초등학교 수학 교과서에 나타난 나눗셈 지도 방법에 대한 분석

김 연[1]) · 강 완[2])

수학 교육에서 연산은 여전히 수학 학습의 가장 기본이다. 교과서가 학습자의 수준에 맞게 수학적 지식을 변환시켜 놓은 지식의 전달 매체라고 할 때 기초 연산중 하나인 나눗셈에는 어떤 변화가 있었는지 살펴보고 교수학적 원리를 밝히는 것이 본 연구의 목적이다. 1차 교과서와 2차 교과서는 교수학적으로 덜 구조화되어 있으며, 3차 교과서는 새수학의 영향으로 논리적 전개를 바탕으로 설명하는 방법을 사용하였다. 4차 교과서는 나눗셈의 개념적 지식을 독립적으로 다루기 시작하며 5차 교과서와 6차 교과서는 과정을 제시하는 도식의 사용으로 변화하였다. 7차 교과서는 내용 체계가 단계별로 구조화되었고 학생들이 지식을 구성하는 기회의 제공을 많이 다루고 있다. 학생들의 유의미한 학습을 위해 이러한 변화에 대한 시사점을 교실 현장과 교과서의 제작에 충분히 반영되어야 한다.

〔주제어〕 초등학교 수학 교과서, 교수학적 변환, 나눗셈

Ⅰ. 서 론

수학교육의 여러 영역 중에서 '수와 연산'은 많은 양을 차지하고 있을 뿐만 아니라, 수학 전체적인 이해라는 측면에서도 그 중요성에는 변함이 없다. 특별히 나눗셈은 다른 덧셈, 뺄셈, 곱셈의 기초 연산과 더불어 초등수학을 아는데 핵심이다(NCTM, 1989, p.62). 그러나 나눗셈은 초등학교 학생들이 숙달하기에 어려운 개념이다. 나눗셈은 뺄셈과 곱셈을 수반할 뿐만 아니라, 어림에 의해 가정몫을 이용해야 하는데, 첫 어림에서 꼭 성공하는 것은 아니며 둘째 어림에서 실패할 수도 있는 등 여러 가지 이유 때문이다(Robert et al., 1998, p.422). 또한 학생들이 나눗셈을 어려워하는 이유 중의 하나로 서로 다른 두 상황(포함제와 등분제)이 같은 형태의 계산식으로 나타나고 있다고 지적하기도 하며(교육부, 1995b), 한편으로는 나눗셈의 개념적 이해가 부족하다고 지적하기도 한다(최진희, 1993).

수학교과서는 학교수학이라는 변형된 지식을 담아 간직하는 전형적인 방법의 하나이다. 그러므로 교과서는 학교수학에서 교수학적 변환의 방법을 따른 매우 중요한 관점이며, 교수학적 변환의 실제 모습을 조사해 볼 수 있는 원천을 제공한다(Kang, 1990, p.5). 교과서에서는 가상의 학생, 교사, 교실을 가정하므로, 이러한 관점에서 교과서의 교수학적 변환은 가배경화와 가개인화의 과정 또는 결과이다(Kang, 1990, p.27). 우리나라의 교육과정은 최근 5년 정도의 주기로 개편되는 교육과정에 따른 교과서 개정 과정에 어떤 교수학적 원칙

1) [제1저자] 서울 동구로 초등학교.
2) 서울 교육 대학교 수학교육과.

이 어떻게 반영되는지를 파악하고 교수학적으로 보다 효과적인 방안을 모색하는 것은 바람직한 일이다. 이러한 모색에는 수학적 내용의 지도 방법, 교과서 제시 방법 등에 대한 종래의 방법들이 어떻게 변화되어 왔는지 교수학적 변환의 관점에서 보고, 앞으로 어떤 원리가 적용 가능한지를 알아보는 일이 중요하다. 이때, 초등학교에서 다루는 수학의 모든 내용을 한꺼번에 다루기에 앞서, 중요한 부분을 택하여 분석하는 것은 타당한 방법의 하나이다(강완, 2000, p.22). 이에 본 연구는 나눗셈에 대하여 제 1차부터 제 7차까지의 초등학교 수학 교과서를 대상으로 교수학적 변환론의 관점에서 각각 교과서의 특성을 비교-분석하고자 한다.

II. 이론적 배경

1. 교수학적 변환론

교사는 형식적인 수학적 지식을 보다 의미 있게 가르치기 위해서 그 지식의 근원, 의미, 동기, 쓰임새를 알게 해 주는 일련의 활동을 교실 문맥으로 구성하려는 시도를 하지 않을 수 없게 된다. 학문적 지식을 가르칠 지식으로 변환하는 것, 교육적 의도에 의한 지식의 변형을 Chevallard(1985)는 지식의 '교수학적 변환(didactic transposition)'이라고 불렀다. 수학적 지식의 교수학적 변환의 주체는 교과서 저자와 교사이다. 그것은 필요하며 불가피하지만 많은 문제점이 내포될 위협성이 크다. 가르친 내용이 목표로 하는 지식을 알게 하는 데 실패하는 것은 가르치고자 하는 지식의 적절한 교수학적 변환에 실패했기 때문이기도 하므로 그 과정은 주의 깊게 진행되어야 한다.

교수학적 변환론은 지식의 대부분이 가르치기 위해서가 아니라, 사용하기 위해서 고안된 것이라는 주장에 근거한다. 지식의 교수학적 변환은 쓰여질 도구로서의 지식으로부터 가르치고 배울 지식으로의 변환을 말한다. 따라서, 교육적 의도를 가진 지식의 변형은 어느 것이나 교수학적 변환이라고 할 수 있다. 이 때, 사용할 지식과 가르칠 지식의 차이는 사회적 승인과 정당화의 여부에 따라 구분할 수 있다. 사용할 지식은 사회적 의미를 부여하기 위해 지식을 정당화하거나 주장할 필요가 없는 반면, 가르칠 지식은 지식의 사회적 승인과 정당화가 요구된다. 어떤 지식을 가르치기 위해서는 우선 지식을 어느 정도 통합된 전체로 조직해야 하는데, 가르칠 지식을 그에 대응하는 학문적 지식으로부터 끌어내곤 한다. 여기서 학문적 지식이란, 새로운 지식을 산출하고 그 산출된 지식을 응집된 이론적 조립체로 조직하기 위한 "사용할 지식"일 뿐이다(강완, 백석윤, 2000).

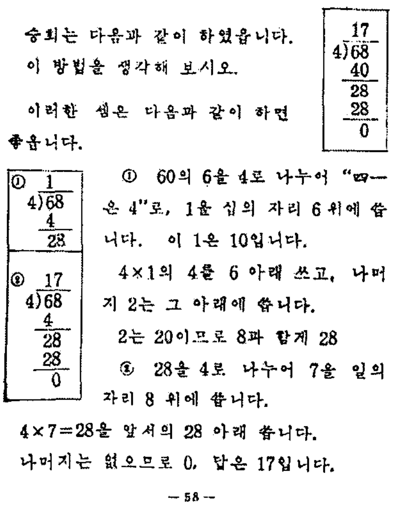
수학 교과서의 저자들은 교사와 학생 사이의 대화에 직접 개입하지 못하므로 교사의 입장에서 교과서를 기술하고 있다. 일반적으로 교사의 행동은 내용을 설명하고, 학생으로 하여금 그것을 연습하는 것으로 특정지어질 수 있다. 따라서, 가개인화는 교과서에 나타난 내용 설명과 학생 활동을 통해 조사할 수 있다(강완, 백석윤, 2000). 수학 교과서는 수학적 지식이 전달 또는 나눔을 위해 교실에서 사용될 표준적인 언어를 제공하기도 한다. 따라서, 수학적 기호와 표기들은 수학적 유용성 못지않게 교수학적 효과도 만족시킬 수 있도록 고안되어야 한다. 이러한 배려는 교과서의 가개인화에 영향을 주게 된다. 따라서 가개인화는 교과서에 나타난 수학적 기호와 표기들이 수학적 개념을 파지하는데 어떻게 도움이 되도록 고안되었는지에 따라 조사될 수 있다(Kang, 1990).

Ⅲ. 교과서에 나타난 지도 내용 분석

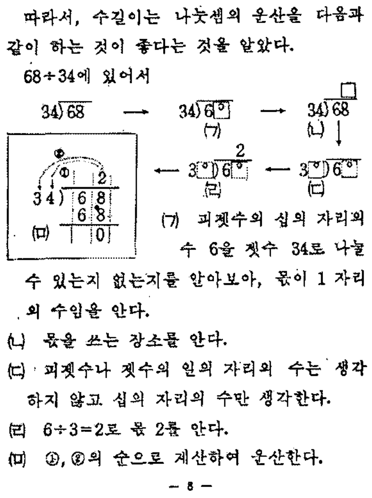
1. 제 1차 교육과정에 나타난 나눗셈의 지도

제 1차 교육과정은 1955년 8월에 공포되고 그 해부터 국민학교 전학년에 걸쳐 시행되었다. 나눗셈과 관련된 내용은 2학년 2학기에 포함제와 등분제 내용이 나타나지만 이 경우의 내용은 간단한 질문만 제시되므로, 본격적인 지도 내용의 등장은 3학년 2학기로 보아야 한다. 3학년 2학기에 포함제, 등분제, 나눗셈의 정의, 곱셈과의 관계에 대한 내용이 제시되고, 4학년 1학기에는 나머지와 세로 형식의 계산 내용이 제시된다.

