

# 연속체 민감도법을 이용한 전기기기 및 소자의 자동화 및 통합화된 최적설계기술의 개요 및 향후 전망

□ 김동훈 / 경북대학교 전자전기컴퓨터공학부

## 서 론

최근 우리 사회는 지식정보사회로의 급격한 변화 과정에 있고 이에 대한 사회적, 기술적 수요가 급팽창하고 있는 중이다. 이러한 IT분야 부흥에 부합하여 전기기기분야의 설계기법도 설계자에 의존하는 시행착오법(Trial and Error)이나 등가회로법, 장하분배법 등의 고전적이고 비효율적인 구시대의 모습에서 탈피하여 현재까지 축적된 과학기술지식의 성과를 조합하여 체계적이고 생산적인 방향을 추구해야 할 것이다.

근래 국내·외 전기기기 관련 산업은 핵심설계기술의 확보를 통한 고부가가치화 및 국제경쟁력 제고를 위하여 고정밀, 고효율, 소형화, 고속화, 고신뢰 기기를 개발하려 고심하고 있다. 대표적인 예로서 SRM(Synchronous Reluctance Motor), 초고속 영구자석 전동기, 소형정밀전동기, 초고압 대 전력기기 나아가 초전도 응용기기, 자기축수 및 MEMS 소자 등을 들 수 있다. 위의 초정밀 소형기로부터 초대형 기기까지 모든 전기기기들은 근본적으로 전자기적 현상을 응용하여 개발된 전자장 응용기기라 할 수 있다.

1990년대 초부터 선진외국은 이러한 전자장 응용기기 산업분야에서 제품의 핵심기술 확보를 위하여 제품개발 시 정밀전자장 해석도구를 적극 활용하여 기기의 고성능화, 개발시간 단축 및 고부가가치화를 도모하고 있다. 반면 국내의 관련 산업은 아직까지도 설계자의

경험에 의존한 시행착오법 및 등가회로법 등과 같은 고전적인 전기기기 설계기법에서 크게 벗어나지 못하고 있는 실정이다. 또한 근래 국내 기업들은 동남아 지역에 제조공장의 이전을 통하여 제품의 국제 가격경쟁력을 유지하려는 노력을 기울이고 있으나 이는 한시적인 효과를 거둘 뿐이다. 제품의 고급화 및 차별화를 위한 핵심설계기술을 개발하지 못한 상태에서는 머지않아 값싼 인건비를 활용하는 중국, 말레이시아 등의 후발 동남아 국가들에 의해 국내 전기기기 관련 산업의 기반마저 위협받게 될 것이다.

기존 기기의 성능향상 및 새로운 기기의 개발에 있어서 정밀전자장 수치해석을 이용한 기기의 특성해석 S/W는 이제는 제품개발의 핵심요소가 되었다. 그 중에서 유한요소해석(Finite Element Analysis: 이하 FEA) 및 경계요소해석(Boundary Element Analysis: 이하 BEA) 도구는 이미 선진외국에서 1980년대 중반부터 상용화 되어 그 사용이 일반화되었고 국내에서도 일부 산업체 및 대학 연구소를 중심으로 최근 많이 보급되고 있는 추세이다. 그러나 이러한 해석도구는 기존 기기의 성능평가의 도구로 주로 사용되기 때문에 실질적으로 산업체의 새로운 기기 개발에 직접적인 도움이 되지 못하고 있다. 또한 현재 사용되고 있는 정밀전자장 해석도구는 기기의 전자기적 현상에 수반되어 나타나는 구조변형, 기계진동, 소음 및 열 등의 결합현상에 대한 해석을 아직까지 완벽하게 지원하지 못하고 있

다. 따라서 현재 국내?의 전자장 응용기기 산업체에서는 제품의 개발시간 단축, 생산비 저감, 신뢰성 제고를 위해 컴퓨터 시뮬레이션을 기반으로 한 자동화 및 통합화 된 최적설계기능을 갖춘 설계시스템의 개발을 절실히 필요로 하고 있다.

본 고에서는 전자장 응용기기의 자동화 및 통합화 된 최적설계 시스템 개발의 필요성, 적용분야, 국내·외 연구동향 및 시스템의 기본적인 기능 및 구조를 소개한다. 또한 이를 실현하기 위한 유력한 방안으로써 연속체민감도법과 상용 전자장 해석도구 사이의 결합 방안을 제시하고 사례연구를 통하여 그 효용성을 살펴보기로 한다.

