

연안지역의 정체수역에서 방류되는 하·폐수의 근역거동 수치모의 Numerical Simulation for Near Field-Behavior of Wastewater Discharged into Stagnant Ambient in Coastal Region

권석재* · 서일원*
Seok Jae Kwon* and Il Won Seo*

요 지 : 본 연구에서는 정체수역에서 유입이론과 일부 형상계수의 조정을 통해 근역에서의 하·폐수 혼합거동을 해석할 수 있는 근역제트적분모형을 개발하기 위해 총 6개의 상미분 보존방정식에 6개의 미지수를 가지는 문제를 수치적으로 풀기 위한 4차의 Runge-Kutta기법을 사용하였다. 또한, LIF 시스템을 이용하여 검증과정을 통해서 단일수평부력제트의 수리실험을 수행하였다. 그리고 기존의 모형 CORMIX 1, VISJET, 그리고 본 모형의 계산결과를 수리실험결과와 서로 비교하였다. VISJET모형에 의해 예측된 중심선 궤적이 운동량과 부력이 지배적인 구간에서는 실험결과와 근접한 반면에 본 제트적분모형에 의해 예측된 결과는 천이영역에서 측정된 궤적과 잘 일치하였다. 중심선희석률에 있어서 운동량과 부력이 지배적인 구간에서 CORMIX 1 모형의 결과와 잘 일치하는 반면에 초기영역과 천이 영역에서 본 모형의 결과와 대체로 잘 일치하는 경향을 보였다.

핵심용어 : 하·폐수, 제트적분모형, LIF, 단일수평부력제트, 중심선 궤적, 중심선 희석률

Abstract : This study developed the jet integral model to analyze the behavior of the wastewater discharge in the near field using the fourth order Runge-Kutta method in order to numerically solve the problems of six ordinary differential equations and six unknowns. This jet integral model used the entrainment hypothesis and the manipulation of some shape constant. This study also conducted the hydraulic experiments for single horizontal buoyant jet using LIF through the calibration procedure. The results calculated by the previous models, CORMIX 1 and VISJET, and the proposed jet integral model were compared to the hydraulic experimental results. The centerline trajectories predicted by the proposed model were in good agreements with the experimental results in the transition region whereas the trajectories calculated by the VISJET model agreed well with the measured data in the momentum and buoyancy-dominated regions. The centerline dilution calculated by the proposed model agreed generally with the measured dilution in the initial and transition regions while the centerline dilution predicted by the CORMIX 1 was in good agreements with the experimental results in the momentum and buoyancy-dominated regions.

Keywords: wastewater, jet integral model, LIF, single horizontal buoyant jet, centerline trajectory, centerline dilution

1. 서 론

우리나라 연안지역의 도시와 산업공단에서 발생하는 하·폐수는 거의 대부분이 처리되지 못하거나 1차 처리 과정을 거쳐 해양으로 직접 방류되고 있는 실정이다. 현재 연안도시의 하수처리율은 전국평균의 절반에도 훨씬 못 미

치는 23% 정도이며, 고농도의 오염물질이 함유된 막대한 방류수가 연안해역으로 유입되고 있다. 그리고 해수흐름과 해양환경 여건을 충분히 고려하지 못한 해양방류위치의 선정과 방류수역에 대한 국내의 법적, 제도적 관리수단의 미비로 해양환경오염을 더욱 가중시키고 있다(강시환 등, 2002). 최근의 임해 도시인구의 증가로 인해 대규

*서울대학교 지구환경시스템공학부 (Corresponding Author: Seok Jae Kwon, Division of Civil, Urban & Geosystem Engineering, Seoul National University, San 56-1, Shinlim-dong, Gwanak-gu, Seoul 151-742, Korea. sj9kwon@chol.com)

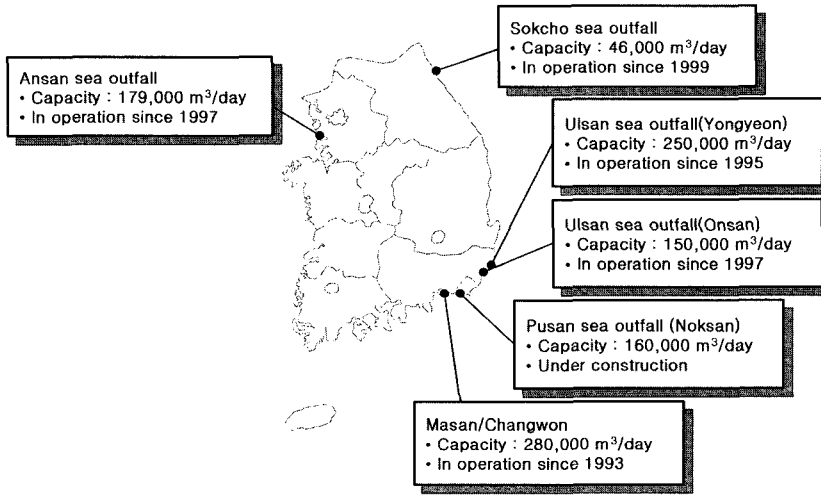


Fig. 1. Status of main ocean outfalls in Korea.

모의 하수가 발생하고 환경에 대한 관심이 증대되면서 해양 수중방류 시설은 좀더 깊은 수심의 외해에 설치되는 게 바람직하다. 해양으로 방류되는 하·폐수는 담수에 가까운 밀도를 갖기 때문에 이보다 높은 밀도를 갖는 해양으로 방류될 때 방류운동량이 소실된 이후에 해수표면으로 상승하면서 해수의 유입으로 희석된다. 현재 전 세계적으로 적절히 처리된 하·폐수를 해양에 방류할 때 다수의 방류공을 갖는 연직유도관들 사이에 적절히 간격을 두고 구성하는 선형구조를 갖는 다공확산관을 사용하고 있다(서일원 등, 2002). 국내에서는 다양한 형태의 다공확산관중에서 장미형확산관이 수심 6 m에서 27 m 사이의 비교적 얕은 수심에 설치되어 왔다(Seo et al., 2004). 국내 연안지역에 설치되어 있는 주요 장미형확산관들의 위치와 제원이 Fig. 1과 Table 1에 표기되어 있다.

다공확산관을 통해 하·폐수가 방류되면서 형성되는 부력제트는 비교적 낮은 수심 때문에 개별부력제트들 간에

서로 병합이 일어나지 않는 경우에 대부분 단일부력제트로 가정하여 해석된다(Cederwall, 1968; Lee, 1989; Akar and Jirka, 1991). 그러므로 마산과 창원, 녹산, 속초 해양 확산관에서 방류된 개별부력제트는 단일부력제트 적분모형으로 해석이 가능한 단일부력제트로 간주될 수 있다. 더구나 폐쇄성만의 낮은 수심에 설치되어 있는 마산과 창원 해양방류구의 인근에서는 최대조류속이 15 cm/s 밖에 되지 않아 하·폐수의 축적이 심각한 실정이고, 방류된 부력제트가 정체수역에서 거동할 때 가 많다(강시환 등, 2002). 심지어 국내의 많은 폐쇄성 연안의 여러 지역에서는 산업공단 등에서 발생하는 폐수가 단공을 통해서 계속 방류되고 있는 실정이다. 그러므로 이와 같은 정체수역과 낮은 수심의 해양환경에서 방류되는 하·폐수의 거동분석을 위해 정체수역에서 단일수평부력제트의 거동이 수치적으로 그리고 실험적으로 연구될 필요가 있다.