나눗셈의 정의는 3열 4행으로 정렬된 반구체물형 도식과 이에 대한 현실 상황을 도입한 포함제와 등분제를 곱셈식에서 승수와 피승수 알아보기로 제시한다. 여기서 구한 값은 같고, 이는 한 개의 나눗셈식으로 구할 수 있음을 가지고 나눗셈과 기호를 제시한다. 이러한 나눗셈의 계산은 곱셈 구구를 이용함을 서술한다. 여기서 제시된 도식은 나눗셈의 개념보다 나눗셈을 해결하기 위한 곱셈식을 쉽게 연상하도록 하기 위한 교수학적 배려이다.



<그림 1> 1차 4-1 58쪽



<그림 2> 2차 4-2 8쪽

4학년 1학기부터 세로 형식의 계산을 매우 구체적이고 자세한 설명을 단계별로 제시하고 있다. 그러나 연산의 과정에 대한 설명뿐 왜 몫이 피제수보다 적고 가까운 수이어야 하는지, 곱셈과 뺄셈의 과정이 반복되는 이유 등 과정을 탐색할 수 있는 배려는 찾기 어렵다(<그림 1> 참조). 나눗셈의 개념적 지식이 충분하지 않은 학생에게는 답을 얻기 위한 방법에 머무를 수 있다. 특히, 나머지의 개념이나 정의 자체에 대한 관심은 부족해서 세로 형식의 계산 과정을 설명하면서 '나머지는 없으므로 0'이라는 표현(<그림 1> 참조)과 4학년 2학기 18쪽에 '나머지는 없읍니다'라는 표현을 사용한다.

2. 제2차 교육과정에 나타난 나눗셈의 지도

제2차 교육과정은 1963년 2월에 공포되어 1964년 국민학교 1, 2학년부터 시행되었다. 3학년 1학기에 포함제, 등분제, 곱셈과 나눗셈의 관계의 내용이 제시되고, 4학년 1학기에 세로 형식의 계산, 나머지, 검산식의 내용, 4학년 2학기에는 피제수가 다섯 자리의 수, 제수가 세 자리의 수인 내용까지 제시된다.

나눗셈을 정의하기에 앞서 나눗셈의 생활 장면과 구체물형 도식을 이용한 문장제를 세 쪽 에 걸쳐서 제시한다. 이 부분에서 동수누감의 과정을 도식과 함께 제시하기도 한다.

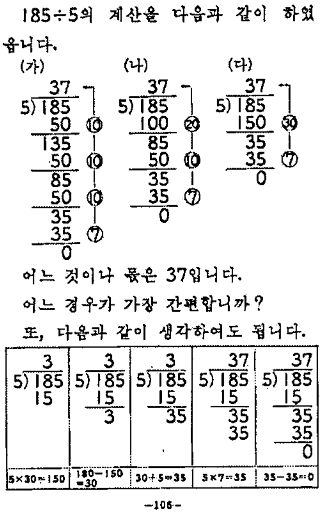
4학년 1학기에 나머지와 함께 검산식을 제시한다. '틀림이 없나...알아보았다.'라는 진술 뿐, 검산식에 단위를 함께 제시한다. 63쪽에는 세로 형식의 계산 과정 설명 중에 '나머지는 없다'라는 표현을 사용하기도 한다. 4학년 2학기에서는 검산식의 공식 '(젯수)×(몫)+(나머지)=(피제수)'를 제시하며, 이를 세로 형식의 계산으로 하는 예도 제시한다. 또한 몫을 어림하는 방법에 대한 내용도 제시한다(<그림 2> 참조). 세로 형식의 나눗셈식에서 숫자를 가리는 칸을 이용하여 교과서의 저자가 직접 설명을 하지만, 왜 그렇게 해야하는지에 대한 원리나 이유가 제시되어 있지도 않으며, 학생들에게 사고해볼 것을 요구하지도 않는다.

3. 제3차 교육과정에 나타난 나눗셈의 지도

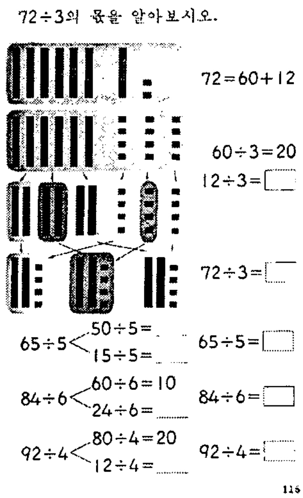
제3차 교육과정은 1973년 2월에 공포되었고, 그 해 국민학교 1, 2학년부터 시행되었다. 2학년 2학기에 포함제, 등분제, 곱셈으로의 역연산, 세로셈을 지도하며, 3학년 1학기와 3학년 2학기에 걸쳐 피제수가 세 자리 수, 제수가 두 자리인 나눗셈의 내용까지 제시된다. 4학년 1학기에는 나머지가 있는 나눗셈과 검산식의 내용이 제시된다.

반구체물형 도식과 곱셈식에서 승수를 알아보는 식으로 포함제의 상황을 등분제의 상황보다 먼저 제시한다. 도식은 이미 문제의 해를 보여주고 있으며, 곱셈구구를 이용하여 답을 구하라는 설명도 함께 제시한다. 이런 명백한 힌트는 학생들이 지식을 구성하는데 방해가 되는 토파즈 효과의 전형적인 현상이다. 이어서 포함제의 상황과 똑같은 형식으로 등분제의 상황을 제시한다. 포함제의 상황과 등분제의 상황에서 사용한 도식은 묶음의 방향이 열과 행이라는 것일 뿐, 도식만으로 포함제와 등분제의 차이는 없다. 피승수와 승수를 구해야 하는 이 두 가지 상황은 한 가지 식으로 표현되는 데 그것이 나눗셈식이라고 제시한다.

3차 교과서는 처음 나눗셈을 소개하면서 세로 형식의 나눗셈도 함께 소개한다. 세로 형식의 계산은 제수와 피제수의 자리 수가 커질 때마다 매우 자세하게 내용을 제시한다. 처음에는 동수누감식을 이용하여 몫을 구하는 예제와 유제들을 다룬 다음, 변형된 동수누감식을 다루면서 이를 좀 더 편리하게 하는 방법으로 나눗셈의 세로 형식의 계산을 제시한다(<그림 3> 참조). 4학년 1학기에는 세로 형식의 계산에서 각 행에서 이루어진 연산의 과정을 매우 자세하게 다루고 있다. 절차적 지식에 대한 설명이 오히려 학생들이 세로 형식의 계산의 원리를 이해하지 못하고 절차적 지식만을 습득하게 할 우려를 범하기 쉬울 정도로 자세하다. 또한 어림으로 생각한 몫을 '가정몫'이라는 용어를 제시하기도 한다. 세로 형식의 나눗셈에서 피제수를 가리는 빈 칸을 이용하는 방법에 대해서 설명하기도 한다.



<그림 3> 3차 3-1 106쪽



<그림 4> 4차 3-1 115쪽

4. 제 4차 교육과정에 나타난 나눗셈의 지도

제 4차 교육과정은 1981년 12월에 고시되어, 1982년에 국민학교 1, 2, 3학년부터 시행되었다. 4차 교과서에서 나눗셈에 관련된 내용은 2학년 2학기에 두 단원, 3학년 1학기에 두 단원, 3학년 2학기, 4학년 1학기, 4학년 2학기 총 7단원에 걸쳐서 제시된다. 2학년 2학기에는 포함제, 등분제, 곱셈으로의 역연산이 등장하고, 3학년 1학기에는 세로 형식의 계산과 나머지, 검산식이 등장한다. 3학년 2학기, 4학년 1학기, 4학년 2학기에는 제수와 피제수의 자리수가 커지면서 나눗셈 연산의 방법에 대한 내용을 중심으로 전개된다.

