

초등학교에서 지도하는 공간감각 내용에 관한 고찰

이 증 영*

본 연구에서는 우리나라 7차 교육과정에서 처음으로 도입되어 초등학교에서 지도하고 있는 공간감각에 관하여 고찰하였다. 이를 위해 공간감각과 관련된 여러 능력들을 살펴보고 이를 토대로 학생들이 공간감각 관련 과제를 수행하는 과정에서 보이는 오류와 초등수학 교과서에서 지도하고 있는 공간감각 관련 내용을 분석하였다. 연구결과, 초등학교 저학년에서 지도하고 있는 내용은 그 수준이 지나치게 어렵게 구성된 반면에 고학년에서 다루는 내용은 그 수준이 너무나 쉽게 구성되어 있다. 또한 그 내용들 사이에 그리고 공간감각과 전통적으로 지도해왔던 도형영역의 지도 내용 사이에 시간상 간극이 있어 이들을 서로 연관시켜 지도하는 것이 쉽지 않도록 수학과 교육과정이 구성되어 있다. 따라서 새로운 수학과 교육과정 개정에는 이에 대한 조정이 요구된다.

1. 서 론

도형 영역에서 전통적으로 지도되어 왔던 내용은 여러 가지 기본 도형과 그 도형들의 성질, 수직과 평행, 도형의 합동과 대칭 등으로 여러 기하학적 지식이 중심이었다. 그러나 공간상에 있는 여러 사물들의 형태를 지각하거나 그들 사이의 위치 관계를 파악하거나 공간상의 여러 정보를 평면상에 표현할 때, 미술과 디자인 등의 활동에서 그리고 여러 부품의 조립과 제작할 때 등 실생활에서 필요한 기하학적 지식은 우리가 전통적으로 도형 영역에서 지도해왔던 내용과는 사뭇 다른 것으로, 현행 7차 교육과정에서는 ‘공간감각’이라는 명칭으로 이와 관련된 내용을 담았다.

그러나 새롭게 추가된 ‘공간감각’영역은 현장 교사들이 자신들의 학생시절에 배우지 않았

던 내용이고 이전에 지도해 보지 않았던 내용 이므로 이를 지도할 때 상당한 곤란을 느끼는 것으로 보인다. 예를 들어, 3-가 단계의 5단원 도형 움직이기와 3-나 단계 3단원 도형(거울에 비친 상)은 이전 초등학교 교과서에서는 찾아볼 수 없는 내용을 담고 있는데, 임재훈(2004)의 수학과 교육내용 적정성 분석 및 평가 연구에서 이 두 단원의 곤란도가 가장 높게 나왔다.

우리나라 7차 수학과 교육과정에는 2-가 단계에서는 공간감각과 관련된 지도 내용을 구체 물이나 그림의 옮기기, 뒤집기, 돌리기 등의 활동을 통하여 그 변화를 관찰할 수 있다고 서술하고 있다(교육부, 1999). [그림 I-1]이 교육과정의 이러한 내용에 맞추어 집필된 교과서 내용 중 하나이다. 김영선(2005)의 연구에 따르면 이 부분이 초등학교 2학년 학생들에게 공간감을 지도할 때 현장 교사가 가장 곤란을 느낀다고 한다. 이 문제를 해결하려면 학생들이 도

* 전주교육대학교(goma@jnue.ac.kr)

형을 시각적 수준이 아니라 분석적 수준에서 바라보아야 하는데, 분석적 수준에서 도형을 판단하는 내용을 처음으로 학습한 학생들에게 이러한 활동을 제시하는 것은 학생들의 사고 수준에 적절하지 못하기에, 학생들이 이러한 활동을 수행하는데 어려움을 겪고 있으며, 교사들이 이를 지도하는데 곤란을 겪고 있다고 생각할 수 있다¹⁾.

활동 3 종이 카드에 사각형을 그리시오.

- 종이 카드를 반 바퀴 돌려 보시오.
사각형이 어떻게 달라졌는지 그려 보시오.



[그림 I-1] 2-가 단계 44쪽

[그림 I-1]에 나온 문항을 그대로 2, 3, 4학년 아동들에게 제시하였을 때, 각 학년의 정답률은 각각 63.0%, 50%, 48.6%가 된다(김영선, 2005). 학년이 올라갈수록 정답률이 낮아진다면, 이 또한 공간감각을 지도하는 내용에 대한 검토가 요구되는 것으로 볼 수 있다.

이전의 교육과정에서는 미흡하게 다루었던 도형의 이동과 조작 활동을 통한 공간감각의 강조는 세계적인 경향이고, 이런 활동이 고학년에서 배우는 도형의 대칭과 합동 학습을 위한 훌륭한 경험적 토대가 될 수 있음을 생각할 때, 이러한 지도 내용의 학년 간 다소간 이동을 생각할 수 있지만 교육과정에서 삭제는 바람직하지 않을 것이다. 따라서 현재 지도되고 있는 공간감각 관련 내용을 지도할 때 생기는 여러 문제점을 살펴보는 것은 이후의 교육과정 개선과 공간감각을 지도하는데 도움이 될 수 있을 것이다.

본 연구에서는 이러한 문제의식을 가지고 먼저 학생들이 공간감각 과제를 수행할 때 필요한 기본 능력에는 어떠한 것이 있는지를 살펴보고 이를 토대로 초등학생들이 공간감각 과제를 수행할 때 보이는 오류와 현행 교육과정에서 지도하는 공간감각 관련 지도 내용을 고찰하여 보려고 한다. 이를 토대로 교육과정 개선과 지도 방안의 개선에 필요한 시사점을 얻을 수 있을 것이다.

II. 공간감각과 공간감각의 구성 요소

NCTM(1989)은 공간감각을 자기 주위의 상황과 그 물체에 대한 직감(intuitive feeling)을 말한다고 직관적으로 서술하고 있다. 여기서 처음으로 수학교육에서 공간감각에 관하여 언급하고 있지만, 공간감각과 관련되거나 유사한 용어들은 많이 있어 왔다. 공간능력(spatial ability), 공간 지각력(spatial perception), 공간시각화(spatial visualization) 등이 그 예들이다. 신준식(2002)은 선행연구 고찰을 통하여 공간 능력이란 물리적 환경에 접하여 심상(mental image)을 형성하고 이를 다른 시각으로 변화시킬 수 있으며, 평면에 나타낼 수 있는 능력으로, 공간 지각력은 사물들 사이의 관계를 파악할 수 있는 능력으로, 공간 시각화는 3차원 대상들의 운동을 상상하는 능력과 시각적인 상을 마음속으로 조작하는 능력이라고 정리하였지만, 이러한 다양한 유사한 용어들이 존재하고 그런 용어들에 대한 서술이 다양한 이유로 Clement(1981)는 “공간

1) [그림 I-1]에 주어진 도형을 다양하게 돌린 그림을 여러 예 중에서 찾는 문제는 시각적 변별 능력만 있으면 도형의 길모양만 가지고 판단할 수 있지만, 반 바퀴를 돌린 그림을 학생들이 직접 그릴 수 있으면 주어진 도형의 변, 각, 변의 길이, 각의 크기, 변과 변사이의 관계 등을 파악하여야 한다. 따라서 이런 내용은 반월의 기하학습사고 수준이론에서 시각적 수준이 아닌 분석적 수준에 적절한 내용이다.

적"이라는 말에 다양한 기능이 포함되어 있으며, 사람에 따라 해석의 차이가 있기 때문이라고 하였다. 그 동안 공간감각과 관련된 연구 논문에서는 공간감각을 공간 능력, 공간 지각력, 공간시각화 등 공간감각과 유사한 능력들을 망라한 포괄적인 의미로 사용하고 있는데(한기완, 2001; 신준식, 2002), 이는 이러한 어려움에 기인하는 것으로 보인다.

