

역공학을 이용한 비구면 렌즈의 형상 설계 정보 추출

김한섭*, 박규열#, 전종업**

Reverse Engineering of an Aspheric Lens Curvature

Han Seob Kim*, Kyu Yeol Park#, Jeong Up Jeon**

ABSTRACT

This study presents the method of extracting shape design data on any aspheric lens by reverse engineering. The design formula for aspheric lenses is needed in almost all of the design, manufacture and measuring processes. The difficulty in designing the lens lies in the fact that it uses a complex formula for the aspheric surface, and many of the preliminary design values must be selected before actually inserting them into the formula. If the values could be extracted from an aspheric lens for which the structural design information is unknown and used in designing other lenses of similar characteristics, the difficulties in designing and measuring aspheric lens could be reduced. Therefore, in this study, the concept of reverse engineering was applied to demonstrate the method of extracting shape design information of aspheric lens from an arbitrary aspheric lens.

Key Words : Aspheric Lens (비구면 렌즈), Deformation term (비구면 계수), Vertex curvature(정점의 곡률), Reverse engineering (역공학)

1. 서론

비구면 렌즈(Aspherical lens) 광학계는 초점 집광 성능을 향상시켜 구면수차(Spherical aberration)를 제거하고, 복잡한 렌즈 조합을 필요로 하지 않으며 높은 투과율이 얻어지는 등의 많은 장점을 가지고 있는 반면, 설계 및 제작상에 어려움을 가지고 있다. 이와 같은 이유로 오랜 기간의 경험에 의해서 근사해가 제시되어 있는 구면 렌즈의 사용이 선호되어 왔다¹. 구면 렌즈는 설계가 간단하고 제작이 용이하다는 장점을 가지고 있다. 그러나 기하학적

인 측면에서 동일한 성능을 가지는 비구면 렌즈에 비해 부피가 크고, 수차를 보완하기 위해 여러 개의 렌즈를 조합해야 하며 비구면 렌즈에 비해 성능이 떨어진다는 단점을 가지고 있다. 현재, 대부분의 광학계는 수차의 보정을 포함하여 고기능, 고품질 광학계의 필요성과 소형화의 추세로 인하여 구면 렌즈 광학계에서 비구면 렌즈 광학계로 변화되고 있다^{2, 3}. 최근에는 설계와 제작상의 어려움에도 불구하고 구면 렌즈에 비해 비구면 렌즈가 가지는 기하학적인 장점과 광학적인 장점을 다양한 분야에서 활용하고자 하는 연구가 수행되고 있

접수일: 2005년 3월 3일; 게재승인일: 2005년 8월 9일

* 울산대학교 기계자동차공학부 대학원

** 울산대학교 기계자동차공학부

교신저자: 울산대학교 기계자동차공학부

E-mail kypark@mail.ulsan.ac.kr Tel. (052) 259-2862

다.

비구면 렌즈는 구면 렌즈와 달리 하나의 곡률로 형상이 정의되지 않기 때문에 설계의 어려움을 가지게 된다. 구면 렌즈는 구면이 가지는 단일 곡률로서 렌즈의 형상을 쉽게 표현할 수 있으나 비구면 렌즈는 가장 일반적인 형상을 가지는 축대칭 비구면 렌즈(Axisymmetric lens) 역시 복잡한 고차항으로 구성된 비구면 설계식의 적용이 불가피하다. 그리고 이 수식에 사용된 각각의 계수 값들은 렌즈의 특성에 중대한 영향을 미치게 된다. 또한 상용 프로그램을 이용하여 렌즈를 설계할 때 거치게 되는 최적화 과정 역시 렌즈의 특성에 큰 영향을 주게 된다. 비구면 렌즈의 설계에 있어서는 이러한 최적화 과정과 계수의 선택이 극히 중요한 요소임에도 불구하고 설계자의 경험과 지식에 의하여 임의로 선택되어지고 있다. 따라서 렌즈 설계를 위한 초기 값이 동일하더라도 렌즈의 광학 품질은 설계자의 설계 경험과 능력에 따라서 다르게 나타날 수 밖에 없다는 문제점을 내포하고 있어 비구면 렌즈 설계의 어려움을 더하고 있으며 설계기술 발전에 걸림돌로 작용하고 있다.

