한국학교수학회논문집 제 8 권, 제 3 호
Journal of the Korean School Mathematics Society
Volume 8, Number 3, 315-325, September 2005

수학의 기능 이해를 위한 분석적 교수방법의 연구

변두원 · 서종진 · 박상태[1] · 노영순 · 김응환 · 박달원[2]

학교교육에서 수학은 분명한 하나의 독립된 교과이다. 그러나 수학의 기능과 역할은 다른 교과와 결합할 때 보다 뚜렷해진다. 예를 들어, 과학문제를 해결하기 위해서 수학을 사용하였다면 수학의 가치뿐만이 아니라 수학의 과학에 대한 역할을 어느 정도 이해할 수 있을 것이다. 이와 같이 수학의 기능을 이해하려면 수학의 응용문제를 다루면서 공부하는 것이 일반적이다. 하지만 응용문제에서 수학은 하나의 보조적 역할이므로 학생들은 수학의 기능을 간과하기 쉽다. 그러므로 응용문제 또는 통합교과적인 문제에서 수학을 정확히 이해하고, 활용능력을 향상시키기 위해서는 수학적 영역을 따로 분리해서 이해시키도록 하는 편이 좋다. 본 논문에서는 이와 관련한 하나의 교수방법을 제시한다.

주요용어 : 분석적 교수방법, 수학의 기능, 수학적 개념, 수학교육

I. 들어가기

수학은 우리의 사회생활이나 자연과 우주 어디에서나 공기와 같이 존재하고 있다. 자연과 사회를 잘 분석하고 이해하기 위해서는 자연과 사회현상을 수학적 언어로 표현되어야하며, 완전한 학설로써 인정을 받기 위해서는 수학적인 논리전개와 수학적인 검증 없이는 불가능한 일이다(김종명, 1997). 이와 같이 수학은 의식적이든 또는 무의식적이든 우리의 생활과 같이한다. 수학을 의식한다는 것은 다소나마 수학의 기능을 이해한다고 볼 수 있다. 우리의 일상생활에서 이용되는 수학의 수준은 그리 높지 않다. 보통 간단한 연산만으로도 별 불편함이 없이 기본적인 생활을 영위할 수 있기 때문이다. 그래서 어떤 사람은 사회생활에서 수학은 크게 중요하지 않으므로 수학교육의 무용론을 주장한다. 그렇다면 이러한 사람에게는 수학이라는 것이 진정 쓸모없는 것일까? 수학에 대하여 어느 정도의 이해를 갖고 있는 사람이라면 이 질문에 대한 대답은 '아니다'일 것이다. 그러므로 학생들이 수학교육을 통해서 수학의 기능을 올바르게 이해할 수 있도록 지도하여야 한다.

수학사적으로 수학의 기능적 측면이 본격적으로 제기된 시기는 서양에서의 근대수학의 출발점이다. 서양의 근대수학에 대한 김종명(1997)의 주장을 살펴보자. '자연을 수학적으로 설

---

* 이 논문은 한국학술진흥재단의 연구비에 의하여 지원되었음(KRF-2003-005-C00009).
1) 공주대학교 과학교육연구소 (dwbyun@kongju.ac.kr; sjj8483@kongju.ac.kr; stpark@kongju.ac.kr)
2) 공주대학교 사범대학 수학교육과 (ysro@knu.kongju.ac.kr; yhkim@knu.kongju.ac.kr; dwpark@kongju.ac.kr)