단일수평부력제트의 거동에 대한 수리실험은 많은 연

Table 1. Dimensions of main rosette-type diffuser outfalls

Outfall		Masan & Changwon	Yongyeon	Noksan	Sokcho
Discharge depth (m)		13.0	25.0 - 27.0	6.5	10 - 11.5
Design flow rate (m³/s)		8.23	4.05	8.24	1.22
Diffuser	Diameter (m)	2.00	1.80	2.20	0.60
	Length (m)	210	470	45	50
Riser	Diameter (m)	1.35	1.35	1.20	0.60
	Spacing (m)	10.0	10.0	9.0	10.0
Port	Diameter (m)	0.200	0.110, 0.120, 0.125	0.500	0.225, 0.250
Number of ports in a riser		4	4	4	4

구자들에게 의해 진행되어 왔다(eg. Anwar, 1969; Davidson, 1989). 기존의 수치모형 중 방류부력제트의 거동을 해석 하는데 가장 많이 사용되는 모형은 CORMIX(Cornell Mixing Zone Expert System) 모형과 VISJET(Visualization and Lagrangian Modelling of buoyant plumes in an ambient current) 모형이다. CORMIX 모형은 길이축적모형으로서 CORMIX1 모형이 수중 단공을 통한 방류 시 오염물질의 궤적 및 희석과정을 모의하도록 개발된 모형으로서 부분적으로 제트적분모형의 개념을 사용한다(Akar and Jirka, 1991). VISJET은 OUTPLM 모형에 기초한 Lagrangian 적분모형으로서 투영면적포화 가정을 이용하여 주변류에 방류된 부력제트의 3차원 초기혼합 거동을 모의할 수 있다(Lee et al., 2000). 제트적분방법을 이용하여 부력제트를 해석할 때 문제를 완결시키기 위해 일반적으로 유입가설(entrainment hypothesis) 또는 확장가정(spreading assumption)을 사용하는데, 기존의 여러 연구자들이 실험을 통해 유입이론을 제안한 바 있다(Morton et al., 1956; Holley and Jirka, 1986).

수중에서 방류된 방류수는 초기의 방류특성들인 방류 운동량과 부력 흐름률이 지배적인 근역을 거쳐서 수동적인 난류확산이 지배적인 원역으로 가게 된다. 근역에서의 확산은 방류된 하·폐수 전체 확산의 90% 정도를 차지하므로, 근역에서의 물리적인 특성이 뒷받침되지 않은 원역에서의 오염물질의 거동에 대한 분석은 매우 큰 오차를 초래할 수 있다. 따라서 본 연구에서는 밀도성층이 존재하는 정체수역에서 유입이론을 이용하여 근역에서의 혼합 거동을 해석할 수 있는 근역제트적분모형의 개발에 중점을 두었다. 온도 검침계 또는 전기전도도 검침계를 사용하여 떨어지는 측정정확도를 해결하기 위해(Papanicolaou, 1984) Laser Induced Fluorescence(LIF) 시스템을 이용하여 단공방류구에서 정체수역으로 수평 방류되는 부력제트의 거동을 규명하였다. 실험결과로부터 취득된 제트의 중심선 궤적과 중심선 희석률은 CORMIX1과 VISJET 모형의 모의결과, 그리고 본 연구에서 제시된 적분모형의 모의결과와 비교, 고찰되었다.

2. 이론적 연구

2.1 부력제트의 일반적 거동

제트는 유체가 오리피스 혹은 슬롯 등을 통하여 동일한 유체 혹은 유사한 유체로 방류되는 흐름을 의미하며, 이때의 방류된 유체의 운동을 지배하는 구동력은 운동량과

부력이다(Fischer et al., 1979). 실제 해양방류시설의 다공확산관으로부터 방류되는 대부분의 흐름은 수평부력제트로 분류되는데, 이는 운동량과 부력의 합력에 의해 구동되는 흐름을 의미한다. 편의상 제트는 흐름확립영역(Zone of Flow Establishment), 확립흐름영역(Zone of Established Flow) 두 개의 영역으로 구분할 수 있다. 흐름확립영역은 제트와 주변수체 사이의 상호작용, 즉 확산의 영향이 중심까지 도달하지 못한 영역으로, 원류 핵 안의 유속은 영역 내에서 초기방류유속 U_0 를 유지한다. 확립흐름영역은 확산의 영향이 제트의 중심까지 도달하게 되고, 제트 중심선에서 최대 유속은 제트가 진행됨에 따라, 점차 감소하기 시작한다. 발달된 흐름영역 내에서 제트의 중심축에 대한 법선방향 유속분포와 농도분포는 자기유사성을 가지며, 일반적으로 Gaussian 분포를 따르기 때문에 단단면에 걸쳐서 시간 평균된 유속분포와 농도분포는 유속의 최대 값과 제트 폭의 함수로써 표현된다(Fischer et al., 1979). 일반적으로 부력제트의 특성을 결정하는 변수로서 다음 식과 같은 방류밀도 Froude수를 사용한다.

$$F_j = \frac{U_0}{\sqrt{g'_{\Delta} d}} \quad (1)$$

여기서, U_0 는 방류제트의 초기방류유속, $g'_{\Delta} (= g \frac{\Delta\rho}{\rho_a})$ 는 유효중력가속도로서 방류수와 주변수의 밀도 차에 의해 중력가속도가 변화하는 것을 고려한 것이고, g 는 중력가속도, $\Delta\rho$ 는 방류수와 주변수와의 밀도 차이, ρ_a 는 주변수의 밀도, d 는 방류 노즐의 직경이다. 방류밀도 Froude수는 방류수가 가지고 있는 초기 운동량과 부력의 상대적인 중요도를 의미하는 것으로 방류밀도 Froude수가 0에 가까워지면 부력제트는 단순플룸의 특성을 갖게 되고, 매우 커지면 단순제트의 특성을 나타내게 된다. 실제 확산관 근역에서 초기 흐름은 수평 운동량 흐름률에 의해 지배를 받는 경향이 있으며, 확산관으로부터 어느 정도 떨어진 영역(중간역)에서는 부력에 의해 지배를 받게 된다.

2.2 제트적분모형에 대한 일반개념

난류부력제트의 해석을 위해 보통 사용되는 기본가정은 다음과 같다. 첫째, 난류부력제트와 같은 자유난류 흐름은 제트의 축 방향의 제원에 비해 횡 방향 제원이 작아 경계층 근사(boundary layer approximation)가 가능하다. 즉, 방사상 방향의 유속은 제트의 진행방향 유속에 비해 무시할 수 있고, 제트의 진행방향의 확산은 방사상 방

향 확산에 비해 무시할 수 있을 정도로 작다. 둘째, 정상 상태와 비입축성 유체, 정수압 분포를 가정하고, 그리고 난류흐름상태를 가정하여 점성응력이 난류응력에 비해 무시할 정도로 작다. 이 가정들과 함께 Reynolds 방정식에 경계층 근사를 적용하여 운동량방정식을 유도한다(Rajaratnam, 1976). 그래서 난류부력제트에 대한 운동량방정식, 부력 보존식, 그리고 스칼라량 보존식을 유도할 수 있게 되고, 이러한 방정식들에 난류 전단응력항이 포함되어 있기 때문에 완결되지 못하며, 따라서 난류 전단응력항들을 어떻게 처리하느냐가 중요한 부분이 된다. 일반적으로 제트문제의 해석은 이 난류 전단응력항의 처리방법에 따라 해석방법이 나누어진다. 난류 전단응력항의 값이 0에 가까운 지점을 제트의 경계로 가정하고, 이 경계를 제트의 쪽으로 하는 단면에 대해 적분을 하게 되면 난류 전단응력항이 사라지게 되고, 이 개념을 이용하여 해석하는 방법이 제트적분해석(jet integral analysis)이다(Lee and Seo, 2000).