비구면 렌즈를 측정 및 제작할 때에는 항상 비구면 설계식이 함께 이용되고 있다. 그러나 설계식을 모르는 임의의 비구면 렌즈의 경우에는 그것이 가지는 정확한 광학적 특성을 측정하기는 쉽지가 않으며 동일한 렌즈를 다시 제작하는 것 역시 쉽지가 않다. 따라서 기존의 제품에 사용되고 있는 비구면 렌즈의 설계식을 모를 경우 렌즈의 성능이나 기능을 보완하기 위한 재설계는 힘들다.

이와 같은 배경을 토대로, 본 연구에서는 비구면 렌즈설계 시에 소요되는 시간의 단축과 설계의 어려움을 감소시키기 위해 역공학의 방법을 적용하여 제작된 임의의 비구면 렌즈로부터 설계 정보를 역으로 추출하는 방법을 제안하였다

2. 비구면 렌즈

2.1 비구면 렌즈식

비구면 렌즈는 구면 렌즈에 비해 광학적 특성이 뛰어나며, 동일한 성능을 가지는 구면렌즈와 비교할 때 전체적인 부피가 감소하여 비구면 렌즈의 사용이 증가하고 있다. 비구면 렌즈는 1개의 렌즈로 구면렌즈에서 발생하는 각각의 수차를 보정하는 것이 가능하기 때문에 구면 렌즈의 단점을 보

완 가능하다는 장점을 가지고 있다. 비구면 렌즈는 1개 이상의 곡률을 가지는 렌즈로서 넓게는 타원렌즈, 쌍곡면 렌즈, 포물면 렌즈 그리고 비대칭 렌즈 등과 같은 렌즈들이 비구면 렌즈의 범주에 포함되어 다양하고 복잡한 형상이 존재한다. 따라서 렌즈를 표현하는 수식 역시 구면 렌즈에 비해 비구면 렌즈는 복잡한 고차항의 급수전개의 형태를 가지고 있다.

구면 렌즈의 형상은 식 (1)과 같이 하나의 반경(r)을 가지는 원의 방정식으로 표현된다⁴.

$$\rho^2 + (z-r)^2 = r^2 \quad (1)$$

이를 변형하면,

$$\begin{aligned} z(\rho) &= r - \sqrt{r^2 - \rho^2} = r(1 - \sqrt{1 - c^2 \rho^2}) \\ &= \frac{c\rho^2}{1 + \sqrt{1 - c^2 \rho^2}} \end{aligned} \quad (2)$$

와 같이 표현할 수 있다. 이 때 $c=1/r$ 이다. 식(2)는 z 값을 ρ 의 함수로 표현한 것으로 구면 렌즈의 형상을 나타내고 있다.

그러나 비구면 렌즈를 표현하는 식은 구면을 나타내는 식(1)과 달리 식(3)과 같이 복잡하게 나타내어진다. 비구면 렌즈의 형상은 다음의 식(3)과 같이 표현된다.

$$z(\rho) = \frac{c\rho^2}{1 + \sqrt{1 - (1+k)c^2 \rho^2}} + A\rho^4 + B\rho^6 + C\rho^8 + D\rho^{10} \dots \quad (3)$$

$$\rho^2 = x^2 + y^2$$

c : 정점의 곡률

A, B, C, D : 비구면 계수(deformation terms)

k : conic constant

k = 0 구면 (sphere), k = -1 포물면 (paraboloid)

-1 < k < 0 긴 타원체면 (prolate ellipsoid)

k < -1 쌍곡면 (hyperboloid)

k > 0 납작한 타원체면 (oblate ellipsoid)

비구면의 형상을 정의하는 식(3)은 구면을 나타내는 식(2)를 포함하고 있으며, 비구면의 형상과

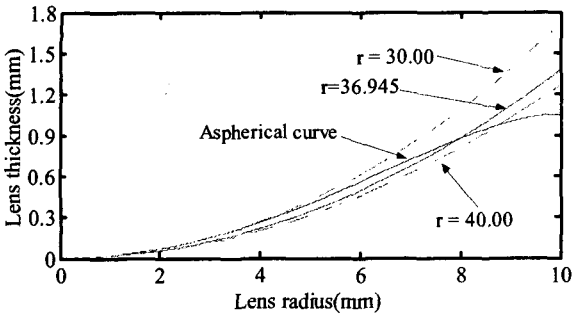


Fig. 1 Aspherical curve and spherical curves

구면 형상의 기하학적인 차이는 식(3)에서 conic constant(k)의 값과 비구면 계수(Deformation term)를 이용하여 급수 형태로 표현하고 있다^{4, 5}. 비구면 식에서 conic constant(k)의 값에 따라 비구면 렌즈는 여러 가지 기본 현상을 가지게 된다. 본 논문에서는 기본 현상이 구면 즉, $k=0$ 일 때의 비구면을 대상으로 하였다.

