

< 논문 >

크리깅 방법에 의한 방열판 최적설계

류제선* · 류근호** · 박경우†

(2005년 5월 17일 접수, 2005년 9월 15일 심사완료)

Optimal Design of a Heat Sink Using the Kriging Method

Je-Seon Ryu, Keun-Ho Rew and Kyoungwoo Park

Key Words : Design Optimization(최적설계), Plate-Fin Type Heat Sink (평판-핀형 방열판), CFD (전산유체역학), Global Approximate Optimization(전역 근사최적화), Kriging (크리깅)

Abstract

The shape optimal design of the plate-fin type heat sink with vortex generator is performed to minimize the pressure loss subjected to the desired maximum temperature numerically. Evaluation of the performance function, in general, is required much computational cost in fluid/thermal systems. Thus, global approximate optimization techniques have been introduced into the optimization of fluid/thermal systems. In this study, Kriging method is used to obtain the optimal solutions associated with the computational fluid dynamics (CFD). The results show that when the temperature rise is less than 40 K, the optimal design variables are $B_1 = 2.44$ mm, $B_2 = 2.09$ mm, and $t = 7.58$ mm. Kriging method can dramatically reduce computational time by 1/6 times compared to SQP method so that the efficiency of Kriging method can be validated.

———— 기호설명 ————

B_1, B_2 : 핀의 기저부 및 하부 폭 [m]
 d_k : 두 점 x'_k 와 x'_k 사이의 거리
 $f(x)$: 설계변수 x 의 선형함수
 $\hat{f}(x)$: $f(x)$ 의 크리깅 추정량
 $g_j(x)$: 비등식 제한조건
 h : 핀 높이 [m]
 h_s : 와류생성기 한변의 길이 [m]
 H : 방열판 높이 (= $h + t$), [m]
 k_s : 고체부분 열전도계수 [$W/m \cdot K$]
 L : 방열판 길이 [m]
 n_s : 실험점의 수
 n_{dv} : 설계변수의 수
 P : 압력 [Pa]
 ΔP : 압력강하량 [Pa]

Q_1, Q_2 : 두 개의 발열량 [W]
 R : 크리깅 상관행렬
 $R(x^i, x^j)$: 두 점 x^i 와 x^j 의 상관함수
 t : 방열판 기저부 두께 [m]
 ΔT : 온도상승 (= $T_{max} - T_{\infty}$) [K]
 W : 방열판 폭 [m]
 x : 설계변수 벡터
 $y(x)$: 목적함수
 $\hat{y}(x)$: $y(x)$ 의 최소제곱추정량
 $z(x)$: 크리깅 잔차
 β : 크리깅 상수벡터
 $\hat{\beta}$: β 의 일반화된 최소제곱 추정량
 σ^2 : 크리깅 분산
 θ_j : 열저항 [K/W]
 $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_{n_s})$: 크리깅 상관벡터

* 한양대학교 최적설계신기술연구센터
 ** 호서대학교 기계공학과
 † 책임저자, 회원, 호서대학교 기계공학과
 E-mail : kpark@office.hoseo.ac.kr
 TEL. : (041)540-5804 FAX : (041)540-5808

하첨자

in : 입구
 j : 접촉면 또는 최대
 out : 출구
 ∞ : 주위

1. 서론

최근의 향상된 컴퓨터 계산능력과 해석 알고리즘의 개발로 산업현장에 전산유체역학(CFD)의 이용이 급격히 증가하고 있으며, 동시에 최적화를 위한 알고리즘 개발도 매우 활발히 이루어지고 있다. 이에 따라 CFD와 최적화 기법을 통합한 열/유동시스템의 최적설계(design optimization)에 많은 관심이 집중되고 있다.⁽¹⁻⁴⁾ 그러나 최대화 또는 최소화할 시스템의 성능함수를 계산하기 위한 열/유동해석에는 기본적으로 과도한 계산시간이 요구되며 종종 수치적 노이즈를 수반하게 된다. 이러한 문제는 근사 최적화기법을 사용 함으로서 어느 정도 해결 할 수 있다. 그러나 획기적인 계산경비의 감소를 위해서는 CFD와 최적화기법이 서로 분리된 효과적인 근사 최적화기법을 적용하여 열/유동시스템의 최적설계가 이루어져야 할 것이다.

지금까지 근사최적화 기법으로 반응표면법⁽⁵⁾(RSM, Response Surface Method), 크리깅⁽⁶⁾(Kriging)법, MARS⁽⁷⁾(Multivariate Adaptive Regression Spline)법, 그리고 RBF⁽⁸⁾(Radial Basis Function) 등이 개발되어 공학시스템의 최적설계에 적용되고 있다. 이들 중 크리깅 법을 이용한 최적설계가 최근 들어 크게 각광을 받고 있다. 크리깅 법은 샘플링된 광물질 등급(ore grade)에 기초된 분포의 광물질 등급 분포를 추정하기 위한 경험적 방법으로서,⁽⁹⁾ 최량 선형 비편향 추정량(Best Linear Unbiased Estimator; BLUE)을 제공하고 시스템적인 예측오차가 없는 보간 방법이다. 따라서 전산실험 모형에 적절한 분석방법이며,⁽⁶⁾ 근사함수의 차수를 가정할 필요가 없어 반응표면법보다 우수한 특성을 갖는다.

보통, 전자장비에서 발생한 열을 효과적으로 제거하기 위해 팬에 의한 강제냉각 방식이 널리 적용된다. 이 때, 열전달 향상을 위해 평판에 핀(fin)을 부착한 평판-핀(plate-fin)형 방열판(heat sink)은 유동저항의 증가라는 바람직하지 않은 현상을 수반한다. 따라서, 이러한 모순(trade-off)을 해결하기 위해서는 최적설계를 통해 형상이 설계되어야 한다.