명할 수 있다'는 수학관을 가지고 자연의 움직임과 변화를 묘사하여 설명하고 분석하는 근대 서양수학은 데카르트의 방법서설의 부록인 <기하학>으로부터 시작되었다. 데카르트는 모든 학문의 기초가 되는 방법론이 없다는 것을 발견하고 새로운 학문의 방법과 철학을 개척해야 하겠다는 야심찬 학문적 탐구로 <방법서설>을 내놓았다. 그는 확실하고 그 자체가 명백한 지식을 찾아야 하며, 더 의심의 여지가 없는 지식을 진리로 받아들여야 한다고 확신했다. 철학의 방법론적 근거는 수학에 있으며 수학의 방법론적 핵심은 연역성이라고 보았다. 이성 즉, 바르게 판단하고 참과 거짓을 구별할 수 있는 능력은 태어나면서 모든 인간이 고루 갖추고 있다고 하면서 진리를 탐구하기 위해서 해석기하학을 창안했다. 해석기하학의 출발점은 변수를 정해서 도형을 수치화했다. 기하학적인 도형을 간단히 대수식으로 나타내어 기하학과 대수학을 하나로 묶어 종합과 분석의 방법을 가지고 연구하였다. 이것으로부터 해석기하의 기능을 어느 정도 이해할 수 있다. 수학의 많은 개념들은 수학 또는 그 외의 다른 분야의 필요성에 의해서 도입되었다. 그러므로 위의 대수기하의 도입 배경과 같이 수학적 개념의 도입 과정을 음미하면 그 개념의 기능을 보다 쉽게 이해할 수 있다. 어떤 수학적 개념의 도입 배경이 역사적으로 사실인지의 여부는 중요하지 않다. 가장 효과적으로 개념의 도입을 설명하는 내용이라면 그것을 개념의 도입배경이라고 보아도 될 것이다.

요즈음 학생들은 학습에서도 인내심을 잃어간다. 특히, 수학은 학생들이 싫어하는 과목 중의 하나로 단지 입시 때문에 억지로 공부하는 학생이 너무 많다. 이러한 학습 태도로는 21세기의 지식기반 사회와 정보화 사회를 주도할 수 없다. 우정호(2000)는 그의 저서에서 다음과 같이 기술하고 있다. 수학이 흥미 없고 가치 없는 교과라는 관념이 굳어 심리적인 장애를 일을키는 데다 수학적인 사고를 자신의 경험이나 상식과 동떨어진 것으로 잘못 파악하고 있으며, 수학을 공부하려는 의지와 체계적으로 사고하여 문제를 풀려는 태도가 결여된 데에도 큰 원인이 있을 것이다. 무엇보다도 학생들의 정신 자세가 수학 학습에 가장 중요한 요인으로 작용하는 듯하다. 따라서 먼저 학생들은 수학에 대한 여러 가지 역사적 이야기나 문제에 얽힌 수학자들의 고뇌 어린 문제의식에 대한 일화에 접함으로써 수학적 사고의 가치와 아름다움을 인식하고 훌륭한 사고가와 수학의 관계를 이해할 수 있는 기회를 갖도록 해야 할 것이다. 또한 집중적인 수학 학습과 수학을 응용한 실제적인 문제해결 경험을 통해 수학이 가져다주는 기쁨과 희열, 자신감을 맛보아야 한다. 또한 학생들 자신의 건전한 상식과 경험을 바탕으로 수학적인 개념, 원리, 법칙의 진정한 의미를 충분히 음미하도록 하여 수학적 사고의 가치를 이해하도록 해야 할 것이다.

본 논문에서는 학생들이 수학의 기능을 잘 이해할 수 있는 문제해결의 방법을 제시하려 한다. 우리가 제시할 모형은 주어진 문제를 수학적 영역과 그 외의 영역으로 나누어서 해결해 가는 방법이다. 그러므로 매우 분석적이다. 이것은 문제에 관련되는 수학의 제 개념의 기능을 올바르게 이해하기 위함이다.

II. 분석적 교수방법

모든 사람은 일상의 생활에서 수학을 사용한다. 보다 정확히 말하면 수학적 사고를 한다. 그래서 보다 합리적인 방향으로 의사결정을 한다. 우리는 길을 가다가 굽은 길과 곧은 길을 만나면 곧은 길을 택한다. 그 이유는 직선의 경로는 어느 경로보다도 길이가 짧기 때문이다.

또한, 엘리베이터가 있는 아파트에 사는 사람이라면 외출을 하기 위해서 엘리베이터로 1층으로 이동해서 아파트를 벗어난다. 그 때 엘리베이터로 1층을 가기 위해서 '1'이라 표시된 버튼을 누른다. 왜냐하면 그 버튼에는 1층이 대응되어 있고, 이 장치에 의해서 1층으로 이동할 수 있게 엘리베이터가 설계되어 있기 때문이다. 이와 같이 우리는 하루에도 여러 번 수학을 사용해서 순간순간을 판단한다. 그렇다고 매순간 수학을 반드시 의식해야만 하는 것은 아니다. 솔직히 수학을 체계적으로 배우지 않아도 위와 같은 판단을 하는 것은 쉽다. 심지어 들판에서 사냥을 하는 사자도 사냥감을 쫓을 때는 사냥감이 구불구불하게 달려도 사자는 거의 직선에 가까운 길로 달린다. 물론 사자는 수학을 모른다. 비록 고등수학이 아니라서 수학처럼 느껴지지가 않았을 뿐이다. 이와 같이 수학의 기능은 동물의 생활에 근본적으로 영향을 미치고 있다.

