초기값 $L(w)$ 은 한 점으로 정한다. 노드 쌍 간의 인접 정보를 이용하여 각 노드가 존재할 수 있는 위치 집합의 크기를 반복적으로 줄여 나간다. 이론적으로는 반복횟수를 무한히 늘임으로써 정확한 위치를 계산해 낼 수 있지만 실제로는 단계가 늘어날수록 각 노드에 대해서 저장해야 할 정보량과 계산량이 기하급수적으로 늘어나게 된다. 따라서 긴 복도와 같은 형태의 1차원 문제에 적합한 알고리즘이라 볼 수 있다.

이밖에 중앙 집중적인 또 다른 기법은 다음 세 가지 단계로 이루어 진다[9]. 첫째 모든 노드 쌍에 대해서 최단 경로를 구한다. Dijkstra나 Floyd의 알고리즘을 적용하면 $O(N^3)$ 의 시간 복잡도가 필요하다. 최단 경로상의 거리는 MDS(Multi-Dimensional Scaling)를 위한 거리 행렬 생성에 사용된다. 둘째, 생성된 거리 행렬에 고전적인 MDS를 적용하되, 상대 좌표를 구하기 위해서 가장 큰 2개의 고유치(eigenvalue)와 고유벡터(eigenvector)를 유지한다. MDS의 핵심 연산은 SVD(Singular Value Decomposition)이므로 둘째 단계도 $O(N^3)$ 의 시간 복잡도가 필요하다. 셋째, 3개 이상의 고정 노드를 기준으로 상대 좌표를 절대 좌표로 변형시킨다. 고정 노드의 실제 위치와 측정된 위치간의 에러의 제곱의 합을 최소화하기 위한 변형 인자(transform parameter)를 계산해 내는 데 $O(m^2)$ 의 시간 복잡도가 필요하고 전체 노드들에 변형 인자들을 적용하는데 $O(N)$ 의 시간복잡도가 필요하다. (단 여기서 m 은 고정 노드 수이고, N 은 전체 노드 수이다.)

이상에서 살펴본 바와 같이 중앙 집중적이라고 알려진 알고리즘들은 볼록 최적화 문제, 반복적 기법(iterative approach), MDS(Multidimensional Scaling) 등을 사용하여 매우 엄밀하고도 복잡한 계산을 통해 미지 노드의 위치를 구한다 [7,8,9]. 그러나 본 방법에서는 크기가 $N \times N$ 미만인 대칭양정치(symmetric and positive definite) 행렬에 대한 일차 방정식을 한번만 풀면 된다. 대칭양정치 행렬에 대한 일차 방정식의 시간 복잡도는 다른 행렬 일차 방정식들의 시간 복잡도 $O(N^3)$ 보다도 훨씬 적은 계산횟수를 필요로 함이 알려져 있다[20]. 그러므로 실제 계산 횟수에 있어서 기존의 방법들보다 본 방법은 엄청나게 개선된 것이다.

3. 중앙 집중적 중점 기법

본 논문에서는 주어진 무선 센서 네트워크를 그래프로 모델링 한다. N 개의 센서 노드로 구성된 네트워크를 N 개의 노드를 가지는 그래프 $G=(V, E)$ 로 모델링 한다. 여기서 노드 집합 V 는 센서 노드들을 나타내며 에지 집합 E 는 노드 쌍 간의 통신 여부를 나타낸다. 만약 노드 u 와 v 가 서로의 전송 범위 안에 놓여져 있으면 두 노드 u 와 v 사이에 에지 (u,v) 가 있다. 일반성을 잃지 않고 각 노드의 전송범위를 1이라고 가정하면 본 논문에서 다루는 그래프는 단위 디스크 그래프이다.

먼저 간단한 예를 통해 고정 노드들의 위치를 알 때 나머지 미지 노드들의 위치를 추정하는 중앙 집중적 중점 기법을 개략적으로 설명하겠다. 다음 그림 1과 같은 그래프 $G=(V, E)$ 가 있다고 하자. 그래프 G 의 노드 집합 V 는 v_1, v_2, \dots, v_6 으로 구성되는데 이중 v_1, v_2, v_3 는 미지 노드이고 v_4, v_5, v_6 는 고정 노드이다. 미지 노드 v_1, v_2, v_3 의 좌표를 각각 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ 라 하자. 고정 노드 v_4, v_5, v_6 의 좌표를 각각 $(2, 1), (5, 3), (4, 6)$ 이라 하자.