이렇듯 공간감각이라는 용어에 대한 명확한 규정이 쉽지 않고, NCTM(1989)에서도 직관적으로 서술되어 있기 때문에 우리나라 7차 교육과정에서 공간감각 지도 내용을 서술할 때, 공간감각이라는 용어도 사용하지만 입체 도형에 대한 감각, 공간 지각 능력 등의 용어를 사용하거나 공간감각이라는 용어를 생략한 채 지도 내용을 서술하고 있는 것으로 보인다. 예를 들어 1-가 단계에서는 '여러 가지 사물을 관찰하고 재미있는 모양을 만드는 활동을 통하여 기본적인 입체 도형에 대한 감각을 익힌다', 1-나 단계에서는 '점판을 이용하여 여러 가지 삼각형과 사각형을 만들어 보게 한다. ... 활동을 통해 기본적인 평면 도형에 대한 공간 지각 능력을 기르도록 한다', 6-가 단계에서는 '주어진 모양을 보고 쌓기나무로 그대로 만들어 보는 활동을 하게 한다. 처음에는 간단한 도형에서 점차 복잡한 도형을 만들어 보게 한다'로 서술되어 있다(교육부, 1999). 또한 입체도형의 전개도를 그리고, 전개도를 보고 입체도형을 생각하는 내용을 지도하는 5-가 단계의 내용은 공간 지각능력 및 공간 능력과 관련이 있음에도 불구하고 공간감각이라는 소영역에 서술되어 있지 않다. 다시 말해 공간감각이라는 하위 영역에 제시된 내용들은 이전 교육과정에서 지도하지 않았던 도형 영역의 내용들이다. 즉 도형 영역에서 전통적으로 지도하여 왔던 내용들은 도형 영역의 하위 영역인 평면도형과 입체도형에 배치하고,

새롭게 도입된 내용은 공간감각이라는 하위 영역에 구성하였음을 볼 수 있다. 이는 앞에서 살펴본 것처럼 공간감각을 명시적으로 규정하기가 쉽지 않고, 그와 관련된 유사한 용어들이 많이 존재하고 있으며 이들 용어들을 서로 혼용하여 사용하고 있는 것이 우리나라 수학과 교육과정에도 그대로 나타나고 있는 것이다.

사실 공간감각이나 이와 관련된 많은 용어들이 다양하게 존재하고 있음을 볼 때, 공간감각에 대한 명확한 규정이 쉽지 않을 것이며, 명확하게 규정하더라도, 공간감각과 그와 관련된 능력에 관한 수많은 논의에 각주를 하나 더 더는 일밖에 되지 않을 수 있다. 따라서 전통적으로 도형 영역에서 지도하여 왔던 내용과 공간감각과 관련하여 새롭게 지도하고 있는 내용들 사이의 관계를 살펴보고, 공간감각과 관련하여 어떠한 내용들을 지도하는 것이 타당한지를 살펴보는 것이 더 적절할 것이다. 즉 '우리가 가르쳐야 할 공간감각은 우리가 전통적으로 지도하여 온 기하학적 지식을 학습할 때 필요한 것인가?' 아니면 '이런 기하학적 지식에 대한 학습이 학생들의 공간감각 학습에 필요한 것인가?', 아니면 '공간감각과 전통적으로 지도하여 왔던 도형 영역의 내용은 서로 별개의 것인가?'를 먼저 살펴봐야 한다.

전통적으로 초등학교에서 지도해왔던 도형 영역의 지도 내용 중 수직과 평행, 여러 가지 사각형, 합동과 닮음, 선대칭과 점대칭 등은 우리 주변의 사물을 분석할 수 있는 주요한 도구로 이들은 우리 주위 상황과 사물을 바라보는 새로운 시각을 제공하여 줄 수 있다. 그러나 NCTM(1989)에서 제시한 K-4학년의 교육과정 기준에서는 공간감각과 공간감각을 신장시킬 수 있는 여러 활동을 명시적으로 다루고 있는 반면에, 5-8학년의 교육과정 기준과 9-12학년의 교육과정 기준에서는 명시적으로 언급하지 않고

있음을 볼 때, 공간감각은 그 자체가 교육적 목표가 될 수 있지만, 공간감각이 우리가 전통적으로 지도하여 왔던 기하 내용에 대한 이해를 돕기 위한 것으로 볼 수 있다. 우리나라 수학과 교육과정에서도 7단계 이후에는 공간감각과 관련하여 지도하는 내용이 서술되어 있지 않으며, 또한 초등학교에서 공간감각과 관련하여 지도하고 있는 내용들 대부분이 이후 학년에서 지금까지 전통적으로 지도하여 왔던 내용들과 밀접한 관련을 갖는 것들이다. 예를 들어 2단계와 3단계에서 주된 내용인 도형 옮기기, 뒤집기, 돌리기 등은 5-나 단계에서 지도하는 도형의 합동과 선대칭, 점대칭 등과 관련이 있다.

따라서 본 고에서는 공간감각을 학생들이 주변의 사물이나 도형에서 기하학적 관계를 파악하는 능력뿐만 아니라 이후의 기하학습에 필요한 기본적인 능력으로 보고 이런 능력에는 어떠한 것들이 있는지를 살펴보고자 한다. 결국 이러한 능력들을 길러주는 것이 공간감각을 길러주는 것이며, 이러한 능력들이 이후의 기하학습에서 학생들의 성취를 보장하여 줄 수 있을 것이다. 공간감각을 이렇게 볼 때, 가장 적절한 이론 중의 하나가 Del Grande(1987)의 공간 지각 능력이다. Del Grande는 공간 지각을 공간에서의 자극을 인식하거나 분별하거나 이전의 경험과 관련지어 그런 자극을 해석할 수 있는 능력으로 보고 있으며, 이러한 공간 지각 능력을 눈-운동 협응력, 도형-배경 지각능력, 모양과 크기의 불변성 인식능력, 공간에서 위치 지각능력, 공간 관계 지각 능력, 시각적 변별력, 시각적 기억능력 등의 하위 능력으로 설명하고 있다. 또한 이러한 능력들이 학생들의 학업 성취와 매우 밀접한 관련이 있는 것으로 파악하고 있다. 이러한 능력은 우리나라 교육과정에서 지도하고 있는 공간감각관련 지도 내용을 학생들이 학습할 때 기본적으로 필요한 능

력이며, 공간감각 신장이란 이러한 능력을 신장시켜 주는 것으로 볼 수 있기에 본 고에서는 이를 공간감각의 구성요소로 보고 이를 토대로 공간감각과 관련하여 지도하고 있는 내용을 분석하고, 학생들이 공간감각 관련 과제를 수행할 때 보이는 오류를 분석할 것이다. 이를 구체적으로 살펴보면 다음과 같다.

눈-운동 협응력 : 이 능력은 눈을 통한 시각적인 관찰력을 신체 활동에 결부시키는 능력이다. 학생들이 달리거나 뛰거나 공을 찰 때 혹은 장애물을 뛰어 넘을 때마다 눈은 학생의 발의 움직임을 조절한다. 또한 사람들이 옷을 입거나 접시를 가지고 테이블로 가거나 혹은 테이블에서 접시를 가지고 올 때, 혹은 가구의 먼지를 털 때마다 눈과 육체는 같이 움직인다. 기하 학습시 아동이 점판에 있는 점을 끈게 연결하는데 어려움이 있다면 이 아동은 자기가 지금 점을 연결해서 만들어지는 모양의 특성을 알지 못할 가능성이 있다. 이 사실은 아동의 사고와 행동은 분리된 행동으로 나타날 수 있음을 시사한다. 초등학교 교과서에 제시되어 있는 공간감각 과제를 수행하는데 필수적으로 요구되는 능력인 눈-운동 협응력을 신장시켜 주는 일은 초등학교 도형 영역 지도의 출발점이 되어야 한다.

도형-배경 지각능력: 도형-배경 지각 능력은 복잡한 배경 그림에서 특수한 도형의 모양을 인지하는 능력을 말한다. 복잡한 배경에서 특수한 모양을 인지할 때 그것을 둘러싸고 있는 관계가 없는 것들은 무시해야 하고, 또 부적절한 자극 때문에 산만해져서는 안 된다. 이는 Witkin et al.(1977)이 규명한 장 의존/독립 인지 양식과 관련이 있다. 장 의존/독립 인지 양식은 환경을 전반적인 형태로 지각하는 경향과 그와 반대로 분석적인 형태로 지각하는 경향을 말한다. 예를 들어 장 의존적인 인지 양식을 가진

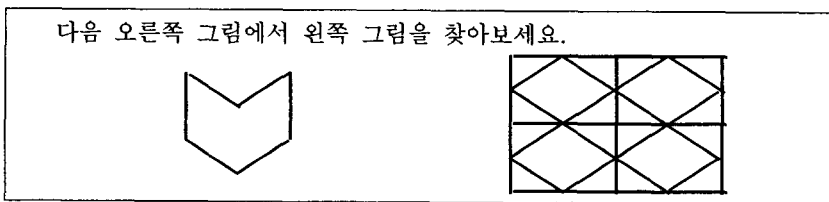
학생은 [그림 II-1]에서 오른쪽의 복잡한 그림에서 왼쪽의 간단한 모양을 찾는데 어려움을 겪는다. 배경에서 원하는 모양만을 인식하는 능력은 공간감각과 관련된 활동을 하거나 문제를 해결할 때에도 필요한 능력 중의 하나이다.