평판-핀형 방열판의 성능해석 및 최적화에 대한 연구는 지난 십 수년 동안 꾸준히 이루어져 왔다.^(10,11) 그러나 대부분의 연구는 시스템 내의 열 및 유동특성에 대한 변수연구를 수행하여 설계변수들 간의 상호 관련성을 제시한 수준에 머물러 있었다.

따라서 이 연구에서는 삼각기둥의 와류발생기가 유동방향에 직각으로 부착된 평판-핀형 방열판의 최적 형상을 크리깅 방법을 이용하여 수치적으로 구하고자 한다. 또한, 구해진 최적해를 기존의 국

부최적화 기법인 순차적 2차 프로그래밍(sequential quadratic programming, SQP)법과 비교함으로써 크리깅 방법의 효율성 및 신뢰성을 확보하고자 한다.

2. 크리깅 방법

전산실험(computer experiments)은 주어진 입력 인자에 대하여 수치적으로 미분방정식을 이용하여 반응값을 생성하는 것이다. 하지만 미분연산자를 수행하는 것은 많은 비용이 요구되기 때문에, 적당한 회수의 수행을 통하여 입력변수와 반응변수 사이에서의 관계를 추정하여 시도되지 않은 점에서의 반응값을 예측하려는 시도가 진행되었다. 이것이 근사최적화 기법이며, 크리깅 방법은 확률과정의 실현값으로서 결정적(deterministic) 결과값을 모형화하고, 효율적인 예측을 위한 통계적 실험설계의 기반을 제공하게 된다.

2.1 수학적 모형

크리깅은 선형모형과 잔차(departure)의 합으로서 다음과 같이 표현된다.

$$y(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + z(\mathbf{x}). \quad (1)$$

여기서, $y(\mathbf{x})$ 는 설계변수 \mathbf{x} 의 함수이고 $f(\mathbf{x})$ 는 \mathbf{x} 의 선형함수이며 $z(\mathbf{x})$ 는 평균이 0, 분산이 σ^2 , 공분산이 0이 아닌 확률과정의 실현값이다. 식 (1)에서 $f(\mathbf{x})$ 는 반응표면에서의 다항모형과 비슷한 형태로서, 설계공간에서 전역적인 모형이며, 이를 상수 β 로 가정하기도 한다⁽⁶⁾. 또한, $z(\mathbf{x})$ 는 전역적 모형으로부터 나온 지역적 편차를 생성함으로써 설계변수의 수(n_{dv})의 추출된 점을 보간하게 된다.

식 (1)의 $z(\mathbf{x})$ 에 대한 공분산(covariance)행렬은 다음과 같이 표현된다.

$$\text{Cov}[z(\mathbf{x}^i), z(\mathbf{x}^j)] = \sigma^2 \mathbf{R}[R(\mathbf{x}^i, \mathbf{x}^j)], \quad i, j = 1, \dots, n_s. \quad (2)$$

이때 \mathbf{R} 은 상관행렬(correlation matrix)이고 $R(\cdot, \cdot)$ 은 추출된 \mathbf{x}^i 와 \mathbf{x}^j 두 점 사이에서의 상관함수이다. 따라서, \mathbf{R} 은 대각이 모두 1이고 크기가 (n_s, n_s) 인 대칭행렬이다. 또한, 상관행렬 \mathbf{R} 가 양정치 행렬이 되도록 상관행렬의 모형을 결정해야 하는데, 이 연구에서는 아래의 Gaussian 상관함수를 이용한다.⁽¹²⁾

$$R(\mathbf{x}^i, \mathbf{x}^j) = \prod_{k=1}^{n_s} \exp[-\theta_k |\mathbf{x}_k^i - \mathbf{x}_k^j|^2]. \quad (3)$$

여기서, θ_k 는 상관계수이다. 또한 관측된 점들

x^1, \dots, x^n 과 추정하려는 새로운 지점 \mathbf{x} 에서의 반응값 사이에서의 상관행터는 다음의 식을 이용하여 구한다.

$$\mathbf{r}(\mathbf{x}) = \mathbf{r}[R(\mathbf{x}, \mathbf{x}^i)] = \mathbf{r}[R(\mathbf{x}, x^1), \dots, R(\mathbf{x}, x^n)]. \quad (4)$$

2.2 크리깅 추정량

미지의 새로운 점 \mathbf{x} 에서의 반응값 $y(\mathbf{x})$ 의 선형 예측모형

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \mathbf{c}'(\mathbf{x})\mathbf{y} \quad (5)$$

을 고려해 보자. 여기서 $\mathbf{y} = [y(x^1), \dots, y(x^n)]$ 는 n 개의 반응값이며, 추정량 $\hat{y}(\mathbf{x})$ 는 확률변수로서, 확률과정에 대한 추정값의 평균제곱오차(mean square error, MSE)를 최소화하는 과정을 고려한다. 즉, $y(\mathbf{x})$ 의 최량선형비편향추정량은 다음과 같은 평균제곱오차

$$MSE[\hat{y}(\mathbf{x})] = E[\mathbf{c}'(\mathbf{x})\mathbf{y} - y(\mathbf{x})]^2 \quad (6)$$

를 최소화하여 $\mathbf{c}(\mathbf{x})$ 를 결정함으로써 얻어진다. 즉,

$$MSE[\hat{y}(\mathbf{x})] = (\mathbf{c}'(\mathbf{x})\mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\beta}} - \mathbf{f}'(\mathbf{x})\boldsymbol{\beta})^2 + \sigma^2[\mathbf{c}'(\mathbf{x}), -1] \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{r}(\mathbf{x}) \\ \mathbf{r}'(\mathbf{x}) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{c}(\mathbf{x}) \\ -1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