4차 교과서부터 등분제와 포함제를 각각 독립적으로 다루고 그에 따른 생활장면이 제시되었다. 등분제 도식에서 제수에 해당되는 용기와 사람을 함께 제시하여 문제 상황에 대한 학생들의 이해를 높이고, 포함제와 다른 상황임을 나타낸다. 나눗셈의 정의 이전에 곱셈식에서 피승수 또는 승수 구하기를 먼저 제시하는 4차 교과서는 나눗셈 정의 부분에서도 곱셈에서 승수 또는 피승수 구하기와 나눗셈식에서 몫 구하기간의 관계를 화살표를 이용하여 제시한다. 이후 정렬된 구체물형 도식을 곱셈식과 나눗셈식으로 나타내는 연습을 하고, 곱셈구구를 이용하여 나눗셈의 몫을 구하는 구체적인 예를 제시한다. 3학년 1학기에 생활장면의 문제를 곱셈식과 나눗셈식의 역연산 관계를 직관적으로 알 수 있도록 하는 내용이 제시된다.

2학년 2학기에 세로 형식의 나눗셈을 가로셈과 같은 표현이라는 내용을 제시한 후, 덜어 내어 나눗셈의 몫을 구하는 방법으로 도식과 동수누감식을 함께 제시하고 이를 나눗셈식으로 표현해 본다. 동수누감식을 나눗셈의 세로 형식의 계산과 연결하면서 세로 형식의 계산 원리를 제시한다. 이후에 3차 교과서와 같이 변형된 동수누감식을 반구체물형 도식과 함께 제시하는데 제수만큼씩 묶음으로 표현되어 있다. 이렇게 제시된 세로 형식의 계산은 분배법칙을 이용하는 것으로 원리의 제시가 바뀐다. 이는 $72 \div 3 = (60+12) \div 3 = (60 \div 3) + (12 \div 3) = 20+4=24$의 과정이다(<그림 4> 참조).

나머지에 대한 도입을 실물 삽화에서 묶어보는 질문과 활동의 내용으로 제시된다. 묶고 남는 경우에 대한 도식을 제시하고 설명을 뺄셈식으로 표현하여 나머지라 정의한다. 특히,

3학년 2학기 118쪽에 나머지가 0인 경우 '나누어떨어진다'라는 용어를 제시한다.

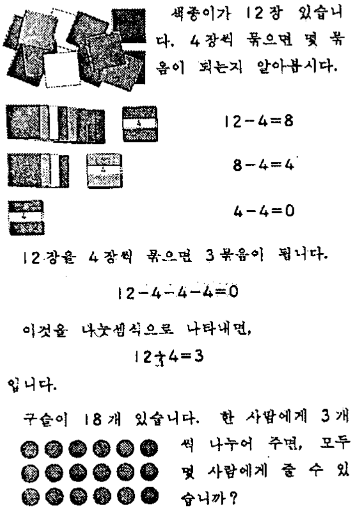
5. 제 5차 교육과정에 나타난 나눗셈의 지도

제 5차 교육과정은 1987년 6월에 고시되었고, 1989년에 국민학교 1, 2, 3학년부터 시행되었다. 2학년 2학기에는 포함제, 등분제, 곱셈으로의 역연산이 제시되고 3학년 1학기에는 곱셈으로의 역연산, 세로 형식의 계산, 나머지가 있는 나눗셈, 검산식이 제시된다. 3학년 2학기, 4학년 1학기와 2학기에는 제수와 피제수의 자리수가 커지면서 연산의 방법을 중심으로 전개된다.

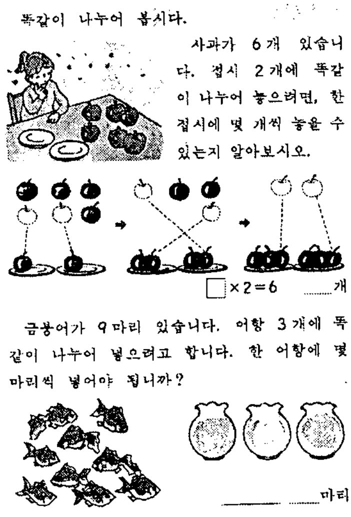
나눗셈의 개념을 생활 장면, 구체물형 도식을 이용하여 제시하는데, 여기서 도식은 나눗셈의 과정만을 표현할 뿐, 결과를 나타내 주지는 않는다(<그림 5>, <그림 6> 참조). 이는 과정 중심의 교수학적인 배려로 볼 수 있다. 곱셈과 나눗셈의 관계를 직접 드러내는 것은 한 개의 곱셈구구에서 두 개의 나눗셈식을 만드는 예제와 유제에서 이다. 이런 역연산의 관계를 3학년 1학기에 숫자와 화살표를 이용한 도식을 이용하여 제시하기도 한다.

본격적인 세로 형식의 계산은 3학년 1학기에 제시된다. 동수누감식을 이용하던 이전의 방법과 달리 5차 교과서는 덜어내는 방법을 몫 10묶음씩을 덜어내며, 도식에서 4차 교과서에서 없던 10묶음 표시 선이 등장했다. 여기서 도식은 변형된 동수누감식을 표현하려는 의도를 가지고 있지만, 여러 종류의 묶음 표시로 인해 학생들이 도식과 제시된 식과의 관련성을 종합적으로 이해하기는 쉽지 않을 것 같다. 이를 종합하여 세로 형식의 계산 과정을 예제로 제시하는데, 예제에서는 어떤 원리에 대한 설명은 없이 순서를 제시할 뿐이다. 이후 분배법칙을 이용한 방법이 제시되는데, 단지 한 번만 제시한다. 이는 4차 교과서보다 많이 축소된 것이다.

몫의 어림에 대해 4학년 1학기에 알맞은 몫보다 크게 어림하면 '뺄 수 없다'라는 설명과 함께 몫을 작게 해야 하는 예를 제시하고, 알맞은 몫보다 작게 어림하면 나머지가 '나누는 수보다 크다'라는 설명과 함께 몫을 크게 해야 하는 예를 제시한다.



<그림 5> 5차 2-2 72쪽



<그림 6> 5차 2-2 68쪽

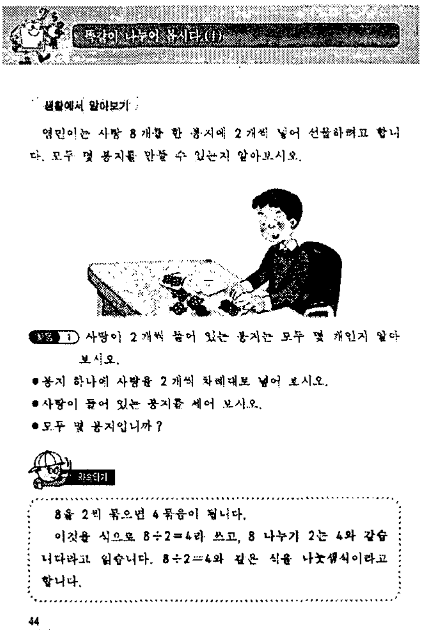
6. 제 6차 교육과정에 나타난 나눗셈의 지도

제 6차 교육과정은 1992년 9월에 고시되었고, 1995년 초등학교 1, 2학년부터 시행되었다. 6차 교과서는 2학년 2학기에 포함제, 등분제, 곱셈으로의 역연산이 등장하고, 3학년 1학기에 세로 형식의 계산, 나머지, 검산식이 등장한다. 3학년 2학기, 4학년 1학기, 4학년 2학기에서 제수와 피제수가 커지면서 연산의 방법을 중심으로 전개된다.

등분제의 유제에서 생활 장면과 구체물형 도식을 제시하였는데, 피제수의 구체물만을 표현했을 뿐 제수를 표현하지 않아서, 학생들이 주어진 삽화를 이용하여 포함제 문제의 해결방식처럼 덜어내기나 묶기의 방법으로 해결할 수 있는 가능성이 있다. 6차 교과서에서 앞선 교과서와 달리 나눗셈의 정의에 앞서 곱셈식에서 피승수 또는 승수를 알아보는 문제는 제시되지 않는다. 몫을 알아보고, 몫을 찾는 방법에 대해 나눗셈의 정의 이후에 따로 제시한다. 이 부분은 5차 교과서와 매우 유사하다.

7. 제 7차 교육과정에 나타난 나눗셈의 지도

제 7차 교육과정은 1997년 12월에 고시되었고, 2000년 1, 2학년부터 시행되었다. 3학년 1학기에는 포함제, 등분제, 곱셈으로의 역연산의 내용이 제시되며, 3학년 2학기에는 세로 형식의 계산, 나머지가 있는 나눗셈, 검산식이 등장한다. 4학년 1학기에는 제수가 두 자리 수인 경우의 세로 형식의 계산을 중심으로 전개된다.


똑같이 나누어 봅시다 (1)

생활에서 알아보기

영민이는 사탕 8개를 한 봉지에 2개씩 넣어 선물하려고 합니다. 모두 몇 봉지를 만들 수 있는지 알아보시오.