### 자동화 및 통합화 된 최적설계 시스템

#### 필요성

날로 제품의 국제경쟁이 심화되는 상황에서 과학기술의 역할은 점점 산업의 경쟁력을 제고하는 방향으로 가고 있다. 이런 당면과제 하에 컴퓨터 시뮬레이션을 기반으로 한 자동화 및 통합화 된 최적설계 시스템의 개발은 다양한 전기기기 관련 산업체로 하여금 생산비용 절감 및 고성능 기기의 개발을 가능케 함으로써 산업 경쟁력확보의 유일한 수단으로 대두되고 있다. 특히 산업체의 제품개발에 직접적으로 도움이 될 수 있는 자동화 및 통합화 된 최적설계기술은 설계자 및 제작공정에서 요구되는 설계기준에 따라 주요한 설계변

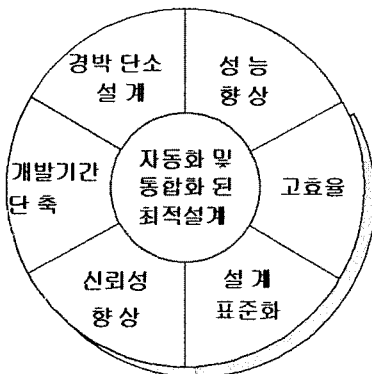


그림 1 최적설계 시스템의 장점

수를 자동으로 변화시킴으로써 그림 1에서와 같은 많은 장점들을 갖는다. 제품의 성능 향상, 개발시간 단축, 경박단소 설계, 안정된 특성을 위한 신뢰성 향상, 체계적인 디자인 과정의 확립 및 이에 따른 설계표준화, 환경문제와 관련되어 요구되는 고효율 기기 및 소자 설계 등을 들 수 있다.

#### 적용분야

자동화 및 통합화 된 최적설계기술은 전자장 현상을 이용되는 모든 전기기기 및 소자에 일반적으로 적용되는 핵심기반기술로서 이에 관련 산업은 중전기, 전자제품, 전력에너지, 항공, 자동차, 의료, 국방, 계측기 등에 이르기까지 그 적용범위가 상당히 광범위하다. 최적설계의 대표적인 적용 대상이 되는 기기 및 소자들을 정리하면 다음 표와 같다.

#### 연구동향

##### ○ 국내연구

근래 국내 대학 연구실을 중심으로 자체 개발한 몇

표 1 최적설계 시스템의 적용분야

분 야	적 용 기 기
초고압 대전력기기	GIS, 변압기, 초전도기기, 송전선, 집진기, bushing, fuse, insulator, 애자
전기기기	BLDC, SRM, 유도기, 동기, 직류기, 영구 자석 전동기, 소형전동기, LIM, LSM, VCR drum and capstan motor, piezoelectric motor, inductor, braking system, solenoid, magnetic bearing, levitator
전자소자	HDD thin film head, HDD, VCM, CRT, speaker, semiconductor packaging, piezoelectric devices, magnetostrictive devices
MEMS	micro-motor, valve, robot, actuator, sensor, positioner, endoscope
전자파응용	EMI/EMC, microwave oven, wave guide, antenna, 건조기, 소독기, shielding
기 타	입자가속기 magnet, MRI magnet, 의용전기 기기, induction heating, induction melting, 정전도장, welding, dielectric heating, NDT, magnetic fluid, TMS

몇 전자장 해석도구가 있으나 산업체에서 이에 대한 사용이 전무한 실정이다. 이는 30여년 전부터 개발을 시작한 선진외국의 전자장 해석도구에 비해 GUI(Graphic User Interface) 기능, 3차원 문제 해석능력 및 범용성 등의 열악한 수준에서 기인한다. 한편 국내의 전자장 응용기기의 최적설계에 관한 연구는 10여년 전부터 시작하여 여러 관련 국제 학술지에 그 연구 결과가 발표되고 있다. 그러나 대부분의 연구결과가 단순한 2차원 모델을 다루고 있거나 실험실 수준의 해석도구의 소스코드 변경작업을 통해 최적설계 프로그램을 작성하고 있어 범용성 및 실용성에 많은 문제점을 안고 있다.

