대한수학교육학회지 <학교수학> 제 7 권 제 3 호
Journal of Korea Society of Educational Studies in Mathematics
School Mathematics Vol.7, No.3, 237-252. Sep 2005

수학 영재 수업에서 사회적 구성주의 적용 방안

서 동 엽*

본 연구는 최근 우리나라에서 중요성이 증가하고 있는 수학 영재 수업을 위한 한 가지 방안으로서 사회적 구성주의의 적용 방안을 제시한 것이다. 좋은 영재교육 자료의 특징 중 한 가지는 학생들로 하여금 수학적으로 의미 있는 추측과 토론이 이루어지게 하는 것이며, 이를 활용하여 효과적으로 수업을 진행할 수 있는 한 가지 방법은 사회적 구성주의에서 논하는 지식 형성 과정을 적용하는 것이다. 이 수업 방안의 주요 단계는 주관적 지식 형성, 객관화, 객관적 지식 형성, 개인적 재형성의 4단계로 이루어지며, 4단계 후에는 보다 발전된 학습 소재에 대한 4단계의 사이클이 다시 작용하게 된다. 본 연구에서는 배수의 성질을 소재로 초등학교 6학년 학생들에게 수업을 적용한 사례를 제시하였다. 그럼으로써 학생들은 토론을 통한 활발한 탐구를 수행하고, 이를 통하여 자신이 학습한 내용을 전체적인 내용과 효과적으로 구조화할 수 있게 되었다.

I. 서 론

우리나라에서는 2000년 1월 28일에 영재교육 진흥법과 2002년 4월 18일 이 법에 대한 시행령이 공포된 이후로, 수학 영재교육에 지대한 관심을 갖고 국가적인 차원에서 주도적으로 수학 영재교육을 시행해 오고 있다. 영재교육을 위하여 전국적으로 각 시·도 단위로 영재교육 센터가 설립되었고, 지역교육청을 통하여 영재 학교를 지정하여 운영하는 형태로 영재교육을 시행하는 사례도 늘고 있다. 최근까지 영재교육은 급속도로 확산되었고, 그 결과 영재 교육을 담당하는 교수 및 교사의 수나 영재교육을 받는 학생 수도 급속히 늘어나게 되었다.

이렇듯 수학 영재교육은 양적으로 크게 팽창하였지만 질적인 발달이 이에 부응하여 발달하였는지는 심도 있게 조사해볼 필요가 있다. 왜냐하면 연구자가 만나 본 영재교육 담당자들의 대부분은 영재교육을 위한 대상 학생의 선발을 위한 판별 도구, 수업 자료, 수업 방법 등에 대하여 일관된 이론적 근거가 없음을 지적하였기 때문이다. 이들의 대부분은 수학 영재교육을 위한 이론의 관점에서 현재의 상황을 이론의 개발을 위한 '탐색' 단계로 보는 경향이 강하였다.

이러한 상황은 우리나라에만 국한된 것은 아닌 것 같다. 연구자가 호주에서 70년 이상 수학 영재교육을 담당하고 있는 어느 대학의 교수를 만났을 때, 그 교수는 연구자에게 우리나라에서 영재교육 자료는 어느 정도로 체계화되어 있는지를 물어보았다. 연구자가 '기관마다 다소 차이가 있고 담당자의 직관적 판단에

* 춘천교육대학교(dseo@cnue.ac.kr)

의존하는 부분이 많다'고 답하였더니, 호주의 교수도 '우리도 똑같다'고 말하였다. 이는 호주에서도 수학 영재교육을 위한 일관된 이론이 정립되지는 못하였음을 의미하는 것이다. 사실 수학 영재교육에 제 분야에 대한 일관된 이론이 존재하는지도 문제가 될 수 있을 것이다.

본 연구의 계기가 된 것은 초등학교에서 영재 학급을 운영하고 있는 어느 교사와의 대화를 통해서이다. 이 교사는 일선 학교에서 이루어지고 있는 영재 수업에 대하여 본 연구자와 대화를 나누던 중에 '대부분의 수업 모형이 Renzulii(1977)의 삼부심화학습모형으로 획일화되는 경향이 있다'고 지적하였다. 그러면서 다른 수업 모형은 없는지를 질문하였다. Renzullii의 삼부심화학습모형은 탐색 활동 단계, 학습활동 단계, 문제해결 및 연구활동 단계의 3단계로 크게 이루어진다. 이 모델의 타당성에 대하여 논할 수는 없을 것이나, 이 교사의 질문은 연구자에게 몇 가지 문제를 던져 주었다. 그것은 'Renzulii의 모형이 수학 영재교육에 매우 적합한 방안인가?', '한 모형으로 획일화되는 것이 바람직하지 않은 것인가?', '시도해볼 만한 새로운 방안은 없는 것인가?' 등과 같은 것이다.

본 연구는 이렇듯 영재 수업을 위한 새로운 방안을 모색한 결과로서 수학 영재 수업에서 사회적 구성주의의 적용 방안을 제안해보고자 하는 것이다. 사회적 구성주의의 기본 원리 중 하나는 주관을 뛰어 넘는 객관적 지식의 근거를 공동체에 있어서의 합의, 공유에서 구하는 것이다(박영배, 2004). 대부분 집단적으로 이루어지게 되는 수학 영재 수업의 특징을 고려할 때, 이러한 사회적 구성주의에 따른 수업 방안은 적용할 수 있는 한 가지 모델이 될 수 있을 것으로 본다.

특히 전통적인 철학에 따르면 수학은 절대적으로 참인 지식을 다루는 학문이지만, Lakatos의 준 경험주의 수리철학처럼 수학적 지식은 끊임없는 추측과 반박을 통한 개선의 과정을 거친다는 입장이 존재하고 있다(Lakatos, 1991). 수학 영재 수업을 통하여 학생들에게 수학적 발견 경험을 제공하고, 이를 통하여 수학자들이 하는 것과 같은 끊임없는 세련화 과정을 거치게 하고자 한다면 사회적 구성주의는 수학 영재 수업의 한 가지 모델이 될 수 있을 것이다.

따라서 본 연구에서는 수학 영재 수업의 한 가지 모델로서 사회적 구성주의에 따른 수업 방안을 적용할 수 있는 가능성을 살펴보고, 실제로 이를 적용하여 수업을 시행한 사례를 소개하고자 한다. 이 수업에서 6학년 수학 영재반 학생들은 연구자도 처음에 예상하지 못한 정도로 상당한 성취를 보여 주었다. 본 연구를 통하여 현장에서 이루어지고 있는 수학 영재 수업을 위한 한 가지 수업 방안을 제공할 수 있을 것으로 기대된다.

II. 사회적 구성주의의 이론

이 장에서는 사회적 구성주의와 관련된 전반적인 이론을 고찰하기로 한다. 먼저 사회적 구성주의 인식론을 조사하고, 수학적 배경이 되는 Lakatos의 준 경험주의 수리철학을 고찰한 다음, 사회적 구성주의에 의한 수업 이론을 살펴보기로 한다.