학생들은 수학의 기능을 반드시 알아야만 하는가? 단순히 수학 성적만을 향상시키기 위해서라면 대충 넘어갈 수 있는 부분이다. 그러나 어떤 문제에 부딪쳤을 때 수학의 기능을 잘 알아야 수학을 정확하게 사용할 수 있다. 특히, 수학의 도구적 역할을 중요하게 다루는 분야에서는 더욱 그렇다.

수학교육의 대부분의 절차는 수학적 사실을 익힌 다음, 그것의 활용을 학습한다. 예를 들어, 일차방정식의 해법을 배운 후 일차방정식의 응용문제를 다룬다. 이 때 가장 많이 취급하는 문제가 소금물의 농도에 관한 문제이다. 언제부턴가 이것을 하나의 수학 문제로 취급하는 경향이 있다. 그러나 이것은 과학의 문제이다. 여기서 수학이냐, 과학이냐를 굳이 구별하려는 것은 그것의 인식에 따라 학습 결과에 중요한 차이가 있기 때문이다. 일반적으로 수학의 본질을 정확히 이해하는 것이 다른 과학적 문제를 해결하는 데에 매우 중요하다. 현대문명의 꽃이라 할 수 있는 컴퓨터의 발명과 발전에는 수학자의 공헌이 매우 크다. 그 외에도 우주탐사 등 많은 첨단 영역에는 수학적 기법이 매우 많이 사용된다. 그러므로 수학자들은 현대문명의 중심적 역할을 했기 때문에 수학의 본질에 대한 기본적인 이해는 과학적 지식의 전개과정에 필수적이다. 이러한 목적에 도달하기 위하여 학생들은 수학을 과학적 노력의 한 부분으로 생각하여야 하며 수학적 사고의 본질을 이해하고 중요한 수학적 아이디어와 수학적 기법에 익숙해야 한다(AAAS, 1990).

제7차 교육과정의 수학과 목표 중 하나는 "여러 가지 생활현상을 수학적으로 고찰하는 경험을 통하여 수학의 기초적인 개념, 원리, 법칙과 이들 사이의 관계를 이해할 수 있다."로 정하고 있다(교육부, 1997). 이것은 우리 주위의 생활현상에 대하여 수학적 사고를 할 수 있는 기초적 준비이며, 수학적 사고의 결과를 통해서 그 현상에 적합한 결과를 도출해 내는 능력을 신장하려는 것이다. 축구선수들은 경기에 임하기 전에 몸풀기와 간단한 개인기(드리블, 슈팅 등)를 점검 또는 연습한다. 이것은 실전에서 간단한 개인기가 매우 중요한 역할을 하기 때문에 경기 몇 분전일지라도 짧지만 연습을 하고 경기에 참가한다.

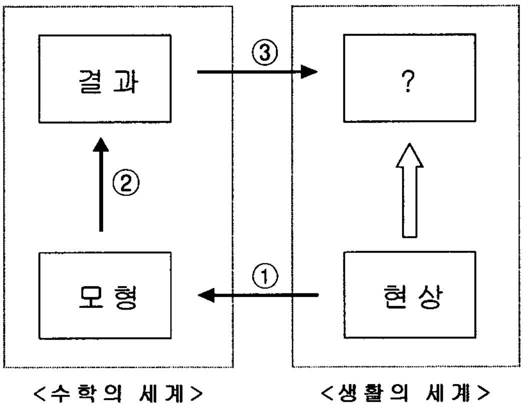
초등수학과 중등수학에 걸쳐 비교적 난해한 문제 중 한 형태가 응용문제이다. 그래서 어떤 사람은 응용문제를 해결하기 위해서 응용문제만을 또는 기초적인 수학적 사실만을 고집한다. 이것은 실제 현상과 수학간의 유기적 관계를 이해하지 못하기 때문에 학습효과가 떨어진다. 그러므로 현상과 수학간의 유기적 관계를 고려함으로써 수학의 학습 효과를 극대화할 수 있을 것이다.