2.3 기존의 제트해석 수치모형

2.3.1. CORMIX1

CORMIX 모형은 길이축척모형으로서 오염물질이 자연 수체로 방류되는 경우에 대하여 혼합현상을 해석할 수 있도록 하기 위해 Cornell 대학에서 개발한 전문가 시스템이다. CORMIX 모형의 정확성과 사용성은 다양한 방법으로 검증되었으며, 실제 하수 및 온배수의 방류시설 설계 시 희석률 산정의 도구로서 널리 사용되고 있다. 일반적으로 CORMIX와 같은 모형에서는 흐름 거동을 제어하는 요소로서 방류제트의 부피 흐름률, 운동량 흐름률, 부력 흐름률, 주변수 흐름, 밀도 성층화 등의 상대적 중요도를 표현할 수 있는 특성길이들을 사용하는 것이 특징이다. 정체수역의 경우, 지배적인 구동력이 운동량에서 부력으로 변화되는 거리를 제트-플룸 길이축척 L_M 으로 표현할 수 있는데, 이는 $L_M = \frac{M_0^{3/4}}{J_0^{1/2}}$ 으로 정의된다. 여기서, $M_0 (= U_0^2 \frac{\pi d^2}{4})$ 는 운동량 흐름률, $J_0 (= U_0 g_0' \frac{\pi d^2}{4})$ 는 부력 흐름률이다. L_M 은 방류 운동량 흐름률이 부력 흐름률보다 상대적으로 중요한 지점까지의 거리를 말한다. CORMIX 1에 대한 자세한 수학적 개념은 Doneker and Jirka (1990)에 정리가 되어있다.

2.3.2 VISJET

VISJET(Lee et al., 2000)은 JETLAG 모형을 기본 계산모듈로 채택하고 하나의 연직유도관 내에 서로 다른 방

류각을 지닌 다중 부력제트를 각각 개별적인 단일부력제트 모의를 통하여 해석하고, 이를 시각화하는 프로그램이다. VISJET은 각각의 유도관이나 방류구에서의 부력제트 방류조건, 주변수와 단면의 조건을 개별적으로 입력한다. VISJET의 계산모듈인 JETLAG 모형은 부정확한 전단유입개념을 갖는 OUTPLM 모형에 기초한 Lagrangian 적분모형으로서 투영면적포획 가정을 이용하여 주변류에 방류된 부력제트의 3차원 초기혼합 거동을 모의할 수 있고 부정확한 전단유입개념을 개선하였다. JETLAG 모형은 오랜 기간 동안에 다양한 이론의 도입, 기초 실험, 현장 연구 등을 통하여 광범위한 검증을 거쳤다. JETLAG 모형에서는 제트의 초과유속 크기와 방향, 반폭, 두께 등으로 정의되는 플룸요소를 이용하여 부력제트의 궤적을 Lagrangian 방법으로 추적한다. 또한 유속 및 농도분포를 중절모형 분포로 가정하며, 흐름확립영역은 세부적으로 고려하지 않는다. VISJET에 대한 자세한 수학적 개념은 Lee and Cheung(1990)에 잘 나타나 있다.

2.4 유입이론

부력제트를 해석하는 경우 제트적분방법을 이용할 때 문제를 완결시키기 위해 완결방정식이 필요하고, 일반적으로 유입가설(entrainment hypothesis) 또는 확장가정을 사용한다. Morton et al.(1956)은 식 (2)와 같이 방류된 부력제트가 제트의 중심선 궤적 s 를 따라 혼합될 때, 유입속도는 제트 중심선에서의 평균유속으로 표현할 수 있다는 유입가설을 제안하였다(Fig. 2).

$$\frac{dQ}{ds} = v_c 2\pi b = \alpha \bar{U}_c 2\pi b \quad (2)$$

여기서 Q 는 체적 흐름률(volume flux), v_c 는 주변수가 제트의 경계내부로 유입되는 속도, \bar{U}_c 는 시간에 따른 평균, b 는 부력제트의 반폭, α 는 유입계수, U_c 는 제트 중심선의 유속을 가리킨다. 이러한 유입이론은 많은 연구자들(Abraham, 1963; Fan, 1967; Schatzmann, 1979)에 의해 적절한 변형을 통해 광범위하게 적용되어 왔다. 따라서 유입가설을 이용하여 부력제트의 거동을 해석하는 데 중요한 점은 유입계수 α 를 적절하게 결정하는데 있다. 정체수역에서 단순제트의 경우 α 는 0.055이고, 단순플룸의 경우 0.083의 상수값을 갖는다고 제안되었다 (Fischer et al., 1979). Holley and Jirka(1986)는 정체수역에서 원형 수평부력제트에 대한 유입계수의 값을 다음과 같이 제안하였다.

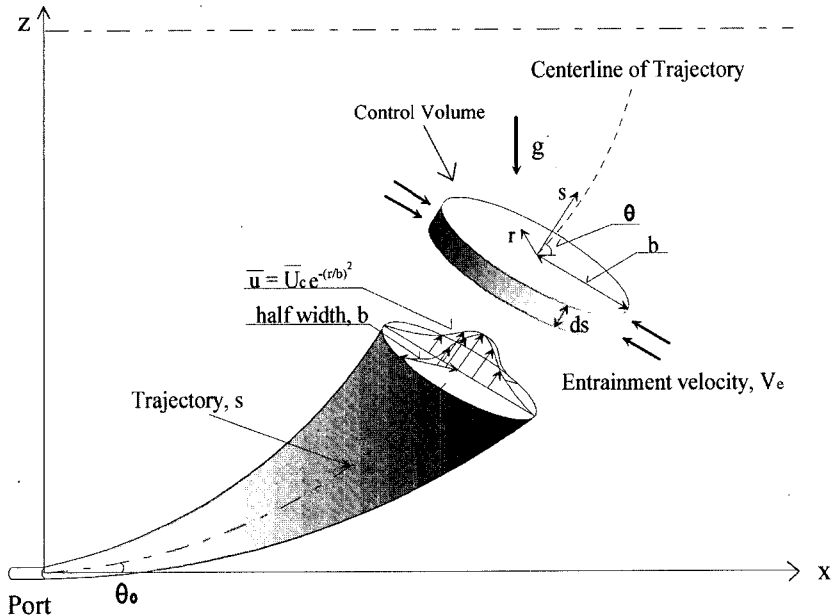


Fig. 2. Schematic diagram of single horizontal buoyant jet.

$$\alpha = \alpha_j + \frac{\lambda^2 \sin \theta}{2 F_l^2} \quad (3)$$

여기서 α_j 는 단순제트를 위한 유입계수, λ 는 스칼라 분포와 유속분포의 비, θ 는 제트의 궤적이 수평면과 이루는 각도, F_l 은 제트 중심선 궤적을 따르는 국부밀도 프루드수(local densimetric Froude number)로 다음과 같다.

$$F_l = \frac{\bar{U}_c}{\sqrt{\Delta_c b}} \quad (4)$$

여기서 $\Delta_c (= g \frac{\rho_{a'c} - \rho_c}{\rho_{a'0}})$, $\rho_{a'0}$ 는 제트의 임의의 중심 지점에서 주변수의 밀도, ρ_c 는 제트의 임의의 중심지점에서의 밀도, $\rho_{a'0}$ 는 방류구 지점에서 주변수의 밀도이다. 본 연구에서는 식 (3)을 이용하였다.

3. 수치모형

3.1 기본가정

본 모형은 원형의 단일 방류공으로부터 방류되는 부력 제트에 관한 적분모형이다. 주변수체는 정지상태로 수심 방향으로 선형밀도성층을 이루고 있으며 초기방류의 각도를 변화시킬 수 있다. 본 연구에서 모형의 구성을 위한 가정들은 다음과 같다.