1. 인식론

사회적 구성주의는 Piaget의 발생적 인식론에 뿌리를 두고 지식의 성장에 있어 자주적 구성의 원리와 생장지향성의 원리, 비객관성의 원

리를 주장한 급진적 구성주의의 입장에 대하여 논란이 되었던 비객관성의 원리를 수정한 구성주의이다. 구성주의자들의 핵심적인 아이디어에 대하여 Kilpatrick은 다음의 두 가지로 요약하고 있다(박영배, 2004에서 재인용).

K1 지식은 인식 주체에 의하여 능동적으로 구성되어지는 것이며, 결코 환경으로부터 수동적으로 받아들여지는 것이 아니다.

K2 알게 된다는 것은, 자신의 경험 세계를 조직하는 조절 과정이다. 즉, 그것은 인식 주체의 관념밖에 독립적으로 이미 존재하는 세계를 발견하는 것이 아니다.

구성주의의 인식론이 종래의 플라토니즘, 경험론, 합리론과 구분되는 가장 중요한 특징은, 진리에 대한 인식의 문제를 주체의 자주적 구성 과정으로 보았다는 데에 있다. 이러한 지식의 구성 과정에서 문제가 되지 않을 수 없는 것은 개인이 구성한 지식의 객관성에 대한 것이다. 급진적 구성주의에서의 입장에서 지식은 인식 주체가 경험 세계를 조직 · 정리한 결과로 획득되는 것으로 보며, 이러한 견해는 객관적 지식의 존재를 부정하는 것으로 간주할 수 있다.

객관성을 사람들의 공통 주관에 의한 합의라는 개념으로 수정함으로써, 급진적 구성주의가 당면하였던 비객관성의 문제를 보완한 구성주의가 바로 사회적 구성주의이다. 박영배(2004)는 사회적 구성주의의 기본 원리를 다음의 네 가지로 요약하여 제시하고 있다.

SC1 사회적 구성주의에서는 상대주의적 수학관을 바탕으로 한다.

SC2 인식론으로서의 사회적 구성주의는 과학철학론으로서의 규약주의를 바탕으로 한다.

SC3 사회적 구성주의에서는 수학 지식의 심적 구성, 사회적 구성 및 이들의 상호작용을 기본으로 한다.

SC4 사회적 구성주의에서는 주관을 뛰어 넘는 객관적 지식의 근거를 공동체에 있어서의 합의, 공유에서 구하고 있다.

이러한 사회적 구성주의의 인식론을 수학에서 적용해 볼 수 있는 것이 수학에서 '증명의 엄밀성'에 대한 Thom(1971)의 지적이다. Thom은 '엄밀성에 대한 엄밀한 정의는 없으며 어떤 증명이 적절히 교육을 받아 그것을 이해할 준비가 되어 있는 모든 독자에 의해서 받아들여진다면 그 증명은 엄밀하다고 볼 수밖에 없다'고 주장한다. 이러한 주장은 '엄밀성'의 개념에 대한 전통적인 의미에서 객관적인 정의는 존재하지 않으며, 적절히 교육받은 독자의 공통 주관에 의해 합의된 개념으로 보아야 한다는 것이다.

이렇듯 수학자들이 하는 매우 중요한 활동인 수학적 증명에 대한 엄밀성의 개념에 대하여 사회적 구성주의의 입장으로 해석할 수 있다는 점은 수학교육에 대하여 시사하는 바가 큰 것으로 생각된다. 학생들이 수학에서 학습하는 것은 여러 수학적 개념과 원리뿐만 아니라 이를 발견하고 정당화하는 과정이다. 이러한 과정에서 사회적 구성주의적인 입장은 적용될 수 있는 상당한 여지를 갖고 있는 것이다. 다음 절에서는 사회적 구성주의의 입장에 대하여 수학적인 기초를 제공하는 Lakatos의 수리철학을 알아보기로 한다.

2. Lakatos의 수리철학

Ernest(1991)는 사회적 구성주의의 입장에서 주관적 수학 지식이 객관적 수학 지식으로 되어 가는 과정에서 Lakatos가 제시한 수학적 발견의 논리가 적용됨을 지적하고 있다. Lakatos는 오일러 다면체 정리와 관련된 수학 이론의

발전 과정을 18세기 이후의 수학사를 조사하여 알아보고, 이를 통해 수학적 지식은 의심의 여지없이 확실한 정리의 수가 단조롭게 늘어나면서 성장하는 것이 아니라, 증명과 반박의 논리에 의해 추측이 끊임없이 개선되는 변증법적 과정을 통해 성장한다는 사실을 밝혀내었다. Lakatos가 제시한 수학적 지식의 성장 과정은 다음의 네 단계로 정리할 수 있다(황혜정 외, 2001).

1단계 : 수학적 추측을 제기하는 단계
2단계 : 추측을 부분 추측으로 분해하는 단계
3단계 : 반례가 등장하고 추측과 증명을 반박하는 단계
4단계 : 증명을 검토하여 증명과 추측을 개선하는 단계

Lakatos의 입장에 따른다면, 수학에서 증명은 수학적 명제가 절대적으로 참임을 정당화하는 수단이라는 형식주의적 입장과는 완전히 다른 입장에 서게 된다. 이 입장에 따르면 수학에서 절대적으로 참인 명제는 없으며, 모든 명제는 추측이고, 증명은 추측의 타당성을 검사하는 과정이다. 또한 증명 과정에서 추측은 끊임없이 개선되어 간다.

이러한 Lakatos의 입장을 설명해 주는 좋은 예가 수학에서 평등수렴의 개념이다. 우정호(2000)는 Lakatos가 제안한 평등수렴 개념의 교재 구성 과정을 다음과 같이 제시하고 있다.

① 원초적인 추측 : 연속함수의 임의의 수렴하는 수열의 극한 함수는 연속이다.
② 증명(원초적인 추측을 부분추측이나 보조정리로 분해하는 대강의 사고실험) : 연속함수에 대한 Cauchy의 정의와 증명
③ (전면적인) 반례(원초적인 추측에 대한 반례)의 출현 : 반례인 Fourier 급수 $\cos x - \frac{1}{3}\cos 3x + \frac{1}{5}\cos 5x - \cdots$ 및 여러 가지 전면적인 반례의 제시
④ 증명의 검토. 전면적인 반례가 국소적인 반례가 되는 '유죄인 보조정리'의 발견과 증명 및 추측의 개선. 새로운 증명생성 개념의 출현 : $\epsilon-\delta$ 방법에 의한 증명분석, 평등수렴 개념의 도입

이러한 Lakatos의 수학적 발견의 논리는 우리나라의 정규 학교 수업에서는 거의 적용되지 않고 있다. 초등학교 수학 수업에 학생들의 발견 과정을 일부 도입한 것은 현행 제 7차 교육과정부터이지만, 교재에 제시되는 명제는 참인 것으로 받아들여지며 이에 대하여 초등학교 수준에서 전형적인 한 가지 예를 통한 정당화가 이루어진다(서동엽, 2003). 그러나 수학 영재 수업에서는 Lakatos의 지식의 성장 과정과 유사한 형태의 수업을 적용할 수 있을 것으로 생각되며, 이에 대한 논의는 뒤에서 다루기로 한다.