이다. 또한, 불편제한 조건 $\mathbf{F}\mathbf{c}(\mathbf{x}) = \mathbf{f}(\mathbf{x})$ 과 라그랑지 승수 $\lambda(\mathbf{x})$ 에 대하여 $\mathbf{R}\mathbf{c}(\mathbf{x}) - \mathbf{r}(\mathbf{x}) - \mathbf{F}\lambda(\mathbf{x}) = 0$ 을 이용하면,

$$\begin{bmatrix} 0 & \mathbf{F}' \\ \mathbf{F} & \mathbf{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\lambda(\mathbf{x}) \\ \mathbf{c}(\mathbf{x}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}(\mathbf{x}) \\ \mathbf{r}(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \quad (8)$$

이며, 결국, $y(\mathbf{x})$ 의 최소제곱추정량, $\hat{y}(\mathbf{x})$ 는

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = [-\lambda'(\mathbf{x}), \mathbf{c}(\mathbf{x})] \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{y} \end{bmatrix} = \mathbf{f}'(\mathbf{x})\hat{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{r}'(\mathbf{x})\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{y} - \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\beta}}) \quad (9)$$

으로 얻어진다. 여기서, $\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{F}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{F})^{-1}\mathbf{F}'\mathbf{R}^{-1}\mathbf{y}$ 은 Gaussian 과정에 의한 $\boldsymbol{\beta}$ 의 일반화된 최소제곱 추정량이다. 식 (9)의 우변에 있는 두 항은 서로 독립이고, 첫째 항은 일반화된 최소제곱 예측값이며, 둘째 항은 잔차의 부드러운 면으로서 해석될 수 있다. 그러므로, 크리깅 추정값은 일반화된 최소제곱 예측값을 얻은 다음, 회귀모형이 없는 것처럼 잔차를 보간하게 된다.

마지막으로 상관계수 $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \dots, \theta_{n_n})$ 를 결정함으로써 모형이 완성된다. 상관계수는 어떠한 값을 취하든지 추정값을 얻지만, 가장 적합한 추정값은 최대우도 추정법(maximum likelihood estimation,

MLE)을 통해 결정된다. 즉, 아래의 식으로 정의되는 우도함수(likelihood function)를 최대화하는 것을 목적으로 하여 $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \dots, \theta_{n_n})$ 을 산출한다.

$$\varphi(\boldsymbol{\theta}) = -(\det \mathbf{R})^{1/n_n} \hat{\sigma}^2. \quad (10)$$

여기서 $\hat{\sigma}^2$ 는 σ^2 의 최대우도 추정량으로서 다음과 같다.

$$\hat{\sigma}^2 = (\mathbf{y} - \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\beta}})\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{y} - \mathbf{F}\hat{\boldsymbol{\beta}})/n_n. \quad (11)$$

3. 방열판 최적설계

3.1 해석 모델

이 연구에서 고려한 열시스템은 덕트, 방열판, 그리고 반응부로 구성되어 있으며, 이를 Fig. 1에 개략적으로 나타내었다. 축류팬에 의하여 발생한 일정한 온도의 공기는 덕트를 지나 방열판의 환에 의해 형성된 유로를 따라 흐른다. 방열판으로부터 열을 전달받은 고온의 공기는 반응부 상부면에 설치된 3개의 출구를 통해 대기로 유출된다.

이 연구는 팬-구동 방열판의 열성능을 최대화하기 위한 최적설계변수를 구하는 것이 목적이므로, 평판-환형 방열판을 Fig. 2에 자세히 나타내었다. 알루미늄으로 만들어진 방열판의 환(fin)은 용출(extrusion)형이다. 방열판의 전체 크기는 길이(L)가 430mm, 폭(W)이 188mm, 그리고 높이(H)가 60mm이며, 높이는 환의 높이(h)와 기저부 두께(t)의 합이다. 방열판 상부면에 부착된 2개의 열원(Q₁, Q₂, 크기: 62*122mm)에서 전기적인 저항에 의해 일정한 열이 발생한다. 열전달 향상을 위해 방열판 하부면에 유동방향과 수직으로 삼각형모양의 와류발생기가 설치되어 있으며, 이는 두 개의 열원 사이에 존재한다.

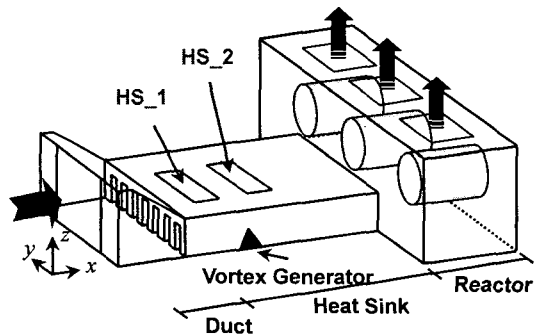


Fig. 1 Schematics of the thermal system

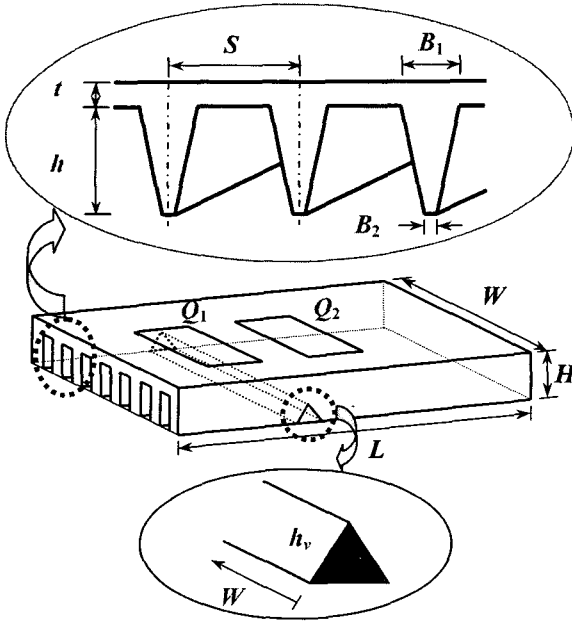


Fig. 2 Schematics of the heat sink with vortex generator

3.2 최적설계의 수학적 공식화

최적화란 제약조건을 만족하면서 목적함수(objective function)을 최소화 또는 최대화하는 최상의 설계변수를 수치적으로 구하는 것으로, 최적화 문제는 일반적으로 설계변수, 목적함수(또는 성능함수), 그리고 제약조건 등으로 구성된다.