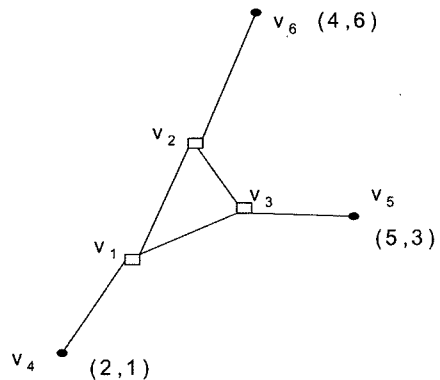


그림 1 간단한 예

각 미지 노드는 인접한 노드들의 중점에 있다고 가정하면 x 축에 대하여 다음과 같은 세 가지 식을 얻을 수 있다.

$$x_1 = \frac{x_2 + x_3 + 2}{3}, x_2 = \frac{x_1 + x_3 + 4}{3}, x_3 = \frac{x_1 + x_2 + 5}{3}$$

이 세 가지 식으로부터 다음과 같은 행렬 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix} \quad (1)$$

위 행렬 방정식을 풀면 $x_1 = 3.25, x_2 = 3.75, x_3 = 4$ 가 된다.

y 축에 대해서도 마찬가지로 다음과 같은 행렬 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \\ 3 \end{bmatrix} \quad (2)$$

위 행렬 방정식을 풀면 $y_1 = 2.75, y_2 = 4, y_3 = 3.25$ 가 된다. 결과적으로 미지노드 v_1 의 좌표는 $(3.25, 2.75), v_2$ 의 좌표는 $(3.75, 4), v_3$ 의 좌표는 $(4, 3.25)$ 임을 알 수 있다.

위의 계산과정에서 식 (1)과 식 (2)의 행렬이 같음을 알 수 있다. 이 행렬을 $M=(m_{i,j})$ 라 할 때 M 의 대각선에는 각 미지 노드 v_i 의 분지수(degree) d_i 가 있다. 즉, 행렬 M 의 원소 $m_{i,i}$ 는 v_i 의 분지수 d_i 이다. 만약 $i \neq j$ 이라면 원소 $m_{i,j}$ 는 -1이거나 0으로 정의되는데, 노드 v_i 와 노드 v_j 가 인접하면 -1이고 인접하지 않으면 0이다. 따라서 행렬 M 은 대칭적(symmetric)이다. 한편 식 (1)의 오른쪽 벡터 $(2, 4, 5)'$ 의 첫 번째 원소 2는 노드 v_1 와 인접한 고정 노드의 x 좌표이고, 두 번째 원소 4는 노드 v_2 와 인접한 고정 노드의 x 좌표이고, 세 번째 원소 5는 노드 v_3 와 인접한 고정 노드의 x 좌표이다. 또한 식 (2)의 오른쪽 벡터 $(1, 6, 3)'$ 의 각 원소는 노드 v_1, v_2, v_3 와 인접한 고정 노드들의 y 좌표임을 알 수 있다.

이제 위 예제에서 보였던 중앙 집중적인 중점 기법을 일반화해서 설명한다. N 개의 노드를 가지는 그래프 $G=(V, E)$ 는 n 개의 미지 노드와 m 개의 고정 노드를 가진다고 하자 ($N=n+m, n \geq 1, m \geq 1$). 그러면 노드 집합 V 는 다음과 같이 표현할 수 있다. $V=\{v_i \mid 1 \leq i \leq N\}$. 일반성을 잃지 않고 처음 n 개의 노드들 v_1, v_2, \dots, v_n 을 미지 노드라 하고 마지막 m 개의 노드들 v_{n+1}, \dots, v_N 을 고정 노드라 하자. 그리고 노드 v_i 의 좌표를 (x_i, y_i) 라 하자. 그러면 x_i 와 y_i 는 $1 \leq i \leq n$ 인 경우, 미지수가 되는 반면, $n+1 \leq i \leq N$ 인 경우, 상수가 된다. 만약 어떤 미지 노드 v_i 의 분지수가 d_i 라고 해보자. 그러면 노드 v_i 는 인접한 노드들의 중점에 있으므로 다음과 같은 식이 성립한다.

$$x_i = \frac{a_{i,1} \cdot x_1 + a_{i,2} \cdot x_2 + a_{i,3} \cdot x_3 + \dots + a_{i,N} \cdot x_N}{d_i} \quad (3)$$

여기서 $a_{i,j}$ 은 노드 v_i 와 $v_j, i \neq j$, 간에 에지가 있으면

1이고 그렇지 않으면 0이다. 단 $a_{ii}=0$ 이다. 위 식 (3)은 다음과 같이 바꾸어 표현할 수 있다.

$$-a_{i,1}x_1 - a_{i,2}x_2 - \dots - a_{i,i-1}x_{i-1} + d_i x_i - a_{i,i+1}x_{i+1} - \dots - a_{i,N} \cdot x_N = 0 \quad (4)$$

위 식 (4) 중 마지막 m 개의 항은 상수인데, 이들을 등호의 오른쪽으로 옮기면 다음과 같은 식 (5)를 얻을 수 있다.