모양과 크기의 불변성 인식능력: 대상을 다른 위치와 각도에서 보았을 때 대상에 대한 시각적 인상이 달라짐에도 불구하고, 그것의 크기와 모양의 불변성을 인식하는 능력이 도형 영역 학습 시 학생들에게 필요하다. 예를 들어, 직사각형 모양의 탁자는 보는 위치에 따라 직사각형 모양으로 보이지 않을 수 있지만 이 탁자의 모양을 직사각형으로 볼 수 있다는지, 또 멀리서 농구공을 보았을 때 농구공의 크기가 야구공만하게 보일지라도 농구공의 실제 크기를 인지할 수 있는 아동은 모양과 크기의 불변성 인식능력이 있다고 할 수 있다. 구체물이나 도형을 옮기거나 돌리거나 뒤집었을 때 그 변한 모양을 그림을 그려 나타낼 때, 그 구체물이나 도형의 크기, 도형을 구성하고 있는 변의 길이 등이 변하지 않는다는 사실을 아는 능력이 공간감각 관련 과제를 수행할 때 학생들에게 필요하다.

공간에서의 위치 지각능력: 이 능력은 주어진 대상과 관찰자와의 관계를 결정하는 능력이다. 아동들은 자기 자신을 중심으로 사물들을 전후좌우, 상하로 지각한다. 이러한 능력은 공간감각 관련 과제를 수행하거나 자신의 수행한 결과를 설명할 때, 혹은 다른 사람의 설명을 이해할 때 요구되는 능력이다.

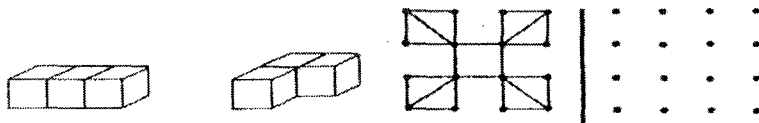
공간 관계 지각 능력: 이 능력은 두 개 또는 그 이상의 대상들 사이의 관계를 파악하는 능력을 말한다. 공간에서의 위치 지각능력과 관련되어 있지만, 사물과 관찰자 사이의 관계를 파악하는 것이 아니라 두 대상 사이의 관계를 파악하는 점에서 다르다. 주어진 도형이 있고, 그 도형을 이동하거나 뒤집거나 회전시켰을 때에 두 도형이 동일한 것임을 파악하는 학생은 이 능력이 있다고 볼 수 있다. 이런 능력은 [그림 II-2]와 같이 쌓기나무 그림을 보고 실제 쌓기나무로 똑같이 만들어 본다거나 점판 위에 그려진 모양을 보고 그 그림 속의 구성 요소 사이의 관계를 파악하여 점판 위에 동일하게 그리는 활동에서 필요하다.

시각적 변별능력: 두 대상간의 닮은 점과 차



[그림 II-1]

쌓기나무로 아래 있는 그림처럼 · 왼쪽 모양과 똑같이 오른쪽의 점판에서 점들을 연결해 보시오.



[그림 II-2]

이점을 위치에 상관없이 식별할 수 있는 능력을 말한다. 예를 들어 [그림 II-3]과 같이 두 비슷해 보이는 여러 도형들 사이에서 동일한 모양을 고르거나 상이한 그림을 고를 때 요구되는 능력이다.

시각적 기억 능력: 이것은 한 대상을 더 이상 보지 않고 정확하게 회상할 때 필요한 능력이다. 이 능력은 초등학교 공간감각 과제 중 뒤집기, 옮기기, 돌리기 등을 두 번 이상 시행한 모양을 찾거나, 구체적 활동을 할 때 요구되는 능력이다. NCTM(1989)에는 어떤 도형을 2-3초 동안 오버헤드 프로젝트로 보여준 후 아동들이 본 그림을 그려보고, 원래 그림을 다시 보여주고 두 번째 시도를 하는 활동이 공간감각 관련 활동으로 소개되어 있는데, 이러한 활동에서 시각적 기억 능력이 필요하다.

III. 초등학교에서 지도하는 공간감각 내용의 고찰

1. 학생들이 공간감각 학습 과정에서 보이는 오류를 통한 분석
초등학교에서 지도하는 공간감각 관련 내용

을 살펴보기 위해서는 공간감각 관련 내용 학습과정에서 학생들이 보이는 오류나 어려움을 살펴보는 것이 필요하다. 김영선(2005)은 초등학교 1학년부터 6학년까지 학생들을 대상으로 교과서에 제시된 공간감각 관련 활동 문제를 가지고 검사 도구를 만들어 초등학생들이 공간감각 학습과정에서 보이는 오류를 살펴보았다. 김영선은 일반적으로 수학 학습에서 학생들이 범하는 오류를 Radatz(1979)가 분류한 다섯 가지 범주-언어의 어려움, 특별한 정보를 획득하는 과정에서의 어려움, 필수적인 사실, 기술, 개념 부족에 의한 어려움, 잘못된 연합 혹은 사고 경직, 수학적 모델 등에 의해서 생기는 오류-를 토대로 공간감각 관련 과제 수행과정에서 학생들이 범하는 오류를 살펴보았는데, 오류를 이러한 범주를 토대로 살펴보는 것은 학생들이 범하는 오류를 찾거나 그 원인을 규명하는데 용이할 수 있지만, 공간감각 이외의 영역에서 지도하는 개념, 용어 등을 가지고 공간감각 관련 오류를 살펴보는 것이어서 앞에서 살펴보았던 초등학교에서 지도하는 공간감각의 성격에 부합되지 않을 수 있다. 따라서 본 고에서는 초등학생들이 공간감각 관련 과제를 수행하는 과정에서 보이는 오류의 원인을 앞에서 살펴본 공간감각의 구성요소를 가지고 살펴보려고 한다²⁾.

다음 중에서 다른 것이 하나 있습니다. 어느 것인지 찾아보시오.



[그림 II-3]

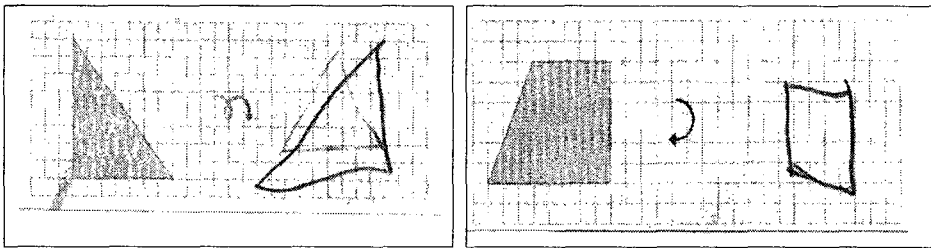
2) 여기서 살펴보는 예들은 연구자의 허락 하에 연구자가 수행한 검사지 결과물, 교과서에 학생들이 행한 활동 결과에 대한 복사물 등에서 얻은 것이다.

앞에서 살펴본 공간감각을 구성하는 요소들인 눈-운동 협응력, 도형-배경 지각능력, 모양과 크기의 불변성 인식능력, 공간에서 위치 지각능력, 공간 관계 지각능력, 시각적 변별력, 시각적 기억능력 등은 기본적으로 우리가 초등학교에서 지도하는 공간감각 영역에서 필요한 능력들로, 학생들이 공간감각 관련 활동을 하면서 보이는 오류들은 이런 능력의 부족으로 인한 것으로 볼 수 있다. 즉 이런 능력의 결여가 공간감각 과제를 해결하는데 어려움을 야기하는 것으로 보인다. 이에 관하여 구체적으로 살펴보면 다음과 같다.

[그림 III-1]에서 학생이 그린 도형을 보면, 변이 꼭선으로 표시된 것을 알 수 있다. 점과 점을 자가 없이도 어느 정도 끈게 그릴 수 있어야 하고, 이런 능력을 눈-운동 협응력으로 볼 수 있는데, 학생들에게 이런 능력이 부족함을 볼 수 있다. 만약 학생이 어느 정도 비슷하게

그렸다고 해서 수학교사가 올바른 수행으로 간주하고 넘어간다면, 도형의 구성요소나 구성요소 사이의 관계의 중요성을 학생들이 간과할 수 있어, 수학 수업의 본질이 훼손될 가능성이 있을 것이다. 따라서 그럴 도형의 꼭지점을 먼저 그리고, 꼭지점들을 어느 정도 끈게 잇는 훈련이 필요할 것이다. 또한 학생들이 도형을 옮기고, 돌리고, 뒤집기한 도형을 그린 결과들을 살펴보면, 그 도형의 크기 즉 변의 길이나 각의 크기가 본래 주어진 도형과 달라짐을 많이 찾아볼 수 있다. 이는 모양과 크기의 불변성 인식 능력의 결여로 볼 수 있을 것이다.