우리 주위의 어떤 현상으로부터 어떤 사실을 추론하는 상황을 설정하자. 예를 들어, 오늘의 기상 정보로부터 내일의 기상 정보를 추론한다든지 또는 주식시장에서 내일의 주가를 예상하는 문제들은 주어진 정보로부터 미지의 정보를 얻는 문제들이다. 이와 같이 현재의 정

보를 제공하는 환경을 현상이라 하자. 그러면 우리가 일상에서 가장 많이 만나는 문제들은 이러한 현상으로부터 새로운 미지의 정보를 알려고 하는 것이 대부분이다.

현상으로부터 새로운 정보를 얻는 문제는 매우 다양해서 문제를 해결하는 과정도 각양각색이다. 또 어떤 경우는 하나의 문제에 대해서 여러 가지의 풀이 방법이 존재한다. 이런 문제들은 각 문제가 속한 영역의 전문적 지식으로 접근하여야만 한다. 그러나 어떤 문제를 해결하기 위해서는 해당 영역의 전문성뿐만 아니라 수학 및 기타 다른 분야의 지식을 필요로 한다. 그 중 수학이 쓰이는 곳은 일의성이 보장 되는 부분이다. 어떤 수를 근거로 한 계산 결과는 항상 일의적이다. 비록 계산은 아니더라도 일의성이 보장된 인과관계는 몇 번의 반복과정을 거쳐도 일의성은 그대로 유지된다. 예를 들어, 어느 가을날에 비가 오면 기온이 내려가고, 기온이 내려가면 따뜻한 국물 음식이 잘 팔린다. 그래서 가을에 비가 내리면 따뜻한 국물 음식이 잘 팔린다고 단정할 수 있다. 이것은 흔히 사용하는 연역적 추론 방법이며, 결론이 참이기 위해서는 각 단계가 참이면 충분하다.

이러한 추론의 과정을 다음과 같이 분리하여 생각하자.



[그림 1] 문제의 해결과정

이것을 지금부터 분석적 교수방법이라 부르도록 한다. 그리고 과정①을 모형화과정, 과정②를 처리과정, 과정③을 적용과정이라 부른다.

각 단계의 보다 상세한 설명은 다음과 같다.

모형화과정: 우리는 눈앞에 전개되는 현상을 보고 어떻게 문제를 해결할 것인가를 고민하게 된다. 이 때, 현상을 기호 등을 써서 형식화 한다. 예를 들어, 사물의 개수를 헤아리는 문제라면 현상을 수나 문자로 표현해서 계산하려 할 것이다. 현상의 모든 면을 수학적으로 표현하는 것은 불가능하다. 그러나 그 현상으로부터 도달하려는 세계만을 생각한다면 많은 경우 수학적으로 표현할 수 있다. 예를 들어, 사물의 개수를 구하는 문제라면 눈앞에 보이는 사물의 개수를 수로 표현함으로써 목표의 '개수'를 구할 수 있다. 즉, 탐구방향을 명확히 알면 현상을 수학적으로 표현하는 것은 보다 간단하다. 현상을 수학적으로 모형화할 때 모형 속에서의 여러 가지 조작이 실제 현상과 부합하는 것을 염두에 두고 모형화를 진행하여야 한다. 예를 들어, 물방울 몇 개가 서로의 인력에 의해서 뭉쳐지는 현상에서 이들은 최종적으로 몇 개의 물방울로 변화할까하는 문제라면 지금의 물방울에 덧셈 연산을 적용하면 곤란하다. 이

것은 오히려 1에다 1을 합하면 1이 되는 수학이 보다 적합하다. 이와 같이 모형화는 실제 현상과 수학의 세계를 정확히 이해하여야만 가능하다.
처리과정: 수학적 모형이 만들어지면 사고의 단순화를 위해서 이 모형에만 집중한다. 현상으로부터 도입한 모형 속에서 수학적 결과를 얻는다. 이 과정은 완전한 수학의 세계이다. 그러므로 결과에 도달하기 위해서는 수학적 사실만을 이용해서 연역하여야 한다. 간혹 학생들은 수학적 과정을 진행하면서 문제 원래의 상황 즉, 현상을 자주 되돌아본다. 이것은 수학적 진행에서 집중력을 떨어지게 하고 논리적 흐름을 혼란스럽게 할 수 있다. 그러므로 수학적 모형만을 근거로 수학적 결과를 구하도록 지도한다.
적용과정: 수학적 결과를 최초 문제의 해로 변환한다. 이 해가 문제에 대해서 옳은가를 확인하는 과정을 밟는 것이 좋다. 이 때, 간단한 경우에 대해서 사용했던 방법의 타당성을 검사한다.