식(3)에서의 비구면 계수는 비구면의 기하학적인 형상에 영향을 미치기 때문에 비구면 계수의 값에 따라 형상이 바뀌게 되고 이는 직접적으로 렌즈의 광학적 특성과 결부된다. 그럼에도 불구하고 이러한 비구면 계수는 설계자와 상용 프로그램에 의해 임의로 결정되고 바뀌게 되는 경향을 보이고 있다. 설계 초기에 설계자가 어떠한 비구면 계수 값을 선택하느냐에 따라 설계의 시간과 렌즈의 성능은 크게 달라진다. 비구면 렌즈의 설계가 구면렌즈에 비해 어려움을 가지게 되는 하나의 요인으로 작용하고 있다.

그러므로 비구면 렌즈를 설계할 때 비구면 계수가 설계자에 관계 없이 일정하게 선택되어질 수 있다면 비구면 렌즈의 설계 시간은 많이 단축될 것이며 어려움 역시 감소하리라 생각된다.

3. 비구면 렌즈의 형상 설계 데이터

임의의 비구면 렌즈로부터 비구면 렌즈의 형상 설계 데이터를 찾기 위해서는 먼저 비구면 렌즈 표면의 형상데이터를 측정한다. 이 데이터를 이용하여 식(3)을 구성하고 있는 정점의 곡률과 비구면 계수를 도출하게 된다.

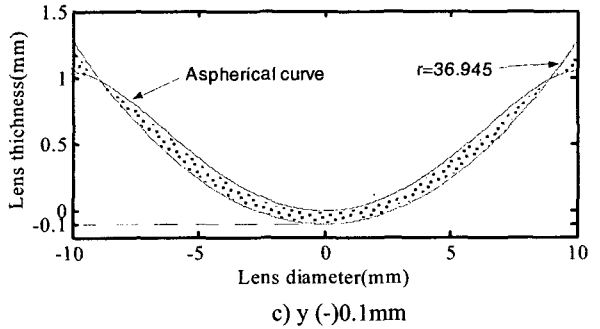
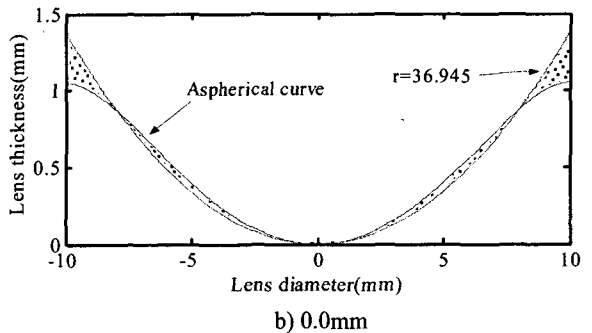
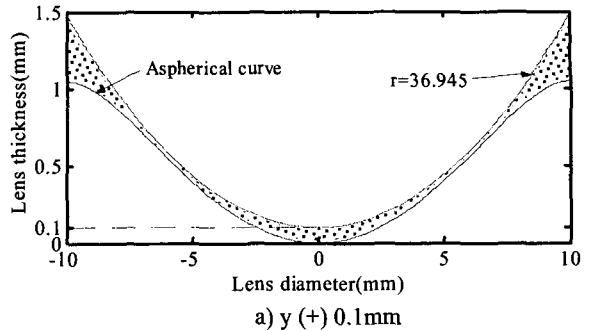