[그림 III-2]는 Hart(1981)가 12세부터 14세까지의 영국 학생들을 대상으로 길이에 대한 보존 개념을 검사한 결과이다. 만 12세이면, 우리나라에서는 초등학교 6학년이나 중학교 1학년 시기인데도, 특히 2번 문항의 경우 정답률이 각 나이별로 각각 48%, 48%, 45%인 것을 보면,



[그림 III-1]

1. 다음 중 맞는 것은 어느 것입니까?

A									
B									

- i 12살 13살 14살
- ii A가 더 길다
- iii B가 더 길다 86.4% 90% 93%
- iv A와 B의 길이가 같다
- v 알 수 없다

2. 다음 중 맞는 것은 어느 것입니까?

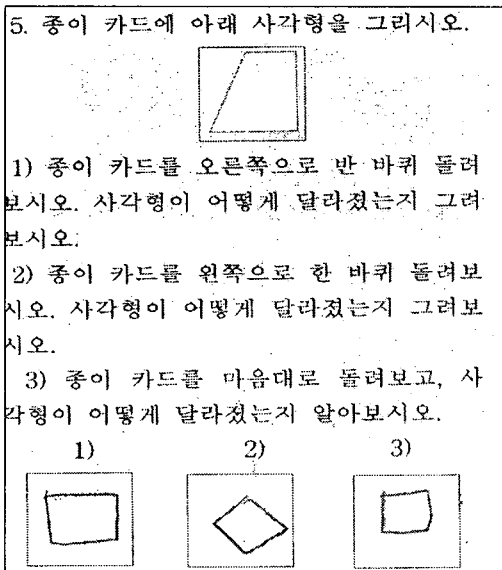
C									
D									

- i 12살 13살 14살
- ii C가 더 길다 42% 45% 52%
- iii D가 더 길다
- iv C와 D의 길이가 같다 48% 48% 45%
- v 알 수 없다

[그림 III-2]

우리나라 초등학교 저학년 학생들도 모눈종이 위에 그려진 두 선분의 길이의 대소 비교나 두 선분의 길이가 같은지 다른지를 판단할 때 많은 오류를 보일 것으로 보인다. 실제로 김영선(2005)의 연구를 보면 초등학교 저학년 학생들이 도형을 옮기거나 뒤집거나 돌린 모양을 그린 그림을 보면 [그림 III-1]처럼 그 크기가 변한다. 이러한 길이 보존 개념에 대한 인식도 모양과 크기의 불변성 인식능력으로 볼 수 있으며, 공간감각 과제를 성공적으로 수행하기 위해서는 이러한 기본 능력이 필수적이다. 그런데 우리나라 수학교과서에는 이러한 길이의 보존 개념이나 모양과 크기의 불변성을 인식 능력을 지도할 수 있는 내용이 빈약하다. 모양과 크기의 불변성을 인식하는 능력은 비단 공간감각 관련 내용을 지도할 때뿐만 아니라 도형 영역의 다른 하위 영역과 측정 영역, 규칙성과 함수 영역 등 거의 모든 수학 내용 영역에서 요구되는 기본 능력 중의 하나이다. 이에 대한 개선이 필요하다.

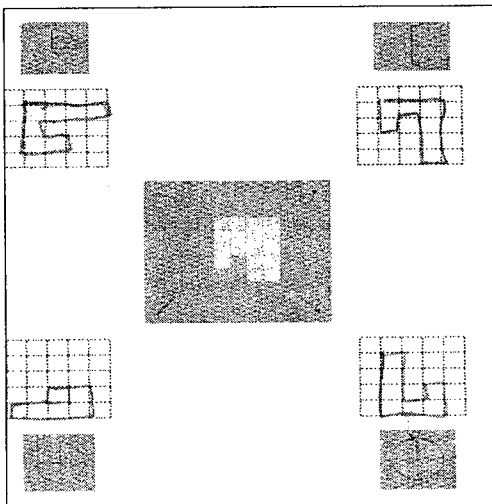
[그림 III-3]은 네모상자 속에 들어있는 2-가 단계 교과서에 나오는 사다리꼴모양을 돌리는 과제인데, 사다리꼴을 돌린 그림을 그리는 것이 아니라 사다리꼴이 그려진 네모 상자 자체를 돌린 그림을 그린 것을 볼 수 있다. 이렇게 그렸을 때, 학생이 과제를 제대로 이해하지 못한 것으로 간주할 수도 있지만, 배경 속에서 필요한 도형을 지각하는 도형-배경 지각 능력이 부족해서 생긴 잘못으로도 파악할 수 있다. 이는 도형-배경 지각능력의 부족이 그 원인을 볼 수 있을 것이다. 2-가 단계 교과서에서는 사다리꼴을 포함하고 있는 상자에 색이 칠해져 있어 마치 색종이처럼 보여, 색종이 자체를 돌리고, 뒤집는 활동을 보일 수 있다. 따라서 학생들이 주목하여야 할 도형의 내부에만 색을 넣어서 주는 것도 필요하다. [그림 III-3]과 같은 돌리기, 뒤집기 등과 같은 과제를 성공적으로 수행하기 위해서는 주어진 도형을 시각적 수준에서만 파악해서는 안 되고, 주어진 도형의 구성요소나 성질을 파악하는 즉 분석적 수준에서 주어진 도형을 파악하여야 한다. 2-가 단계의 도형 영역에서는 처음으로 도형의 구성요소와 성질에 대해 살펴보는 시기로 학생들이 분석적 사고 수준에 도달하여 있는 학생들이 많지 않을 수 있기에 이런 과제를 수행할 때 많은 어려움을 겪을 것으로 보인다. 따라서 초등학교 2-가 단계에서는 도형을 가지고 하는 활동 이전에 문자나 인형을 돌리고 뒤집는 활동이 나오는데, 문자가 쓰인 카드를 돌리는 활동은 매우 적절할 수 있으나 인형을 뒤집었을 때는 인형의 뒷 모습이 보여 인형의 앞 모습과는 다르기 때문에 도형을 뒤집는 활동과 근본적인 차이가 있다. 따라서 2-가 단계의 공간감각에서 사용하는 도형을 3-년 단계에서 제시되는 것처럼, 모눈 종이위에 그려진 특수한 도형으로 하거나 선분을 각기 다른 색으로 하여 돌리거나



[그림 III-3]

뒤집은 모양을 그리는 활동으로 재구성하는 것이 학생들이 겪는 어려움을 완화시켜 주는 데 도움이 될 것이다.

초등학교 수학 3-가 단계에서 지도하는 공간 감각 내용은 공간에서 위치 지각능력과 관련이 있다. 공간감각 관련 과제를 해결하는 학생들을 살펴보면, 학생들의 공간 위치 지각 능력과 공간 관계 지각 능력 부족으로 어려움을 겪는 것으로 보인다. 그러한 예로 [그림 III-4]를 보면, 학생들이 주어진 모양을 돌렸을 때, 모눈종이 위에 그린 도형의 크기가 바뀌었을 뿐만 아니라 그 위치도 달라졌음을 볼 수 있다. 물론 [그림 III-4]에 주어진 문제는 모눈 칸의 위치까지 고려할 필요 없이 그 속에 색칠되어 있는 모양만 돌린 그림만 그리면 과제를 제대로 수행했다고 볼 수 있지만, 초등학교에서는 모눈종이에서 색칠된 모양의 위치까지 고려하도록 지도하고 있다. 이런 과제를 성공적으로 수행하기 위해서는 학생 자신의 관점에서 도형이 어떻게 변화될 것인지에 대한 파악과 도형의 구성요소 즉 변의 크기, 그리고 모눈종이에서 도형의 위치 관계를 파악하는 능력이 필요하다.



[그림 III-4]

우리나라 초등학교 수학 교과서에서 시각적 변별 능력과 관련된 공간감각 지도 내용은 1-가 단계에서 여러 구체물 속에서 상자 모양, 등근 기둥 모양, 공 모양을 찾기와 1-나 단계에서 세모 모양, 네모 모양, 원모양을 찾는 활동에 머물러 있다. 물론 시각적 변별 능력은 그 이후의 학습 과정 어디에서나 필요하므로 관련 되어 있다고 볼 수 있지만 이에 대한 명시적인 지도는 빈약하다. 이를 개선하기 위해서는 앞에서 살펴본 [그림 II-3]과 같이 동일한 모양을 찾는 활동이 필요하다. 도형을 옮기거나 뒤집거나 돌린 모양을 그리는 활동 전에 동일한 모양을 찾아보거나, 특정 도형을 돌린 모양을 찾아보거나, 두 도형을 어떻게 하면 같은 모양이 될 수 있는지를 살펴보는 활동이 필요하다. 이런 활동은 옮기기, 돌리기, 뒤집기 등에 관한 용어를 적절하게 사용하는 기회가 될 수 있다.