$$-a_{i,1}x_1 - a_{i,2}x_2 - \dots - a_{i,i-1}x_{i-1} + d_i x_i - a_{i,i+1}x_{i+1} - \dots - a_{i,n}x_n = a_{i,n+1}x_{n+1} + \dots + a_{i,N}x_N \quad (5)$$

n 개의 미지 노드들에 대해서 위 식 (5)를 각각 구하면 다음과 같은 행렬 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} d_1 - a_{12} \dots - a_{1i} \dots - a_{1n} \\ -a_{21} & d_2 \dots - a_{2i} \dots - a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -a_{i1} & -a_{i2} \dots & d_i \dots - a_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -a_{n1} & -a_{n2} \dots - a_{ni} \dots & d_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_i \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{1,n+1}x_{n+1} + \dots + a_{1,N}x_N \\ a_{2,n+1}x_{n+1} + \dots + a_{2,N}x_N \\ \vdots \\ a_{i,n+1}x_{n+1} + \dots + a_{i,N}x_N \\ \vdots \\ a_{n,n+1}x_{n+1} + \dots + a_{n,N}x_N \end{bmatrix} \quad (6)$$

위 식 (6)에서 왼쪽의 행렬을 M 이라 하고 미지 노드들의 x 좌표를 나타내는 벡터를 $x=(x_1, x_2, \dots, x_n)'$ 라 하고 등호의 오른쪽에 있는 벡터를 $b^x=(b_1^x, b_2^x, \dots, b_n^x)'$ 라 하자. 그러면 위의 식 (6)은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$Mx=b^x \quad (7)$$

여기서 행렬 $M=(m_{i,j})$ 의 대각선에는 각 미지 노드 v_i 의 분지수 d_i 가 있다. 즉, 행렬 M 의 원소 $m_{i,i}$ 는 v_i 의 분지수 d_i 이다. 만약 $i \neq j$ 이라면 원소 $m_{i,j}$ 는 -1이거나 0으로 정의되는데, 노드 v_i 와 노드 v_j 가 인접하면 -1이고 인접하지 않으면 0이다. 따라서 행렬 M 은 대칭적(symmetric)이다. 한편 벡터 b^x 의 원소 b_i^x 는 노드 v_i 와 인접한 고정 노드들의 x 좌표의 합임을 알 수 있다. 이제까지 설명한 행렬 M 과 벡터 b^x 는 아래의 정의 3.1과 정의 3.2와 같다. 정의 3.2에는 y 축에 대한 벡터 b^y 도 함께 정의되어 있다.

• 정의 3.1. 연결된 그래프 $G=(V, E)$ 가 있다고 하자 ($|V|=N$). 크기가 n 인 노드 집합 V' 는 노드 집합 V 의 부분 집합이라고 하자 ($1 \leq n < N$). $V'=\{v_i \mid 1 \leq i \leq n\}$ 이라 할 때 크기가 $n \times n$ 인 행렬 $M=(m_{i,j}), 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n$ 은 다음과 같이 정의된다.

$$m_{i,j} = \begin{cases} \text{The degree } d_i \text{ of } v_i & \text{if } i = j \\ -1 & \text{otherwise if } (v_i, v_j) \in E(G) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

• 정의 3.2. 연결된 그래프 $G=(V, E)$ 가 있다고 하자 ($|V|=N$). 크기 n 인 노드 집합 V' 는 노드 집합 V 의 부분 집합이라고 하자 ($1 \leq n < N$). 또한 노드 집합 $V''=V-V'$ 에 속하는 임의의 원소 u 는 좌표값 (x_u, y_u) 를 가진다고 하자. 그러면 크기 n 인 벡터 b^x 와 b^y 는 다음과 같이 정의된다.

$$b^x = \begin{pmatrix} \sum_{(v_i, v_j) \in E(G), v_i \in V''} x_j \\ \sum_{(v_i, v_j) \in E(G), v_i \in V''} x_j \\ \vdots \\ \sum_{(v_i, v_j) \in E(G), v_i \in V''} x_j \\ \vdots \\ \sum_{(v_i, v_j) \in E(G), v_i \in V''} x_j \end{pmatrix} \quad b^y = \begin{pmatrix} \sum_{(v_i, v_j) \in E(G), v_i \in V''} y_j \\ \sum_{(v_i, v_j) \in E(G), v_i \in V''} y_j \\ \vdots \\ \sum_{(v_i, v_j) \in E(G), v_i \in V''} y_j \\ \vdots \\ \sum_{(v_i, v_j) \in E(G), v_i \in V''} y_j \end{pmatrix}$$

정의 3.1과 정의 3.2의 행렬과 벡터로 구성된 방정식 $Mx=b^x$ 와 $My=b^y$ 를 풀면 미지 노드들의 좌표를 유일하게 구할 수 있다.

연결된 그래프 $G=(V, E)$ 에 한 개 이상의 고정 노드가 존재할 때, 나머지 미지 노드들의 좌표를 구하는 알고리즘을 그림 2와 같이 정리할 수 있다.