### ○ 국외연구

전기기기 및 소자 분야에서 본격적인 최적설계 프로그램 개발은 절실히 요구되고 있지만 아직 상용화 수준의 기술을 확보하지 못하고 있다. 하지만 선진 외국에서는 국제적 공동 프로젝트, 학계의 연구 및 S/W업체 등이 이에 대한 개발을 위하여 지속적인 투자를 하고 있다. 예를 들면 유럽연합(EU)에서 지원하는 IT분야의 대규모 연구 프로그램인 ESPRIT(European Strategic Program for Research in Information Technologies)는 전자장 응용기기의 최적설계기술 개발을 위하여 지난 10년 동안 다음과 같은 대규모 프로젝트를 지속적으로 진행해 오고 있다.

- IDAM: Integrated Design and Analysis Environment for Advanced Magnetic devices, 1990-1992
- MIDAS: Magnetic Integrated Design and Analysis Systems, 1992-1994
- PARTEL: Portable parallelization of commercial 3D electromagnetic finite element programs, 1994-1995
- EPOCH: Electromagnetic Product Optimization using Computers with High Performance, 1997-1999
- CHAMAD: Complex Hexahedron and Adaptive Meshing of Arbitrary Domains, 2000-

### 최적설계 시스템의 구성요소 및 기능

전자장 응용기기의 실제 설계 작업에 적용 가능한 최적설계 시스템은 그림 2에 도시한 바와 같이 각각 독립된 6개의 작업 모듈, 즉 개념설계, 전처리기(Pre-Processor), 해석도구 A, 해석도구 B, 후처리기(Post-Processor) 및 제작 및 검증 모듈에 이르는 설계 전반에 거친 모든 작업들을 자동화 및 통합화 할 수 있는 구조를 갖추어야 한다. 이를 위하여 설계에 관련된 모든 작업들은 설계데이터 교환기(Design Data Interface), 최적화모듈(Optimizer) 및 GUI를 탑재한 고성능컴퓨터에 의하여 각 설계 모듈간의 동작이 유기적으로 제어됨으로써 자동화·통합화 된 기기 및 소자의 설계가 가능하게 된다.

우선 그림 2의 설계 시스템의 개념도에서 표시된 각 모듈별 역할에 대해 간략히 살펴보기로 한다. 개념설계 단계에서는 고전적인 등가회로법 및 최신의 위상최적설계기법(Topology Optimization)등을 사용하여 기기의 초기 layout이나 Configuration 등을 탐색한다. 설계대상의 초기형상이 결정되면 전처리기에서는 IDEAS, Pro-Engineer, FEMAP 등의 상용 CAD(Computer Added Design) 도구들을 이용하여 설계모델의 초기 형상데이터(Solid Geometry Data)를 구축한다. 생성된 형상데이터는 Data 교환기에 의하여 사용될 정밀 전자장 해석도구에 적합한 형식으로 변환되어 해석도구 A로 전송된다. 해석도구 A는 OPERA, FLUX, MAXWELL, MAGNET, INTEGRATED 등의 상용 전자