1. 유체는 비압축성이다.
2. 전체 흐름장에서 유체의 밀도변화의 크기는 기준밀도(reference density)에 비해 매우 작으므로 관성항에서의 밀도변화는 무시할 수 있고, 질량 흐름률 보존식은 체적 흐름률 보존식으로 대체될 수 있다. 즉, Boussinesq 근사(Schlichting, 1979)가 성립한다.
3. 흐름은 완전난류 상태이고 분자확산은 무시한다.
4. 제트방류수역의 밀도분포는 선형 성층화 되어있다.
5. 종 방향의 난류전달항의 크기가 종 방향 이송항의 크기에 비해 작다고 무시되어 왔으나 Papanicolaou(1984)는 단순제트에 대한 광범위한 실험을 통해 종 방향의 난류 전달항이 종 방향 이송항의 약 15%가 되어 무시할 수 없음을 제안하였고, 따라서 본 모형에서도 제트 단면에 대한 적분 시 생성되는 형상상수의 조정을 통해 이를 반영하였다.
6. 제트궤적의 곡률은 작고, 제트의 폭은 제트궤적의 곡률반경에 비해 작다고 가정한다.
7. 제트궤적에 수직인 모든 단면에서의 속도분포는 Gaussian 분포를 따르고, 이러한 유사가정은 부력 및 농도분포에도 적용된다.

3.2 지배방정식

x 방향의 운동량과 압력의 합에 관한 보존식에서 흐름

이 완전 난류상태임을 감안하여 유속과 압력차를 각각 $u = \bar{u} + u'$ 과 $p = \bar{p} + p'$ 로 같이 나타내고 평균을 취하면 다음과 같다.

$$\frac{d}{ds} \int_0^{\infty} \rho_a (\bar{u}^2 + \overline{u'^2} + \frac{\bar{p}}{\rho_a}) \cos \theta 2\pi r dr = 0 \quad (5)$$

여기서, s 와 r 은 각각 제트중심선을 따른 거리와 제트의 축 방향에 수직인 방사상 방향의 거리, u 는 s 방향의 난류유속이고, p 는 주변수와 방류수간의 압력차이다. Miller and Cummings(1957)는 실험을 통해 $\bar{u}^2 \gg \overline{u'^2} + (\bar{p}/\rho_a)$ 임을 보인 바 있다. 그러므로 수평 운동량 흐름률의 보존을 위한 식은 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{d}{ds} \int_0^{\infty} \bar{u}^2 \cos \theta 2\pi r dr = 0 \quad (6)$$

수직방향에 대해서는 제트에 대해 부력이 작용하고, 다음과 같이 수직방향 운동량의 변화량은 부력과 균형을 이루게 되므로 수직방향의 운동량 흐름률 보존식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{d}{ds} \int_0^{\infty} \bar{u}^2 \sin \theta 2\pi r dr = \int_0^{\infty} \bar{\Delta} 2\pi r dr \quad (7)$$

방류구로부터 방류되는 열이나 염분 등의 모든 스칼라량은 임의의 단면에 대해 보존되어야 하므로, 제트의 단면 전체에 걸쳐 발생하는 질량결손에 대한 보존방정식은 다음과 같다.

$$\frac{d}{ds} \int_0^{\infty} \bar{u}(\rho_a - \rho) 2\pi r dr = 0 \quad (8)$$

이 방정식은 비성층화 된 경우에 부력 흐름률의 연속방정식 형태이다. 성층화가 된 경우에는 우측항에 $-\left[\int_0^{\infty} u 2\pi r dr\right] \frac{d}{ds}(\rho_{a0} - \rho_a)$ 을 포함하게 된다. 본 모형에서는 이러한 성층화 환경을 고려하였다.

Fig. 2는 부력제트의 중심선을 따르는 미소의 검사체적을 도시한 것이다. 연속방정식과 유입이론으로부터 검사체적내의 유량의 변화율은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\frac{d}{ds} \int_0^{\infty} \bar{u} 2\pi r dr = 2\pi \alpha \bar{U}_c b \quad (9)$$

이 식은 지배방정식을 완결시키는 데에 사용된다.

제트의 궤적에 대한 수평과 수직방향간의 기하학적인 관계는 다음과 같이 간단히 표현된다.

$$\frac{dx}{ds} = \cos \theta \quad (10)$$

$$\frac{dz}{ds} = \sin \theta \quad (11)$$

Fig. 2에 보여 지듯이 제트궤적에 수직인 임의의 단면에 대한 임의의 물리량에 대해 다음과 같은 유사함수를 적용할 수 있다.

$$\eta = \frac{r}{b}, \frac{\bar{u}}{U_c} = F(\eta), \frac{\bar{\Delta}}{\Delta_c} = G(\eta), \frac{\bar{u}'\Delta'}{U_c\Delta_c} = g(\eta) \quad (12)$$

여기서 $\Delta = g \frac{\rho_a - \rho}{\rho_a}$.

유사함수의 적분 값들에 대해서는 다음과 같은 정상계수를 통하여 정의할 수 있다.

$$I_u = \int_0^{\infty} F(\eta) 2\pi \eta d\eta = \pi \quad (13)$$

$$I_m = \int_0^{\infty} F^2(\eta) 2\pi \eta d\eta = \frac{\pi}{2} \quad (14)$$

$$I_{\Delta} = \int_0^{\infty} G(\eta) 2\pi \eta d\eta = \pi \lambda^2 \quad (15)$$

$$I_{q\Delta} = \int_0^{\infty} [F(\eta)G(\eta) + g(\eta)] 2\pi \eta d\eta = 1.19\pi \left[\frac{\lambda^2}{1 + \lambda^2} \right] \quad (16)$$

여기서 λ 는 단순제트와 단순플룸의 경우 각각 1.275와 1.067의 값을 갖는다고 제안되어 왔다. 식 (16)은 Papanicolaou and List(1988)의 실험결과로부터 대략 부력 흐름률의 16%가 난류변동으로부터 기인한다는 것에 근거한 식이다. 최종적으로 유도된 6개의 지배방정식을 Table 2에 정리하였다.

Table 2. Governing equations for an axi-symmetric buoyant jet

Governing Equations	
Conservation of horizontal momentum flux	$\frac{d}{ds} (I_m \bar{U}_c^2 b^2 \cos \theta)$
Conservation of vertical momentum flux	$\frac{d}{ds} (I_m \bar{U}_c^2 b^2 \sin \theta) = I_{\Delta} b^2 \bar{\Delta}_c$
Conservation of density deficiency	$\frac{d}{ds} (I_{q\Delta} \bar{U}_c \bar{\Delta}_c b^2) = 0$
Volume flux conservation	$\frac{d}{ds} (I_q \bar{U}_c b^2) = 2\pi \alpha \bar{U}_c b$
Geometric relationship	$\frac{dx}{ds} = \cos \theta, \frac{dz}{ds} = \sin \theta$

3.3. 적분모형의 요약

방류된 부력제트가 흐름확립영역(Zone of Flow Establishment)을 지난 후부터 제트내의 유속분포 및 스칼라량의 분포가 제트의 궤적에 수직인 임의의 단면에 대해 유사가정에 따른 유사함수의 형태를 갖추게 되므로 Gaussian 분포로 가정할 수 있다. 방류초기 부력제트는 제트의 특성이 지배적이므로 기존의 원형단순제트에 적용하였던 흐름확립영역의 길이를 $7d$ 로 정하였다(Wood et al., 1993).

본 제트적분모형에서 총 6개의 방정식에 6개의 미지수를 가지는 상미분방정식의 계를 이룬다. 이러한 상미분방정식의 초기치 문제를 수치적으로 풀기 위해 4차의 Runge-Kutta기법을 사용하며, 이 기법은 오차가 $O(h^4)$ 정도로 작아 정확성이 높고 안정적인 해를 구할 수 있다.

본 연구의 수치모형은 크게 2개의 모듈로 구성되어 있고, 첫 번째 모듈은 부력제트의 방류초기 흐름확립영역에 대한 계산과정으로 방류조건들을 입력 값으로 하여 흐름확립영역의 길이를 계산하고 흐름확립영역에서의 끝에서의 부력제트에 대한 \bar{U}_c , b , Δ_c , θ , x , z 의 값을 계산한다. 두 번째 모듈에서는 확립흐름영역(Zone of Established Flow)에 대한 계산으로 흐름확립영역의 끝에서의 값을 초기값으로 하여 제트의 궤적을 따른 임의의 지점에서의 유속과 궤적, 부력, 제트의 폭, 그리고 중심선 회석률을 수치적으로 풀게 된다.