<p>입력: 연결된 그래프 $G=(V, E)$; 노드 집합 V의 부분 집합인 고정 노드의 집합 V''; 집합 V''의 각 원소 v_i에 대한 좌표 값들 (x_i, y_i), 단 $V'' \neq \{ \}$, $V'' \neq V$.</p> <p>출력: 노드 집합 V의 부분 집합 $V'=V-V''$의 각 원소 v_i에 대한 좌표 값들 (x_i, y_i).</p> <p>단계 1: 노드 집합 V''의 크기를 m이라 하고, 노드 집합 V의 크기를 n이라 한다. 단 $V' = \{v_i 1 \leq i \leq n\}$, $V'' = \{v_i n+1 \leq i \leq n+m\}$.</p> <p>단계 2: 크기 $n \times n$인 행렬 M을 구한다. 단계 2.1. 모든 i와 j에 대해서 $m_{ij} = 0$, $1 \leq i \leq n, 1 \leq i \leq n$. 단계 2.2. 모든 에지 $(v_i, v_j) \in E(G)$에 대해서 $m_{ij} = -1, 1 \leq i \leq n, 1 \leq i \leq n$. 단계 2.3. 모든 노드 $v_i \in V'$에 대해서 $m_{ii} = d_i$, 단 d_i는 노드 v_i의 분지수.</p> <p>단계 3: 크기 n인 벡터 b^x와 b^y를 구한다. 단계 3.1. 모든 $i, 1 \leq i \leq n$, 에 대해서 $b_i^x = \sum_{(v_i, v_j) \in E(G), v_j \in V''} x_j, b_i^y = \sum_{(v_i, v_j) \in E(G), v_j \in V''} y_j$</p> <p>단계 4: 벡터 x와 y를 구한다. 단계 4.1. 방정식 $Mx=b^x$으로부터 벡터 x를 구한다. 단계 4.2. 방정식 $My=b^y$으로부터 벡터 y를 구한다.</p> <p>단계 5: 벡터 x와 y로부터 집합 V'의 원소들에 대한 좌표 값들 $(x_i, y_i), 1 \leq i \leq n$, 을 구한다.</p>
--

그림 2 미지노드의 위치를 구하는 알고리즘

4. 해가 유일함의 증명

본 절에서는 정의 3.1의 행렬 M 과 정의 3.2의 벡터 b^x 와 b^y 에 대해서 행렬 방정식 $Mx=b^x$ 와 $My=b^y$ 가 각각 유일한 해를 가짐을 보이겠다. 여기서 유일한 해를

가진다는 것은 미지 노드들의 좌표들이 유일하게 결정됨을 의미한다. 행렬 방정식이 유일한 해를 가지려면 행렬 M 의 결정자(determinant)가 0이 아니면 된다[19]. 행렬 M 의 결정자가 0이 아님을 보이는 방법은 여러 가지가 있겠지만 여기서는 행렬 M 이 양정치(positive definite)임을 보이는 방법을 택한다. 양정치는 다음과 같이 정의된다.

- 정의 4.1. 크기 $n \times n$ 인 임의의 행렬 A 는 모든 n 차원 벡터 $x \neq 0$ 에 대하여 $x^t A x > 0$ 이면 양정치이다[19,20].
- 정리 4.1. 대칭 행렬 A 가 양정치이면 행렬 A 의 결정자는 양수이다[20].

증명. 대칭 행렬 A 가 양정치이면 A 의 모든 고유치(eigenvalue)들은 양수이다. 또한 그 역도 성립한다. 한편 행렬의 결정자는 아래와 같이 고유치들의 곱과 같다.

$$|A| = \prod_{i=1}^n \lambda_i$$

따라서 대칭 행렬 A 가 양정치이면 행렬 A 의 결정자는 양수이다.

증명 끝.

그럼 이제부터 정의 3.1의 행렬 M 이 양정치임을 보이겠다.

- 정리 4.2. 정의 3.1의 행렬 M 은 양정치이다.

증명. 행렬 M 의 원소를 m_{ij} 라 하고 임의의 벡터 $x=(x_1, x_2, \dots, x_n)^t \neq 0$ 가 있다고 하자. $x^t M x > 0$ 임을 보임으로써 본 정리를 증명하겠다. $x^t M x = T$ 는 다음과 같다.

$$T = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n] \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & \dots & m_{1n} \\ m_{21} & m_{22} & \dots & m_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{n1} & m_{n2} & \dots & m_{nn} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n m_{ij} x_i x_j$$