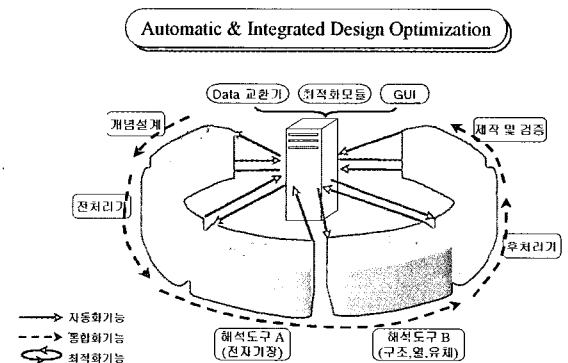


그림 2 자동화·통합화 된 최적설계 시스템의 개념도

장 해석도구 및 필요시 자체 개발한 전자장해석도구들로 구성된다. 그리고 해석도구 B는 해석도구 A의 결과로 주어지는 전자기적 현상, 즉 전자기력 및 저항손실 등에 의해 부수적으로 수반되는 구조변형, 기계진동, 소음, 열, 유체유동 등의 결합현상들을 해석하기 위한 모듈로서 여기에는 ANSYS, ABAQUS, FLUENT, MSC/NASTRAN 등의 기계분야 해석도구들이 사용된다. 해석도구 A와 해석도구 B는 단지 주어진 형상데이터에 대한 전기적·기계적인 거동을 고찰하는 모듈이고 실제 주어진 설계대상의 최적설계는 최적화모듈을 탑재한 컴퓨터 내에서 Stochastic/Deterministic Algorithm 등에 의해 구현된 다양한 최적화 기법에 의해 주어진 설계공간을 탐색하여 향상된 설계데이터를 다시 해석도구 A 및 B로 전송하게 된다. 이때 설계대상에 대한 설계자의 요구를 만족시킬 정도의 결과를 얻을 때까지 해석도구 A, 해석도구 B 및 최적화모듈에 관련한 일련의 설계 작업들이 계속해서 반복 수행되게 된다. 설계대상의 최적의 설계치를 얻게 되면 다음 단계로는 최종 설계된 기기의 형상 및 전기·기계적인 특성들을 검증하는 후처리기 작업이 진행된다. 마지막으로 제품의 제작에 필요한 도면을 작성하여 제작 및 검증 단계를 거쳐서 고성능, 고효율 기기 및 소자가 탄생하게 된다.

위와 같은 구조를 갖춘 자동화·통합화 된 최적설계 시스템은 전기기기 및 소자의 설계 시 다음과 같은 편리한 기능들을 제공할 수 있게 된다.

- 실용성: 기본적으로 전기기기 및 소자의 특성해석을 위하여 상용 전자장 해석도구를 사용함으로써 전계, 자계, 전자와 등에 관련된 다양한 실제 3차원 설계문제들을 다룰 수 있다.
- 강력한 최적설계 엔진: 목적함수에 대한 설계변수의 변화량을 해석적인 식에 의해 주어지는 연속체 민감도법(Continuum Design Sensitivity Analysis: 이하 CDSA)을 최적설계 주 엔진으로 구현하여 상용 전자장 해석도구와의 결합시킴으로써 기존의 확률론적 최적화기법 및 근사최적화기법에 비해 설계시간 및 정확도를 크게 향상시킨다.
- 자동화 기능: 컴퓨터 시뮬레이션을 통한 기기의 설

계과정, 즉 개념설계, 전처리과정, 특성해석, 후처리과정 및 제작 및 검증 단계에 이르는 일련의 설계 과정을 자동화함으로써 설계단계에서 소요되는 기간 및 비용을 크게 단축할 수 있다.

- 통합성: 전자장과 관련된 기기의 최적설계문제 뿐 아니라 전자기적 현상에 수반하여 나타나는 기기 및 소자에서의 열, 구조변형, 진동 문제 등을 고려한 최적설계를 수행할 수 있도록 통합 설계환경 및 기능을 갖추어 실체 산업체 및 연구소의 제품 개발에 큰 도움을 줄 수 있다.

## 연속체민감도법과 상용 전자장 해석도구 간의 결합방안

### 설계최적화 프로그램 구성도

그림 2에서 제시한 전자장 응용기기를 위한 자동화·통합화 된 최적설계 시스템의 구현을 위한 가장 핵심적인 기술은 강력하고 효율적인 최적화모듈을 개발하는 데 있다. 이런 목적에 부합하는 최적화기법으로는 결정론적 방법론 중의 하나인 CDSA를 들 수 있다. CDAS는 설계변수에 대한 목적함수의 변화율인 설계도함수를 해석적인 식을 이용하여 계산하는 방법으로 최적해(Optimum solution)에 수렴하는 속도가 빠른 특징을 갖는다. 또한 CDSA는 직접 이산화 된 시스템에 설계변수에 대한 미분을 취하여 설계도함수를 얻는 기존의 Discrete Design Sensitivity Analysis(DDSA)에 비해 사용되는 해석도구의 source code의 변경이나 접근을 필요로 하지 않기 때문에 상용 전자장 해석도구와의 결합이 용이하다.