III. 분석적 교수방법의 예시

실제 몇 가지의 구체적인 예를 통해서 분석적 교수방법을 설명하자.

1. 소금물의 농도 구하기

문제: *농도가 다른 두 소금물A, B를 각각 60g, 80g씩 섞었더니 농도가 12%인 소금물이 되었다. 또, 소금물 A와 B를 각각 80g, 60g씩 섞었더니 농도가 10%인 소금물이 되었다. 소금물A, B의 농도를 각각 구하라.*

어떤 용액의 농도를 구하는 문제는 과학의 문제이다. 이 문제를 풀기 위해서 보통 연립방정식을 이용한다. 연립방정식의 해법을 이용하여 이 문제의 푸는 과정을 분석적 교수방법에 따라 설명하여 보자. 소금물A, B의 농도를 각각 a, b라 놓는다.
<모형화과정> 보통 농도라 함은 용액 100g에 녹아있는 용질의 무게(g)의 비를 백분율로 나타낸 것이다. 즉,

농도(%)=(소금의 무게×100)/(소금물의 무게)

이 식을 변형하면

소금의 무게=(농도×소금물의 무게)/100

소금물A의 60g와 소금물B의 80g을 섞으면 용액의 무게는 140g가 된다. 이 용액에 녹아있는 소금의 양을 구하여 보자. 이것의 양은 섞기 전의 소금의 무게를 각각 구해서 더하면 된다. 계산하면, 소금물A의 소금의 무게는 $0.6a(g)$, 소금물B의 소금의 무게는 $0.8b(g)$를 얻는다. 그러므로 섞어서 얻은 소금물의 소금의 양은 $0.6a+0.8b(g)$이다. 이 소금물의 농도가 12%이므로

$$\frac{0.6a+0.8b}{140}\times 100 = 12 \tag{1}$$

가 성립한다. 또 다른 실험결과에 같은 방법을 적용하면

$$\frac{0.8a+0.6b}{140}\times 100 = 10 \tag{2}$$

을 얻는다.

여기서 소금물을 섞었을 때 얻어지는 용액의 무게와 용질의 무게에 대해서 덧셈(+)을 하

였다. 이것이 타당한가 하는 것은 우리의 경험으로 판단하여야 한다. 그러므로 이 모형은 타당하다고 보아도 될 것이다. 우리는 실제 일어난 현상으로부터 (1)과 (2)의 식을 얻었다. 이 것은 수학적 모형이다.

<처리과정> 식(1)과 (2)를 간단히 하면

$$\begin{cases} 3a+4b=84 \\ 4a+3b=70 \end{cases}$$

이 된다. 이 연립방정식을 풀면 $a=4, b=18$을 얻는다.

<적용과정> A의 농도는 4%이고, b의 농도는 18%이다. 이 단계에서는 앞에서 얻은 a와 b의 값에 단위만을 고려하면 된다. 그리고, 이렇게 계산하여도 무방한가 하는 것을 아주 간단한 예를 통하여 검증해 볼 수 있다.

2. 열의 전도

뉴톤의 냉각법칙을 이용하는 문제로 분석적 교수방법으로 설명하여 보자. 이 문제는 Erwin Kreyszig(1993)의 저서에서 발췌하였다.

문제: *100℃의 뜨거운 구리 구슬이 있다. 이 구슬을 30℃의 물에 넣고, 3분후 구슬의 온도를 재어보니 70℃로 떨어져 있었다. 그러면 구슬의 온도가 31℃가 되려면 구슬을 물에 넣은 후 얼마의 시간이 경과하여야 하는가?*

뉴튼의 냉각법칙은 다음과 같다.

구슬 온도(T)의 시간(t)에 대한 변화율 $\dfrac{dT}{dt}$*는 T와 주위 물질의 온도(*T_0*)의 차에 비례한다.*

<모형화과정> 구리는 빠르게 열전도가 일어난다. 그래서 어떤 시점에서 구리 구슬의 표면 온도는 구슬의 내부와 일치한다고 가정한다. 뉴튼의 냉각법칙으로부터 현상을 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\frac{dT}{dt}=k(T-30)$$

여기서 상수k는 현상의 구체적 상황에 의존하는 비례상수이다. 예를 들어, 물의 양이라든가 또는 구슬의 크기 등에 의해서 결정된다.