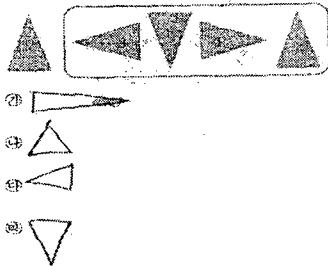
사실 학생들이 공간감각 학습과정에서 교과서에서 사용되는 용어에 대한 이해 부족 때문에 어려움을 겪는 것으로 보인다. 회전이동, 대칭이동, 평행이동 등의 고급 용어로 대치되는 돌리기, 뒤집기, 옮기기 등은 일상생활에서 사용하는 용어로 학생들이 받아들이고 사용하기에 별 어려움이 없지만, ‘반 바퀴’, ‘반의 반 바퀴’ 등은 학생들이 사용하기에 어려움이 있는 것으로 보인다. [그림 III-5]를 보면 학생들이 ‘반 바퀴’나 ‘반의 반 바퀴’ 대신에 그냥 왼쪽으로 아래로 오른쪽이라는 용어를 사용하거나, 반의 반 바퀴 대신에 반 바퀴라고 쓰고 있음을 볼 수 있다. 김영선(2005)에 따르면, 2학년 학생들은 반 바퀴나 반의 반 바퀴에 대한 용어를 굉장히 어려워하고, 용어를 자주 들어봤으나, 의미를 이해하지 못해 돌린 모양을 설명하는데 힘들어하지만, 3학년 학생들은 이미 직각이라는 개념을 학습하였기 때문에 반 바퀴가 두 직각만큼의 크기를 의미하고, 반의 반 바퀴가 직

각 한 개의 크기를 의미한다고 이해하여 2학년 보다는 설명을 쉽게 함을 알 수 있다고 한다. 따라서 초등학교 2-가 단계의 도형과 도형 움직이기 단원에서 지도하는 내용은 3학년 이후로 이동시키는 것이 바람직할 것이다.

Michelmor(1980)에 따르면 아동들이 입체도형을 평면에 표현할 때, 평면도식기, 공간도식기, 전사실기, 사실기라는 발달단계를 거친다고 한다. 평면도식기 아동은 도형을 마치 정면이나 평면에서 본 것처럼 한 면만을 표현한다.공간도식

기아동은 숨겨진 면들을 포함하여 보이는 것을 모두 수직적으로 여러 개의 면을 나타내는 단계이다. 이 단계는 입체 도형이 몇 개의 면을 가지고 있으면 그것을 지각하고 나타내어야 한다는 것을 알고 있는 시기이다. 전사실기 아동은 한 시각에서 깊이를 표현하기 시작하는 시기이고, 사실기는 공간에서 평행인 면과 모서리들을 평면에도 평행하게 표현하는 단계이다. [그림 III-6]의 A는 전사실기의 특성을 보여준다. [그림 III-6]의 B는 평면도식기의 특징을 보여주고 있다³⁾.

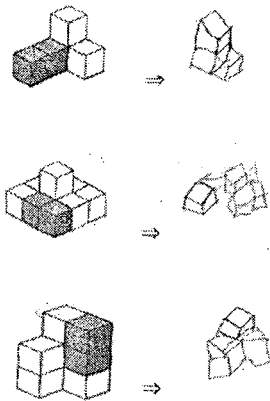
4. 색종이를 오려서, 삼각형을 만들어서 돌려보았습니다. ㉠, ㉡, ㉢, ㉣는 각각 어떻게 돌린 것인지 설명해 보세요.



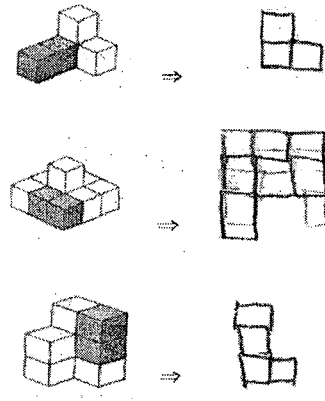
㉠
㉡
㉢
㉣

㉠
㉡
㉢
㉣

[그림 III-5]



A



B

[그림 III-6]

3) [그림 III-6]의 B처럼 그린 아동은 이러한 과제를 학습하기 전에 입체도형을 위에서, 옆에서, 앞에서 본 모양을 그리는 교과서 내용에 의해, 무조건 한 쪽 면만을 그린 것으로 볼 수 있다. 그렇다면 이 평면도식기에 있는 아동이 아닐 수 있다. 하지만, 입체도형의 한 면만을 나타낸 그림은 평면도식기 아동이 입체도형을 그리는 전형적인 모습이다.

입체도형을 평면에 도식하는 활동은 5-가 단계의 직육면체를 다루는 단원에서 나온다. 이 단원에서 직육면체의 겨냥도를 그리는 활동은 모눈종이위에 직육면체 겨냥도의 일부만 그려져 있어 나머지 부분을 학생이 직접 그려 넣는 식으로 구성되어 있다. 그러나 6-가 단계에서 쌓기나무로 만든 입체도형을 평면에 그리는 활동에서는 [그림 III-6]처럼 백지에 그려 넣어야 한다. 많은 학생들이 사실기에 도달하지 못한 학생들이 많은 것을 볼 때(김영선, 2005), 5-가 단계처럼 모눈종이나 점판이 주어지고 그 위에 입체 도형의 겨냥도를 그려보게 하는 식으로 활동을 구성하는 것이 필요하다. 또한 요즘 수학교실을 살펴보면 시청각 교재가 너무 잘 갖춰있어서, 입체 도형을 교사가 직접 칠판에 그리는 것이 아니라 PPT자료나 교과서에 그려진 입체도형을 프로젝터를 통해 보여주는 경향이 있다. 교사가 입체도형을 칠판에 그리는 모습을 관찰하고 모방하여 보는 것은 학생들은 입체도형을 평면에 표현하는 방법을 학습할 수 있는 좋은 기회가 될 수 있기에 경우에 따라서는 이런 기기의 사용을 자제하여야 할 것이다.

2. 공간감각과 관련된 7차 교육과정과 교과서의 지도 내용 분석

1-나 단계에서는 점판에서 삼각형, 사각형을 만들어 보게 하며, 처음에는 자유롭게 모양을 만들어 보다가 제시된 도형을 보고 그대로 만들기 등의 활동을 통해 기본적인 평면 도형에 대한 공간 지각 능력을 기르도록 한다고 서술되어 있다(교육부, 1999). 이는 1-나 단계의 도형 영역 중 평면도형의 모양이라는 하위 영역에 구체적인 사물 모양에서 사각형, 삼각형, 원의 모양을 찾고 그 특징을 직관적으로 파악하도록 되어있는 바, 점판에 삼각형이나 사각형

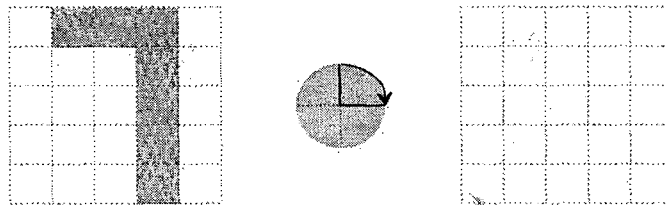
을 점판에다 그려보면서 삼각형과 사각형의 구성요소와 특성에 대한 인식을 촉진하는 것으로 볼 수 있다. 이는 2-가 단계에서 세모 모양, 네모 모양이라는 용어가 삼각형과 사각형이라는 용어로 대체되면서 학생들이 삼각형과 사각형을 겹모양이 아닌 그 도형의 구성 요소를 가지고 판단하도록 도와줄 수 있는 활동으로 볼 수 있다. 즉 도형을 시각적 수준이 아니라 분석적 수준에서 바라볼 수 있도록 도와주는 활동이다. 이러한 활동을 수행하기 위해서는 눈-운동 협응력, 시각적 변별 능력, 공간 관계 지각 능력이 필요하다. 점판 위에 삼각형과 사각형을 그려보는 활동을 기하판 위에 고무줄로 만들어 보는 활동으로 대체하는 것은 바람직하지 않다. 왜냐하면, 기하판 위에 고무줄로 만든 삼각형 모양과 사각형 모양은 끝은 선분으로 표현되지 않을 때가 있어, 삼각형과 사각형은 선분으로 이루어져 있고 이러한 특성은 삼각형과 사각형을 명시적으로 학습하기 이전에 학생들이 사용한 세모 모양, 네모 모양과 삼각형, 사각형을 구분하는 중요한 특징이라는 사실이 간과될 수 있기 때문이다. 그런 점에서 기하판이 아니라 점판에 주어진 도형을 그려보는 것이 의미가 있다.