노드 집합 V' 에 의해서 인접되는 에지 집합을 $E'(G)$ 라고 하자. T 에서 임의의 에지 $(v_i, v_j) \in E'(G)$ 에 대해서 항상 $(x_i^2 - 2x_i x_j + x_j^2)$ 를 찾을 수 있다. T 에서 모든 에지 $(v_i, v_j) \in E'(G)$ 에 대해서 $(x_i^2 - 2x_i x_j + x_j^2)$ 를 제외하면 $\sum_{i=1}^n \delta_i x_i^2$ 이 남는다. 여기서 δ_i 는 노드 v_i 에 인접한 노드 중 집합 V' 에 속하지 않는 노드의 개수이다. 따라서 $\delta_i \geq 0$ 이다. δ_i 가 양수이면 노드 v_i 는 고정 노드와 직접 연결되어 있고, 0이면 고정 노드와 직접 연결되어 있지 않다. 정리해 보면 T 는 다음과 같다.

$$T = \sum_{(v_i, v_j) \in E'(G)} (x_i^2 - 2x_i x_j + x_j^2) + \sum_{i=1}^n \delta_i x_i^2 \\ = \sum_{(v_i, v_j) \in E'(G)} (x_i - x_j)^2 + \sum_{i=1}^n \delta_i x_i^2$$

그런데 $\sum_{(v_i, v_j) \in E'(G)} (x_i - x_j)^2 \geq 0$ 이고 $\sum_{i=1}^n \delta_i x_i^2 \geq 0$ 이므로

$T \geq 0$ 이다.

이제 만약 T 가 0이라면 벡터 x 가 0이 됨을 보임으로써 $T > 0$ 임을 증명하겠다. 만약 T 가 0이라면

$\sum_{(v_i, v_j) \in E'(G)} (x_i - x_j)^2 = 0$ 이고 $\sum_{i=1}^n \delta_i x_i^2 = 0$ 임을 의미한다. 그런데 앞서 밝혔듯이 $\delta_i \geq 0$ 이므로 모든 i 에 대해서 $\delta_i x_i^2 \geq 0$ 이다. 따라서 양수인 δ_p 에 대해서 $x_p = 0$ 임이 자명하다. 그럼 이제 0인 δ_p 에 대해서 $x_p = 0$ 임을 보이기만 하면 된다. $V \neq V'$ 이므로 모든 $k, 1 \leq k \leq n$,에 대해서 양수인 δ_k 가 적어도 한 개 존재한다. 그러므로 어떤 $p, 1 \leq p \leq n$ 가 존재해서 δ_p 가 양수라고 해보자. 이와 더불어 v_p 와 인접한 모든 노드 v_p 에 대해서 $(x_p - x_{p'})^2 = 0$ 이므로 $x_{p'}$ 도 0이 된다. 이런 식으로 노드 v_p 와 $E'(G)$ 에 의해서 연결된 모든 노드 $\{v_x | v_p \text{ is connected to } v_x \text{ by } E'(G)\}$ 에 대해서 x_x 가 0이 되어 버린다. 다시 말해서 고정 노드와 직접 연결된 노드 v_p 와 $E'(G)$ 에 의해서 연결된 모든 노드의 x 좌표는 0이 되어 버린다. 노드 집합 V' 의 모든 연결 컴포넌트(connected component)에 대해서 각각 이와 같은 작업을 수행하면 모든 $i, 1 \leq i \leq n$ 에 대해서 x_i 가 0이 됨을 보일 수 있다. 벡터 \mathbf{x} 는 0벡터가 아니므로 T 는 0이 아니다.

증명끝.

정리 4.1과 정리 4.2로부터 행렬 M 의 결정자는 양수임을 알 수 있다. 따라서 행렬 방정식 $M\mathbf{x} = \mathbf{b}^x$ 는 유일한 해를 가진다.

- 따름정리 4.3. 정의 3.1의 행렬 M 의 결정자는 양수이다.
- 따름정리 4.4. 정의 3.1의 행렬 M 과 정의 3.2의 벡터 \mathbf{b}^x 에 대해서 행렬 방정식 $M\mathbf{x} = \mathbf{b}^x$ 는 유일한 해를 가진다.

증명. 크기가 $n \times n$ 인 임의의 행렬 M 의 결정자가 0이 아니면 임의의 n 차원 벡터 \mathbf{b} 에 대해서 $M\mathbf{x} = \mathbf{b}$ 라는 행렬 방정식은 유일한 해를 가진다[19]. 증명끝.

따름정리 4.3로부터 y 축에 대한 행렬 방정식 $M\mathbf{y} = \mathbf{b}^y$ 도 유일한 해를 가짐을 알 수 있다.

- 따름정리 4.5. 정의 3.1의 행렬 M 과 정의 3.2의 벡터 \mathbf{b}^y 에 대해서 행렬 방정식 $M\mathbf{y} = \mathbf{b}^y$ 는 유일한 해를 가진다.

5. 시뮬레이션

본 절에서는 시뮬레이션 결과를 보이고 본 기법의 몇 가지 특성을 고찰한다. 본 시뮬레이션에서는 다양한 전송 범위, 밀도, 노드 수, 면적을 가지는 무선 센서 네트워크를 모두 다루기 위해서 다음과 같은 변수들을 설정한다.