목적함수 및 설계변수: 팬의 작동조건이 일정한 경우, 열전달 증가를 위한 환의 설치는 필연적으로 방열판 내부의 압력강하량을 증가시킨다. 따라서 방열판 성능향상을 위해 최소화할 목적함수로는 일반적으로 압력강하(ΔP)와 열저항($\theta_j = \Delta T/Q = [T_{max} - T_\infty]/Q$)을 주로 선택한다. 여기서 ΔT 는 온도상승(temperature rise)으로 방열판과 열원의 접촉면 온도(T_{max})와 대기온도(T_∞)의 차이이며, Q 는 유입열량이다. 그러나, 실제 방열판 설계시 가장 중요하게 고려할 요소는 방열판 내 최대온도가 시스템의 안정적 작동을 위한 일정 온도 이하로 유지 되어야 한다. 따라서, 이 연구에서는 ΔT 를 제약조건으로, 그리고 ΔP 를 목적함수로 선정한다.

열저항과 압력강하량에 직접적으로 영향을 미치는 기하학적인 변수를 설계변수로 선정하여야 한다. 따라서, Fig.2에서 보듯이, 방열판의 내부형상은 환의 피치(S), 환의 수(n), 기저부 두께(t) 또는 환의 높이(h), 기저부 환두께(B_1), 그리고 하부 환두께(B_2)에 의해 결정되어짐을 알 수 있다. 그러나

방열판의 크기가 일정한 이 연구의 경우, 환의 피치와 이에 따라 변하는 환의 수는 제약을 받게 된다. 따라서 이 연구에서는 t , B_1 , 그리고 B_2 등을 설계변수로 선정하였다.

따라서, 이 연구에서 고려한 평판-원형 방열판에 대한 비선형, 제약조건을 갖는 최적화문제는 다음과 같이 수학적으로 표현할 수 있다.

$$\text{Find } \mathbf{x} = \{B_1, B_2, t\}^T \quad (12)$$

$$\text{to minimize } y(\mathbf{x}) = \Delta P (= P_{in} - P_{out}) \quad (13)$$

subject to

$$g_1 = \frac{\Delta T}{(\Delta T_{specific})} - 1 \leq 0, \quad g_2 = \frac{B_2}{B_1} - 1 \leq 0 \quad (14a)$$

$$1.25 \leq B_1 \leq 5.0 \text{ mm}, \quad 1.25 \leq B_2 \leq 5.0 \text{ mm}, \\ 7.0 \leq t \leq 25.0 \text{ mm}. \quad (14b)$$

여기서 \mathbf{x} 는 설계변수 벡터이고, $y(\mathbf{x})$ 는 설계변수에 의해 결정되는 목적함수이며, 그리고 $g(\mathbf{x})$ 는 부등호 제약조건이다.

3.3 열 및 유동장

3.3.1 평균유동 방정식

이 연구에서 고려된 물리적 현상은 정상상태, 비압축성유체의 3차원 난류 혼합대류 열전달문제이다. 부력항을 제외한 모든 물성치는 일정하며 점성소산 및 복사열전달효과는 무시한다. 또한 형상의 대칭성으로 인하여 전영역의 1/2을 해석한다. 이상의 가정과 표준 k - ϵ 난류모델에 기초한 시간-평균된 연속, 운동량, 에너지(유체 및 고체부분) 및 난류운동량(k)과 이의 소산율(ϵ)에 대한 지배방정식을 풀어야 하며, 이에 대한 설명은 참고문헌 (3)에 잘 나타나 있다

열/유동장 해석을 위한 경계조건은 다음과 같다. 덕트 입구에서는 팬의 특성곡선에 따라 1.27 m/s의 공기가 318K의 일정한 온도로 유입되며, 출구에는 압력경계조건을 사용하였다. 방열판 상부의 두께의 발열체부분($Q_1=348\text{W}$, $Q_2=321\text{W}$)은 열유속조건을, 그 외 부분은 대류경계조건(이때 $h = 3 \text{ W/m}^2\text{K}$)을 부여하였다. 또한 k 와 ϵ 에 대한 초기조건은 다음의 식으로 계산하여 부여하였다.

$$k_m = 1.5 I_0^2 u_m^2, \quad \epsilon_m = k_m^2 / L_e \quad (15)$$

여기서 국소 난류강도 I_0 는 0.1을, 소산율에 대한 길이척도인 L_e 는 팬의 폭인 80mm이다. 대칭면에 대해서는 대칭조건을 주었다. 열-유동장에 대한 수렴된 해는 유수의 합과 연속된 종속변수들의 상대

오차가 10^{-5} 이하를 동시에 만족하였을 때이다.

3.3.2 수치해석

3차원 난류 혼합열전달 현상에 대한 모든 지배 방정식은 유한체적법(FVM)에 기초한 범용 프로그램인 FLUENT⁽¹³⁾를 이용하여 계산한다. 해석영역을 비균일격자계(총 격자수는 약 130만개)로 나누며, 운동량 방정식의 압력수정식은 SIMPLE 알고리즘을 적용하였으며, 대류와 확산항은 맥급수법을 이용하여 이산화한다.

4. 해석 절차

평판-원 방열판의 최적 설계값을 얻기 위해서 먼저 설계변수에 대한 표본점을 선정하고, 이에 대한 목적함수 값은 CFD를 이용하여 구한다. 다음으로, 표본점과 반응값을 이용하여 크리깅 상관계수를 추정하고, 완성된 모형을 적용하여 최적설계값을 도출하게 된다.