그림 3에서는 CDSA와 상용 전자장 해석도구와의 연계를 위한 프로그램 구성요소 및 flow chart를 예시하였다. 기기 및 소자의 형상최적설계를 위해 필요한 모든 설계 및 특성에 관련된 데이터들은 상용 전자장 해석도구(여기서는 MagNet)와 연동이 되는 MS Excel spreadsheet 상에 저장되고 설계에 필요한 데이터들이 읽기/쓰기 기능을 통하여 지속적으로 전자장 해석도구와 통신을 하는 구조를 갖게 된다. 한편 Excel에서 제공하는 매크로 기능 중 하나인 Visual Basic(VB) editor

를 이용하여 구현되는 최적화 프로그램은 해석도구에서 제공하는 명령어 및 최적화 알고리즘을 탑재하고 있으며, 그림 3의 오른쪽에 제시된 바와 같이 전체 설계과정을 제어하는 역할을 하게 된다. 마지막으로 반복적인 설계과정 상의 설계대상의 모든 형상 및 특성에 관련된 변화에 대한 정보는 Excel spreadsheet 상에 저장되고 그래픽 기능을 이용하여 가시화 되어 설계자가 설계 전 과정에 대한 작업내용을 쉽게 파악할 수 있게 된다.

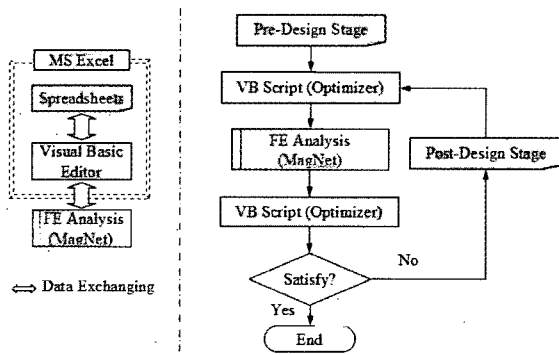
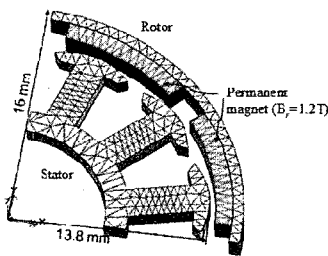
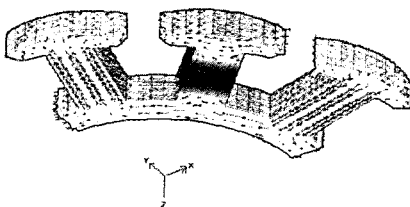


그림 3 설계최적화 프로그램 구성도



(a) 설계모델 사양



(b) 자속밀도 분포도

그림 4 BLDC 전동기의 코깅토크 최소화 문제

### BLDC 예제를 통한 자동화 최적설계 모형

위에서 거론한 CDSA와 상용 전자장 해석도구를 활용한 자동화 된 형상최적설계 프로그램의 작성을 위해 필요한 세부 작업들을 그림 4의 BLDC 전동기의 코깅토크(cogging torque) 최소화 문제를 예로 들어 살펴보기로 한다.

#### ○ 설계전처리 단계(Pre-Design Stage)

##### - 유한요소 모델링

먼저 상용 전자장 해석도구를 사용하여 설계대상에 대한 초기 형상, 재질 특성 및 경계조건 등의 유한요소 해석에 필요한 모델을 작성한다. 형상최적설계 기능을 추가적으로 수행하기 위하여 작성된 유한요소 모델에 해석도구에서 제공하는 user-defined parameter 기능을 사용하여 전동기의 pole 형상을 결정하는 절점들에 설계변수를 부여한다. 이는 최적설계 과정 중에 계산된 민감도 정보들을 각 절점들에 할당하여 설계변수의 연속적인 변화가 유한요소 해석에 자동적으로 반영되도록 하기 위함이다.

##### - 설계문제 정의

주어진 설계공간 안에서 최적의 해를 효과적으로 탐색하기 위해서는 고려된 설계문제, 특히 목적함수가 수학적으로 잘 정의 되어야 한다. 전동기의 코깅토크 최소화는 회전자의 위치에 따라 저장되는 자기 코에너지(magnetic co-energy)의 변화를 최소화함으로써 쉽게 수행될 수 있기 때문에, 이 경우 목적함수는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$F = \sum_{i=1}^{nr} (W_i - W_o)^2 \quad (1)$$

여기서  $nr$ 은 계산에 고려된 회전자의 위치 수,  $W_i$ 는  $i$  번째 회전자 위치에서 저장된 코에너지,  $W_o$ 는 선택된 상수 값을 의미한다.