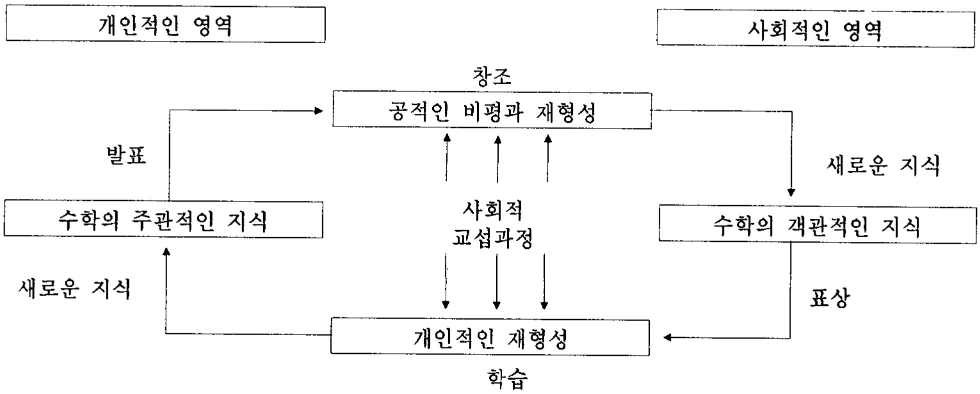
3. 수학 지식 형성 과정

사회적 구성주의 인식론에 기초한 수학 지식 형성 과정은 다음의 [그림 II-1]과 같이 도식화될 수 있다(강지형 외, 1999).

위의 [그림 II-1]에서 출발점은 '수학의 주관적인 지식'의 과정이 될 것이다. 이러한 주관적인 지식은 공표됨으로써 '공적인 비평과 재형성' 단계를 통하여 객관화된다.

여기서 객관화된다는 것은 1절에서 지적한 바와 같이 공통 주관에 따른 합의를 의미한다. 이러한 '수학의 객관적인 지식'의 단계를 지나면 '개인적인 재형성' 단계를 통하여 지식은 개인화된다.

또한 이렇듯 개인화된 지식에 기초하여 보다 발전된 새로운 지식을 형성해 가는 과정을 거치게 된다.



[그림 II-1] 사회적 구성주의에서 수학적 지식의 형성 과정

여기서 Lakatos의 수학적 발견의 논리가 주로 적용되는 과정은 주관적 지식이 객관화되는 '공적인 비평과 재형성' 단계이다. 개인의 주관적인 지식에 따른 원초적인 추측과 이에 대한 증명을 제시하면, 이에 대한 반례가 등장하고, 이를 개선함으로써 보다 개선된 추측에 이르게 되면서 보다 객관적인 지식이 되는 것이다.

III. 수학 영재 수업 방안

이 장에서는 사회적 구성주의 인식론을 적용한 수학 영재 수업 방안을 논하여 보고, 이러한 수업 방안이 지니는 장점을 살펴보고자 한다.

1. 수학 영재 수업에서 사회적 구성주의의 적용

수학 영재 수업에 사회적 구성주의 인식론에 따른 수학 지식의 형성 과정을 적용하는 방안을 앞서 제 II장에서 다룬 논의에 기초하여 생각해볼 수 있을 것이다. 수업의 전체적인 틀은 개인의 주관적 지식 형성과 공적인 비평과 합의를 통한 객관화 과정, 객관화된 지식의 개인적 재형성 과정 및 이러한 과정의 사이클을 반복하는 것으로 정리할 수 있다. 그리고 공적인 비평과 합의를 통한 객관화 과정에서 Lakatos가 제시한 수학적 발견의 논리에 따라 추측, 증명, 반례, 개선된 추측이라는 과정을 밟아 나갈 수 있을 것이다.

여기서 다소 조심스럽게 다루어야 하는 부분은 '증명'에 해당하는 수업 활동이다. Lakatos가 수학적 발견 과정에서 말하는 '증명'은 수학자들의 수준에서 이루어지는 것이다. 그렇기에 학교 수준에서 이루어지는 수학 영재 수업에 사회적 구성주의를 적용할 때 Lakatos의 진정한 발견 과정을 거치게 하는 것은 어려울 것이다. 따라서 본 고에서는 '증명'의 의미를 앞서 언급한 Thom(1971)의 의미로 이용하고자 한다. 즉 초등학교 수준의 영재 수업이라면 초등학생의 해당 학년 수준에서 이해할 수 있고 받아들여질 수 있는 수준으로 제한하고자 하는 것이다. 따라서 엄밀히 말하면 '증명'이라는 용어를 적용할 수는 없을 것이며, 본 연구에서는 '증명'에 대한 대안적인 용어로서 '논의(argument)'라는 용어를 이용하고자 한다.

서동엽(2003)은 현행 제 7차 교육과정의 수학 교재에서 이루어지는 추론 과정에 대한 분석을 통하여, 교재에서 제시되는 추론 방법이 Miyazaki

(1991)의 용어에 비추어보아 '추측의 구성'과 '경험적 방법에 의한 추측의 정당화'에 머물러 있음을 지적하고 있다. 또한 라병소 외(2002)의 연구에서는 초등학교 5학년에 대한 실험을 통하여, 새로운 과제를 일반적인 초등학교 5학년 학생 70명에게 제시하였을 때 이로부터 10명은 주어진 주제를 해결하는 스키마를 구성하였으며, 30명은 부분적으로 스키마를 구성하였고, 30명은 거의 진전이 없었음을 지적하고 있다.

이러한 두 연구 결과로부터 일반적인 논리를 적용하는 수학적인 증명을 초등학생들에게 이해시키는 것은 매우 어렵다는 점을 알 수 있다. 이 점에서 본 연구에서 제시하고자 하는 수학 영재 수업 방안은 사회적 구성주의의 패러다임을 이용하되, 객관화 과정에서 '증명'을 '논의'로 수정한 Lakatos의 발견의 논리를 적용한 것으로 자리매김할 수 있다. 특히 초등학생들의 수준에서 논의는 주로 특정한 사례를 예로 들어 거기서 관찰된 사실을 설명하는 방식으로 진행될 가능성이 높다.

결과적으로 본 연구에서는 다음과 같이 단계를 나누어 사회적 구성주의를 적용한 수학 영재 수업 방안을 제시하고자 한다.