4.1 표본점 선택

크리깅을 수행하기 위해서는 먼저 실험계획법(design of experiments; DOE)에 의해 표본점을 선정하여야 한다. 전산실험 모형에서는 중심합성계획법(central composite design, CCD)⁽¹⁴⁾이나 Box-Behnken⁽¹⁵⁾과 같은 고전적인 실험계획보다는 Space-filling의 개념을 만족하는 실험계획을 이용하는 것이 바람직한 것으로 알려져 있다⁽⁶⁾. 이는 정해진 실험의 개수를 가지고 주어진 설계영역에서 가장 고르고 가장 빈틈없이 행할 수 있는 실험계획법이다. 이 연구에서는 전산실험 계획의 효과적인 샘플링 기법으로 알려진 라틴 초정방 설계(Latin hypercube design)법⁽¹⁶⁾을 적용하고자 한다.

라틴 초정방설계법은 생성하려고 하는 표본점의 개수를 n_s 개라 할 때, n_s 개의 행과 n_{dv} 개의 열로 이루어진 행렬을 생성하여 표본점을 배열하는 방법이다. 이 방법은 각 설계변수의 수에 따라 임의로 배치되는 방법으로서, 차원을 축소할 때에도 각 설계변수의 수준은 n_s 으로 유지되어 어떠한 정보의 손실도 유발하지 않는 장점을 갖고 있다.

4.2 표본점에 대한 목적함수 계산

일단 라틴 초정방설계법에 의해 표본점이 선택되면, 이들에 대한 목적함수는 3.3절에 설명한 방열판내 열/유동장 해석으로부터 구해진다.

4.3 크리깅 상관계수 추정

2장에서 설명된 크리깅 추정량을 완성하기 위해서는 식 (10)의 최적화 문제를 해결해야 한다. 이 연구에서는 유전자 알고리즘(Genetic Algorithm)⁽¹⁷⁾

을 사용하여 크리깅 상관계수를 추정하고자 한다. 우선, 최적의 상관계수를 결정하기 위해 초기 염색체를 구성한다. 각 염색체는 설계변수의 개수에 대하여 $(\theta_1, \dots, \theta_{n_{dv}})$ 와 같이 구성된다. 이때, 상관계수의 선택범위가 결정되어 있어야 하며, 범위 내 난수로서 후보 염색체를 구성한다. 다음으로, 반복계산의 수가 결정되면 상관함수를 계산하고, 상관행렬 \mathbf{R} 이 생성되며, $\hat{\beta}$ 과 $\hat{\sigma}^2$ 을 산출할 수 있다. 이제 목적함수 $\varphi(\theta)$ 의 값을 산출하는데, 이 과정이 염색체를 평가하는 과정이다. 선택과 교배과정에서는 좋은 형질의 염색체는 그대로 선택하고 나머지는 확률적으로 선택하는 확률바퀴 방법을 적용하였으며, 선택된 유전자에 대하여는 산술적 교배방법을 적용하였다. 돌연변이 과정에서는 연산자로서 균등 돌연변이 연산을 시행하였다. 이러한 계산은 주어진 반복횟수(이 연구의 경우 10,000)에 따라 계속 업그레이드 하여 최종결과값을 출력한다. 이에 대한 수행 과정이 Fig. 3에 도시하였다.

4.4 크리깅 최적수준 탐색

최적의 상관계수가 산출되면, 이를 통해 상관함수가 결정되고, 상관행렬 \mathbf{R} 과 새로운 지점과 관측지점과의 상관벡터 \mathbf{r} 을 결정하며, 크리깅 추정량을 산출할 수 있다. 따라서, 크리깅 최적값을 산출함으로써 설계공간에서의 최적수준을 탐색하게 된다. 이 연구에서는 담금질 모사기법(simulated

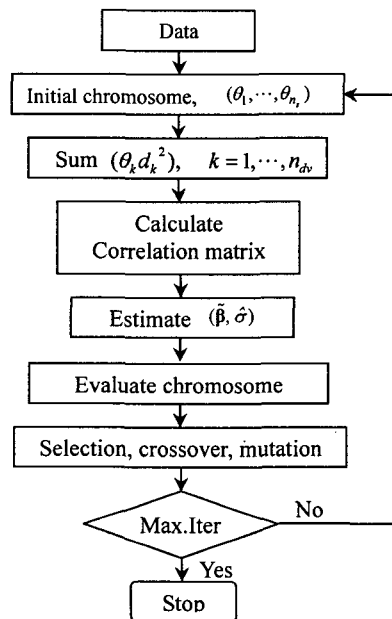


Fig. 3 Procedure for obtaining Kriging correlation coefficients

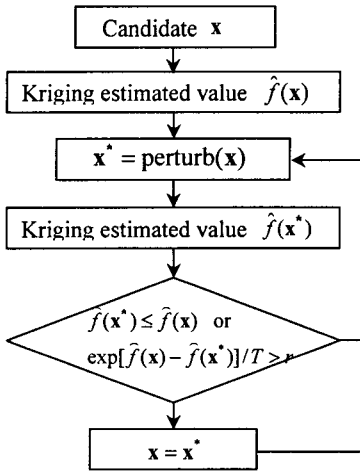


Fig. 4 Procedure for obtaining optimal level of Kriging

annealing)⁽¹⁸⁾을 적용하여 최적수준을 탐색하였으며, 이의 해석절차를 Fig. 4에 도시하였다.

우선, 새로운 지점 \mathbf{x} 을 설계공간에서 결정하여 크리깅 추정값을 산출한다. 이때, 온도 스케줄링 과정에서 결정된 초기온도, 최저온도, 그리고 온도 변화율에 따라 반복과정을 수행한다. 다음으로, 초기값 주변의 새로운 지점 \mathbf{x}^* 을 선택하는데, \mathbf{x} 를 기대값으로, 설계변수 영역 내에서의 일양분포의 분산을 따르는 정규분포 난수를 발생시킴으로써 결정한다. 따라서, 새로운 지점 \mathbf{x}^* 에서의 크리깅 추정량을 산출할 수 있다. 마지막으로, 두 지점 \mathbf{x} 와 \mathbf{x}^* 에서의 크리깅 추정값을 비교하여, 새로운 지점에서의 값이 크거나 불쯔만 확률값⁽¹⁸⁾이 임의의 난수(random number, r)보다 클 때, 새로운 지점 \mathbf{x}^* 을 기존의 지점 \mathbf{x} 으로 대체한다. 이러한 과정을 통해 실험에서의 최적 수준을 얻게 된다.