최적화 설계과정을 수행하기 위해서는 설계자는 설계대상에 대한 모든 정보 즉 설계변수 개수, 구속조건, 각 설계변수의 초기좌표 등에 대한 데이터베이스를 구축하여야 한다. 이러한 데이터베이스는 Excel spreadsheet 상에 저장되고 필요시 주 프로그램에 의해 호출되어 참조된다. 이렇게 설계 데이터베이스를 구축하는 것은 주어진 설계자가 문제를 쉽게 파악할

수 있고 향후 데이터베이스의 추가 및 변경 작업을 용이하게 하는데 목적이 있다. 그림 5는 spreadsheet 상에 구현된 BLDC 전동기의 코깅토크 최소화 문제를 위한 데이터베이스의 예를 보여주고 있다.

○ VB Script File

그림 3에서 제시한 최적화 프로그램 순서도는 VB editor, 해석도구에서 사용가능한 명령어 등을 사용하여 VB Script File 형태로 프로그램화 되어야 한다. 주 최적화 프로그램인 VB Script File은 Excel spreadsheet 상의 데이터베이스와 해석도구 간에 지속적인 상호 통신을 매개하고 최적화 과정 중 필요한 정보를

spreadsheet 상에서 읽고 쓰는 역할을 하게 된다.

최적화 프로그램은 설계변수 p에 대한 목적함수의 일계미분정보(first derivative information)을 CDSA에 기초하여 도출된 식 (2)와 해석도구의 후처리(Post-Processing) 데이터를 사용하여 간단하게 계산할 수 있다.

$$\frac{dF}{dp} = 2 \sum_{nr} (W_i - W_o) \cdot \int_1 [(v_1 + v_1)B_1 \cdot B_2] v_n dl \quad (2)$$

여기서  $v_n$ 는 자기저항, B는 자속밀도, V는 설계변수 벡터를 나타낸다. 그림 6은 VB editor로 구현된 최적화 프로그램의 예를 보여주고 있다.

○ 설계후처리 단계(Post-Design Stage)

반복 설계과정 중에 발생하는 결과들은 고려된 설계 문제가 만족스럽게 진행되고 있는지를 설계자가 한 눈에 판단할 수 있도록 저장되고 가시화 되어야 한다. 이러한 기능들은 Excel spreadsheet와 Chart Wizard 함수를 활용하여 쉽게 구현될 수 있다. 목적함수의 수렴도, 고정자 pole 형상의 변화, 절점에서의 민감도 값 및 코깅토크 파형 등 설계과정의 주요한 특성들이 그림 7에서와 같이 초기 설계치와 비교해서 매 반복설계 시 자동적으로 표시되게 된다.