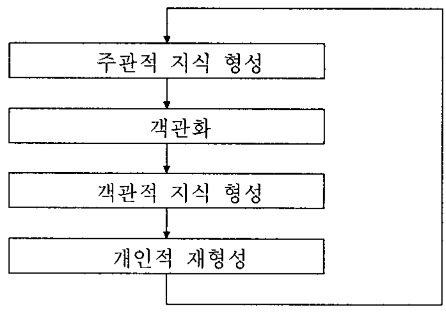
첫째 단계는 주관적 지식 형성 단계이다. 이 단계에서는 주어진 과제에 대한 개인적 활동이나 경험을 통하여 개인적인 지식을 형성하는 단계이다. 이 단계의 활동은 소집단이 아닌 개인적으로 이루어지게 되며, 과제에 대해 친숙해지고, 과제를 이해하며, 나름대로의 지식을 형성하게 된다.

둘째 단계는 객관화 단계이다. 이 단계는 앞의 [그림 II-1]에서 제시한 공적인 비평과 재형성 단계에 해당하는 것으로, 용어를 다소 축약하여 나타낸 것이다. 이 단계에서는 위에서 언급한 수정된 Lakatos의 발견의 논리에 따라 논의가 진행된다. 첫째 단계에서 형성한 주관적 지식과 이에 대한 '논의'를 제시하면, 이에 대한 검사가 이루어지고 경우에 따라 반례가 등장하여 추측을 개선해 나간다. 개선된 추측에 대한 반례가 등장할 수도 있으며, 공통 주관에 의한 합의가 이루어질 때까지 이 과정은 반복될 수 있다.

셋째 단계는 객관적 지식 형성 단계이다. 둘째 단계인 객관화 단계를 거쳐서 참여 학생 전원이 합의에 이르는 단계이다. 여기서 형성되는 지식은 주어진 상황에서는 가장 개선된 추측이 될 수 있으나, 나중에 반례가 다시 등장할 가능성은 여전히 존재한다.

넷째 단계는 개인적 재형성 단계이다. 이 단계는 [그림 II-1]에서 개인적인 재형성 단계에 해당하는 것으로, 셋째 단계에서 합의에 이른 지식을 개인에 따라 의미 있게 형성하는 일이 이루어지게 된다. 또한 여기서 재형성된 지식에 기초하여 다른 주관적 지식을 형성하게 될 수도 있으며, 이는 다시 객관화, 객관적 지식 형성, 개인적 재형성이라는 단계를 거칠 수도 있으며, 전체적으로 사이클을 이루게 되는 것이다.

모든 단계에서 교사의 역할은 매우 중요하다. 교사는 매단계에서 학생들을 안내하고, 논의를 촉진하며, 논의 과정이 타당하게 이루어지지 않을 경우 개입할 수도 있다. 지금까지 다룬 네 단계를 도식화하면 다음의 [그림 III-1]와 같이 나타낼 수 있을 것이다.



[그림 III-1] 사회적 구성주의에서
수학 영재 수업 단계

2. 사회적 구성주의 수업 방안의 활용

사회적 구성주의에서 논하는 지식 형성의 과정을 수학 영재 수업에 적용했을 때의 장점은 수학 영재 수업에서 다루는 자료의 특징과 깊은 관련을 맺고 있다. 예를 들어, 학생 개인의 주관적 지식 형성 단계에서 이미 객관화된 것과 다름없는 지식을 형성할 수 있을 정도의 간단한 과제라면 굳이 사회적 구성주의의 틀을 적용할 필요가 없을 것이다. 또한 주관적으로 형성한 지식에 대하여 반례와 추측의 개선을 위한 활발한 논의를 일으키기 어려운 학습 소재라고 하더라도 사회적 구성주의를 적용하기는 어려울 수 있다. 그러나 이렇듯 매우 간단한 과제나 활발한 논의를 일으키기 힘든 과제는 수학 영재 수업을 위한 과제로 적절하지 않을 수도 있을 것이다.

사실 현행 초등학교 교육과정에서는 학생들에게 어느 정도 학습의 주도권을 이양하고 있다는 점에서(교육인적자원부, 1998), 어느 정도 구성주의적인 색채를 띠고 있다고 볼 수도 있을 것이다. 그러나 현행 교과서에서 지도되는 대부분의 내용은 상당히 정선되어 있어서 학생들마다 여러 가지 의미 있는 대안적인 결과가 산출되기 어렵다고 생각된다. 또한 일반적인 학교 수업은 40분으로 시간이 제한되어 있다는 점도 사회적 구성주의에 의한 수업 과정을 적용하기 힘든 이유라고 생각된다.

이에 대한 논의를 위하여 이경화(2003)가 제시하는 좋은 영재교육 자료의 특징을 살펴보기로 하자. 이경화(2003)는 좋은 영재교육 자료의 특징으로 다음의 세 가지를 들고 있다.

첫째, 이미 알고 있는 수학적 개념이나 수학적 사고력을 확장 또는 발전시키는 기회를 제공하는 문제로 구성하여야 한다.

둘째, 활동 내용을 통하여 알게 된 내용을 형식화하고 타당화하면서 수학적으로 의미 있는 추측과 토론이 이루어지도록 해야 한다.

셋째, 구조와 내용이 풍부하여 지속적인 탐구를 가능하게 하는 문제로 구성하여야 한다.

즉, 위에서 지적하는 것은 수학 영재 수업에서 다루는 자료는 학생이 이미 알고 있는 지식을 발전시키되, 이 과정에서 추측과 토론이 이루어지게 하는 것이어야 한다는 것이다. 이는 사회적 구성주의를 적용한 수업 방안에서 객관화 단계를 풍부히 할 수 있는 과제여야 한다는 것과 일맥상통한다. 또한, 셋째로 제시하고 있는 지속적인 탐구를 가능하게 하는 것은 사회적 구성주의의 수업 방안이 사이클을 이루는 것과 일맥상통한다. 결과적으로 위와 같은 세 가지 조건을 만족하는 영재교육 자료로 수업을 하고자 한다면, 이 수업에 적합한 방안은 사회적 구성주의의 모델이 될 수 있음을 의미하는 것이다.

이러한 세 가지 조건은 Polya가 제시하고 있는 좋은 문제의 조건과도 일치하는 부분이 있다. Polya는 좋은 문제의 한 가지 조건으로 '주변 세계나 다른 사고 분야와 관련된 풍부한 배경을 가진 문제로 관련된 여러 가지 문제를 암시하는 문제'여야 한다고 말하고 있다(우정호, 2000). 또한 '관찰하고 추측하며, 귀납적으로 논증하는 것, 곧 개연적으로 추리함으로써 해결하도록 하는 문제여야 한다'고 말하고 있다(이경화, 2003에서 재인용). 이러한 Polya의 좋은 문제의 조건 중에서 첫 번째 조건은 위의 조건 중 셋째 조건과 일맥상통하며, 두 번째 조건은 위의 둘째 조건과 맥을 같이 하고 있다.