5. 결과 및 고찰

평판-원형 방열판의 성능향상을 위한 최적설계 변수값을 CFD와 크리깅 방법을 이용하여 수치적으로 구하였다. 이를 위해 설계변수의 상/하한값을 고려하여 설계점을 선택하였으며, 선택된 설계점을 이용하여 최적 설계값을 도출할 수 있었다.

선택된 설계점 및 목적함수 값 : 식 (12)에서 정의한 세 개의 설계변수 즉, 방열판 기저부두께(t), 원의 상/하부 두께(B_1, B_2)의 상/하한값을 고려하여 라틴 초정방 설계법을 이용하여 선택한 표본점을 Table 1에 나타내었다. 이 연구에서는 표본점의 수를 30개(즉, $10 \cdot n_{dv}$)로 결정하였는데, 이는 메타모델의 정확성 및 효율성을 동시에 고려한 것이다.

Table 1 Sampling points and corresponding to values of performance functions

No.	x_1	x_2	x_3	ΔP	T_{max}
1	3.8708	5.0042	8.7333	153.114	352.644
2	2.7375	4.7208	10.6	95.886	354.431
3	3.7292	2.1708	9.5333	77.886	355.088
4	3.1625	3.1625	14.0667	96.015	354.792
5	4.2958	2.4542	14.8667	135.821	353.879
6	2.0292	1.4625	8.2	39.376	359.663
7	1.6042	3.8708	7.1333	49.263	358.439
8	1.7458	2.8792	8.4667	45.474	358.562
9	1.8875	3.3042	11.1333	56.801	357.147
10	1.4625	1.3208	10.8667	38.071	360.702
11	2.4542	4.8625	7.9333	81.395	355.311
12	4.7208	3.0208	9.0	134.122	352.999
13	4.8625	1.6042	10.3333	110.843	354.079
14	5.2875	4.0125	9.8	238.381	351.473
15	5.4292	3.4458	13.2667	262.828	351.819
16	3.0208	2.7375	7.4	62.150	356.144
17	2.1708	4.4375	14.3333	87.141	355.406
18	4.1542	5.1458	13.5333	218.612	351.982
19	4.4375	1.7458	13.0	112.419	354.332
20	2.5958	2.5958	10.0667	59.462	356.531
21	2.3125	2.0292	12.4667	56.498	357.402
22	4.5792	5.2875	11.4	266.645	351.377
23	5.0042	1.8875	7.6667	109.035	354.027
24	3.3042	3.7292	9.2666	90.089	354.328
25	3.4458	2.3125	11.6667	80.562	355.188
26	3.5875	3.5875	11.9333	109.345	353.803
27	1.3208	4.2958	12.7333	60.872	357.451
28	2.8792	5.4292	12.2	127.800	353.728
29	4.0125	4.1542	14.6	167.697	352.857
30	5.1458	4.5792	13.8	322.814	351.347

선택된 각 설계점에 대한 방열판 내부의 압력강하량 및 최대온도를 계산하여 Table 1의 5-6 번째 열(column)에 나타내었다. 이 연구는 최대온도를 허용범위 내로 유지하면서 압력강하량을 최소화하는 최적설계 문제이므로 Table 1의 값을 이용하여 상관계수와 크리깅 최적설계값을 구하게 된다. 따라서 방열판 내부에서의 ΔP 와 T_{max} 의 정확한 계산은 최적설계값을 얻는데 매우 중요하다.

대표적인 최적화 결과를 설명하기 위해, 온도상승을 40 K로 제한한 경우의 초기 및 최적모델에 대한 기하학적 형상과 이에 따른 최적해를 Table 2에 나타내었다. 최적화 과정에서 압력강하량만을 최소화하게 되면 자연스럽게 방열판내 최대온도가 급

Table 2 Initial and optimized designs for $\Delta T < 40$ K

	Initial	Optimal
Base part of fin thickness, B_1	2.0 mm	2.44 mm
Lower part of fin thickness B_2	1.5 mm	2.09 mm
Base thickness of heat sink, t	7.0 mm	7.58 mm
Thermal resistance (θ_{jo})	0.066 K/W	0.059 K/W
Pressure drop (ΔP)	41.29 Pa	45.54 Pa
Max. temperature (T_{max})	362.31 K	357.99 K
Temperature rise (ΔT)	44.31 K	39.99 K

격히 증가할 수 있기 때문에 온도상승을 제한하는 것이다. Table 2에서 보듯이, 모든 설계변수의 최적값은 초기 모델에 비하여 늘어났음을 알 수 있다. 특히, B_1 과 B_2 대한 최적해는 초기형상에 비해 약 22%, 39.3% 정도 각각 두꺼워 졌으며, 기저부 두께(t)의 변화율은 매우 작았다(8.3% 증가). 이로부터 흰두께(B_1 , B_2)가 방열판의 열성능에 많은 영향을 미치는 설계인자임을 알 수 있다. 이러한 결과는 제한된 온도상승을 만족하기 위해 열전달을 향상시키는 방향으로 설계가 이루어지기 때문이다. 이에 따라 최적형상에 대한 열저항은 0.059 K/W로 계산되는데, 이는 방열판과 열원 사이의 최대온도가 감소(4.3 K)함에 따라 초기모델의 0.066 K/W에 비해 약 10.6% 감소한 양이다. 그러나 예상할 수 있듯이, 압력강하량은 41.29 Pa에서 45.54 Pa로 약 10.3% 증가하였다.