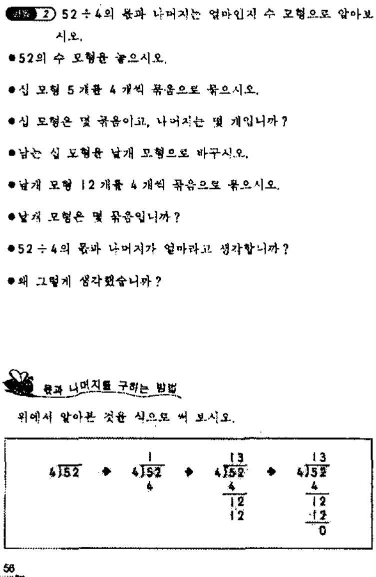
활동 1 사탕이 2개씩 들어 있는 봉지는 모두 몇 개인지 알아보시오.
- 봉지 하나에 사탕을 2개씩 차례대로 넣어 보시오.
- 사탕이 들어 있는 봉지를 세어 보시오.
- 모두 몇 봉지입니까?

약속하기

8을 2씩 묶으면 4묶음이 됩니다.
이것을 식으로 8÷2=4라 쓰고, 8 나누기 2는 4와 같습니다라고 읽습니다. 8÷2=4와 같은 식을 나눗셈식이라고 합니다.

44

<그림 7> 7차 3-가 44쪽


활동 2 52÷4의 몫과 나머지는 얼마인지 수 모형으로 알아보시오.
- 52의 수 모형을 놓으시오.
- 십 모형 5개를 4개씩 묶음으로 묶으시오.
- 십 모형은 몇 묶음이고, 나머지는 몇 개입니까?
- 남는 십 모형을 낱개 모형으로 바꾸시오.
- 낱개 모형 12개를 4개씩 묶음으로 묶으시오.
- 낱개 모형은 몇 묶음입니까?
- 52÷4의 몫과 나머지가 얼마라고 생각합니까?
- 왜 그렇게 생각했습니까?

몫과 나머지를 구하는 방법

위에서 알아본 것을 식으로 써 보시오.

56

<그림 8> 7차 3-나 56쪽

7차 교과서 3학년 1학기에 나눗셈 단원 첫 차시에 나눗셈식의 내용을 포함제의 생활 장면과 삽화로 제시한다(<그림 7> 참조). 구체물을 가지고 학생이 해야 할 활동을 세부적으로 제시하고 있으며, '약속하기'를 통해 나눗셈을 정의한다. 생활 장면을 삽화와 함께 제시하지만, 문제해결은 반구체물을 가지고 학생이 해야 할 활동을 구체적으로 제시하며, 활동

을 식으로 써보도록 한다. 유제에서는 생활 장면과 함께 도식을 제시하여 학생들이 교과서에 직접 묶어보기 활동을 할 수 있도록 제시되어있다.

7차 교과서에서 세로 형식의 나눗셈식이 3-가 단계에 제시된다. 여기서는 단지 같은 의미라는 것을 나타낼 뿐, 계산의 방법에 대한 내용은 없다. 본격적인 세로 형식의 계산은 3-나 단계에서 생활 장면에서 제시된 문제를 반구체물을 이용한 활동과 수모형을 이용한 활동을 세부적으로 제시한다. 이후에 세로 형식의 계산의 과정을 형식화하여 수식기호형 도식으로 제시된다(<그림 8> 참조).

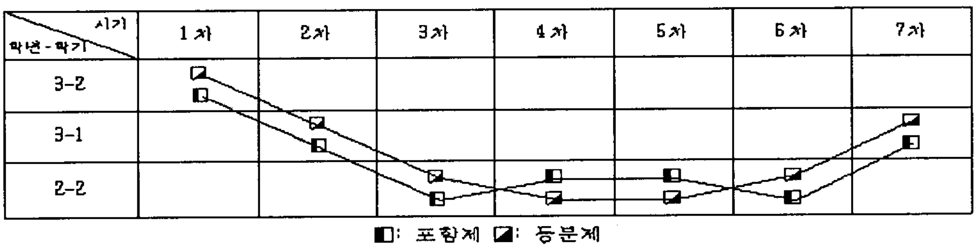
Ⅳ. 분석 결과에 대한 논의

1. 지도 순서 및 지도 시기

가. 포함제와 등분제

[표 1]에서 1차 교과서부터 3차 교과서까지 나눗셈의 개념은 곱셈식에서 승수 또는 피승수 알아보기를 이용하여 포함제, 등분제 순으로 제시되며 이 두 가지 상황은 같은 나눗셈식으로 표현될 수 있다고 설명한다. 즉, 포함제와 등분제를 독립적으로 다루지 않고 있다.

[표 1] 포함제와 등분제의 지도 시기



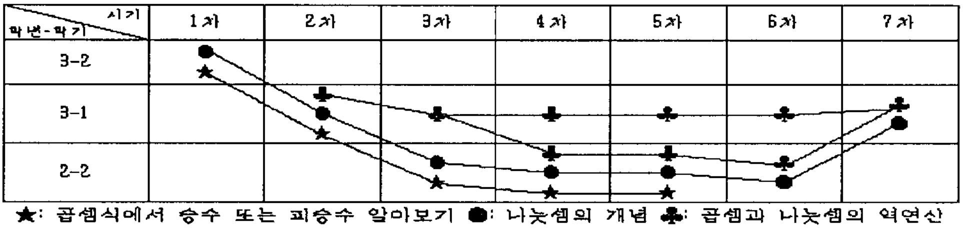
4차 교과서부터 포함제와 등분제를 독립적으로 다루기 시작한다. 4차 교과서와 5차 교과서가 예비 학습과 달리 등분제를 먼저 제시한 것은 나눗셈의 용어적 의미, 즉 '나눈다'라는 생활 장면은 등분제라는 것에 초점을 맞추었기 때문으로 보인다.

등분제와 포함제를 구분하여 제시하는 것은 나눗셈의 서로 다른 두 상황에 대한 학생들의 이해를 높여, 나눗셈에 대한 개념적 지식을 견고하게 한다. 한편, 똑같게 분할하는 의미의 등분제와 같은 수를 거듭 빼는 의미의 포함제 중 어느 것을 먼저 제시하는 가에 대한 명확한 이론은 없다. 그러나 Brown의 연구는 Zweng(1964), Sato(1984)의 것과 함께, 어린이들은 포함제가 등분제보다 풀기 쉽다는 것을 알아냈다. 어린이들이 심지어 묶기 전략이 등분제에 적합하지 않았을 때에도 나누기 전략보다 배수에 의한 묶기 전략을 훨씬 더 많이 사용했다는 것이다. 여기에서 부적절한 상황임에도 옳은 답을 얻을 수 있다. 예를 들어, 세 명의 어린이들에게 열두 개의 초콜릿을 나누어주는 등분제에서 12개의 초콜릿을 세 개씩 네 개의 그룹으로 나누는 묶기 전략은 그룹과 아이들의 수가 맞지 않으므로, 그 문제에 맞지 않는 표상이다. 어린이들이 포함제를 더 쉽게 생각하는 이유가 모델화하는데

등분제 문제들 보다 조금 더 쉽게 사용하기 때문일 것이라고 한다. 즉, 배수에 의한 묶기 전략이 포함제의 어의적 구조를 쉽게 연결한다는 것이다. 그러나 포함제가 어린이들이 모델링하기에 더 쉬울지라도 그것이 더 유의미한 것은 아니라고 한다(Brown, 1992, English & Halford, 1995, p.248). 중요한 것은 학생들이 포함제의 상황을 등분제로 해석하고 해결하거나 혹은 이와 역으로 등분제의 상황을 포함제로 해석하거나 해결하지 않도록 하는 교수학적 장치이다.

나. 나눗셈과 곱셈의 관계

[표 2] 곱셈의 역연산 지도 시기



[표 2]에서 교과서별로 자세히 살펴보면 1차 교과서는 곱셈과 나눗셈의 역연산 관계를 명확히 제시하지 않는다. 다만, 나눗셈 개념 지도 전에 곱셈식에서 승수 또는 피승수 알아보기를 제시할 뿐이다. 2차 교과서와 3차 교과서에서도 나눗셈의 개념에 앞서 곱셈식에서 승수 또는 피승수 알아보기를 제시하며, 나눗셈 개념 설명 후에 곱셈과 나눗셈의 역연산 관계를 덧셈과 뺄셈에 비유하여 제시한다. 4차 교과서와 5차 교과서는 나눗셈 개념 설명 전에 곱셈식에서 승수 또는 피승수 알아보기를 실물 삽화와 제시하며, 특히 4차 교과서는 나눗셈식을 소개하는 부분에서 나눗셈과 곱셈식의 각 항의 관계를 화살표로 연결시켜서 제시하기도 한다. 6차 교과서와 7차 교과서는 정의 전에 곱셈식에서 피승수 또는 승수 구하기가 제시되지 않으며, 나눗셈에 대한 개념 제시 이후에 곱셈과 나눗셈의 관계에 대한 내용을 제시한다. 즉, 나눗셈의 개념 내용을 먼저 제시하는 방향으로 변화하였다.