4. 단일부력제트 실험

4.1 실험시설

실험은 Fig. 3에 도시한 바와 같이 6.0 m(L)×1.2 m(W)×1.0 m(H) 규모의 수조를 사용하였다. 수조의 측면은 확산관에 의해 발광하는 물질의 사진 촬영 및 관측이 용이

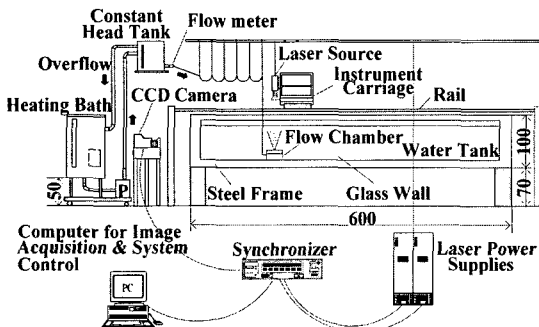


Fig. 3. Experimental setup (unit: cm).

하도록 강화유리를 이용하여 투명하게 제작하였다. 본 실험에서는 부력제트를 재현하기 위하여 온수공급장치로부터 공급되는 온수를 확산관 방류구를 통해 방류시켰다. 확산관은 혼합챔버에 부착하여 실험하였는데, 본 실험에서 사용된 혼합챔버는 420 mm(L)×100 mm(W)×200 mm(H) 규모이며, 온수공급장치에서 공급된 온수를 원활하게 확산관으로 공급시키는 역할을 한다. 챔버 내부에는 흐름을 정류할 수 있도록 스크린을 설치하였다. 확산관은 챔버 상판부위에 부착하였으며, 본 실험에 사용된 확산관의 방류구 직경은 3 mm이고, 높이는 40 mm이다. 확산관은 실험수조의 바닥에서 수직으로 310 mm 높이에 위치해 있으며, 실험수조의 수면 높이는 690 mm로 일정하게 유지하였다. 온수공급장치는 확산관으로 방류되는 온수를 공급하는 역할을 한다. 온수공급장치는 0.01°C 간격으로 조절되는 온도조절장치가 부착되어 있는 예열 수조와 항온 기능과 율류를 통한 정수두 기능을 갖춘 정수두 수조로 구성되어 있다. 챔버로 공급되는 온수의 유량을 정확하게 측정하기 위해서 oval 기어형 유량계(모델명: M2RSP-1R)를 설치하였다. 본 연구에 사용된 oval 기어형 유량계는 0.0064~0.139 l/s의 측정범위를 가진다.

4.2. LIF 시스템 개요

LIF 시스템은 크게 3부분으로 나누어 볼 수 있는데, 유체 흐름장의 평면을 조명하기 위한 이미지 방출시스템(레이저, 방출시스템, 광학렌즈)과 입자 이미지를 포착하고 기록하기 위한 이미지 포착시스템(CCD 카메라, 카메라 인터페이스, 동시발광장치 제어장치), 그리고 이미지 처리시스템(PC, 이미지 처리 프로그램)이다. 동시발광장치(synchronizer)는 제어신호를 발생하고 카메라의 레이저 펄스와 인터페이스를 일치시키는 역할을 한다. 동시발광장치를 이용하여 0.0667초의 시간간격으로 300개의 이미지를 CCD 카메라로 읽어 들여 그 자료를 컴퓨터에 저장한다.

본 실험에서 LIF 시스템의 염료 추적 입자로서 Rhodamine B를 사용하였다. Rhodamine B는 양자효율이 높고, 레이저에 노출되었을 때 화학적으로 대단히 안정적인 장점을 갖고 있다. 물 속에서 Rhodamine B의 농도는 최소 23 그레이 스케일의 어두운 수준에서부터 255 그레이 스케일의 매우 밝은 수준에 이르기까지의 빛의 강도와 선형 관계를 가지는 장점이 있다(Hongwei, 2000). 형광염료는 LIF 점원에서 방사하는 조준된 레이저 빛에 반응하며, 레이저 빛에 의해서 발광하는 형광강도는 사진측정에 의해 감지되게 된다. 형광염료는 흡수스펙트럼의 범위 내 파장

에서 발광하게 되며, 거의 동시에 장파장에서 빛을 방사한다. 방사되는 형광강도는 형광염료의 농도와 입사광의 강도와의 상관관계에 있다. 따라서 흐름영역에서의 염료 농도는 형광강도의 측정으로 얻어낼 수 있다. 본 실험에서는 카메라 전면부에 저역통과 광학필터를 부착하여 해당되는 형광파장만 통과시키도록 하였다. Rhodamine B의 최대방출스펙트럼이 590 nm이기 때문에 시중 필터 중에서 가장 유사한 580 nm 저역통과 광학필터를 CCD 카메라에 부착하였다. 광학필터는 실험수조 내에 산재해 있는 532 nm와 대부분의 배경 빛을 여과하게 된다.

4.3 LIF 시스템의 검정

LIF 시스템에서 검정과정은 레이저 입사광의 강도가 불균등한 분포를 가지는 점과 주변수의 매질에 의한 빛의 감쇠가 발생하는 문제를 해결하기 위하여 수행한다. 본 연구에서 검정과정을 위해 제작한 검정탱크는 600 mm(L)×200 mm(W)×800 mm(H) 규모의 투명아크릴 탱크로서, 여기에 일정농도의 Rhodamine B를 혼합한 용액을 채우고 이를 카메라의 측정범위 내에 설치한다. 본 연구에서는 검정과정의 카메라 조리개, 이미지의 크기와 위치, 카메라 감광도, 수면의 높이, 레이저 셋팅 등의 조건을 본 실험이미지를 찍을 때의 조건과 동일하게 설정하였다. 검정과정을 시행하기 전에 두 개의 이미지가 필요한데, 처음에는 검정탱크에 깨끗한 물을 채워 넣고 이미지를 촬영하고, 두 번째는 기지의 일정농도의 Rhodamine B를 채우고 잘 혼합되도록 한 후 이미지를 촬영하였다.

검정과정에서 탱크 내의 농도는 대략 본 실험시의 이미지 최대 값의 절반으로 결정하였다. 깨끗한 물을 채워 넣은 실험수조 내에서 카메라에서 떨어진 검정탱크의 위치는 물에서의 감쇠계수와 연관이 있다. 그러므로 본 실험에서 측정된 농도장은 다음과 같은 식에 의해 계산될 수 있다(Hongwei, 2000).

$$c(p(x), p(y)) = \frac{G(p(x), p(y)) - G_0(p(x), p(y))}{G_1(p(x), p(y)) - G_0(p(x), p(y))} c_1 \quad (17)$$

여기서, $c(p(x), p(y))$ 는 (x, y) 지점의 픽셀에서의 Rhodamine B의 농도이며, $(p(x), p(y))$ 는 레이저 평면에서 (x, y) 지점

에 해당하는 이미지의 픽셀이다. G 는 본 실험에서 취득한 이미지의 발광강도로서 이는 그레이 스케일 0~255까지의 256단계로 검정에서 흰색까지의 밝기로 나타낸다. G_0 와 G_1 은 각각 Rhodamine B를 투입하지 않은 경우의 이미지와 검정탱크에 Rhodamine B (c_1 농도)를 투입한 경우에 대한 수정된 이미지, 즉 형광물질이 고르게 분포하는 경우의 이미지를 나타낸다. c_1 은 검정과정에서 검정탱크에 Rhodamine B를 투입한 경우의 농도이다. 각 픽셀에서의 발광강도는 그레이 스케일로 변환할 수 있는데, 본 연구에서는 식 (17)에 기초한 검정과정을 통해 염료농도로 변환하였다. 이 계산식은 이미지내의 모든 픽셀에 적용된다. 또, 시평균 농도장은 실험이미지와 검정탱크의 배경이미지를 통해 얻어진다. 본 연구에서 선택된 이미지는 1,016,000픽셀(이미지당 1000×1016픽셀)을 포함하고 있다.