Fig. 2 Area between aspherical curve and spherical

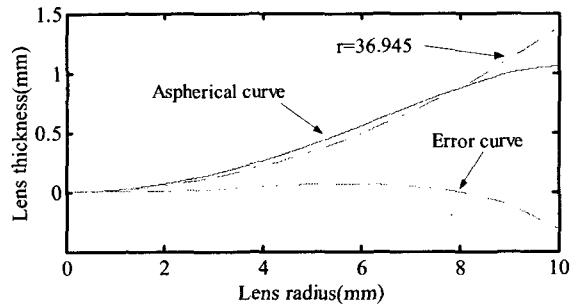


Fig. 3 Aspherical curve, spherical curve ($r=36.945$) and error curve

$$V_{new} = \begin{bmatrix} (a_{11})^n (a_{12})^{n-2} \dots (a_{1(n-5)})^6 (a_{1(n-3)})^4 \\ (a_{21})^n (a_{22})^{n-2} \dots (a_{2(n-5)})^6 (a_{2(n-3)})^4 \\ \vdots \\ (a_{m1})^n (a_{m2})^{n-2} \dots (a_{m(n-5)})^6 (a_{m(n-3)})^4 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$Y = -0.0003812902 2492x^4 - 0.0000179283 7173x^6 + 0.0000003376 9214 x^8 - 0.0000000029 9278x^{10} + 0.0000000000 0996x^{12} \quad (9)$$

것은 원하는 결과 값을 얻기에는 적절하지 못한 방법으로 판단된다.

그러므로 커브피팅의 계산과정에서 상수 항과 홀수 항이 제거되어 짝수항만의 결과값이 구해지도록 커브피팅의 연산과정에 변형이 가해져야 한다.

본 연구에서는 커브피팅을 하기 위해 사용되어지는 Householder 방법의 연산 과정을 수정하여 상수 항과 홀수 항을 제외하고 비구면 식에서 필요로 하는 짝수 항만으로 구성된 다항식으로 커브피팅을 수행하였다. 원하는 결과 값을 도출하기 위하여 V 행렬에서 상수와 홀수차수의 결과를 만들어내는 $1, \alpha^1, \alpha^2, \alpha^3, \dots, \alpha^{n-1}$ 열을 제거하여 식(8)과 같은 새로운 행렬 V_{new} 을 구한다. 행렬 V_{new} 을 가지고 커브피팅을 실행하여 구한 다항식은 식(9)와 같다.

식(9)는 Fig. 4 에서 보는 바와 같이 오차곡선과 거의 일치하는 곡선을 나타내고 있다. 식(9)에서 각 차수의 계수는 비구면 식의 계수로 사용되어진다.

3.3 비구면 형상설계 정보의 평가

임의의 비구면 형상으로부터 3.1절에서 구한 정점의 곡률과 3.2절에서 구한 다항식의 계수를 이용하면 식(10)과 같은 비구면 식을 완성할 수 있게 된다. 본 논문에서는 12차까지의 비구면 계수를 구

$$z(r) = \frac{0.0561167 r^2}{1 + \sqrt{1 - 0.0561167^2 r^2}} - 0.0003812902 249r^4 - 0.0000179283 717r^6 + 0.0000003376 921 r^8 - 0.0000000029 928r^{10} + 0.0000000000 100r^{12} \quad (10)$$

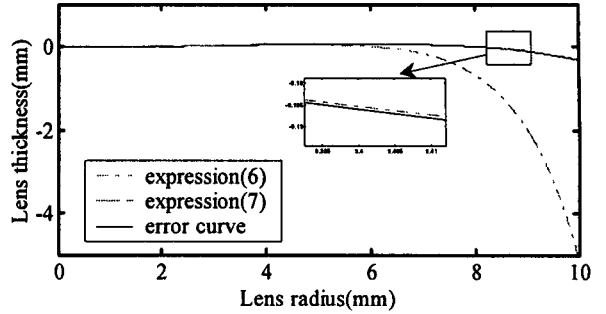


Fig. 4 Error curves

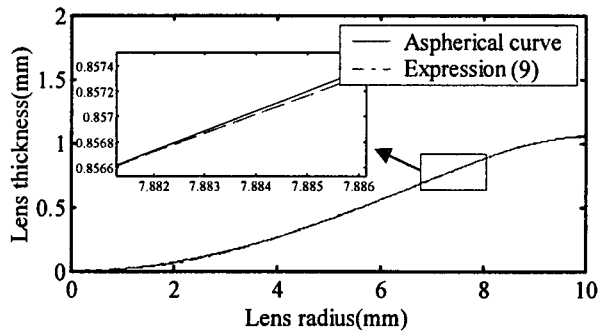


Fig. 5 Original aspherical curve and new aspherical curve

하였다.

Fig. 5는 임의의 비구면 형상과 식 (10)을 이용하여 만든 비구면의 형상을 나타내고 있다. Fig. 1에서 임의의 비구면과 구면($r = 36.945$)은 Fig. 3과 같은 형상 오차를 가지고 있으나 3.2 절의 커브피팅을 통해 구한 각각의 비구면 계수를 추가한 식 (10)을 이용하여 구한 Fig. 5에서는 형상오차가 현저히 줄어 있다.