2-가 단계부터 3-나 단계까지 공간감각 소영역에서 지도하는 내용은 공간에서 위치 지각 능력, 모양과 크기의 불변성 인식 능력, 공간 관계 지각 능력과 관련 있는 것으로 이루어져 있는데, 도형을 옮기기, 돌리기, 뒤집기 등이 그것이다. 3-나 단계에서는 도형이나 구체물을 거울에 비쳤을 때 생기는 모양을 상상하여 그리게 하고 실제로 거울을 이용하여 확인하는 활동과 제시된 그림처럼 보이게 하려면 어떤 위치에 거울을 놓아야 하는지를 결정하는 활동으로 이루어져 있다. 이러한 내용들은 변환기하에 대한 비형식적 접근으로 볼 수 있으며,

이러한 활동은 5-나 단계에서 학습하는 도형의 합동과 대칭이 관련된 내용을 학습할 때 유의한 경험적 토대가 될 수 있을 것이다. 그러나 2단계와 3단계에서 변환기하에 대한 비형식적 접근을 한 후, 5-나 단계에서 대칭, 합동 등을 살펴보기까지 시간상 간극이 너무 크기 때문에 2, 3단계에서 학습한 내용이 5-나 단계의 도형 영역 학습과 자연스럽게 연결되지 못하고 단절될 가능성이 크다. 2-가 단계와 3-가 단계에서 공간감각과 관련하여 지도하는 내용의 차이점은 3-가 단계에서는 [그림 III-7]처럼 모눈 종이 위에 특수한 도형이 그려져 있고 그 도형을 옮기고 뒤집고 돌리는 활동을 하는 반면에 2-가 단계에서는 교과서, 창문, 인형, 시계, 문자 예를 들어 ‘5’와 ‘곰’ 등의 구체적인 사물과 [그림 I-1]처럼 삼각형 모양과 사다리꼴 모양을 가지고 도형을 옮기고 뒤집고 돌리는 활동을 한다는 점이다. 그러나 2-가 단계는 학생들이 삼각형과 사각형에 대해 처음 학습하는 시기이며, 삼각형 모양과 사각형 모양의 구체물을 실제로 돌리거나 뒤집거나 하는 활동은 쉽게 할 수 있지만 그 변화된 모양을 백지에 그리는 것은 쉽지 않을 것이다. 따라서 2-가 단계에서 주어진 구체물이 아닌 도형 모양은 방안이나 점판 위에 주어지는 것이 학생들이 도형의 구성 요소 사이의 위치관계 등을 파악하는데도 도움이 될 뿐만 아니라 학생들이 이러한 지도 내용에 보다 쉽게 접근할 수 있을 것이다. 2-가 단계의

내용과 3-가 단계에서 다루는 내용의 또 다른 차이점은 2-가 단계에서는 한 바퀴, 반 바퀴 등의 실생활의 용어가 나오는 반면에 3-가 단계에서는 이러한 용어가 사라지고 대신에 [그림 III-1]의 가운데 있는 기호를 사용한다. 이 기호를 사용하면 도형을 왼쪽으로 돌리는지, 오른쪽으로 돌리는지 어느 정도 돌리는 것인지를 명시적으로 제시하는 것이 가능하지만, 이런 기호는 이 시기 말고는 다른 어떤 수학 내용을 학습할 때에도 필요하지 않은 임의적인 기호에 불과하다. 따라서 오른쪽으로 반 바퀴, 오른쪽의 반의 반 바퀴 등의 실생활 용어를 사용하는 것이 타당할 것이다.

4-나 단계 교과서는 칠교판을 이용하여 삼각형과 사각형을 만드는 활동으로 이루어져 있다. 교육과정에는 이런 내용에 대해, ‘도형판을 이용하여 여러 가지 삼각형이나 사각형을 만들거나, 점판을 이용하여 합동이 아닌 여러 가지 삼각형이나 사각형을 그려보는 활동 등을 통하여 삼각형, 사각형의 구성요소를 익히게 한다’라고 되어 있다(교육부, 1999). 삼각형과 사각형은 2-가 단계에서 학습하며, 4-나 단계에서는 칠교판을 가지고 하는 활동 이전에 여러 가지 기본적인 사각형에 대하여 학습하고 사각형의 성질까지 이미 학습한다는 점을 생각할 때, 너무나 수준이 낮은 활동으로 구성되어 있음을 알 수 있다(신준식, 2002). 따라서 이런 활동은 2, 3단계로 이동시켜 지도하는 것이 적절하게



[그림 III-7]

보거나 7조각으로 한정된 칠교판이 아니라 다양한 삼각형 모양들 중에서 삼각형을 골라 평행사변형, 사다리꼴, 마름모 등을 만드는 활동은 이런 기본적인 사각형의 성질을 발견하거나 이해할 수 있는 활동이 될 수 있어, 이런 식으로 교과서 구성이 이루어지는 것도 적절할 수 있다. 예를 들면 동일한 크기를 갖는 두 삼각형으로는 항상 평행사변형을 만들 수 있으며, 동일한 크기의 직각삼각형으로 마름모를 만들어 보는 활동을 통해 마름모의 성질을 발견하거나 이해할 수 있다.

5-가 단계에서는 일정한 모양의 평면 도형으로 주어진 도형을 겹치지 않으면서 빈틈없이 덮는 활동이 제시되어 있다. 예를 들면 패턴블럭을 가지고 여러 도형을 완전히 덮거나 테트리스와 같은 컴퓨터 게임에 나오는 조각들로 주어진 평면을 덮는 활동이 나온다. 이러한 활동을 성공적으로 수행하기 위해서는 이전까지 학습한 모양 옮기기, 뒤집기, 돌리기 등이 복합적으로 필요하며, 관련된 공간 지각 능력으로는 공간관계 지각능력과 공간 위치 지각능력으로 볼 수 있지만⁴⁾, 2, 3단계에서 지도하는 내용과 큰 수준차이가 없다. 따라서 이를 2, 3단계에서 지도하는 도형의 옮기기, 뒤집기, 돌리기 등과 통합하여 3, 4단계에서 지도하는 것이 적절할 것이다.

6-가 단계에서는 제시된 모양을 보고 쌓기나무를 이용하여 똑같이 쌓아보는 활동이나 쌓은 모양을 보고 사용된 쌓기나무의 개수를 알아보는 활동, 쌓은 모양의 앞, 위, 옆에서 본 모양을 알아보는 활동 등으로 이루어져 있다. 2-나 단계에서도 쌓기나무를 이용한 활동이 나오는데, 여기서 사용되는 쌓기나무의 개수가 6개

이하로 제한되어 있을 뿐 6-가 단계에서 나오는 활동과 별 차이가 없다. 동일한 내용을 2단계와 6단계에서 지도하고 있는데, 시간상 너무 떨어져 있어 관련성 파악이 어렵다. 따라서 2단계와 6단계에서 쌓기나무를 통하여 3단계나 4단계에서 통합하여 지도하는 것이 적절할 것이다. 쌓기나무와 관련 2-나 단계와 6-가 단계의 또 다른 차이점은 6-가 단계에서는 사용된 쌓기나무의 개수를 이차원에 표현하는 내용과 사용된 쌓기나무 중 일부분을 떼어 냈을 때 모양을 평면에 그려보는 활동이 나온다는 점이다. 앞에서 살펴보았듯이 쌓기나무로 만든 모양을 평면에 도식하는 활동은 초등학교 6학년 수준에서는 쉽지 않은 활동이다. 더군다나 점판이 주어지고, 점판위의 점들을 연결하여 모양을 도식하는 활동이라면 학생들의 어려움을 다소 완화시켜 줄 수 있지만, 우리 교과서에서는 점판이 아니라 백지에 그리는 활동으로 이루어져 있다. 이에 대한 개선이 필요하다.