4.4 실험조건 및 방법

본 연구에서 수행한 실험은 실제 존재하는 해양방류 확산관을 축소모형 화하여 실험한 것이 아니고, 일반적인 해양방류 상황을 만족하는 조건에 대한 기초실험이다. 그러나 실험에서 채택한 조건이 일반적인 해양방류 조건을 만족해야 하므로, 중요한 무차원변수인 방류밀도 Froude수, Reynolds수 등에 대한 검토를 수행하였다. 방류밀도 Froude수는 식 (1)에서 정의하였고, Reynolds수는 $Re(=U_g d/\nu)$ 로 나타내어질 수 있다. 여기서, ν 는 동점성계수이다. 방류제트의 Reynolds수가 1,000~2,000 이상이고, 주변수의 Reynolds수가 500 이상인 경우, 실험에서의 물의 운동을 난류로 가정하여 Reynolds 상사율을 무시할 수 있다고 제안되고 있다(Fischer et al., 1979). 그러나 방류흐름이 층류인 경우에는 운동량 보정을 고려해 주어야 하는데, 이는 방류구의 운동량 흐름률을 평균속도기준으로 정확히 표현하기 위한 것이다(White, 1979). 본 연구에서는 방류제트가 층류인 경우에 중심선 초과유속의 Gaussian 요소로 보정하기 위해 4/3의 계승근을 도입하였다(Davidson, 1989).

$$U_g = \sqrt{4/3} U_0 \quad (Re < 2,000)$$

$$U_g = U_0 \quad (Re > 2,000) \quad (18)$$

여기서, U_g 는 중심선 초과유속의 Gaussian 요소이다.

Table 3. Experimental conditions for single horizontal buoyant jets in still ambient water

Case	U_0 (m/s)	g'_0 (m/s ²)	ρ_a (kg/m ³)	ρ_0 (kg/m ³)	$J_0 \times 10^{-8}$ (m ⁴ /s ³)	$M_0 \times 10^{-8}$ (m ⁴ /s ²)	L_M (m)	F_j	Re
SH01J	0.0914	0.0400	998.87	994.80	2.99	7.87	0.0272	9.63	396
SH02J	0.1091	0.0400	998.87	994.80	3.56	11.21	0.0325	11.50	472

Table 3은 정체수역에서 실험을 수행한 조건을 나타낸 것이다. 각 실험 케이스에서의 LIF 이미지는 20초 동안 300개, 실험전의 배경 이미지는 6.7초 동안 100개, 그리고 검정과정의 이미지는 20초 동안 300개를 촬영하였다.

5. 수치모형의 적용결과

5.1 유입계수에 대한 민감도 분석

유입계수는 모형의 실행에 있어 매우 중요한 요소이다. 따라서 Fig. 4에서 보여지듯이 방류밀도 Froude수가 10인 경우를 선택하여 민감도 분석을 시행하였다. 보존방정식에서 나타나는 형상계수들은 유사함수가 정해지면 명확히 결정되는 상수들이다. 방류수가 제트에서 플룸으로 변화함에 따라 0.055~0.083의 값 사이에서 변한다고 알려져 있다. 따라서 값을 0.05에서 0.08까지 변화시켜가면서 수치모의 된 중심선궤적들을 비교 도시하였다. 이 그림에서 볼 수 있듯이 부력제트의 궤적이 값의 변화에 민감하지 않음을 알 수 있다. 값이 증가할수록 유입의 증가에 따라 중심선 궤적이 안으로 치우침을 보여주고 있다. 즉, 값을 상수 값으로 입력한 경우 부력제트의 중심선 궤적이 방류밀도 Froude수가 변해도 일정한 형태를 유지하나, 값을 궤적에 따라 변하는 변수로 입력한 경우 초기영역에서 단 순제트의 특성이 제트 궤적의 진행에 따라 점차적으로 플룸의 특성으로 바뀌어 감을 의미한다.

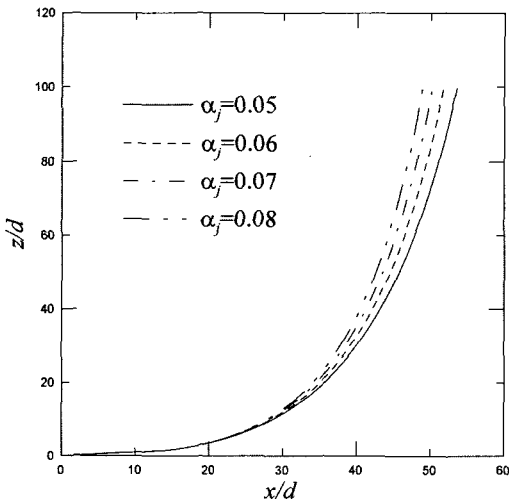
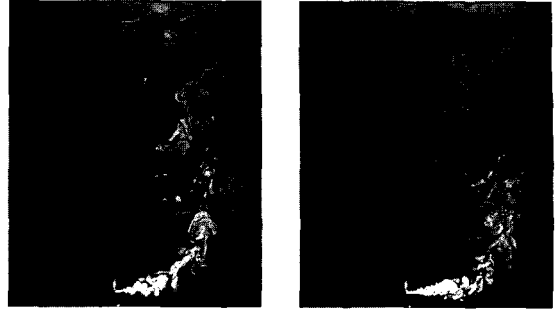


Fig. 4. Variations of centerline trajectories simulated by the jet integral model according to entrainment coefficient ($F_j=10$).



a) SH01J ($F_j=9.63, Re=396$) b) SH02J ($F_j=11.50, Re=472$)

Fig. 5. Instantaneous images captured by LIF.

5.2 실험결과와의 비교

본 실험은 LIF 시스템을 이용하여 방류밀도 Froude수가 9.63과 11.5인 경우에 부력제트의 중심선 궤적과 희석을 등의 변화 거동을 연구하였다. Fig. 5는 LIF 시스템에 의한 SH01J와 SH02J 케이스의 순간이미지를 나타내고 있다. 그림에서 확인할 수 있듯이 방류밀도 Froude수가 커짐에 따라 부력제트가 방류구로부터 수평방향으로 멀리 진행한 후에 부력에 의해서 상향으로 올라가고 있는데, 이는 방류운동량의 수평이동효과가 부력의 상향효과에 비해 상대적으로 커짐을 의미하는 것이다.

수평부력제트의 궤적은 검정과정을 거친 농도분포에서 중심선의 궤적을 산정하여 도시할 수 있다. Fig. 6은 이 실험결과들을 VISJET, CORMIX1 모형, 그리고 본 연구에서 제시한 적분모형의 결과들과 비교하여 나타냈다. Fig. 6을 보면 중심선 궤적에서 VISJET에 의한 결과가 운동량과 부력이 지배적인 구간에서 실험결과와 대체적으로 잘 일치하고 있지만 본 연구에서 제시한 모형에 의한 예측 결과는 운동량 지배영역과 부력 지배영역 사이의 천이 영역에서 타 모형에 비해 중심선 궤적과 더 잘 일치하는 결과를 보여주고 있다. 반면에 CORMIX 1에 의한 계산 결과는 전체적으로 궤적을 과대산정 하는 결과를 보여준다.