수학적 지식으로 나눗셈은 곱셈의 역연산으로 정의되는 것이지만, 초등학교의 교수학적인 상황에서 나눗셈은 유클리드의 나눗셈으로 적용된다. 그런데 1차 교과서부터 5차 교과서에서 나눗셈의 개념 지도에 앞서 제시하는 곱셈식에서 승수 또는 피승수 알아보기는 곱셈구구의 역이다. 따라서 곱셈식에서 승수 또는 피승수를 알아보기를 개념 지도에 앞서 제시하는 것은 나눗셈을 알고리즘의 숙달이라는 기능의 관점일 뿐이다. 곱셈과 나눗셈의 역연산 관계는 개념상 나눗셈 정의 후에 지도되어야 하는 것이므로 이를 먼저 제시하거나 암시하는 것은 학생들에게 나눗셈이라는 지식의 개인화와 배경화를 방해하는 일이다. 교수학적 변환을 둘러싼 수학적 지식의 흐름에서 볼 때, 학생들이 나눗셈과 곱셈의 역연산 관계를 의도적인 비교수학적 상황에서 스스로 탐구할 수 있게 되어, 나눗셈이라는 상황의 내적인 논리를 구성하고 이해하도록 해야 한다.

다. 나머지

[표 3]에서 1차 교과서와 4차 교과서부터 7차 교과서는 개념을 설명한 다음 학기에 나머지가 제시되었으나, 2차 교과서와 3차 교과서는 그 이후에 제시된다. 2차 교과서의 3학년 2학기에는 나눗셈 단원이 없으므로, 나머지와 검산식은 나눗셈의 개념의 다음 단계에 제시

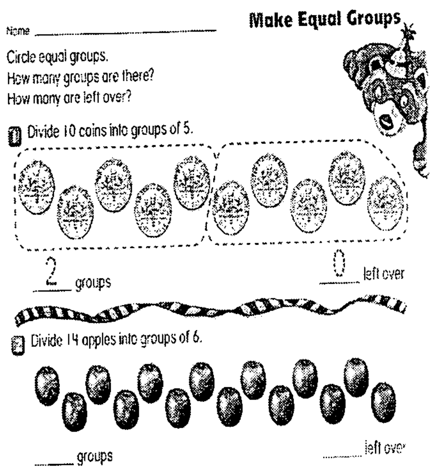
된다고 할 수 있다. 그러나 3차 교과서의 3학년 1학기와 3학년 2학기에는 모두 나눗셈 단원이 있으나, 세로 형식의 계산과 곱셈과 나눗셈의 역연산 관계를 주로 다루고 있다. 이는 3차 교과서에서 나눗셈의 지도가 알고리즘의 수행에 초점을 맞추고 있음을 보여주는 것이다.

[표 3] 나눗셈의 개념과 나머지와 검산식의 지도 시기 비교

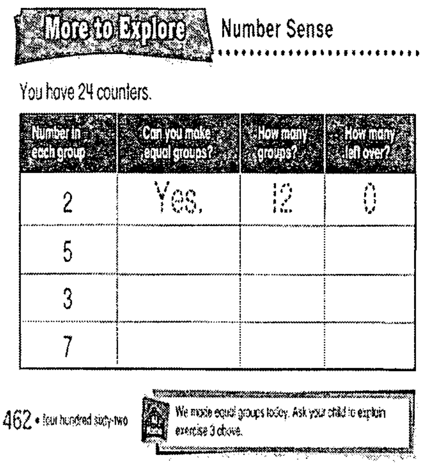
학년-학기 \ 시기	1차	2차	3차	4차	5차	6차	7차
4-1	■	■	■				
3-2	●						■
3-1		●		■	■	■	●
2-2			●	●	●	●	

●: 나눗셈의 개념 ■: 나머지와 검산식

한편, 나머지의 출현이 나눗셈의 개념 지도 후 한 학기 이상 늦추어진 이유는 우리나라에서 나머지의 지도가 검산식과 함께 이루어지기 때문이다. 그러나 어린이들이 경험하는 나눗셈의 현실적 상황은 언제나 '나누어떨어진다'는 아니다. 오히려 나머지는 학생들이 접할 수 있는 자연스러운 상황이다. 그런 점에서 나머지의 상황을 처음 나눗셈을 소개할 때부터 제시하거나(<그림 9> 참조), 나눗셈의 개념을 학습한 후에 나머지의 상황을 바로 제시하는(<그림 10> 참조) 것도 고려할만한 점이다.



<그림 9> Harcourt 2nd p.439

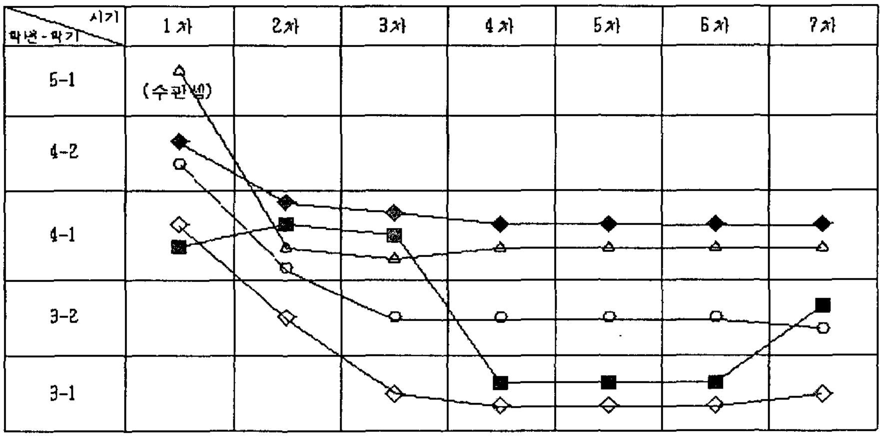


<그림 10> Math in My World 2nd p.462

라. 곱셈 지도와 나눗셈 지도의 시기 비교

나머지와 검산식 내용을 1차 교과서에서는 (두 자리 수)×(한 자리 수)=(세 자리 수) 지도 이전에 제시하며, 2차 교과서와 3차 교과서는 (세 자리 수)×(세 자리 수)=(여섯 자리 수)이후에 지도한다([표 4] 참조). 4차, 5차, 6차 교과서는 (두 자리 수)×(한 자리 수)=(세 자리 수)지도 이후 (두 자리 수)×(두 자리 수)=(세 자리 수)이전에 제시된다. 7차 교과서는 (두 자리 수)×(두 자리 수)=(세 자리 수)이후에 지도된다.

[표 4] 나머지·검산식과 곱셈의 지도 시기 비교



■ : 나머지와 검산식 ◇ : (두 자리 수)×(한 자리 수)=(세 자리 수) ○ : (두 자리 수)×(두 자리 수)=(세 자리 수) △ : (세 자리 수)×(세 자리 수)=(여섯 자리 수) ◆ : 어림몫 세우기

2차 교과서와 3차 교과서에서 나머지와 검산식의 내용을 곱셈 알고리즘의 학습이 끝난 이후에 제시된다. 그러나 모든 교과서에서 나머지와 검산식의 내용을 다룰 때, 몫과 나머지가 모두 한 자리 수라는 것을 감안한다면, 2차 교과서와 3차 교과서에서 나머지와 검산식의 등장은 다소 늦은 것이다. 몫을 어림하는 내용은 모든 교과서에서 곱셈 지도가 끝난 후에 제시 되었다. 몫의 어림에는 능숙한 곱셈의 능력이 필요하다는 점에서 적절한 교수학적인 배려라고 할 수 있겠다.

2. 지도 방법

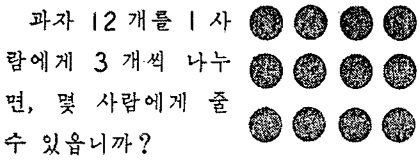
가. 포함제와 등분제

[표 5] 나눗셈의 개념 지도 방법

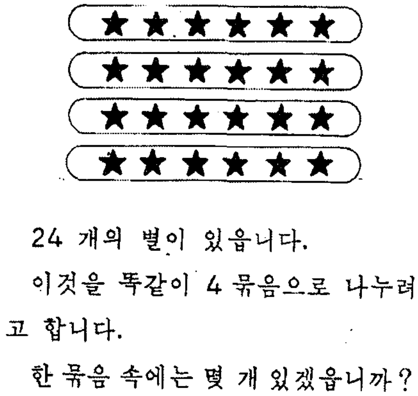
방법 \ 교육과정	1차	2차	3차	4차		5차		6차		7차	
	포함제·등분제	포함제·등분제	포함제·등분제	포함제	등분제	포함제	등분제	포함제	등분제	포함제	등분제
생활 장면의 도입	○	○		○	○	○	○	○	○	○	○
삽화		○			○		○			○	○
곱셈식에서 승수 또는 피승수 구하기	○	○	○	○	○						
도식의 사용: 정열 된 반구체물 도식	○										
도식의 사용: 나눗셈 결과를 표현한 구체물 도식			○	○							
도식의 사용: 나눗셈 과정을 표현한 구체물 도식						○	○	○	○		○
구체물의 사용과 활동 세부 지시										○	○

[표 5]에서 나눗셈의 개념 지도에서 가장 두드러진 변화는 1차 교과서부터 4차 교과서까

지 곱셈식에서 승수 또는 피승수 구하기를 이용했다는 것과 도식의 사용에서 5차 교과서부터 나눗셈의 과정을 표현하는 구체물형 도식을 이용했다는 것이다.