- r : 각 노드의 전송 범위. 임의의 두 노드간의 거리가 r 이하일 때만 에지가 있다.
- d : 밀도, 면적 r^2 의 평면에 위치한 평균 노드 수
- N : 총 노드의 개수
- a : 노드들이 위치할 수 있는 평면의 면적. a 를 정한 후에 x 와 y 의 좌표가 0에서 \sqrt{a} 인 노드들을 무작위로 생성하여 시뮬레이션에 사용한다.

이들 네 개의 변수들 간에는 다음과 같은 연관성이 존재한다.

$$N \approx \frac{a}{r^2} d$$

일반성을 잃지 않고 $r=1$ 로 고정시키면 세 개의 변수 N, a, d 중 두 개만이 독립변수가 된다. 따라서 $r=1$ 로 고정시킨 후 노드 수 N 과 면적 a 를 변수로 사용하여 시뮬레이션을 하면 네 개의 변수 r, d, N, a 가 각기 사용자재로 변하는 모든 상황을 다룰 수 있다.

예를 들어 노드 수를 48개로 정하고 면적을 4×4 로 정하면 $r=1, d=3, N=48, a=16$ 이 된다. 이 경우엔 x 와 y 좌표가 0에서 4사이에 있도록 48개의 노드를 무작위로 생성하면 된다. 그리고 생성된 노드 쌍 간의 거리가 1 이하일 경우에만 에지가 있게 한다. 각 미지 노드의 원래의 위치와 계산된 위치간의 차이의 평균값을 위치측정오차율로 정의하자. 만약 위치측정오차율이 100%라면 미지 노드의 원래의 위치와 계산된 위치간의 평균 거리가 1임을 의미한다. 이 위치측정오차율은 각 노드의 전송 범위 r 에 대해서 정규화된(normalized) 에러율로도 볼 수 있다.

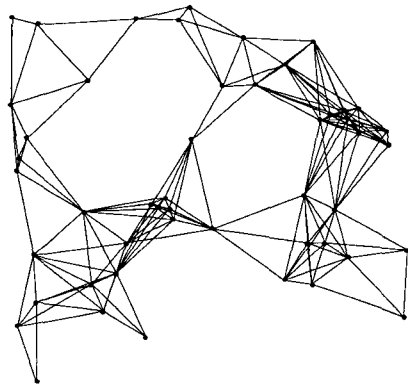


그림 3 샘플 그래프 (48 노드, 4 * 4 면적)

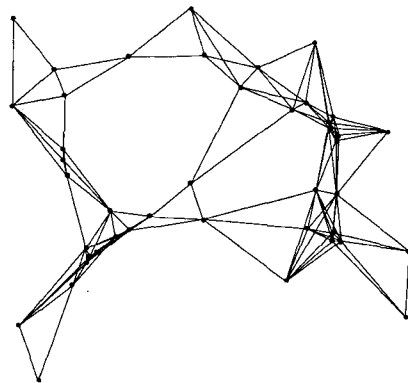


그림 4 고정 노드가 20%인 경우 (위치측정오차율 34.3611%)

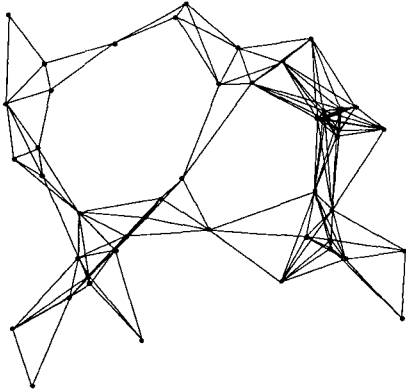


그림 5 고정 노드가 50%인 경우
(위치측정오차율 25.6094%)

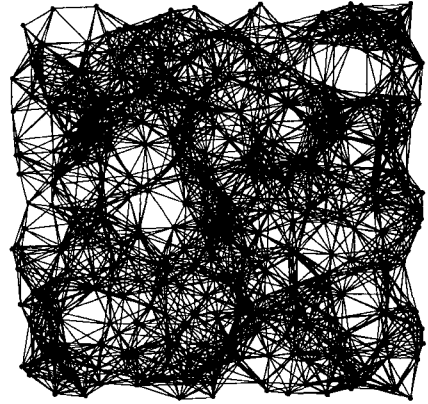


그림 6 샘플 그래프 (512 노드 8*8 면적)

그림 3은 면적 a 가 $4*4$ 이고 노드 수 N 이 48이고, 따라서 밀도 d 가 3인 샘플 그래프이다. 그림 4는 48개의 노드 중 20%에 해당하는 10개만을 고정 노드로 정하고 나머지를 미지노드로 정한 후, 본 기법을 사용하여 미지노드의 위치를 계산해낸 결과이다. 위치측정오차율은 34.3611%이다. 그림 5는 48개의 노드 중 50%에 해당하는 24개를 고정 노드로 정한 후 나머지 미지노드의 위치를 계산해낸 결과이다. 위치측정오차율은 25.6094%이다. 고정 노드의 개수가 늘어날수록 미지노드의 실제 위치와 가까운 계산 결과가 얻어짐을 볼 수 있다.