<처리과정> 수학적 모형인 미분방정식 $\dfrac{dT}{dt}=k(T-30)$으로부터 방정식의 해를 구한다. 이 방정식은 변수분리형이므로 간단히 해를 구할 수 있으며, 일반해는

$$T(t)=ce^{kt}+30 \quad (c\text{: 상수})$$

이다. 주어진 조건 $T(0)=100$을 적용하면 특수해 $T(t)=70e^{kt}+30$ 을 얻는다. 또한, 조건 $T(3)=70$을 적용하고 계산기를 활용하면 $k\fallingdotseq-0.1865$를 얻을 수 있다. 그러므로 수학적으로 현상을 완전히 표현하면

$$T(t)=70e^{-0.1865t}+30$$

따라서 지수방정식 $T(t)=31$의 근사해를 구하면 $t=22.78$을 얻는다.

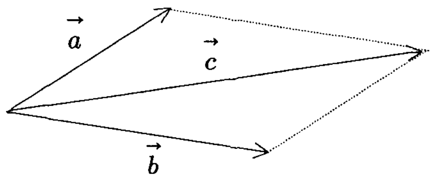
<적용과정> 앞 과정의 결과를 본래 문제에 적합한 답으로 변환하자. 22.78초 경과하면 된다. 즉, 22.78초가 지난 후 구슬의 온도는 31도로 낮아진다.

3. 두 힘의 합성

힘의 개념은 물리학의 기초개념 중 하나로 중학교 과정에서부터 매우 중요하게 다루는 영

역이다. 이 힘을 설명할 때 우리 생활에서 느끼는 힘에 대한 경험을 토대로 시작하여 보다 정교한 개념으로 나아간다. 어떤 물체에 힘이 작용하면 움직인다. 움직이는 물체를 정지시키거나 운동의 방향을 바꿀 때도 힘이 필요하다. 이와 같이 힘에 대한 본격적인 내용을 다루려면 벡터의 개념을 활용하는 것이 편리하다. 그래서 정교하지는 않지만 중학교 과학에서부터 벡터의 개념을 도입하고 있으며, 고등학교의 물리와 수학에서는 벡터를 매우 체계적으로 다루고 있다. 그러나 벡터의 초기 도입과정을 살펴보면 힘의 합성과 힘의 스칼라곱이 왜 타당한지에 대한 설명이 빈약하다.

힘의 합성은 어떤 물체에 다른 두 가지의 힘을 동시에 작용하면 그 물체는 어떤 방향으로 얼마나 빠르게 운동하느냐에 관한 것이다. 이 때, 사용하는 것이 평행사변형의 원리이다. 즉, 다음과 같이 어떤 물체에 두 개의 화살표$\vec{a}$, $\vec{b}$로 나타낼 수 있는 두 가지의 힘은 궁극적으로 어떤 하나의 힘으로 나타낼 수 있는데 그것은 화살표$\vec{a}$, $\vec{b}$를 두 변으로 하는 평행사변형의 대각선의 방향을 갖고, 크기는 대각선의 길이와 같은 화살표$\vec{c}$이다.



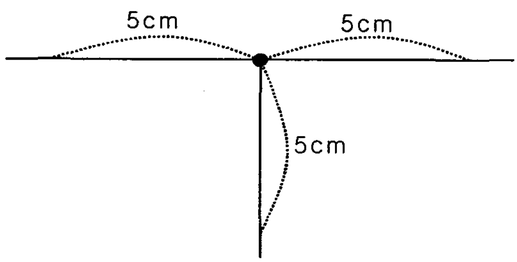
[그림 2] 두 힘의 합성

평행사변형의 원리가 실제의 현상과 일치하는지의 여부를 확인하여 보자. 물론 여기서는 벡터의 개념을 처음 도입하는 과정처럼 접근하자. 실제의 현상을 관찰하며 벡터의 합의 올바른 정의를 찾아가는 과정이라고 생각하자.

다음과 같이 준비물을 갖춘다.