<그림 11> 1차 3-2 82쪽



<그림 12> 3차 2-2 28쪽

곱셈식에서 승수 또는 피승수 구하기는 앞서 나눗셈의 개념 지도 시기에서 지적한 바와 같이 나눗셈의 개념적 지식보다 연산의 실행에 나눗셈의 지도 목적을 두는 지도 방법이다. 5차 교과서부터 이러한 방법은 사용되지 않게 되는데 이는 나눗셈은 곱셈의 역연산이라는 기성의 이론적인 수학적 지식을 곧바로 가르치는 데에서 비롯되는 형식적 고착의 문제를 해소한 결과라고 할 수 있다.

도식은 개념에 대한 표상으로 학생들의 이해에 영향을 끼친다. 1차 교과서는 정열된 반구체물의 도식을 사용했다(<그림 11> 참조). 3차 교과서는 나눗셈의 결과를 표현하는 도식을 사용했다(<그림 12> 참조). 이러한 도식은 풀이에 대한 명백한 힌트이므로 탈개인화와 탈배경화의 극단적 현상인 토파즈 효과이다. 5차 교과서부터 나눗셈의 과정을 표현하는 도식을 사용했고, 7차 교과서에서 구체물을 이용한 세부 활동의 제시로 나아갔다. 활동 과정을 질문으로 제시하고 학생이 답하게 하도록 한다. 즉, 개념의 이해는 연산의 수행을 익히거나 결과만을 습득하는 것이 아니라 그러한 과정을 전체적으로 자신의 지식으로 동화 · 조절할 수 있는가의 여부이다. 이러한 개념적 이해에 대한 관점을 우리나라의 교과서가 수용했음을 알 수 있다.

생활 장면의 도입에서 1차, 2차 교과서와 4차, 5차, 6차, 7차 교과서에서 사용한 방법 사이에는 차이가 있다. 1차, 2차 교과서에 사용한 방법은 생활 장면의 수학 외적 상황을 그대로 수학적 개념이나 절차의 이해를 위한 지도에 적용하는 포괄적 방법이라고 할 수 있으나, 4차, 5차, 6차, 7차 교과서에서 사용한 방법은 생활 장면의 수학 외적 상황이 이후 무시되고 수학적 요소만을 적용하는 한정의 방법이라고 할 수 있다. 수학 외적 상황을 계속 적용하는 포괄적 방법은 학습을 위한 인식 과정의 개인화와 배경화를 강력히 지원한다.

나. 곱셈과 나눗셈의 역연산의 이용

모든 교과서에서 곱셈과 나눗셈의 역연산을 제시한다. 여기서는 역연산의 관계를 이용하여 제수나 피제수가 0 또는 1인 경우 등을 다룬 부분들을 살펴보고자 한다.

[표 6] 곱셈과 나눗셈의 역연산의 이용

내용 \ 교육과정	2차	3차	
	3학년 1학기	2학년 2학기	3학년 1학기
피제수와 제수가 같은 경우	○	○	
제수가 1인 경우	○	○	
피제수가 0인 경우	○		○
제수가 0인 경우			○
피제수와 제수가 모두 0인 경우			○

[표 6]에서와 같이 곱셈과 나눗셈의 역연산을 이용하여 이러한 내용을 다루는 교과서는 2차 교과서와 3차 교과서이다. 특히, 3차 교과서는 새 수학의 영향으로 논리적인 수학 구조에 초점을 둔 내용들을 유제에서 연습하도록 한다. 이는 논리적 논의의 결과만을 이용하여 문제를 해결하는 형식적 고착에 해당된다고 할 수 있다. 4차 교과서에서 제수가 1인 경우와 제수와 피제수가 같은 경우를 2학년 2학기에 다루지만 여기서는 묶기를 이용하여 그 결과를 구체물형 도식으로 해결하는 방법을 이용한다. 이후의 교과서에서 이러한 내용을 다루지 않는다.

다. 세로 형식의 계산

[표 7]에서 세로 형식의 계산의 지도 방법의 특징은 1차 교과서부터 6차 교과서까지의 동수누감식의 사용과 1차 교과서부터 3차 교과서가 세로 형식의 계산에서 각 행마다 제시한 설명 및 연산의 제시와 달리 4차 교과서부터 6차 교과서의 구체물형 도식과 분배법칙에 근거한 전개식의 사용이다.

[표 7] 세로 형식의 계산 지도 방법

방법 \ 교육과정		1차	2차	3차	4차	5차	6차	7차
구체물형 도식					○	○	○	
동수누감	동수누감식	○	○	○	○			
	변형된 동수누감식(제수의 10 묶음씩을 덜어내는 식)			○	○	○	○	
분배법칙에 근거한 전개식					○	○	○	
각 행의 연산을 각각 제시				○				
단계별 설명 제시		○	○					
구체물의 사용과 활동 세부 제시								○
의사소통								○

동수누감식도 두 가지로 나누어 살펴볼 수 있는데, 1차 교과서부터 4차 교과서까지 사용된 동수누감식은 피제수에서 제수를 빼는 일반적인 동수누감식이나, 3차 교과서부터 6차 교과서는 제수의 10묶음씩을 덜어내는 식을 사용한다. 이를 전형적인 나눗셈 세로 형식의 계산 과정으로 형식화 한다.

또한, 4차 교과서부터 6차 교과서까지 분배법칙에 근거한 전개식을 사용하는데, 피제수를 분해하여 각각 나누어 그 몫을 합해도 된다는 원리를 배우지 않은 학생들에게 분배법칙의 적용은 과도한 것이다. 세로 형식의 계산을 위한 지도와 관련하여 기능 숙달을 위한 비효율적인 과정이다. 이런 분배법칙의 사용을 구체물형 도식으로 표현하는데 도식에서 사용한 화살표는 옮김을 뜻하지만, 연산으로는 나눗셈과 덧셈을 뜻하는 등 도식 자체를 위해 설명이 필요한 메타 인지적 이동이 우려된다.

구체물의 사용과 활동 세부 제시, 세로 형식의 계산을 학생이 설명하도록 하는 방법은 7차 교과서가 유일하다. 자신이 생각한 연산 과정을 정리하고 이유를 토의하게 하는 내용도 주목할 만하다. 이것은 알고리즘도 상황의 내적인 원리를 학생이 구성하도록 하는 구성주의 교육 사조를 반영한 결과이다.

라. 제수와 피제수의 0의 생략

[표 8] 제수와 피제수의 '0'의 생략

방법 \ 교육과정	1차	2차	3차	4차	5차	6차	7차
제수와 피제수의 '0'의 생략	○	○	○		○	○	

제수와 피제수의 '0'을 생략하는 방법의 등장은 [표 8]과 같다. 1차 교과서를 제외한 2차, 3차 교과서와 5차 6차 교과서는 (몇 백)÷(몇 백)을 계산하는 방법으로 제시한다. 또한 2차 교과서, 5차 교과서와 6차 교과서가 생활 장면을 도입하고 있다. 그러나 모두 세로 형식의 계산에서 제수와 피제수의 '0'을 생략하는 장면을 예제로 다루는 것은 모두 동일하다.

(몇 백)÷(몇 백)의 계산에서 제수와 피제수의 '0'을 생략하는 방법은 매우 유용한 것임은 틀림이 없다. 그러나 이는 학생들이 나눗셈의 계산 과정에서 연산의 내적인 원리에 의해 스스로 깨닫도록 해야 하는 것이다. 0의 생략이라는 예제의 제시 후 유제를 통해 연습을 하도록 하는 교과서 구성은 형식적 고착에 해당된다.