지금까지 우리나라 7차 교육과정과 이를 반영한 수학교과서에서 공간감각과 관련된 내용을 살펴본 바를 요약하면 다음과 같다. 저학년에서 지도하고 있는 공간감각 지도 내용은 학생들 수준에 비해 지나치게 어려운 반면에 고학년에서 지도하고 있는 공간감각 지도 내용은 도형 영역의 평면도형과 입체도형 영역에서 다루는 내용에 비해, 그리고 이전에 지도하는 공간감각 지도 내용에 비해 그 수준이 너무 낮다. 또한 공간감각 관련 내용을 각 단계마다 구성하다 보니, 공간감각 지도 내용이 단절되어 있으며, 동떨어진 학년에서 유사한 활동이 제시되고 있거나, 도형 영역의 다른 하위 영역에서 지도하는 내용과 유기적인 관련을 짓기 쉽지 않

4) 교육과정 해설서에는 이러한 내용과 관련된 서술 처음 부분에 ‘넓이의 단위를 학습하기 위한 기초 활동으로 …’ 라고 써있는데 넓이의 단위의 학습은 동일한 한 가지 모양으로 주어진 도형을 덮어 보아 그 개수를 가지고 넓이를 비교하는 활동으로 이러한 활동은 넓이의 단위 학습과는 적절하지 못하다.

도록 학년 별로 구성되어 있으며, 앞서 살펴본 공간감각 구성 요소 중에서 시각적 변별 능력과 모양과 크기의 불변성에 관한 인식 능력과 관련된 지도 내용이 부족함을 알 수 있다.

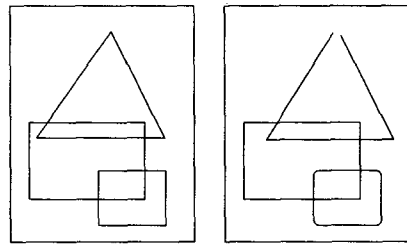
IV. 교육과정 개선과 공간감각 지도 개선에 대한 시사점

이상과 같은 논의를 통해 여기서는 공간감각 지도와 관련하여 현행 교육과정과 교과서에 제시되어 있는 지도 내용의 개선 방안과 지도 방법의 개선 방안에 시사점을 살펴보고자 한다.

첫째, 현행 교육과정에서는 기존의 교육과정에서 가르쳐왔던 도형 영역의 지도 내용과 새롭게 추가된 공간감각 내용이 서로 유기적 관련성이 있음에도 불구하고, 교육과정에서는 도형 영역 속에 공간감각이라는 별도의 소 영역을 설정하고 있고, 교과서에서는 같은 단원에서술되어 있더라도 앞부분은 전통적으로 도형 영역에서 지도하여 왔던 내용이 그리고 뒷부분에서 공간감각과 관련된 지도 내용을 담는 등 그 구분을 엄격하게 분리하고 있다. 입체도형의 겨냥도와 전개도를 그리고 전개도를 이용하여 입체도형을 만들어 보는 내용과 합동을 가르치기 위해 두 도형을 이동시켜 겹쳐 보는 활동은 공간감각과 밀접히 관련이 있는 내용으로 볼 수 있으며, 초등학교 저학년의 공간감각과 관련 지도 내용 중 중요한 부분을 차지하는 도형의 옮기기, 돌리기, 뒤집기는 고학년에서 지도하는 도형의 합동과 대칭과 유기적으로 관련시킬 수 있을 것이다. 공간감각이라는 소영역을 폐지하고, 이 내용을 도형 영역의 하위 영역인 평면도형과 입체도형 영역으로 배치할 수도 있는데, 이는 요즘 도형 영역에서 강조하고 있는 공간감각이 소홀히 다루어질 수 있으므로

교육과정에서는 그 내용을 엄격히 구분하더라도 교과서를 구성할 때는 공간감각 관련 내용과 전통적으로 도형 영역에서 지도해왔던 내용을 유기적으로 통합하는 노력이 필요하다.

둘째, 앞에서 살펴본 바와 같이 공간지각 능력에 필요한 여러 능력 중 시각적 변별력, 모양과 크기의 불변성 인식 능력 등은 일반 도형 영역 내용을 학습하기 위해서는 학생들이 반드시 갖추고 있어야 할 기본 능력들이지만, 공간감각과 관련하여 이러한 능력을 신장시켜 줄 수 있는 활동이 부족하다. 이도 교육과정 개선이나 교과서 개선할 때 고려해야 할 사항들이다.



[그림 IV-1]

가령 [그림 IV-1]에서 비슷하게 생긴 두 그림에서 공통점과 차이점을 찾아보는 활동은 시각적 변별 능력과 관련 있는데 이런 활동을 통하여 도형을 겹모습에 의해서만 판단하는 시각적 수준의 학생들에게 도형의 구성 요소나 기본 성질 가령 삼각형의 변은 곧아야 하며, 닫혀있어야 하고, 꼭지점과 변은 세 개이어야 한다는 사실을 이해하거나 학습하는데 도움이 될 수 있다. 또한 도형을 돌리거나 뒤집었을 때 나타나는 모양을 제대로 그리기 위해서는 모양과 크기의 불변성을 인식하고 있어야 하지만, 그 길이를 올바르게 표시할 수 있는 방안도 제시되어야 한다. 이런 방안 중의 하나가 모눈종이의 적절한 사용이다. 모눈종이에 도형을 그리면 변의 길이, 모양, 도형의 구성 요소 사이의

관계 등의 파악이 쉬울 뿐만 아니라 이런 관계를 보존하면서 과제에 주어진 도형을 원하는 방법대로 그릴 수 있다. 그러나 현행 교과서를 살펴보면, 2-가 단계에서는 공간감각과 관련 내용을 지도하는 부분에서는 모눈종이가 나오지 않고, 3-가 단계에서는 모눈종이가 나온다.

셋째, 현행 교육과정에서 지도하는 공간감각 관련 지도 내용의 단계간 이동을 생각하여 보면 다음과 같다. 4-나 단계에서 칠교판 활동이나 한 가지 모양의 도형으로 주어진 도형을 덮는 활동이 나오는데, 이는 4학년 학생들의 수준에 비하여 너무 쉬어 학생들이 도전 의식을 갖기 어렵다고 한다(신준식, 2002). 이런 칠교판을 이용한 활동이나 한 가지 모양으로 도형 덮기 활동을 2단계나 3단계로 이동시켜, 삼각형 2개로 사각형을 만들어 보거나 사각형을 삼각형 두개로 분해하거나 하는 활동으로 재구성한다면, 2단계나 3단계에서 지도하는 도형 영역의 내용의 의미가 풍부해질 수 있다. 5-가 단계에서 지도하는 규칙에 따라 무늬를 만들어 보는 활동은 교육과정에는 규칙성과 함수 영역으로 설정하여 놓고 있다. 그러나 여기서 요구되는 활동은 주어진 무늬를 돌리거나 뒤집는 과정이 자연스럽게 필요하며, 이는 2, 3 단계에서 지도하는 공간감각의 주요 내용이다. 5-가 단계의 무늬꾸미기 단원은 초등학교 교사들이 가장 적게 곤란을 느끼는 단원으로(임재훈, 2004) 5 단계 이전으로 이동시키는 것이 적절할 것 같다. 특히 사용되는 기본 무늬를 한 두 개로 하고, 사용되는 무늬 모양의 개수를 적게 한다면, 이는 2단계 수준에서도 지도할 수 있는 내용으로 볼 수 있다. 2 단계에서 공간감각 관련 지도 내용을 도형을 옮기거나 뒤집거나 돌린 모양을 그리는 활동이 아니라 주어진 기본 도형을 옮기거나 돌리거나 뒤집거나 하여 무늬를 꾸미는 활동으로 구성한다면, 도형을 돌리고,

옮기고 뒤집는 활동이 보다 의미가 있을 것이며, 이 단계 이후에 주어진 모양을 돌리거나 뒤집거나 옮긴 모양을 그리는 활동이 제시된다면, 앞에서 살펴보았던 학생들이 겪은 어려움을 완화시켜 줄 수 있을 것이다. 이르기 위해서는 현행 교과서처럼 교과서 단원을 교육과정의 한 내용 영역과 일치시켜 구성하는 것이 아니라 여러 내용 영역을 통합하여 구성하는 것이 필요하다.