결과적으로 Polya나 이경화(2003)가 제시하는 좋은 영재교육 자료를 이용하여 수학 영재수업을 할 때 가장 좋은 방안은 학생들의 추측과 토론이 활발하게 일어나게 하는 것이 한 가지

중요한 필요조건이며, 이를 위해 사회적 구성주의는 좋은 방안을 제공하는 것으로 보인다. 또한 Polya는 수학적 지식의 발견 과정을 중시하는 입장에서 귀납 추론의 중요성을 강조하고 있는 바, Lakatos의 발견의 논리 중 '증명' 단계를 '논의' 단계로 수정하는 것이 Polya의 관점에서는 오히려 더욱 적절할 수도 있을 것이다. 이러한 수정이 있었던 근본적인 이유는 초등학생의 수준을 고려한 것이었지만, 초등학생의 수준에서 이루어지는 귀납 추론 활동과 이를 통한 추측의 검사 과정도 충분히 의미 있는 활동이 될 수 있을 것으로 생각된다.

또한 수학 영재 수업에서 사회적 구성주의를 적용하기 위해서는 이에 적절한 자료의 준비가 필요할 것이다. 위에서 언급한 좋은 자료의 특징 외에 학생들의 '확산적 사고'를 촉진하는 문제가 필요할 것이다. 학생들의 의미 있는 추측과 토론이 이루어지기 위해서는 그 만큼 학생들에게 논쟁을 제공할 수 있는 여지가 있어야 할 것이다. 그런 점에서 수업 자료에 대한 세심한 준비가 요구된다.

Ⅳ. 수학 영재 수업의 적용 사례

이 절에서는 앞서 제 Ⅲ장에서 제시한 조건을 충족시키는 좋은 영재 수업 자료의 예를 제시하고, 이 예를 이용하여 사회적 구성주의 수학 영재 수업을 진행하는 사례를 제시하고자 한다.

1. 수업 자료

본 연구에서 제시하고자 하는 영재 수업 자료는 5학년에서 학습하게 되는 약수와 배수의 성질에서 출발하는 것이다. 학생들은 5학년에서 약수와 배수, 최대공약수, 최소공배수의 초보적인 의미를 학습하게 되므로, 이 자료를 5학년에 적용하기는 다소 무리가 있을 수도 있으며, 요구하는 논리적 논의의 수준을 고려할 때 6학년 정도가 가장 적절할 것으로 판단된다.

자료는 크게 두 부분으로 나누어진다. 제 1부에서는 학생들에게 논리적 논의의 필요성을 이해시키기 위하여, 논리적 논의가 필요한 문제 상황을 제공한 것으로, 구광조·라병소(2000)에서 발췌한 것이다. 이는 제 2부에서 다룰 주요 수업 내용인 배수의 성질에 대하여 학생들이 결과적인 지식은 알고 있을 수 있지만, 궁극적으로 그렇게 되는 이유를 따져 보아야 할 필요성이 있음을 지도하기 위하여 선정한 문제이다. 제 2부에서는 약수와 배수의 개념에 기초하여 2, 4, 8, 10, 3, 6, 9, 11의 배수를 판정하는 방법을 탐구하게 한다. 개발한 자료는 <부록>에 제시하였다.

이 자료에서 다루는 약수와 배수에 대한 수업 자료는 앞에서 이경화(2003)가 제시한 좋은 영재수업 자료의 특징을 고루 갖추고 있다. 먼저 5학년에서 학습하게 되는 기본적인 약수와 배수 개념에 기초하여 이를 확장시키고 발전시키는 기회를 제공할 수 있다. 기본적으로 어떤 자연수가 주어진 어떤 수의 배수인지 판정하는 것은 나누어떨어지는지를 알아보는 것이다. 이를 보다 빠르게 판정할 수 있는 방법을 알게 됨으로써 효과적인 지식을 알게 될 뿐만 아니라, 이를 알아나가는 과정에서 자연수의 개념에 대한 이해를 더욱 심화시킬 수 있을 것이다. 또한, 어떤 수의 배수인지를 빠르게 판정하는 방법을 알아나가는 과정에서, 학생들은 자연수의 형태로부터 다양한 추측을 해 볼 수 있고, 이로부터 활발한 토론이 일어날 수 있다. 마지막으로, 주어진 자료로부터 이를테면 4의

배수와 2의 배수의 관계 등을 알아가는 과정에서 자연수의 구조에 대한 이해를 심화할 수 있고, 정수론과 관련된 내용으로 논의를 지속적으로 확장해 나갈 수 있다.

2. 수업 사례

연구자는 <부록>의 자료를 이용하여 2005년 4월 9일 오후 3시부터 5시까지 2시간 동안 수업을 진행하였다. 수업 대상 학생은 강원대학교 과학영재교육원 초등 심화반에 등록된 춘천, 원주, 횡성 지역의 초등학생 18명 중 이 날 출석한 15명이다.

가. 제 1부의 논리 문제

제 1부의 논리 문제는 약 30분간 다루었다. 이는 제 2부를 수업하기 위한 예비 활동에 해당하는 것이었고, 특별히 사회적 구성주의적인 모델을 적용하고자 한 것은 아니었다. 첫 번째와 두 번째 문제에는 학생들이 어느 정도의 답변을 시도하기는 하였지만 논리적으로 적절한 답을 하지는 못하거나 잘못된 논리에 의하여 부적절한 답을 하였다. 이에 연구자가 안내하여 논리적인 사고를 유도하였다. 학생들끼리, 또는 학생들과 연구자간에 가장 활발한 논의가 일어난 문제는 세 번째 문제였다.

대부분의 학생들은 세 번째 문제에 대하여 답이 '일요일'이라는 것을 찾아내었다. 그리고 그 이유는 대부분 다음과 같이 도표화하여 조건을 나타낸 후에 경험적으로 답을 찾은 것이었다.

요일	월	화	수	목	금	토	일
조건	거짓말	참말	거짓말	참말	거짓말	참말	참말

위와 같이 조건을 도표화한 후에 월요일부터 차례로 조사해보니 '일요일'밖에 답이 될 수 없다는 것이었다. 이러한 답도 타당한 답이기는 하지만, 어느 학생도 '나는 어제 참말을 했다'는 조건에서 '어제와 오늘 모두 거짓말이거나 참말이어야 하고, 이런 날은 토요일과 일요일뿐이므로, 오늘은 일요일이다'와 같이 논리적으로 답한 학생은 없었다. 연구자는 학생들에게 보다 논리적인 설명을 요구하였지만, 학생들끼리 이루어진 논의에서는 이러한 설명에 이르지는 못했다. 그래서 연구자가 설명을 해 주었고, 비로소 학생들은 연구자의 설명을 이해하였다.

나. 제 2부의 본 수업

본격적인 영재 수업이 이루어진 제 2부에서는 상당히 활발한 논의가 진행되었다. 처음 5개의 문제인 2, 5, 4, 8, 10의 배수를 찾는 문제에 대해서는 대부분의 학생들이 이미 찾는 방법을 알고 있었다. 다만 학생들이 초기에 갖고 있는 주관적인 지식은 결과만을 알고 있는 것으로, 이를테면 '일의 자리 수가 짝수이면 2의 배수이다'와 같은 것이다. 그래서 연구자는 제 1부의 활동을 상기시키면서 일의 자리 수가 짝수이면 2의 배수인 이유는 무엇인지 생각해 보게 하였다. 그러자 이내 많은 학생들은 '일의 자리 수를 제외한 수는 항상 짝수이므로 일의 자리 수만 짝수이면 짝수이다'는 식의 직관적으로 타당해 보이는 답을 하였다. 그래서 연구자는 234와 같은 예를 들어, 234는 230과 4의 합이고, 230은 항상 2의 배수이므로 4만 2의 배수이면 두 수의 합은 2의 배수임을 설명하였고, 이와 연관하여 짝수와 짝수의 합은 짝수이며, 다른 경우의 합은 어떻게 되는지를 조사해 보게 하였다. 이와 유사한 방식으로 5번까지의 문제는 쉽게 해결되었다.