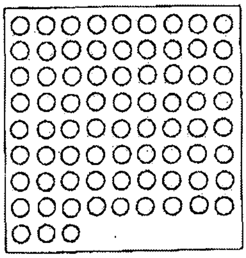
마. 나머지

[표 9] 나머지의 지도 방법

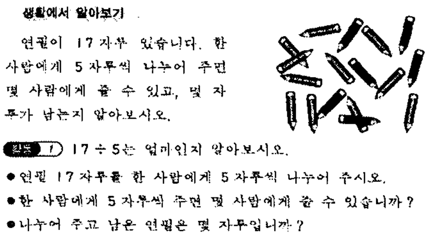
방법 \ 교육과정		1차	2차	3차	4차	5차	6차	7차
생활 장면의 도입		○	○	○		○	○	○
실물삽화에서 묶어보기 유제					○			
도식	정렬된 반구체물형 도식		○	○				
	나눗셈의 과정을 표현한 구체물형 도식				○	○	○	
곱셈구구를 이용		○	○	○				
'남는다, 모자란다'의 설명		○	○	○				
구체물의 사용과 활동세부 지시								○

1차 교과서부터 3차 교과서는 곱셈구구의 이용, '남는다, 모자란다'의 설명과 정렬된 반구체물형 도식을 사용하지만 4차 교과서부터 6차 교과서는 이 모든 방법을 버리고 덜어내는 과정을 표현하는 구체물형 도식만을 사용한다. 7차 교과서는 이런 방법도 사용하지 않고 오직 구체물의 사용과 세부 활동을 제시한다. 나머지라는 상황을 학생들이 직접 경험하도록 하는 방향으로 변화했다고 할 수 있겠다. 이를 좀 더 자세히 살펴보면 다음과 같다.

나머지의 이해를 돕는 생활 장면의 도입이 4차 교과서를 제외한 모든 교과서에서 사용되고 있다. 대신 4차 교과서는 학생이 실물 삽화에서 제수만큼씩 묶어보는 활동을 제시한다. 모두 학생의 개인화와 배경화를 돕는 교수학적 의도이다.



<그림 13> 2차 4-1 59쪽



<그림 14> 7차 3-나 54쪽

도식의 사용에서도 2차, 3차 교과서와 4차, 5차, 6차 교과서는 차이가 있다. 2차 교과서와 3차 교과서는 정렬된 반구체물형 도식을 이용하며(<그림 13> 참조), 4차, 5차, 6차 교과서는 제수만큼씩 덜어내는 과정을 도식으로 제시한다.

또한 1차, 2차, 3차 교과서는 정렬된 반구체물형 도식에 곱셈 구구를 함께 제시하면서 '남는다, 모자란다'의 상황을 직접 서술한다. 이는 모두 정렬된 도식을 학생들이 이해하도록 하는 설명이다.

7차 교과서는 구체물의 사용과 활동세부를 지시하여 나머지의 개념을 이해하도록 하고 있다(<그림 14> 참조). 이러한 구체물 조작활동은 교실에서 어떤 교수학적 상황을 교사가 연출하는가에 좌우된다. 그러나 이런 활동도 수학적 개념이 형식화되는 과정을 거쳐야 하는데, 7차 교과서도 다른 교과서와 마찬가지로 '나머지'의 개념을 정리하여 제시한다.

바. 몫의 어림

[표10] 몫의 어림 지도 방법

방법 \ 교육과정		1	2	3	4	5	6	7
설명	제수를 반올림하는 방법의 편리함 설명	○						
	피제수와 제수를 어림하는 예를 설명		○					
'가정몫'이라는 용어 정의				○				
제시	가정몫을 이용한 연산 방법 제시			○				
	몫이 크고 작은 경우의 연산을 함께 제시				○			
	정리된 식 제시					○	○	
피제수를 가리는 칸 이용			○	○				
생활 장면의 도입								○
연산 과정에 대한 질문								○
정리								○

몫의 어림 부분은 다른 부분과 달리 교과서 간의 공통점이 거의 없다는 것이 특징이다. 모든 교과서에서 몫을 어림하는 것은 제수가 두 자리 수인 나눗셈에서 몫을 구하는 방법으로 제시된다. 몫의 어림에 관한 내용을 따로 다루는 교과서는 제수의 반올림을 설명하는 1차 교과서와 피제수와 제수를 어림하는 예를 제시하는 2차 교과서, 가정몫이라는 용어를 사용하여 연산 방법을 제시한 3차 교과서 이다(<그림 15> 참조). 그 외의 모든 교과서들은 제수가 두 자리 수인 나눗셈을 세로 형식의 계산으로 해결하는 과정에서 몫을 어림하는 예제를 제시하는 방법을 사용했다.

우선 20에 무슨 수를 곱하면 40이 되는가를 생각한다.

$20\times2=40 \qquad 40\div20=2$

이므로, 가정몫을 2로 정한다.

이고, $21\times2=42$

$45=42+3$

$=21\times2+3$

이므로, 몫은 2이고 나머지는 3이다.

<그림 15> 3차 4-1 63쪽

143÷28의 몫과 나머지를 알아보아라.

$28\overline{)143} \Rightarrow \begin{array}{r} \boxed{4} \\ 28\overline{)143} \\ 112 \\ \hline 31 \end{array} \xrightarrow{\text{몫을 1 크게 한다.}} \begin{array}{r} 5 \\ 28\overline{)143} \\ 140 \\ \hline 3 \end{array}$

나누는 수보다 크다.

$143\div28=5\cdots3$

<그림 16> 5차 4-1 73쪽

몫을 어림하는 것은 정확한 몫을 빠르게 찾을 수 있기 때문에 지도되지만, 한편으로는 일상의 생활에서 대략의 몫을 찾아 그것을 정보로서 활용할 수 있는 수 감각을 기르는 데에도 목적이 있다. 우리나라 모든 교과서는 후자의 이유보다 전자의 이유로 몫의 어림을 지도하고 있다. 연산 과정에 대한 자신의 생각을 정리하여 의사소통하도록 제시된 7차 교과서도 그 내용면에서 5차 교과서 <그림 16>의 패턴에서 크게 벗어나지 못하고 있다.

나눗셈의 몫을 어림하는 것은 능숙한 곱셈과 뺄셈 능력을 기초로 하기 때문에 학생들이 쉽게 할 수 있는 것은 아니다. 또한, 정확한 몫을 구하는 것보다 대략적인 몫을 어림하는 것을 오히려 어려워하는 경우도 많다. 그러나 어림은 자신이 왜 그렇게 생각했는지를 설명하면서 수 감각을 기를 수 있는 기회이다. 그런 점에서 피제수 또는 제수를 올림 또는 버림 하여 몫을 어림하는 방법을 제시한 1차 교과서와 2차 교과서가 오히려 학생들에게 어림에 대한 유용한 정보를 제공한다고 볼 수도 있다.

V. 결 론

첫째, 1차에서 7차까지의 교과서에서 나눗셈 지도는 알고리즘의 숙달에서 개념의 이해로 그 강조점이 변화하여 가고 있다.

초기의 교과서가 곱셈식에서 승수 또는 피승수 구하기를 집중적으로 다루고, 도식은 연산의 결과를 제시하며, 피제수와 제수의 자리수가 커질 때마다 세로 형식의 계산 방법을 매우 상세하게 제시한다. 4차 교과서는 나눗셈의 개념에 대해 독립적으로 다루기 시작하고, 5차 교과서부터 과정을 표현하는 도식이 등장하며, 6차 교과서는 곱셈에 의존하지 않고 나눗셈의 개념을 다루고 과정을 표현하는 도식을 일반적으로 사용하기 시작했다. 특히, 7차 교과서는 나눗셈의 생활 장면을 구체물 또는 수모형을 이용한 세부 활동을 제시하여

나눗셈의 활동을 집중적으로 다루어 수학 교실에서 나눗셈의 개념 학습을 위한 구체적인 방법을 교과서에 제시하고 있다. 즉, 계산의 실행에서 개념의 이해의 방향으로 나눗셈의 지도 시기와 지도 방향이 변화한 것이다.

둘째, 1차에서 7차까지의 교과서에서 볼 수 있는 교수학적 변환은 교과서가 개편되면서 점차 안정적인 형태를 갖추어 가고 있다.

내용 체계가 정선되지 않은 초기의 교과서는 형식적 고착의 현상이 나타나기도 했으며, 새수학의 영향을 받은 3차 교과서는 형식적 고착과 토파즈 효과의 현상이 나타나기도 했다. 4차 교과서는 개념보다 제시된 도식의 설명에 중점을 두는 메타 인지적 이동이 우려되기도 하였다. 그러나 7차 교과서에 이르러 극단적인 교수학적 현상을 찾기는 어려웠다. 전반적으로 교과서에서 극단적인 교수학적 현상이 많지 않았으며, 교수학적 변환의 형태도 안정적인 형태로 발전했다.

셋째, 나눗셈이라는 지식을 다루는 관점은 지식의 객관주의적 관점에서 구성주의적 관점으로 변화하고 있다.

기초 연산의 지도 방법에는 큰 변화가 없을 것이라는 생각과는 달리 알고리즘 이라는 지식을 어떻게 파악하고 있는가라는 지식에 대한 기본적인 태도에 따라 제시되는 방법에도 차이가 있었다. 초기의 교과서는 나눗셈 알고리즘을 완성된 지식이며 객관적인 것으로 다루어 학생들에게 이를 따르도록 암암리에 강요하고 있으나, 6차 교과서와 7차 교과서에 이르러서는 지식의 주관성을 기초로 연산의 과정도 학습자가 주도하여 능동적으로 그러한 지식을 구성하도록 하는 방향으로 전환하였다. 구성주의적 관점이 반영된 것이라고 할 수 있겠다.