그림 6은 면적 a 가 $8*8$ 이고 노드 수 N 이 512이고, 따라서 밀도 d 가 3인 샘플 그래프이다. 그림 7은 512개의 노드 중 20%에 해당하는 103개만을 고정 노드로 정하고 나머지를 미지노드로 정한 후, 본 기법을 사용하여 미지노드의 위치를 계산해낸 결과이다. 위치측정오차율은 32.5564%이다. 그림 8은 512개의 노드 중 50%에 해당하는 256개를 고정 노드로 정한 후 나머지 미지노드의 위치를 계산해낸 결과이다. 위치측정오차율은 20.2998%이다. 고정 노드의 개수가 늘어날수록 미지노드의 실제 위치와 가까운 계산 결과가 얻어짐을 볼 수 있다. 한편 그림 3과 그림 6의 샘플 그래프를 통해서도 확인할 수 있듯이 전체 노드들의 밀도가 높을수록 위치측정오차율은 적어지는 경향이 있다.

본 기법이 계산해 내는 미지 노드의 위치에 대한 몇 가지 특성을 고찰해 보면 다음과 같다.

- 성질 5.1. 만약 고정 노드가 1개만 있다면 모든 미지 노드가 그 고정노드와 같은 좌표를 갖는다.
- 성질 5.2. 만약 고정 노드가 2개만 있다면 모든 미지 노드가 두 고정 노드를 연결하는 직선상에 위치한다.
- 성질 5.3. 만약 고정 노드가 3개 있다면 모든 미지 노드는 세 고정 노드를 꼭지점으로 하는 삼각형안에 위치한다.

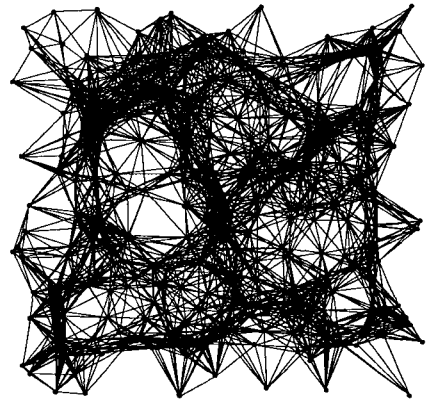


그림 7 고정 노드가 20%인 경우
(위치측정오차율 32.5564%)

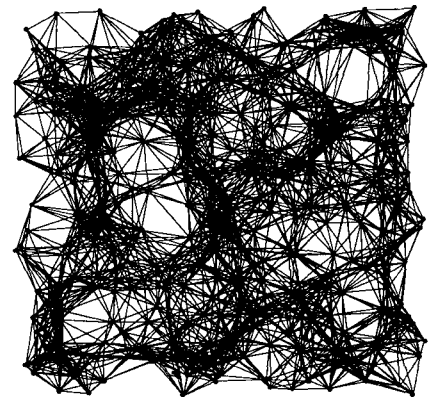


그림 8 고정 노드가 50%인 경우
(위치측정오차율 20.2998%)

성질 5.4. 모든 미지 노드는 고정 노드들을 모두 포함하는 최소의 볼록 껍질(convex hull)안에 위치한다.

성질 5.5. 고정 노드의 개수가 많아질수록 위치측정오차는 적어지는 경향이 있다.

성질 5.6. 전체 노드들의 밀도가 높을수록 위치측정오차는 적어지는 경향이 있다.

6. 결론

본 논문에서는 각 미지노드가 인접한 노드들의 좌표 평균에 존재한다는 가정으로부터 미지 노드의 위치에 대한 일차원 행렬 방정식을 정의하였다. 주어진 그래프가 연결된 그래프이고 한 개 이상의 고정 노드가 존재하면 이 행렬 방정식이 유일한 해를 가짐도 수학적으로 증명하였다. 이는 소수개의 고정 노드가 주어질 때라도 미지 노드의 위치를 유일하게 결정할 수 있음을 의미한다. 단, 계산된 미지 노드의 위치의 정확도는 고정 노드의 개수에 비례한다.

각 노드가 인접한 노드들의 좌표 평균에 존재한다는 아이디어는 미지노드들만으로 구성된 그래프에서 상대좌표를 구하는데 활용될 수도 있을 것으로 보인다. 상대좌표를 구하는 것은 노드들이 자주 움직이는 동적인 상황에서 지리적 라우팅을 해결하는데 매우 유용하다고 알려져 있다[21]. 본 기법을 상대 좌표를 구하는데 활용하기 위해서는 가상의 고정노드를 어떻게 고를 것인가와 고른 가상의 고정노드의 좌표를 어떻게 지정할 것인가의 문제를 풀어야 한다.