이어지는 6번 문제에서 3의 배수를 다루면서

학생들은 보다 흥미를 느끼는 것으로 보였다. 세 명의 학생은 모든 자리 수를 더한 것이 3의 배수이면 원래의 수가 3의 배수라는 결과는 알고 있었고, 이를 공표하였다. 그러나 그 이유를 아는 학생들은 없었다. 그래서 연구자는 234와 같은 예를 들어 다음과 같은 식을 판서해 주었다.

$$\begin{aligned} 234 &= 2\times 100 + 3\times 10 + 4 \\ &= (2\times 99) + (3\times 9) + (2+3+4) \end{aligned}$$

이까지 식을 써 주었을 때 학생들은 이유를 알아차렸다. 그것은 앞에 있는 9의 배수인 두 항이 3의 배수이므로 마지막에 있는 세 수의 합만 3의 배수이면 전체가 3의 배수라는 것이었다. 또한 이로부터 8번에 제시된 9의 배수를 찾는 방법도 마찬가지임을 곧바로 알게 되었다.

이어서 7번에 제시된 6의 배수를 찾는 문제를 생각하게 하였다. 대부분의 학생들은 직관적으로 '2의 배수와 3의 배수이면 6의 배수이다'라는 식의 추측을 하였다. 그러나 이 생각은 '어떤 수가 서로 다른 두 수의 배수이면 이 두 수를 곱한 수의 배수이다'라는 오류 있는 생각이었다. 그러나 학생들끼리 이 생각에 대한 반례를 제시하지는 못했고, 연구자가 자연수 12를 택하여 '4의 배수이고 6의 배수이지만 24의 배수는 아니다'라는 반례를 제시하였다. 그런 다음 몇몇 학생들은 '어떤 수가 서로 다른 두 수의 배수이면 이 두 수의 최대공약수의 배수이다'라는 추측을 하였다. 그리고 다른 경우, 이를테면 6의 배수이고 8의 배수인 24와 같은 경우에 대하여 자신의 추측을 검사한 결과도 타당하다고 주장하였다. 여기서 연구자가 개입하여, 6과 8의 최대공약수는 2이고, 6은 2×3이고 8은 2×4이므로 두 수를 곱했을 때 2×2×3×4에서 2가 두 번 들어갈 수는 없다는 식으로 설명하였고, 학생들은 이해하는 것으로 보였다.

이 수업을 하는 동안 사회적 구성주의적인 지식 형성 과정에 비추어보아 가장 적절하고 가장 흥미로운 상황은 9번 문제인 11의 배수를 찾는 방법을 논의하는 과정에서 나타났다. 대부분의 학생들은 11의 배수를 찾는 방법을 모르고 있었고, 한 학생이 '짝수 번째와 홀수 번째 자리를 더한 다음 그 차와 관련이 있다'라는 식의 관련 있는 답을 했을 뿐이다.

연구자는 학생들의 논의를 일으키기 위하여 11의 배수의 예를 찾아보게 하였다. 11, 22, 33, ..., 99와 같은 예를 찾았고, 여기서 일부 학생들은 '일의 자리 수와 십의 자리 수가 같은 수가 11의 배수'라는 추측을 제시하였다. 그러나 이내 다른 학생이 '121'이라는 반례를 제시하여 첫 번째 추측은 잘못된 것으로 판정되었다. 그리고 '121'을 반례로 제시한 학생은 '모양이 대칭인 수가 11의 배수'라고 하면서 다른 예로 '1331'을 제시하였다. 이에 대하여 다른 학생이 '132'를 반례로 제시하면서 이 학생의 추측도 잘못되었음을 지적하였다. 계속하여 143, 154, 165 등의 예를 조사하면서 학생들은 '일의 자리 수와 백의 자리 수의 합이 십의 자리 수와 천의 자리 수의 합과 같은 수가 11의 배수'라는 추측을 제시하였고, 여기서 자리 수가 없는 경우에는 빼고 생각하면 된다고 보충하였다. 예를 들어 132에서 천의 자리 수는 없으므로 이 경우는 일의 자리 수와 백의 자리 수의 합이 십의 자리 수와 같다는 것이다.

여기서 학생들은 자리 수를 더 크게 하는 것까지는 생각하지 못하고 있었고, 그래서 연구자는 자리 수를 늘여서 '14245'와 같은 수를 반례로 제시하였다. 그러자 학생들은 '짝수 번째 자리 수의 합과 홀수 번째 자리 수의 합이 같은 수가 11의 배수'라고 추측을 수정하였다. 이에 연구자는 '짝수 번째 자리 수의 합과 홀수

번째 자리 수의 합이 다르면서 11의 배수인 수는 없는가?'라는 질문을 던졌으나, 학생들은 그러한 예를 찾지 못하고 자신들의 추측이 옳은 것으로 생각하고 있었다. 그래서 연구자는 다시 개입하여 '19294'를 조사해보게 하였다. 학생들은 짝수 번째 수와 홀수 번째 수의 합이 각각 7과 18로 다르지만, 11로 나누어떨어짐을 확인하고는 자신들의 추측을 다시 조사해보기 시작하였다. 얼마간의 시간 후에 학생들은 '짝수 번째 자리 수의 합에서 홀수 번째 자리 수의 합을 뺀 수가 0 또는 11인 수가 11의 배수'라는 식으로 추측을 수정하였다. 그러나 이내 다른 학생이 7에서 18을 빼면 11이 아니라는 것을 지적하였고, 학생들은 '짝수 번째 자리 수의 합과 홀수 번째 자리 수의 합의 차가 0 또는 11인 수가 11의 배수'라고 추측을 수정하였다. 여기서부터는 연구자가 개입하여 설명을 진행하였다.

11의 배수를 찾는 방법에 대한 설명을 위하여 먼저 수의 규칙과 관련된 설명을 진행하였다. 먼저 99, 999, 9999, 99999 등과 같이 9로만 이루어진 수 중에서 11의 배수를 찾아보게 하였다. 학생들은 곧바로 99, 9999, 999999 등과 같이 9가 짝수 개인 수는 11의 배수임을 발견하였다. 그래서 연구자는 99는 11의 배수이고 $9999 = 9900 + 99$ 등과 같이 9가 짝수 개인 수는 99의 배수의 합으로 나타나므로 11의 배수임을 설명하였고 학생들은 이해하였다. 다음으로 11, 101, 1001, 10001, 100001 등과 같이 처음과 끝이 1이고 그 사이에 0이 있는 수를 조사해보게 하였다. 학생들은 곧바로 처음과 끝이 1이고, 그 사이에 0이 짝수 개 있는 수는 11의 배수임을 발견하였다. 그래서 연구자는 $1001 = 990 + 11$과 같이, 이러한 수는 '9가 짝수 개인 수에 10을 곱한 수에 11을 더한 수'이므로 11의 배수라고 설명하였고, 학생들은 이해하였다.