넷째, 교육과정이 개편되면서 학습 내용이 정선되어 7차 교과서에서 중복되는 학습내용은 거의 없다. 그러나 본격적인 나눗셈의 개념이나 기호의 제시에 앞서 현실 상황의 나눗셈에 관한 활동으로 나눗셈의 개념적 지식을 좀 더 풍부하게 해야 할 필요가 있다.

4차 교과서는 나눗셈의 개념이나 기호의 출현 전에 교과서에 다양한 구체물형 도식의 상황을 제시하고 있으나, 7차 교과서는 나눗셈의 첫 차시부터 나눗셈의 개념, 기호 등을 제시하고 있다. 4차 교과서가 도식 중심으로 전개되고 있고 7차 교과서가 구체적인 활동의 진술 중심으로 전개되는 등 교과서 진술 방법에 대한 관점의 차이는 있다. 하지만, 학생들에게 나눗셈의 개념이 제시되기 전에 생활에서 나눗셈의 상황을 충분히 생각할 수 있는 부분이 필요하다. 나눗셈 개념은 나눗셈이라는 용어나 기호를 학습하기 전에도 형성될 수 있는 것이며, 그러한 나눗셈의 이해가 필요하기 때문이다.

VI. 제 언

이상의 논의를 토대로 다음과 같이 제언하고자 한다.

첫째, 지도 내용의 정돈된 체계는 역으로 학생들이 나름대로의 이해와 해결을 학습하는 기회를 잃는 위험에 직면하게 되므로, 생활 장면을 포괄적으로 이용하는 방법에 대한 연구가 필요하다.

7차 교과서에서 내용 체계가 구조화되고, 이를 바탕으로 교사가 학생들의 요구에 응해 무엇을 해야 하는지를 정확하게 말해주면 줄수록 학생들은 교사가 사실상 목표로 하고 있는 학습할 기회를 잃는 위험에 직면하게 한다. 즉, 우리의 일상에서 수학적 정보를 선택하

는 것, 선택한 정보를 이용하기 위해 적절한 수학 지식을 적용하는 것, 이렇게 탄생한 수학적 정보를 응용할 수 있는 것 모두가 수학교육이 목표하는 것이다. 수학 외적인 정보가 섞인 여러 가지 정보들 중에서 필요한 수학적 정보를 선택하기에 대한 경험은 학생들이 학습한 수학이 그들의 삶과 이질적인 것이 아님을 경험하게 할 것이다. 구체적으로 7차 교과서에서 단원의 마지막 부분에 등장하는 '문제를 해결하여 봅시다'에 대한 연구는 이러한 방향으로 나아가야 할 것이다.

둘째, 학생들의 나눗셈에 대한 비형식적 지식에 대한 연구가 필요하다.

학생들의 나눗셈에 대한 비형식적 지식에 대한 관심은 매우 부족하다는 것을 알 수 있다. Marton & Neuman(1996)은 몇 개씩 덜어내는 포함제와 분할하는 등분제라는 다른 방법의 경험이 중요하며, 이에 대해 교사와 교육과정 기획자가 이런 경험에 대한 장점과 단점을 잘 알고 있어야 한다고 지적했다. 학생들이 나눗셈에 대해 학습하지 않은 상태에서 그들이 자연스럽게 가지고 있는 비형식적 지식에 대한 연구는 교사와 교과서 저자들에게 가개인화와 가배경화에 매우 유용한 정보를 제공하게 되며, 결국 학생들의 개인화와 배경화를 돕게 된다.

셋째, 의도적인 비교수학적 상황에 대한 교사들의 책임이 더욱 강조되어야 한다.

생활 장면과 활동의 제시가 증가되는 등 교육과정은 점점 학습자 중심으로 개정되고 있으며, 그러한 구체적인 모습을 나눗셈이라는 내용요소에서도 충분히 살펴볼 수 있었다. 게다가 생활 장면과 학생들의 구체적인 활동에 대한 연구는 많은 논문들에서 강조되고 있는 바다. 이렇듯 학습자에 대한 많은 관심과 연구는 유의미한 학습에 중요한 요소이나, 한편으로는 학습 결과에 대한 책임이 전적으로 학생들에게로 전이시키는 것으로 보일 수도 있다. 그러나 이런 상황의 변화는 오히려 교사들에게 학생들이 학습 주제에 대한 인식의 흐름을 세심하게 살펴, 결국 상황의 내적인 논리를 학생들이 의도적인 비교수학적 상황에서 이해하는 것까지 고려해야하는 교사들의 책임이 더욱 강조된 것이다.

참 고 문 헌

강완 (2000). 수학 교과서에 나타난 계산 지도 방법의 변화 - 두 자리 수의 덧셈과 뺄셈. **한국초등수학교육학회지, 4,** 21-38.

강완, 백석윤 (2000). **초등수학교육론.** 서울: 동명사.

교육부 (1995a). **수학 1-2, 2-1, 2-2.** 서울: 국정교과서주식회사.

______ (1995b). **수학 3-1 교사용 지도서.** 서울: 국정교과서주식회사.

______ (1997). **수학 3-1, 3-2, 4-1, 4-2.** 서울: 국정교과서주식회사.

______ (2000). **수학 2-가 단계, 2-나 단계.** 서울: 대한교과서.

______ (2001). **수학 3-가 단계, 3-나 단계, 4-가 단계.** 서울: 대한교과서.

문교부 (1955). **산수 1-2, 2-2, 3-2, 4-1, 4-2, 5-1, 5-2.** 서울: 대한문교서적주식회사.

______ (1966). **산수 1-1, 1-2, 2-2, 3-1, 4-1, 4-2.** 서울: 국정교과서주식회사.

______ (1976). **산수 1-2, 2-1, 2-2, 3-1, 3-2, 4-1.** 서울: 국정교과서주식회사.

______ (1982). **산수 1-2, 2-1, 2-2, 3-1, 3-2.** 서울: 국정교과서주식회사.

_____ (1983). **산수 4-1, 4-2.** 서울: 국정교과서주식회사.

_____ (1989). **산수 1-2, 2-1, 2-2, 3-1, 3-2.** 서울: 국정교과서주식회사.

_____ (1990). **산수 4-1, 4-2.** 서울: 국정교과서주식회사.

최진희 (1993). **수학에 관한 국민학생의 오개념 조사.** 교원대학교 석사학위논문.

Chevallared, Y. (1985). *La transposition didactique.* [The didactical transposition]. Grenoble, France: Le Pansée Sauvage.

English, L. D, & Halford, G. S. (1995). Mathematics Education: Models and Processes. NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc. 고상숙 외(역) (2003). **수학교육론** 서울: 경문사.

Harcourt (2002). *Math* (2nd grade). Orlando: Harcourt.

Kang, W. (1990). *Didactic transposition of mathematical knowledge in textbooks.* Doctoral dissertation, University of Georgia.

Marton, F., & Neuman, D. (1996). Phenomenography and children's experience of division. In S. P. Steffe, P. Nesher, P. Cobb, G. A. Goldin & B. Greer(Eds.), *Theories of mathematical learning* (pp. 315-334). Mahwah, NJ: Erlbaum.

McGraw Hill (2000). *Math in My World* (2nd grade). New York: McGraw Hill.

NCTM(1989), Curriculum and Evaluation Standard for School Mathematics VA: NCTM. 구광조, 오병승, 류희찬(공역) (1992). **수학교육과정과 평가의 새로운 방향.** 서울: 경문사.

Robert E. Reys, Marilyn N. Suydam, Mary M. Lindquist & Nancy L. Smith (1998). Helping Children Learn Mathematics. NY: Simon & Schuster 강문봉 외(공역) (1998). **초등 수학 학습지도의 이해.** 서울: 양서원.

<Abstract>

An Analysis of Division in the Elementary School Mathematics Textbooks

Kim, Yeon[3]; & Kang, Wan[4]

There are differences in manner to be shown according to a basic point of view about knowledge in division which is traditional algorithm. The 1st and 2nd stage show didactic transpositions less systemic. The 3rd stage, which were influenced by the new math, uses logical mechanism. The 4th stage shows conceptual knowledge of the division independently. The 5th and 6th stage use concrete models which shows a course. The 7th stage constitutes contents systematically and shows many chances which focus on the formation of knowledge. The suggestions derived from such transition should be considered in the practice class and an elementary mathematics textbooks for meaningful learning.

Keywords : elementary mathematics textbooks, didactic transposition, division

3) naifyeon@yahoo.co.kr
4) wkang@snue.ac.kr