참 고 문 헌

- [1] G. H. Forman and J. Zahorjan. The challenges of mobile computing. *IEEE Computer*, 27(4):38-47, Apr. 1994.
- [2] M. Weiser. Some computer science problems in ubiquitous computing. *Communications of ACM*, July 1993.
- [3] B. Karp and H. T. Kung. GPSR: Greedy perimeter stateless routing for wireless networks. The International Conference on Mobile Computing and Networking (MOBICOM) 2000.
- [4] S. Meguerdichian, F. Koushanfar, G. Qu, and M. Potkonjak. Exposure in wireless ad-hoc sensor networks. The International Conference on Mobile Computing and Networking (MOBICOM) 2001.
- [5] B. Hofmann-Wellenhof, H. Lichtenegger, and J. Collins. Global positioning system. Theory and Practice, Fourth Edition. Springer-Verlag, 1997.
- [6] N. Bulusu, J. Heidemann and D. Estrin. GPS-less low cost outdoor localization for very small devices. *IEEE Personal Communications Magazine*, 7(5):28-34, October 2000.
- [7] L. Doherty, K. Pister, and L. El Ghaoui. Convex position estimation in wireless sensor networks. In *Proc. of IEEE Infocom* 2001.
- [8] N. Sundaram and P. Ramanathan. Connectivity-based location estimation scheme for wireless ad hoc networks. In *IEEE Globecom* 2002.
- [9] Y. Shang, W. Ruml, Y. Zhang, and M. Fromherz. Localization from mere connectivity. In *Proc. of Intl. Symp. on Mobile Ad Hoc Networking and Computing (MOBIHOC)*, 2003.
- [10] H. Breu and D. G. Kirkpatrick. Unit disk graph recognition is NP-hard. *Computational Geometry Theory and Applications*, 9(1-2):3-24, 1998.
- [11] F. Kuhn, T. Moscibroda, and R. Wattenhofer. Unit disk graph approximation. In *Workshop on Discrete Algorithms and Methods for Mobile Computing and Communications (DIAL-M)*, 2004.
- [12] T. He, C. Huang, B. Blum, J. Stankovic, and T. Abdelzaher. Range-free localization schemes in large scale sensor networks. The International Conference on Mobile Computing and Networking (MOBICOM), 2003.
- [13] R. Nagpal, H. Shrobe, and J. Bachrach. Organizing a global coordinate system from local information on an ad hoc sensor network. In *Proc. of Information Processing in Sensor Networks(IPSNS)*, 2003.
- [14] D. Niculescu and B. Nath. DV-based positioning in ad hoc networks. *Telecommunication Systems*, 22(1-4):267-280, July 2003.
- [15] 김재호, 김영섭, 박옥선, 김성희, 유비쿼터스 위치기반 서비스 및 위치인식시스템 연구 동향, *ETRI 주간기술 동향*, 2003, 12, 24.
- [16] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan, *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*, SIAM, 1994.
- [17] Y. Nesterov and A. Nemirovskii, *Interior-Point Polynomial Algorithms in Convex Programming*, SIAM, 1994.
- [18] 설동렬. 자동조절자 내부점 방법을 위한 선형방정식 해법. *경영과학* 21(2): 43-60, Nov. 2004.
- [19] R. L. Burden, and J. D. Fairs, *Numerical Analysis*, 3d edition, PWS Publishers, pp. 322 and 336, 1985.
- [20] S. J. Leon, *Linear Algebra with Applications*, 6th ed. Prentice Hall, chapter 6, 2001.
- [21] T. Moscibroda, R. O'Dell, M. Wattenhofer, and R. Wattenhofer. Virtual coordinates for ad hoc and sensor networks. In *Proceedings of 2nd Joint Workshop on Foundations of Mobile Computing (DIALM-POMC)*, 2004.



김 숙 연

1991년 2월 연세대학교 전산학과과 이학
 학사. 1993년 2월 KAIST 전산학과 공
 학석사. 1998년 2월 KAIST 전산학과
 공학박사. 1998년 3월~2004년 2월 한국
 전자통신연구원(ETRI) 선임연구원. 2004
 년 2월~현재 한경대학교 컴퓨터공학과

조교수. 관심분야는 Interconnection Network, 알고리즘,
 그래프 이론



권 오 호

1988년 8월 서울대학교 컴퓨터공학과 공
 학사. 1991년 2월 KAIST 전산학과 공
 학 석사. 1996년 2월 KAIST 전산학과
 공학 박사. 1997년 3월~현재 부경대학
 교 전자컴퓨터정보통신공학부 재직. 관심
 분야는 알고리즘, 그래프이론, 유비쿼터

스 컴퓨팅