그런 다음 학생들에게 19294를 예로 들어 11의 배수가 되는 원리를 설명하였다.

$$\begin{aligned} 19294 &= 1\times 10000+9\times 1000+2\times 100+9\times 10+4 \\ &= 1\times 9999+9\times 1001+2\times 99+9\times 11+(1-9+2+9+4) \end{aligned}$$

이로부터 학생들은 '짝수 번째 자리 수의 합과 홀수 번째 자리 수의 합의 차가 11의 배수인 수가 11의 배수'라는 '객관화된 지식'을 이해하게 되었다. 학생들의 이해를 확인하기 위하여 다른 예를 제시하였을 때 대부분의 학생들은 주어진 수가 11의 배수인지를 정확히 판정하였다.

3. 수업 사례의 해석 : 11의 배수를 찾는 문제

위의 수업 사례에서 사회적 구성주의의 입장에서 해석하고자 하는 부분은 11의 배수를 찾는 방법에 대한 9번 문제에 대한 논의 과정이다. 이를 앞에서 제시한 사회적 구성주의에 따른 수업 방안의 4 단계에 따라서 해석해보면 다음과 같다.

1단계 : 주관적 지식 형성

학생들은 처음에 거의 반응을 보이지 못했지만, 11의 배수의 예를 탐구하면서 '일의 자리 수와 십의 자리 수가 같은 수가 11의 배수'라는 주관적 지식을 형성하였다. 이러한 내용이 공표되면서 자연스럽게 두 번째 단계로 진행하였다.

2단계 : 객관화

주관적 지식 형성 단계에서 제시된 추측에 대하여 이내 반례가 제시되고 추측이 개선되는 과정이 연속적으로 이루어졌다. 학생들의 추측

이 개선되어 가는 과정과 반례를 제시하면 다음과 같다.

추측(주관적 지식) : 일의 자리 수와 십의 자리 수가 같은 수가 11의 배수이다.
반례 : 121
개선된 추측 : 모양이 대칭인 수가 11의 배수
반례 : 132
개선된 추측 : 일의 자리 수와 백의 자리 수의 합이 십의 자리 수와 천의 자리 수의 합과 같은 수가 11의 배수
반례 : 14245 (연구자가 제시)
개선된 추측 : 짝수 번째 자리 수의 합과 홀수 번째 자리 수의 합이 같은 수가 11의 배수
반례 : 19294 (연구자가 제시)
개선된 추측 : 짝수 번째 자리 수의 합에서 홀수 번째 자리 수의 합을 뺀 수가 0 또는 11인 수가 11의 배수
반례 : 19294에서 뺀 값은 0이나 11이 아님 (-11임)
개선된 추측 : 짝수 번째 자리 수의 합과 홀수 번째 자리 수의 합의 차가 0 또는 11인 수가 11의 배수

여기서 더 이상의 논의가 이루어지지 않았고 연구자가 개입하여 설명을 진행하였다. 이 단계에서 이루어진 학생들의 논의는 논리적인 논의라기보다는 주로 사례를 관찰함으로써 규칙을 찾고, 이에 대한 반례를 제시하는 형태로 이루어졌다.

3단계 : 객관적 지식 형성 단계

학생들의 추측과 반례로부터 도달할 수 있었던 가장 객관화된 지식은 2단계의 마지막에 제시된 것이다. 여기서 연구자가 개입하여 19294를 예로 들어 십진 전개식을 통하여 최종적으로 '짝수 번째 자리 수의 합과 홀수 번째 자리 수의 합의 차가 11의 배수인 수가 11의 배수'라는 객관적 지식을 제시하였다.

4단계 : 개인적 재형성 단계

위에서 연구자가 제시한 객관적 지식에 대하여 학생들은 이해하였고, 이는 곧바로 학생들의 재형성으로 연결된 것으로 볼 수 있을 것이다. 사실 학생들에게 지식이 재형성되는 과정을 관찰한다는 것은 매우 어려운 일일 것이라고 생각된다. 따라서 본 연구에서처럼 다른 적용 문제를 통하여 학생들이 이해하였는지를 확인하는 것이 적절한 재형성이 이루어졌는지를 확인할 수 있는 방법 중 하나라고 생각된다.

또한 이러한 11의 배수에 대한 수업은 앞서 이루어진 2의 배수를 찾는 방법, 3의 배수를 찾는 방법 등에 대한 학생들의 활동과 연결되는 구조를 갖고 있으며, 각각이 하나의 사이클을 이루면서 연결되고 있다는 점도 주목할 만하다. 예를 들어, 학생들에게 연구자가 제시한 설명은 2의 배수를 찾으면서 활용한 두 수의 합에 대한 성질, 3의 배수를 찾으면서 활용한 십진 전개식을 분할하는 방법 등과 연결되어 전체적으로 배수를 판정하는 방법에 대한 하나의 체계를 이루고 있다. 이 활동으로부터 더욱 진전한다면 앞서 다소 비형식적으로 다루었던 두 수의 합의 성질, 서로 다른 두 수의 배수일 때 두 수의 최대공약수의 배수가 되는 성질 등 약수와 배수에 대한 일반적인 성질을 다루는 것으로 나아갈 수 있을 것이다.

V. 결 론

본 연구에서는 현재 우리나라에서 급속도로 확산되어 전국적으로 이루어지고 있는 수학 영재 수업을 위한 한 가지 방안으로서, 사회적 구성주의를 적용한 수업의 방안을 제시하고자 하였다. 학생들의 활발한 토론을 통한 추측과 검사 과정을 경험하게 하고 풍부한 구조를 지

닌 내용을 통하여 지속적인 탐구를 가능하게 하는 영재 수업 상황에서는, 본 연구에서 제시하는 사회적 구성주의에 입각한 방법은 한 가지 좋은 수업 방안이 될 수 있을 것이다.

이 방안을 적용함으로써 학생들은 동료간의 또는 교사와의 활발한 의사소통의 과정을 통하여 자신의 지식을 확장하고, 기존에 알고 있던 지식과 연결함으로써 구조화하는 그런 경험을 제공받게 될 수 있을 것이다. 본 연구에서 제시한 수업 사례에서 초등학교 6학년 영재 학생들은 비록 한 가지 대표적인 예를 통하여 살펴보았다는 한계점은 있지만, 통상적으로 알고 있던 2, 4, 5, 8의 배수를 판정하는 방법 외에 3, 9, 11의 배수를 판정하는 방법을 알게 되었다. 또한 11의 배수를 판정하는 방법을 찾아가는 과정에서 있었던 학생들의 활발한 토론을 통하여, 사회적 구성주의에 기초한 모델이 특히 영재 학생들의 토론을 자극하고 이로부터 상당한 정도로 학생들의 사고를 진전시키는 데 효과적일 수 있음을 알게 되었다.