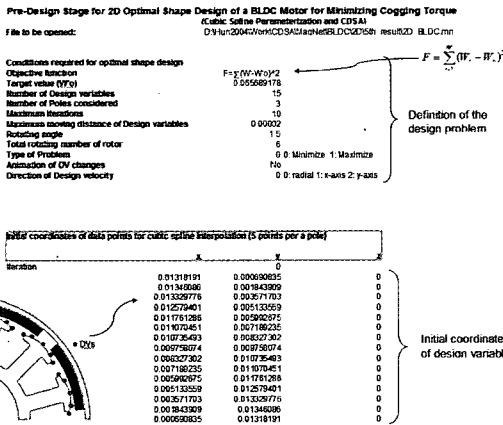


그림 5 설계전처리 단계를 위한 spreadsheet의 활용 예

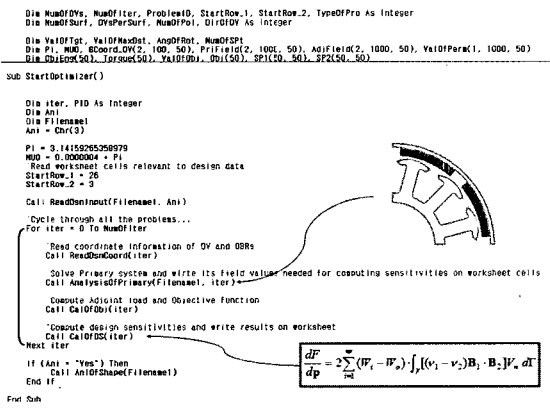


그림 6 VB editor로 구현된 최적화 프로그램의 예

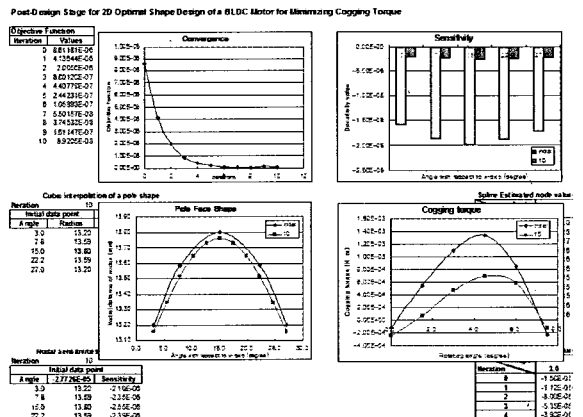


그림 7 설계후처리 단계를 위한 spreadsheet의 활용 예

석, 12개의 돌극형 고정자 pole을 갖는 BLDC 전동기의 코깅토크 최소화 문제에 적용되었다. 설계변수는 그림 8에서와 같이 각각 2차원 및 3차원 모델에 대하여 pole 형상을 결정짓는 각 절점들로 구성되었고 cubic spline

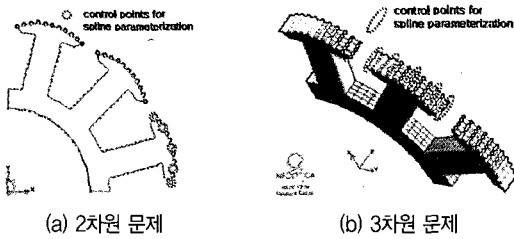


그림 8 설계변수 정의

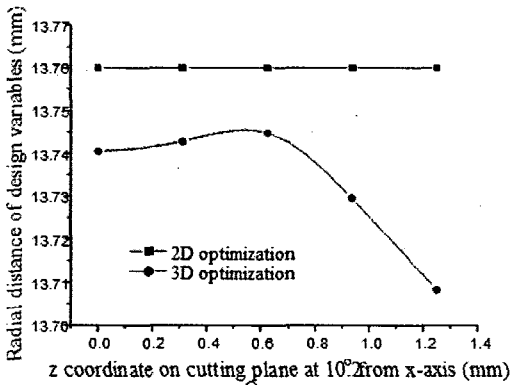


그림 9 2차원 및 3차원 문제에서 최적 pole 형상 비교

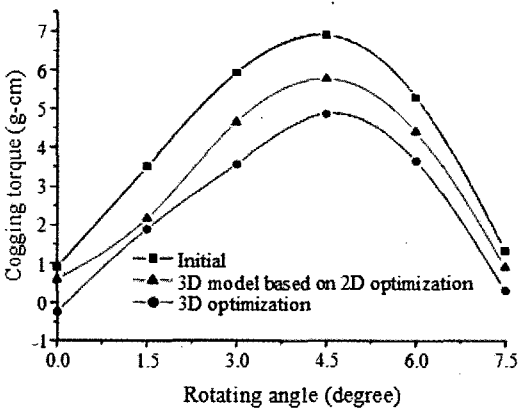


그림 10 최적설계 결과 코깅토크 파형 비교

curve를 사용하여 실제 고정자 pole의 제작성을 고려하였다. 그림 9는 각각 10번째 반복설계 후 얻어진 2차원 및 3차원 pole 형상의 절점들의 위치를 축 방향으로 비교하였다. 그림 10에서 알 수 있듯이 2차원 최적화된 고정자의 pole 형상은 초기치의 16% 정도의 코깅토크 감소 효과가 발생한 반면 3차원 최적형상은 30% 정도의 감소효과가 나타남을 확인할 수 있다.

## 향후 전망

날로 국제 경쟁력이 심화되는 시점에서 컴퓨터시뮬레이션기술을 바탕으로 한 전자장 응용기기의 자동화 및 통합화 된 최적설계 시스템의 개발은 설계기간의 단축 및 비용절감 효과를 창출하여 국내 산업체로 하여금 적은 비용으로도 고성능기기 개발을 가능케 한다. 또한 자동화 및 통합화 된 최적설계기술은 정보기술의 개발이 국가경쟁력의 근간이 될 21세기에 이론과 실험에 버금가는 차세대형 과학적 발견 및 신기술 제품개발의 도구로서의 핵심적인 역할을 수행하게 될 것이다. 이에 선진외국에서는 이에 대한 연구 개발을 지속적으로 추진하고 있는 바, 국내에서도 체계적이고 정책적인 연구지원 환경이 구축되어야 한다고 사료된다.