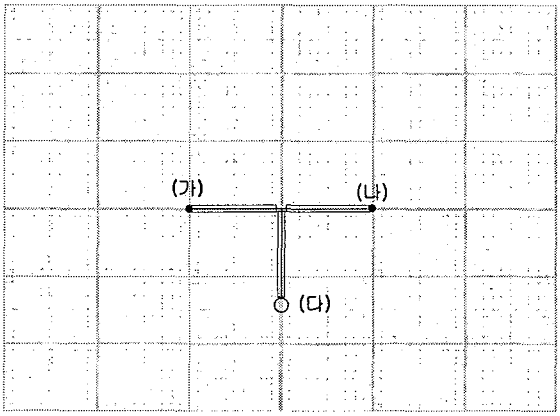
나무판자(30cm×30cm) 1개, 모눈종이(A4크기) 4장,
고무줄(10cm) 3개, 빨대 3개, 압정 2개

1) 나무판자의 한 면에 모눈종이를 바른다.
2) 고무줄을 아래의 그림과 같이 5cm이상 남기고 T자 모양으로 만든다. 이 때 매듭을 당기더라도 풀리지 않도록 단단히 묶는다.



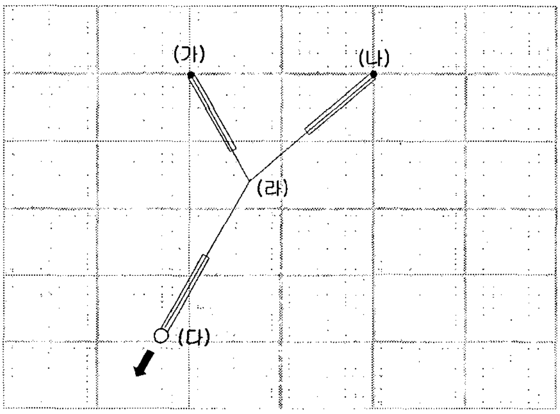
[그림 3] 고무줄 묶기

3) 빨대를 정확하게 5cm씩 잘라 고무줄에 삽입하고, 아래의 그림과 같이 (가)와 (나)의 위치에 압정을 꽂고 고무줄의 여분으로 묶는다.



[그림 4] 고무줄의 고정

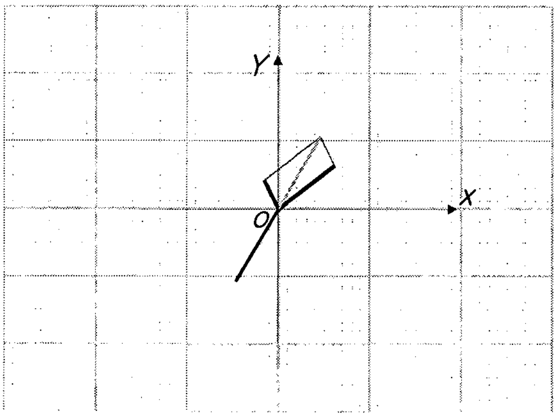
이 때 주의할 점은 고무줄을 늘이지 말고 팽팽하게 당겨서 고정한다. 이렇게 하면 (가)에서 (나)까지의 거리는 10cm가 될 것이다.
4) [그림 4]에서 (다)의 부분에 삽입한 빨대의 밖으로 나온 고무줄을 묶어 빨대와 고무줄이 분리되지 않도록 한다. 역시 묶을 때도 고무줄을 늘이면 안 된다. 단지 팽팽하게 유지하는 정도에서 묶어야 한다.
5) (다)부분을 판자의 면과 나란하게 당긴다. 그러면 고무줄은 늘어나지만 빨대는 늘어나지 않으므로 빨대의 사이로 고무줄이 보인다. 이 때, 빨대를 (가), (나), (다)쪽으로 밀어 고무줄이 보이도록 한다([그림 5]).



[그림 5] 힘의 합성 실험

6) 펜을 이용하여 고무줄이 보이는 부분을 모눈종이 위에 그린다.

7) 고무줄과 빨대를 제거한 후 스케치한 그림을 조사한다. 세 직선이 만나는 부분을 xy직교 좌표계의 원점으로 하는 좌표축을 세우고 이 세 직선의 끝점의 좌표를 구해서 비교하여 본다. 여기서 우리는 고무줄의 길이를 힘의 크기로 보았다. 이것은 후크의 법칙에 의해서 타당하다.