Table 3은 식 (10)에서 정의한 우도함수($\varphi(\theta)$)를 최대화하여 얻은 상관계수(θ)와 이를 이용하여 구한 최적설계변수 및 목적함수(ΔP)를 제약조건 중의 하나인 최대온도에 대해 나타낸 표이다. 여기서 $\theta = (\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ 는 각각 설계변수인 B_1, B_2 , 그리고 t 에 상응하는 상관계수이다. Table 3의 최적설계 해에서 보듯이, 방열판내 최대온도(T_{max})의 제한에 따라 서로 다른 설계변수값(x_{opt})을 얻을 수 있으며, 이에 따라 목적함수인 압력강하량(ΔP)도 변하게 된다. 즉, T_{max} 의 허용범위를 낮게 설정할 경우(이 연구에서는 $T_{max} = 355$ K), 허용범위가 큰 경우($T_{max} = 359$ K)에 비해 모든 설계변수값이 증가하였음을 알 수 있다 (자세한 경향은 Fig. 5 참조). 이는 동일한 팬 구동조건인 경우에 열전달면적을 확장시킴과 동시에 흰에 의해 형 성된 유로를 지나는 유체의 속도가 증가하여 방열판 내의 열경계층두께가 감소함으로써 열전달을 향상시키기 때문이다. 이에 따라 목적함수인 ΔP 가 증가함을 Table 3은 잘 보여주고 있다. 유한체적법(FVM)과 같은 수치적인 방법에 의한 열/유동 해석의 가장 큰 단점은 목적함수 계산에 과도한 시간이 소요된다는

Table 3 Correlation coefficients ($\theta = \theta_1, \theta_2, \theta_3$) and optimal solutions for various maximum temperatures

		355 K	356 K	357 K	358 K	359 K
θ	ΔP	2.402, 1.111, 0.101	2.468, 1.085, 0.103	1.996, 1.023, 0.077	2.168, 0.963, 0.074	1.789, 0.893, 0.061
	T_{max}	1.280, 0.088, 0.141	1.361, 0.213, 0.168	1.013, 0.102, 0.120	1.145, 0.145, 0.137	1.028, 0.150, 0.122
Optimal	x_{opt}	3.462, 2.852, 8.489	3.110, 2.498, 8.298	2.766, 2.260, 7.955	2.443, 2.091, 7.582	2.174, 1.935, 7.117
	ΔP	76.86	62.07	53.05	45.54	40.23

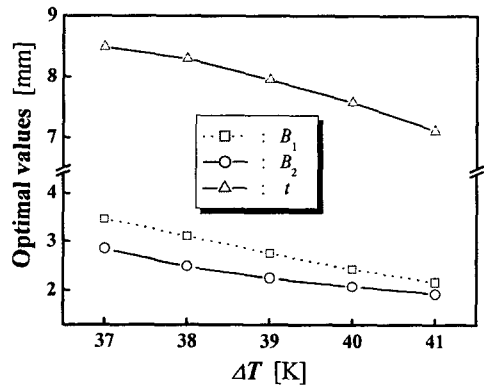


Fig. 5 Variations of optimal design variables for maximum temperature

것이다. 따라서 최적화기법을 이용한 설계시 해의 신뢰성 향상뿐만 아니라 전체적인 해석시간의 최소화를 위한 효율성 제고는 해결하여야 할 매우 중요한 문제이다. 따라서 이 연구에서는 근사최적화 기법인 크리깅 방법의 신뢰성 및 효율성을 확보하기 위하여 국소최적화기법인 순차적 2 차 프로그래밍(SQP)법을 이 연구와 동일한 형상 및 조건에 적용한 Park 등⁽³⁾의 결과와 비교하여 Table 4에 나타내었다. 크리깅 방법의 신뢰성(또는 정확성)은 목적함수의 값을, 그리고 효율성은 설계변수의 수정 횟수, 즉 함수계산횟수(NFC, number of function call)를 이용함으로써 정량적으로 비교하고자 하였다. 먼저, 최대 온도에 대한 목적함수인 ΔP 를 보면, 모든 경우 크리깅 방법이 SQP 법에 비해 보다 작게 예측하고 있으며, 이로부터 크리깅 방법이 보다 정확함을 알 수 있다. 또한 NFC를 살펴보면 크리깅 방법은 모든 온도 제한조건에 대해 총 30 회 계산만을 수행한 반면, SQP 법은

Table 4 Accuracy and efficiency of Kriging method compared to SQP method

ΔT *	ΔP [Pa]		NFC**	
	Kriging	SQP ⁽³⁾	Kriging	SQP ⁽³⁾
37	76.86	N/A		N/A
38	62.07	62.11		67
39	53.05	53.36	30	51
40	45.54	46.72		42
41	40.23	41.94		21
	Total		30	181

* $\Delta T = T_{max} - T_{\infty} = (T_{max} - 318)K$

** NFC : number of function calls

$\Delta T < 38 K$ 인 경우에 67 회 함수계산을 위한 열/유동해석을 수행하는 등 모두 180 회의 함수계산 횟수가 필요하였다. 따라서 최적화를 완료하는데 필요한 전체 계산시간이 SQP 법에 비해 약 1/6 에 지나지 않음을 보여 주고 있다. 예를 들면, 하나의 방열판 형상에 대한 해석 시 평균 약 2.5 시간이 소요되는(즉, 설계변수에 따라 수렴속도가 다르기 때문) 이 연구의 경우, 크리깅 방법은 약 75 시간이 소요되지만, SQP 법은 약 452.5 시간이 필요한 것이다. 이상의 결과로부터 크리깅 방법이 효율성 및 신뢰성 측면에서 매우 우수한 근사최적화 기법임을 알 수 있다.