본 고에서는 CDSA와 상용 전자장 해석도구와의 결합을 통하여 자동화된 설계 시스템의 구현 방안만을 제시하였다. 그러나 향후 실제 산업체의 제품 개발에 실질적인 도움을 주기 위해선 전자장 현상에 수반하는 열 및 기계적인 문제도 포함할 수 있는 통합된 설계 환경 구축에 대한 연구가 수행되어야 한다.

## [참고 문헌]

- [1] K. Preis, C. Magele and O. Biro, "FEM and evolution strategies in the optimal design of electromagnetic devices", IEEE Trans. on Magn., vol. 26, no. 5, pp. 2181-2183, 1990.
- [2] K. Hameyer and R. Hanitsch, "Numerical optimization of the electromagnetic field by stochastic search and MEC-model", IEEE Trans.

- on Magn., vol. 30, no. 5, pp. 3431-3434, 1994.
- [3] G. F. Uler, et al., "Utilizing genetic algorithms for the optimal design of electromagnetic devices", IEEE Trans. on Magn., vol. 30, no. 6, pp. 4296-4298, 1994.
- [5] Christopher S. et al., "Design environment modules for non-specialist users of EM software", IEEE Trans. on Magn., vol. 30, no. 5, pp. 3625-3628, 1994.
- [6] C. F. Parker, et al., "Parametric environment for EM computer aided design", IEEE Trans. on Magn., vol. 32, no. 3, pp. 1433-1436, 1996.
- [7] Ruowen Rong, et al., "Applying response surface methodology in the design and optimization of electromagnetic devices", IEEE Trans. on Magn., vol. 33, no. 2, pp. 1916-1919, 1997.
- [8] Xianke Gao, et al., "Structural robust design for torque optimization of BLDC spindle motor using response surface methodology", IEEE Trans. on Magn., vol. 37, no. 4, pp. 2814-2817, 2001.
- [9] Dong-Hun Kim, et al., "Derivation of a general sensitivity formula for shape optimization of 2-D magnetostatic systems by continuum approach", IEEE Tran. on Magn., vol. 38, no. 2, pp. 1125-1128, 2002.
- [10] Dong-Hun Kim, et al., "Applying continuum design sensitivity analysis combined with standard EM software to shape optimization in magnetostatic problems", IEEE Trans. on Magnetics, vol. 40, pp. 1156-1159, Mar. 2004.
- [12] Joo Ho Choi and Byung Man Kwak, "Shape design sensitivity analysis of Elliptic problems in boundary integral equation formulation," Mech. Struct. & Mach., vol. 16, no. 2, pp. 147-165, 1988.
- [13] Edwin Hardee, et al., "A CAD-based design parameterization for shape optimization of elastic solids," Advances in Engineering Software., vol. 30, pp. 185-199, 1999.
- [14] W. M. Lai, D. Rubin and E. Krempl, Introduction to continuum mechanics, Pergamon United Eng. Series, Vol. 17, 1978.
- [15] A. E. Bryson and Y. C. Ho, Applied Optimal Control, Hemisphere Publishing Corp., 1975.
- [16] E. J. Haug, K. K. Choi and V. Komkov, Design Sensitivity Analysis of Structural Systems, Academic Press, New York, 1986.
- [17] P. Petin, et al., "High Derivatives for Fast Sensitivity Analysis in Linear Magnetodynamics", IEEE Trans. on Magnetics, Vol.33, No.2, pp.1149-1154, 1997,
- [18] D. N. Dyck and D. A. Lowther, "Automated design of magnetic devices by optimizing material distribution," IEEE Trans. Magn., vol. 32, no. 3, pp. 1188-1193, 1996.
- [19] S. Nishiwaki, M. I. Frecker, S. Min and N. Kikuchi, "Topology optimization of compliant mechanisms using the homogenization method," Int. J. Numer. Meth. Engng., vol 42, pp. 535-559, 1998.
- [20] R. J. Yang, "Multidiscipline topology optimization," Computer & Structures, vol. 63, no. 6, pp. 1205-1212, 1997.
- [21] G. Reyne, et al., "Magnetic forces and mechanical behaviour of ferromagnetic materials. Presentation and results on the theoretical, experimental and numerical approaches", IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 24, pp.234-237, 1988.