수평부력제트의 중심선희석률은 농도단면 분포도를 이용하여 산정할 수 있다. Fig. 7은 이 실험결과들을 CORMIX1 모형과 본 모형의 결과와 비교하여 도시하였다. SH01J의 경우 초기영역과 천이 영역에서 본 모형의 결과와 대체로 잘 일치하는 반면에 운동량과 부력이 지배적인 구간에서는 CORMIX1 모형의 결과와 잘 일치하는 경향을 보여주고 있다. SH02J의 경우는 CORMIX1 모형의 결과가 실험값과 대체적으로 잘 일치하는 반면에 본 모형으로 예측된 결과는 초기에는 대체적으로 실험값과 근접하다가 부

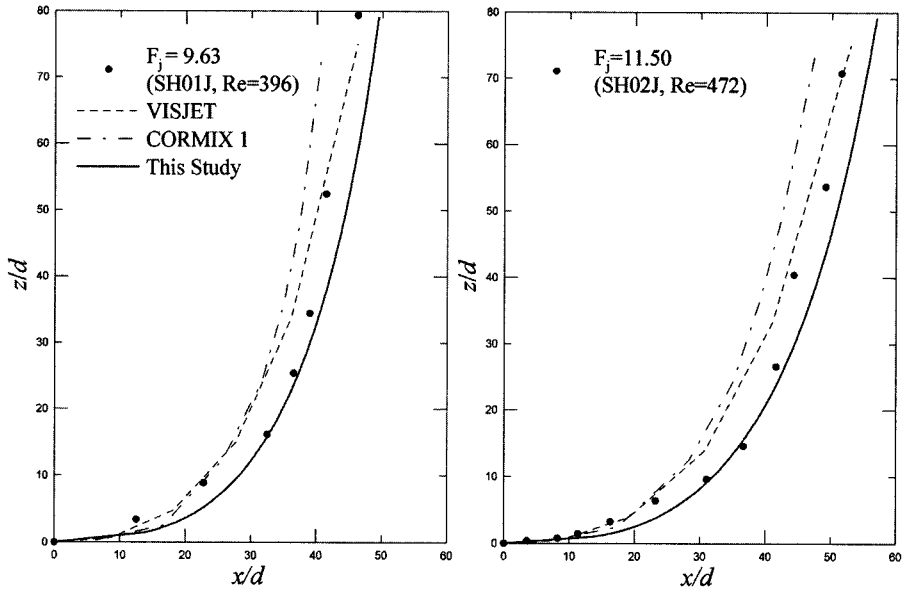


Fig. 6. Centerline trajectories of single horizontal buoyant jets.

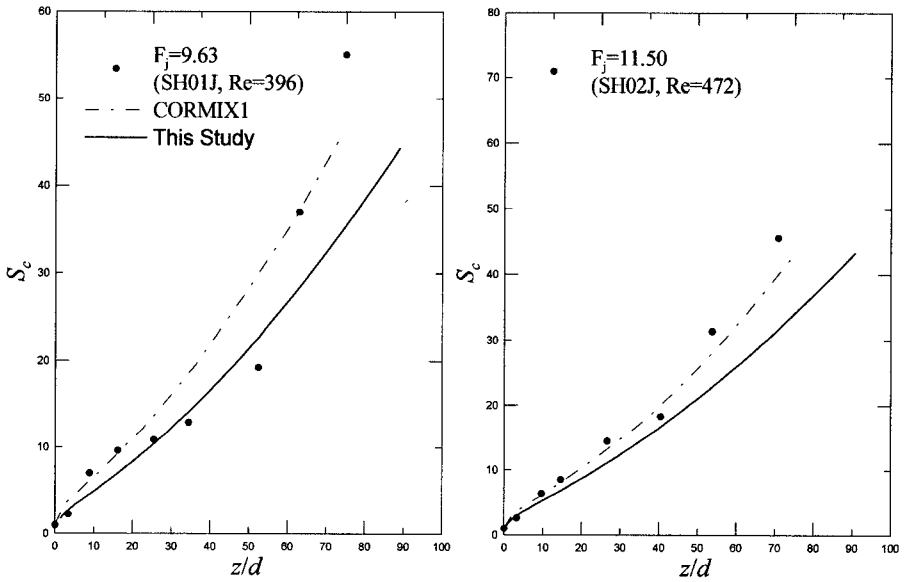


Fig. 7. Centerline dilutions of single horizontal buoyant jets.

력이 지배적인 구간에서 다소 과소산정하고 있음을 보여준다. CORMIX 1에 의한 계산결과가 꺾은 전체적으로 과대산정한 반면에 중심선 희석률은 CORMIX 1에 의한 예측결과가 천이영역을 제외하고는 대체적으로 잘 일치하고 있음을 보여주고 있다. 이와 같이 각각의 모형에 나름대로의 장단점이 있음을 여실히 보여주고 있다.

6. 결론 및 향후 연구

본 연구에서는 폐쇄성만의 조류속이 약한 영역에 설치되어 있는 다공확산관에서 방류되는 단일부력제트나 산업공단 등에서 발생하는 폐수가 단공을 통해 방류되는 단일부력제트의 거동을 수치적으로 연구하기 위해 밀도성층이 존재하는 정체수역에서 유입이론을 이용하여 근역에서

의 혼합거동을 해석할 수 있는 근역제트적분모형을 개발하였다. 또한 LIF 시스템을 이용하여 단공방류구에서 정체수역으로 수평 방류되는 부력제트의 수리실험을 수행하였다.

수평방향과 수직방향의 운동량 흐름을 보존식, 질량결손에 대한 보존방정식, 지배방정식의 완결을 위한 유입이론, 그리고 제트의 궤적에 대한 기하학적인 관계식에 Gaussian 분포에 근거를 둔 유사함수와 형상계수를 적용하고 부력 흐름들의 일부가 난류변동으로부터 기인한다는 이론(Papanicolaou and List, 1988)을 일부 형상계수의 조정을 통하여 제트적분모형을 구성하면 본 제트적분모형에서 총 6개의 방정식에 6개의 미지수(\bar{U} , b , $\bar{\Delta}_c$, θ , x , z)를 가지는 상미분방정식의 계를 이룬다. 이러한 상미분방정식의 초기치 문제를 수치적으로 풀기 위해 4차의 Runge-Kutta기법을 사용하였고, 이 기법은 오차가 $O(h^4)$ 정도로 작아 정확성이 높고 안정적인 해를 구할 수 있었다. 첫 번째 모듈은 부력제트의 방류초기 흐름확립영역에 대한 계산과정으로 방류조건들을 입력 값으로 하여 흐름확립영역의 길이를 계산하고, 두 번째 모듈에서는 확립흐름영역에 대한 계산으로 흐름확립영역의 끝에서의 값을 초기값으로 하여 부력제트의 지배방정식을 수치적으로 구성하였다.

본 연구에서는 또한 정체수역에서 단공확산관을 통해 단일수평부력제트에 관한 실험을 수행하기 위해 흐름장에 대한 교란을 야기하지 않고 높은 해상도를 얻을 수 있는 LIF 시스템을 사용하였다. 주변수와의 밀도차를 재현하기 위해 온수를 단공확산관을 통해 방류하였으며, 온수에 Rhodamine B라는 형광염료를 혼합하여 방류수의 거동을 관찰하였다. CCD 카메라로 이미지를 읽어 들인 순간이 미지를 평균하고, 입사광 강도의 불균등, 주변수 매질에 의한 빛의 감쇠 등으로 발생하는 오차를 보정하기 위한 검정과정을 시행하였다. 이렇게 취득한 농도분포를 통해 중심선 궤적과 중심선 회석률을 파악하였다.