이렇듯 사회적 구성주의 모델을 수학 영재 수업에 적용하기 위해서는 이에 적절한 자료의 개발이 뒷받침되어야 할 것이다. Polya나 이경화(2003)가 제시하고 있는 좋은 영재교육 자료의 조건을 고려하면서, 수학 영재 수업을 위한 자료의 개발에도 많은 노력을 기울여야 할 것으로 생각된다. 그리고 학생들의 토론을 유도하는 사회적 구성주의 모델을 광범위하게 적용해봄으로써, 본 연구에서 제시한 수업 방안을 더욱 세련시키고, 보다 개선된 모델을 찾아나갈 수 있을 것으로 기대된다. 이러한 과정을 통하여 현재 '탐색' 단계에 있는 수학 영재 교육에서 보다 일반화된 이론을 정립시켜 나갈 수 있을 것이다.

참고문헌

강지형 외 6인(1999). **7차 교육과정에 의한 초등수학교육**. 서울 : 동명사.

교육인적자원부(1998). **초등 학교 교육 과정 해설**. 서울 : 교육인적자원부.

구광조 · 라병소(2000). **생각하는 수학산책**. 서울 : 대교출판.

라병소 · 신경자 · 신준식 · 서동엽(2002). 초등학생들의 형식적 추론 능력에 관한 연구. **한국수학교육학회지 시리즈 A 수학교육, 41**(3), 291-318.

박영배(2004). **수학 교수 · 학습의 구성주의적 전개**. 서울 : 경문사.

서동엽(2003). 초등 수학 교재에서 활용되는 추론 분석. **수학교육학연구, 13**(2), 159-178.

우정호(2000). **수학 학습-지도 원리와 방법**. 서울 : 서울대학교출판부.

이경화(2003). 수학 영재교육 자료의 개발과 적용 사례 연구. **수학교육학연구, 13**(2), 365-382.

황혜정 외 5인(2001). **수학교육학신론**. 서울 : 문음사.

Ernest, P. (1991). *The philosophy of mathematics education*. The Falmer Press.

Lakatos, I. (1991). **수학적 발견의 논리**. (우정호, 역). 서울 : 민음사.

Miyazaki, M. (1991). The explanation by 'example' - for establishing the generality of conjectures. In Fulvia Furinghetti (Ed.), *Proceedings of Fifteenth International Conference for the Psychology of Mathematical Education, III*, 9-16.

Renzulli, J. S. (1977). *The enrichment triad model : a guide for developing defensible programs for the gifted and talented.* Wethersfield, CT : Creative Learning Press.

Thom, R. (1971). Modern mathematics : an educational and philosophical error? *The American Scientist,. 59*(6), 695-699.

A Model of Mathematics Classroom for Gifted Students Applying Social Constructivism

Seo, Dong Yeop (Chuncheon National University of Education)

This study aims to present a model of mathematics classroom for gifted students by applying the social constructivism. An important function of good materials is promoting students' conjectures and discussions actively, and the model is appropriate to these kinds of materials. This model includes four stages, i. e. forming the subjective knowledge, objectifying, forming the objective knowledge, individual re-forming. And the four stages form a cycle working continuously on more progressive materials. This study presents an example of the classroom for fifteen students of grade 6 on the properties of multiples. Students performed so active investigations, and structured the contents learned effectively.

* key words : mathematically gifted student(수학영재), social constructivism(사회적 구성주의), conjecture(추측), discussion(토론), model of classroom(수업 모형), multiple(배수)

논문접수 : 2005. 6. 21
심사완료 : 2005. 9. 6

<부록> 배수와 약수에 대한 영재 수업 자료

제 1부. 논리 문제

1. A, B, C 세 명의 학생이 눈을 가린 채 한 줄로 서 있다. A 뒤에 B가, B 뒤에 C가 서 있는데, 선생님께서 흰 색 모자 3개와 빨간 색 모자 2개가 들어 있는 상자에서 세 사람에게 각각 마음대로 한 개의 모자를 쓰게 하였다. 그 다음 눈가리개를 풀고 선생님이 세 사람에게 각각 질문을 했다. (학생들은 자기보다 앞에 있는 학생들의 모자 색깔만 볼 수 있다.)

선생님이 C에게 : 너는 어떤 색의 모자를 쓰고 있지?
C : 모르겠습니다.
선생님이 B에게 : 너는 어떤 색의 모자를 쓰고 있지?
B : 저도 모르겠습니다.
선생님이 A에게 : 너는 어떤 색의 모자를 쓰고 있지?
A : 저는 제가 쓴 모자의 색깔을 압니다.

그러면 A는 어떤 색의 모자를 쓰고 있겠는가? 이 문제의 풀이 과정을 논리적으로 써 보아라.

2. A, B, C 세 사람이 있고, 이 세 사람의 직업은 선생님, 축구 선수, 상인 중 하나씩 있다. 이 중 선생님인 사람은 항상 참말만 하고, 축구 선수인 사람은 항상 거짓말만 하며, 상인인 사람은 참말을 하기도 하고 거짓말을 하기도 한다. 어느 날 세 사람이 다른 사람의 직업에 대하여 다음과 같이 말했다. 세 사람의 직업을 알아보아라.

A : C는 축구 선수가 아니다.
B : A는 선생님이 아니다.
C : B는 선생님이다.

3. 어느 마을에 월, 수, 금요일에는 거짓말을 하고, 다른 날에는 참말을 하는 사람이 살고 있었다. 이 사람이 어느 날 "나는 어제 참말을 했다"라고 말했다. 오늘은 무슨 요일인가?

제 2부. 배수의 판정

1. 어떤 수가 2의 배수인지 빠르게 알 수 있는 방법은 무엇인가? 왜 그런가?

2. 어떤 수가 5의 배수인지 빠르게 알 수 있는 방법은 무엇인가? 왜 그런가?

3. 어떤 수가 4의 배수인지 빠르게 알 수 있는 방법은 무엇인가? 왜 그런가?

4. 어떤 수가 8의 배수인지 빠르게 알 수 있는 방법은 무엇인가? 왜 그런가?

5. 어떤 수가 10의 배수인지 빠르게 알 수 있는 방법은 무엇인가? 왜 그런가?

6. 어떤 수가 3의 배수인지 빠르게 알 수 있는 방법은 무엇인가? 왜 그런가?

7. 어떤 수가 6의 배수인지 빠르게 알 수 있는 방법은 무엇인가? 왜 그런가?

8. 어떤 수가 9의 배수인지 빠르게 알 수 있는 방법은 무엇인가? 왜 그런가?

9. 어떤 수가 11의 배수인지 빠르게 알 수 있는 방법은 무엇인가? 왜 그런가?