[그림 6] 좌표평면에 힘의 합성을 도식화하기

<모형화과정> 힘을 화살표를 이용해서 나타낸다. 시점은 원점과 일치시킨다. 세 직선은 세 개의 화살표로 표시된다. (다)방향의 직선을 원점을 중심으로 대칭이동한 화살표의 힘을 두 힘의 합성이라 정한다.
<처리과정> 두 힘의 좌표와 합성된 힘의 좌표를 비교하면 평행사변형의 원리를 이끌어 낼 수 있다. 그래서 우리는 두 좌표의 합을 구함으로써 힘의 합성을 표현할 수 있다.
<적용과정> 위에서 얻은 힘의 합성이 실제 실험과 일치하는가를 확인한다. [그림 5]에서 (라)의 위치에 작은 물체를 끼우고 당겼던 고무줄을 놓을 때 그 물체가 나아가는 방향이 합성한 힘의 방향과 일치함을 쉽게 확인할 수 있다. 합성한 힘의 크기는 고무줄의 길이를 이용해서 측정할 수 있다.

Ⅳ. 맺음말

언론과 교육기관의 발표를 보면 우리나라의 초・중・고 학생의 수학실력은 세계적으로 상위권이다. 그러나 대학과 사회에서 수학의 활용능력을 보면 결코 상위권이라 할 수 없다. 이것은 수학교육이 어딘가 잘못된 탓이다. 실제 우리나라의 학교 수학교육은 점수 위주의 교육이다. 수학문제를 잘 풀 수 있도록 지도하는 것이 최선의 수학교육으로 생각하고 있다. 그러나 수학은 인간의 합리적 사고 기능으로부터 출발하였고, 그러므로 수학의 기능을 이용하면 합리적 사고를 가능하도록 교육할 수가 있다. 따라서 앞에서 설명한 분석적 교수방법을 이용하여 수학의 기능을 잘 설명하는 수학교육을 실시해야할 것이다.

또한 수학의 기능을 많이 알고 있으면 있을수록 현상을 보는 안목이 정확해 진다. 논문의 앞부분에서도 몇 가지의 예를 통하여 언급하였지만 인간사고의 매 단계가 수학을 이용한다.

그러므로 학생들이 수학의 기능을 정확히 이해하면 수학과 직접 관련이 없는 지식이라 할지라도 지식의 활용능력은 향상될 것이다. 따라서 수학의 기능을 이해하는 것은 매우 중요하다. 그러므로 이 영역에 대한 연구가 시급하다고 생각한다.

참고문헌

교육부 (1997). 수학과 교육과정(교육부 고시 제 1997-5호[별책8]).

김종명 (1997). 수학사에서 수학의 패러다임 형성과 수학교육관, Historica Mathematica, 제 10권 2호, 53-63.

남기상 외 4인 (1976). 중등학교 과학교사를 위한 수학적 모델에 관한 연구, 전북대학교 과학교육논총, 제1집, 37-53.

우정호 (2000). 학교수학의 교육적 기초. 서울대학교출판부.

AAAS(American Association for the Advancement of Science) (1990). Science for all Americans. Oxford University Press.

Erwin Kreyszig (1993). Advanced Engineering Mathematics 7th edition. John Wiley & Sons, Inc.

수학의 기능 이해를 위한 분석적 교수방법의 연구

Study of decomposition model for students' understanding the function of mathematics

Byun, Du-Won · Seo, Jong Jin · Park, Sang-Tae[3)]
Ro, Young Soon · Kim, Yung Hwan · Park, Dal-Won[4)]

In school education, mathematics is obviously an independent subject. But the function of mathematics is revealed when it is joined with other subject. For example, when we use mathematics to solve a scientific problem, we can clearly feel the function of mathematics and its roll for science. So, it is general to teach the functions of mathematics by dealing mathematical application. For this method, student mostly pass over that because mathematics is only a tool. Therefore, it is necessary for mathematics part to be separated from mixed application. In this paper, we present a model to contain such an effect.

Key words : Decoposition model of teaching, Function of mathematics, Mathematical concept, Mathematics education

---

3) Kongju National University, Institute of Sci. Edu. (dwbyun@kongju.ac.kr; sjj8483@kongju.ac.kr; stpark@kongju.ac.kr)
4) Kongju National University, Department of Math. Edu. (ysro@knu.kongju.ac.kr; yhkim@knu.kongju.ac.kr; dwpark@kongju.ac.kr;)