방류밀도 Froude수가 10인 경우를 선택하여 0.05에서 0.08 사이의 유입계수에 대한 민감도 분석을 시행한 결과 부력제트의 궤적이 유입계수의 변화에 민감하지 않음을 알 수 있었다. 유입계수의 값을 변수로 입력하여 초기영역에서 단순제트의 특성이 제트 궤적의 진행에 따라 점차적으로 플룸의 특성으로 변해가는 것을 반영하였다. 본 수리실험에서 방류밀도 Froude수가 9.63과 11.5인 경우에 부력제트의 중심선 궤적과 회석률 등의 변화 거동을 연구하였고 방류밀도 Froude수가 커짐에 따라 방류운동량의 수평이동효과가 부력의 상향효과에 비해 상대적으로 커

짐을 알 수 있었다. CORMIX1 모형으로 계산된 중심선 궤적은 모든 영역에서 LIF로 측정된 값보다 다소 과대산정된 반면에, 대체적으로 중심선 궤적이 급변하는 천이 영역에서는 본 모형과 잘 일치하고 운동량과 부력이 지배적인 구간에서는 VISJET모형의 결과에 좀 더 근접함을 알 수 있었다. 중심선회석률에 있어서 방류밀도 Froude수가 9.63인 경우 초기영역과 천이 영역에서 본 모형의 결과와 대체로 잘 일치하는 반면에 운동량과 부력이 지배적인 구간에서는 CORMIX1 모형의 결과와 잘 일치하는 경향을 보였고, 방류밀도 Froude수가 11.5인 경우는 CORMIX1 모형의 결과가 실험값과 대체적으로 잘 일치하였다. 본 연구에서 제안한 제트적분모형이 다른 모형에 비해 천이 영역에서의 중심선 궤적의 거동을 잘 모의하고 있음을 알 수 있었다. 그리고 본 모형이 초기영역에서 중심선 회석률을 적절히 모의함을 또한 알 수 있었다. 이와 같이 각각의 모형에 나름대로의 장단점이 있음을 여실히 보여주고 있다.

국내에서 해안방류가 주로 이루어지는 연안역에서는 수심이 낮아 수면이 제트의 거동에 미치는 영향이 있다. 실제 기존의 연구에서는 수표면에 도달한 방류된 하·폐수가 부정류에 해당되므로 근역과 원역사이의 천이영역에서 거동분석을 통해 해결되고 있다. 그러므로 본 연구에서는 이에 대한 연구가 제외되었지만 향후에 정체수역에서 수표면이 제트의 거동에 미치는 영향에 대한 연구가 또한 필요하다고 볼 수 있다. 그리고 향후 연구에서 VISJET에서 사용하는 유입이론과 본 연구에서 이용한 Holley and Jirka(1986)가 제안한 유입개념을 서로 결합하여 향상된 유입이론을 제시한다면 운동량 지배영역, 천이영역, 그리고 부력지배영역에서 전체적으로 중심선 궤적을 잘 모의할 수 있는 모형을 개발하는데 기여를 할 수 있을 것으로 판단된다.

감사의 글

본 연구는 교육인적자원부 BK21사업(서울대학교 사회기반 및 건설기술 인력 양성사업단)과 서울대학교 공학연구소의 지원으로 수행되었습니다. 지원에 감사드립니다. 또한, 수리실험을 도와준 김호중 군에게도 감사드립니다.

참고문헌

장시환, 서일원, 이윤근, 권영택 (2002). 해양방류관의 적정

- 배치를 위한 실용화기술 개발. 연구보고서, 한국해양연구원, 환경부.
- 서일원, 권석재, 김영도 (2002). 흐름수역에서 수평부력제트의 거동해석. 대한토목학회 논문 집, 22(3-B), 271-280.
- Abraham, G. (1963). Jet diffusion in stagnant ambient fluid. Ph.D. Dissertation, Dept. of Civil Engineering, Technological Univ., Delft.
- Akar, P.J. and Jirka, G.H. (1991). CORMIX2: An expert system for hydrodynamic mixing zone analysis of conventional and toxic submerged multiport diffuser discharges. Technical Report, DeFrees Hydraulics Laboratory, School of Civil and Environmental Engineering, Cornell Univ., Ithaca, New York.
- Anwar, H.O. (1969). Behavior of a buoyant jet in a calm fluid. Proc. ASCE, 95(4), 1289-1300.
- Cederwall, K. (1968). Hydraulics of marine wastewater disposal. Hydraulic Division Report No. 42, Chalmers Institute of Technology, Goteborg, Sweden.
- Davidson, M.J. (1989). The behavior of single and multiple, horizontally discharged, buoyant flows in a non-turbulent coflowing ambient fluid. Ph.D. Dissertation, Dept. of Civil Engineering, Univ. of Canterbury, Christchurch, New Zealand.
- Doneker, R.L. and Jirka, G.H. (1990). Expert system for hydrodynamic mixing zone analysis of conventional and toxic submerged single port discharges (CORMIX 1). Report EPA/600/3-90/012, Environmental Research Laboratory, U.S. Environmental Protection Agency, Athens, Georgia.
- Fan, L.N. (1967). Turbulent buoyant jets into stratified or flowing ambient fluids. California Institute of Technology Technical Report KH-R-15, W. M. Keck Laboratory of Hydraulics and Water Resources Division of Engineering and Applied Science, Pasadena, California.
- Fischer, H.B., Imberger, J., List, E.J., Koh, R.C.Y. and Brooks, N.H. (1979). Mixing in Inland and Coastal Water. Academic Press, New York.
- Hongwei, W. (2000). Investigations of buoyant jet discharges using digital particle velocimetry (DPIV) and planar laser induced fluorescence (DPIV). Ph.D. Dissertation, School of Civil and Structural Engineering, Nanyang Technological University, Singapore.
- Holley, E.R. and Jirka, G.H. (1986). Mixing in rivers. Technical Report E-86-11, US Army Engineer Waterways Experiment Station, Vicksburg, Miss.
- Lee, J.H.W. (1989). Note on Ayoub's data of horizontal round buoyant jet in current. J. Hyd. Engineering, ASCE, 115(7), 969-975.
- Lee, J.H. and Seo, I.W. (2000). A numerical simulation of an advected thermal using a Gaussian-vortex model. J. Eng. Mechanics, ASCE, 126(10), 1098-1106.
- Lee, J.H.W. and Cheung, V. (1990). Generalized Lagrangian model for buoyant jets in current. J. Envir. Engineering, ASCE, 116(6), 1085-1106.
- Lee, J.H.W., Cheung, V., Wang, W.P. and Cheung, S.K.B. (2000). Lagrangian modeling and visualization of Rosette outfall plumes. Proc. Hydroinformatics 2000, Iowa, July 23-27 (CDROM).
- Miller, D. and Cummings, E.W. (1957). Static pressure distribution in the free turbulence jet. J. Fluid Mechanics, 3, 1-16.
- Morton, B.R., Taylor, G.I. and Turner, J.S. (1956). Turbulent gravitational convection from maintained and instantaneous sources. Proc., Royal Society, A234, 1-23.
- Papanicolaou, P.N. (1984). Mass and momentum transport in a turbulent buoyant vertical axisymmetric Jet. Ph.D. Dissertation, California Institute of Technology, USA.
- Papanicolaou, P.N. and List, E.J. (1988). Investigations of round vertical turbulent buoyant jets. J. Fluid Mechanics, 195, 341-391.
- Rajaratnam, N. (1976). Turbulent Jets. Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam.
- Schatzmann, M. (1979). An integral model of plume rise. Atmos. Envir., 13, 721-731.
- Schlichting, H. (1979). Boundary Layer Theory. 6th Edition, McGraw-Hill, New York.
- Seo, I.W., Kwon, S.J. and Yeo, H.K. (2004). Merging characteristics of buoyant discharges from Rosette-type diffusers in shallow water. J. Civil Engineering, KSCE, 8(6), 679-688.
- White, F.M. (1979). Fluid Mechanics. McGraw-Hill, New York.
- Wood, I.R., Bell, R.G. and Wilkinson, D.L. (1993). Ocean Disposal of Wastewater. World Scientific, Singapore.

Received July 7, 2005

Accepted August 16, 2005