마지막으로, 크리깅 방법에 의해 추정된 최적 설계변수에 따른 목적함수 값을 CFD를 이용하여 다시 계산하여 비교함으로써 이 방법의 타당성을 검증하고자 한다. 이를 위해 Table 5에 크리깅 방법에 의해 추정된 설계변수에 대한 목적함수 (ΔP)를 5가지 온도제한에 따라 계산하여 나타내었다. 모든 경우, 크리깅 방법에 의해 제안된 목적함수 값이 계산된 것에 비해 0.1 - 3.8 % 정도 작게 예측되었지만 매우 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

6. 결론

CFD 와 근사최적화 기법인 크리깅 방법을 이용하여 와류발생기가 부착된 평판-원형 방열판의 최적형상을 구하였다. 즉, 온도상승(최대온도)을 구속조건으로 하여 압력강하량을 최소로 하는 최적 설계변수값을 얻고자 하였다. 방열판의 기저부 흰(fin) 두께가 열성능에 미치는 영향이 가장 컸으며, 기저부 두께는 상대적으로 미미한 영향을 미쳤다. 온도상승을 40 K 로 제한할 경우, 다음과 같은 최적해를 제시할 수 있었다; $B_1 = 2.44$ mm, $B_2 = 2.09$

Table 5 Validation of optimal results for Kriging method

ΔT	x_{opt}	ΔP [Pa]	
		Kriging	CFD
37	(3.462, 2.852, 8.489)	76.86	76.94
38	(3.110, 2.498, 8.298)	62.07	62.43
39	(2.766, 2.260, 7.955)	53.05	53.94
40	(2.443, 2.091, 7.582)	45.54	46.79
41	(2.174, 1.935, 7.117)	40.23	41.81

* $x_{opt} = [B_1, B_2, t]_{opt}$

mm, $t = 7.58$ mm. 이 때 기준모델에 비해 최적모델은 열저항이 10.6 % 감소하였으며, 압력강하량은 10.3%의 증가에 머물렀다. 또한 SQP 법에 의한 최적해와 비교한 결과, 신뢰성과 효율성이 매우 우수함을 알 수 있었다. 특히, 최적화에 필요한 해석시간이 SQP 법의 약 16%에 지나지 않아 크리깅 방법이 열/유동시스템의 최적화기법으로 매우 적당하고 할 수 있다. 또한 이 연구는 방열판내 온도상승에 따른 설계변수값을 제공함으로써 방열판 설계자들에게 설계 지침을 제시할 수 있었다.

후 기

이 연구는 한국과학재단 지정 한양대학교 최적설계기술연구센터(iDOT)의 지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

- (1) Park, K., Choi, D.H. and Lee, K.S., 2004, "Optimum Design of Plate Heat Exchanger with Staggered Pin Arrays," *Numerical Heat Transfer Part A*, Vol. 45, pp. 347~361.
- (2) Park, K., Choi, D.H. and Lee, K.S., 2004, "Numerical Shape Optimization for High Performance of a Heat Sink with Pin-Fins," *Numerical Heat Transfer Part A*, Vol. 46, pp. 909~927.
- (3) Park, K. and Choi, D.H., 2004, "Shape Optimization of a Plate-Fin Type Heat Sink with Triangular-Shaped Vortex Generator," *KSME Int. Journal*, Vol. 18, No. 9, pp. 1590~1603.
- (4) Park, K. and Moon, S., 2005, "Optimal Design of a Heat Exchanger Using the Progressive Quadratic Response Surface Model," *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 48, No. 11, pp. 2126~2139.

- (5) Box, G. E. P., Hunter, W. G. and Hunter, J. S., 1978, *Statistics for Experimenters*, John Wiley & Sons, NY.
- (6) Sacks, J., Welch, W. J., Mitchell, T. J. and Wynn, H. P., 1989, "Design and Analysis of Computer Experiments," *Statistical Science*, Vol. 4, No. 4, pp. 409~435.
- (7) Friedman, J. H., 1991, "Multivariate Adaptive Regression Splines," *The Annals of Statistics*, Vol. 19, No. 1, pp. 1~141.
- (8) Hardy, R. L., 1971, "Multi-quadratic Equations of Topography and Other Irregular Surfaces," *Journal of Geophysical Research*, Vol.76, pp. 1905~1915.
- (9) Krige, D.G., 1951, "A Statistical Approach to Some Basic Mine Valuation Problems on the Witwatersrand," *Journal of the Chemical Metallurgical and Mining Society of South Africa*, Vol. 52, pp. 119~139.
- (10) Ledezma, G. and Bejan, A., 1996, "Heat Sink With Sloped Plate Fins in Natural and Forced Convection," *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 39, pp. 1773~1783.
- (11) Chang, S.W., Su, L.M., Yang, T.L. and Chiou, S.F., 2004, "Enhanced Heat Transfer of Forced Convective Fin Flow with Transverse Ribs," *Int. J. of Thermal Science*, Vol. 43, pp. 185~200.
- (12) Simpson, T.W., *A Concept Exploration Method for Product Family Design*, 1998, Ph.D. Dissertation, Department of Mechanical Engineering, Georgia Institute of Technology.
- (13) FLUENT 6 User's Guide, FLUENT Inc., Lebanon, New Hampshire, 2003.
- (14) Box, G.E.P. and Wilson, K.B., 1951, "On the Experimental Attainment of Optimum Conditions," *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, Vol. 13, pp. 1~45.
- (15) Box, G.E.P. and Behnken, D.W., 1960, "Some New Three Level Designs for the Study of Quantitative Variables," *Technometrics*, Vol. 2, No. 4, pp. 455~475.
- (16) McKay, M. D., Beckman, R. J. and Conover, W. J., 1979, "A Comparison of Three Methods for Selecting Values of Input Variables in the Analysis of Output from a Computer Code," *Technometrics*, Vol. 21, No. 2, pp. 239~245.
- (17) Holland, J.H., 1975, *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, University of Michigan Press.
- (18) Kirkpatrick, S., Gelatt Jr. C.D. and Vecchi, M.P., 1983, "Optimization by Simulated Annealing," *Science*, Vol. 220, pp. 671~680.