넷째, 공간감각과 관련된 활동에서 사용하는 구체물과 도형에 대한 면밀한 검토가 요구된다. 앞서 언급했듯이 2-가 단계의 모양 뒤집기를 알아보는 교과서 내용에는 가장 먼저 인형을 가지고 오른쪽으로, 왼쪽으로 머리 쪽으로 뒤집어 보는 활동이 나온다. 이를 통해 뒤집었을 때 좌우가 바뀌거나 위아래가 바뀔을 지도하는 내용으로서는 의미가 있지만, 학생들은 엎드려 있는지 누워있는지에 대해 주목하는 것으로 보인다(김영선, 2005). 따라서 이러한 구체물을 사용할 때에는 주의가 요구된다. 또한 모양을 뒤집는 활동에서 사용한 모양이 대칭이어서 뒤집거나 돌려도 같은 모양이 된다면, 이는 5-나 단계에서 지도하는 합동과 대칭 학습을 위한 풍부한 경험적 토대가 될 수 있다. 그런데 이러한 예들은 5-나 단계에서 대칭 개념을 소개하기 위한 용도로서만 제시되고 있다. 주어진 모양을 옮기고 뒤집고 돌려보는 활동과 거울에 비쳐보는 활동은 이후 단계에서 학생들이 학습하는 합동과 대칭이라는 개념으로 정리될 수 있는 현상을 제공하여 줄 수 있다. 따라서 공간감각 관련하여 다루는 구체물이나 도형의 모양에 대한 체계적인 검토가 필요하다.

다섯째, 앞에서 공간감각이라는 용어에 대한 설명이 학자나 저서마다 다를 수 있음을 보았다. 따라서 우리나라 교육과정에서는 공간감각이라는 영역에서 지도하는 내용에 대한 서술이

‘입체 도형에 대한 감각을 익힌다’라든가 ‘평면 도형에 대한 공간 지각 능력을 기르도록 한다’라는 식으로 되어 있다. 이는 공간감각에 대한 정확한 규명이 어렵고, 어느 한 가지로 규정하면 공간감각에서 지도하는 내용이 한정될 위험성이 있어 적절하지는 않아 보인다. 그 대신에 공간감각을 구성하고 있는 여러 하위 능력에 대한 분석을 통해 그리고 다른 도형의 지도 내용을 학생들이 이해하는데 필요한 능력들이 무엇인지에 대한 분석을 통해 그러한 하위 능력을 길러주는 내용으로 교육과정을 구성하는 것이 공간감각 영역에서 지도할 내용을 분명히 전달하여 주는데 효과적일 것이다. 앞에서 학생들이 공간감각 과제 수행시 보이는 오류나 교과서 내용을 분석할 때 사용하였던 공간감각의 구성요소들이 그 한가지 예가 될 수 있을 것이다.

V. 결 론

공간감각은 7차 교육과정에 처음으로 도입된 것으로, 초등교사가 많은 곤란을 겪고 있는데, 초등교사가 이전에 학습한 바가 없으며 학교에서 처음으로 지도하는 것이기 때문에 그럴 수도 있지만 공간감각 관련 내용들이 처음으로 교육 과정에 들어가고 교과서로 그 내용이 제시되는 과정에서 시행착오가 있을 수 있다는 가정에서 초등학교에서 지도하는 공간감각 내용을 고찰하여 보았다. 이를 위하여 공간감각 과제를 성공적으로 수행하기 위해 필요한 여러 능력들을 살펴보고 이를 토대로 초등학생들이 공간감각 관련 과제를 수행하는 과제에서 보이는 오류와 현행 교육과정을 반영한 교과서에서 지도하고 있는 공간감각 관련 내용을 살펴보았다.

공간감각과 관련된 과제를 수행할 때 필요한

능력들인 눈-운동 협응력, 도형-배경 지각능력, 모양과 크기의 불변성 인식능력, 공간에서 위치 지각능력, 공간 관계 지각 능력, 시각적 변별력, 시각적 기억능력 등의 부족 때문에 그리고 입체도형을 평면에 표현하는 발달 단계는 평면 도식기, 공간도식기, 전사실기, 사실기로 이루어졌는데, 사실기에 도달하지 못하였기 때문에 공간감각과 관련된 과제를 해결할 때 학생들이 어려움을 겪고 있음을 살펴보았다. 또한 7차 교육과정에서 다루는 공간감각 관련 내용이 저학년에서는 학생들의 수준에 비하여 지나치게 어려우며, 고학년에서는 학생들 수준이나 도형 영역에서 전통적으로 지도하여 왔던 다른 내용들에 비해 그 수준이 낮음을 살펴보았다. 앞으로 수학과 교육과정을 개정할 때에는 공간감각과 관련 내용을 학년 간 이동과 재배치가 필요하다. 또한 각 단계마다 지도하는 공간감각 관련 내용이 학년마다 단절되어 있거나 너무 동떨어진 학년에 비슷한 내용이 편성되어 있어 이전 학습 내용과 유기적으로 관련 시키기거나 다른 도형 영역 지도 내용과 관련 시키기가 어렵게 교육과정이 구성되어 있다. 이런 점도 수학과 교육과정을 개정할 때, 공간감각 지도 내용의 학년간 이동과 통합이 필요함을 시사한다. 단순한 학년 간 이동이나 통합도 필요하지만 근본적으로는 공간감각과 관련된 내용을 지도하면서 우리가 학생들에게 어떠한 능력들을 신장시켜줄 것인지, 어떠한 능력들이 공간감각을 신장시키는데 필요한지, 공간감각에서 지도하는 내용과 우리가 전통적으로 지도하여 왔던 도형 영역의 내용을 어떻게 관련시킬 것인지에 대한 심층연구가 요구된다.

참고문헌

- 교육부(1999). **초등학교 교육과정 해설Ⅳ-수학, 과학, 실과** -. 서울:대한교과서주식회사.
- 교육인적자원부(2000). **수학 1-나**. 서울:대한교과서주식회사.
- _____ (2000). **수학 2-가**. 서울:대한교과서주식회사.
- _____ (2000). **수학 2-나**. 서울:대한교과서주식회사.
- _____ (2001). **수학 3-가**. 서울:대한교과서주식회사.
- _____ (2001). **수학 3-나**. 서울:대한교과서주식회사.
- _____ (2001). **수학 4-나**. 서울:대한교과서주식회사.
- _____ (2002). **수학 5-가**. 서울:대한교과서주식회사.
- _____ (2002). **수학 6-가**. 서울:대한교과서주식회사.
- 김영선(2005). **공간감각 학습과정에서 초등학생이 보이는 오류유형 및 원인분석**. 전주교육대학교 교육대학원 석사학위논문.
- 신준식(2002). **공간감각 배양을 위한 교수-학습 방법 및 자료 개발**. 춘천교육대학교 **과학교육연구**, 26.
- 임재훈(2004). **수학과 교육내용 적정성 분석 및 평가**. 한국교육과정평가원.
- 한기완(2001). **공간과제의 지도 방안에 관한 연구** - '2-가'와 '3-가'단계의 공간감각 기르기소 영역을 중심으로 -. **학교수학**, 3(2), 355-372.
- Clements, M. A. (1981). *Spatial ability, visual imagery, and mathematical learning*. Moash University.
- Del Grande, J. J. (1987). Spatial perception and primary geometry. In M. M. Lindquist & A. P. Shults (Eds.), *Learning and teaching geometry, k-12* (1987 yearbook, pp. 126-135). Reston, VA : The National Council of Teachers of Mathematics.
- Hart, K. M. (1981). *Children's understanding of mathematics:11-16*. John Murray.
- Mitchelmore, M. C. (1980). Three-dimensional geometrical drawing in three cultures. *Educational Studies in Mathematics*, 11, 205-216.
- NCTM (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Radatz, H. (1979). Error analysis in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*. 10, 163-172
- Witkin, H. A. et al. (1977), Role of field-dependent and field-independent cognitive styles in academic evolution: a longitudinal study. *Journal of educational psychology*, 69(3).

An Analysis on Teaching and Learning Spatial Sense in Elementary School Mathematics.

Lee, Chong young (Jeonju National Univeristy of Education)

The purpose of this paper is to study the spatial sense that is introduced for the first time in our 7th mathematics curriculum. For this purpose, we first investigated the factors of the spatial sense ability and with this factors, we analyze the errors those was founded in elementary school students' carrying out tasks related to the spatial sense, and the contents of elementary mathe-

tics textbook. From the analysis, we found that the teaching topics in the spatial sense is disagreed with the students' learning level and for each similar topics is cut off into not adjacent grades, connecting these topics to each other and to the other traditional geometric topics is not easy. we must consider this findings in the future revision of mathematics curriculum.

* key words : spatial sense(공간감각), students' error(학생들의 오류), the 7th curriculum(7차 교육과정), implication for the further curriculum revision(차기 교육과정 개선을 위한 시사점)

논문접수 : 2005. 8. 2

심사완료 : 2005. 9. 6