상기 예제에서 초기 비구면과 새롭게 구성한 비구면 식을 통해 만든 비구면과의 형상오차는 렌즈의 광축 부근 즉, 근축 영역에서는 거의 없는 것으로 나타나고 있으며 렌즈의 외곽에서는 약 $0.7\mu\text{m}$ 정도의 형상오차를 가지고 있는 것으로 나타났다. 그러나 좀 더 정확한 구면 형상을 구하고 비구면 계수의 차수를 증가시켜 계산할 경우 그에 따른 형상오차는 줄어들어 초기의 비구면 형상과 더욱 일치하게 된다. 따라서 비구면 렌즈의 형상 데이터에서 정점의 곡률을 구하고 보다 높은 차수를 적용하여 형상 오차 곡선을 커브피팅 할 경우 임의의 비구면에서 보다 정확한 설계 정보를 유도해 낼 수 있다.

이와 같은 결과는 비구면 렌즈의 형상 데이터

로부터 렌즈 설계에 적용된 비구면 계수의 산출이 가능하며, 이를 이용하면 임의의 형상을 가지는 비구면 렌즈에 대한 형상설계정보를 추적하는 것이 가능하다는 사실을 시사하는 것으로 판단할 수 있다.

4. 결론

비구면 설계식은 비구면 계수와 정점의 곡률등과 같은 비구면 렌즈의 형상 정보를 가지고 있다. 비구면 렌즈는 설계, 제작, 측정의 모든 단계에서 비구면 렌즈 설계식을 이용하고 있다. 형상 설계 정보를 이용하여 수차 등을 포함한 렌즈의 여러 가지 광학적 성질 또는 특성 등을 측정할 수 있으며 가공을 위한 데이터도 만들게 된다. 그러므로 이러한 기본 형상 설계 정보를 모르는 비구면 렌즈의 특성을 정확히 측정하기는 상당히 어렵다. 게다가 성능 및 품질개선을 위한 재설계 역시 어려움을 가진다. 본 연구에서는 역공학적인 방법을 적용하여 임의의 비구면 렌즈에서 비구면 렌즈의 형상 설계 정보를 추적하는 방법을 제시하였다. 이 방법을 이용하면 임의의 비구면 렌즈로부터 렌즈의 설계 시에 사용되는 기본 곡률(정점의 곡률)과 비구면 계수의 추적이 가능하다. 따라서 본 논문에서 제시한 방법을 이용할 경우 설계 정보를 모르는 임의의 비구면 렌즈도 측정 및 분석이 가능하게 된다. 또한 임의 렌즈의 성능이나 기능을 보완하기 위한 수정이나 재설계에도 상당한 도움을 줄 수 있으리라 사료된다. 이러한 결과는 비구면 렌즈의 설계시에 가졌던 어려움을 완화하면서 기존의 렌즈의 광학적 특성을 쉽게 분석 및 파악할 수 있도록 하여 새로운 렌즈 개발을 촉진 시키는 효과를 가져오리라 생각된다.

후 기

본 연구는 2003 년도 울산대학교 학술연구비 지원 사업으로 수행되었습니다.

참고문헌

1. Lee, J. S., Saeki, M., Kuriyagawa, T., Syoji, K., "A Study on the Mirror Grinding for Mold of a Small Aspherical Lens," J. of KSPE, Vol. 18, No. 12, pp. 82 - 87, 2001.
2. Suzuki, H., Hara, S., Matsunaga, H., "Study on Aspherical Surface Polishing Using a Small Rotating Tool," Journal of the Japan society for precision engineering, Vol. 59, No. 10, pp. 1713 - 1718, 1993.
3. Itoh, S., "Study on Measurement of Axi Symmetrical Form Generated by Ultra-Precision Machining(3rd Report)," Journal of the Japan society for precision engineering, Vol. 61, No. 3, pp. 391 - 395, 1995.
4. Bass, M., "Handbook of Optics (I)," 2nd edit., McGraw-Hill, pp. 1.36 - 1.39, 1994.
5. Driscoll, W. G., Vaughan, W., "Handbook of Optics," McGraw-Hill, pp. 2.11 - 2.13, 1978.
6. Faires, J. Douglas, Richard, L. Burden, "Numerical Methods," PWS Publishing Co., pp. 329 - 339, 1993.