

# 무선통신에서 각 퍼짐 신호 도래각 추정

정회원 김 석 찬\*

## AOA Estimation of Angle-Perturbed Sources for Wireless Communications

Suk Chan Kim\* *Regular Members*

### 요 약

무선 이동통신 환경에서 몇 가지 까닭으로 말미암아 신호의 도래각이 통계적으로 퍼지게 될 때, 점신호원 모형 대신 이러한 환경에 적합한 새로운 모형이 필요하다. 이 논문에서는 새로운 각 퍼짐 신호원 모형을 제안하고, 그 모형 아래에서 고유값 분해기법에 기초한 신호 도래각 추정방법을 제안할 것이다. 추정 에러의 근사적인 분포는 통계적 특성을 통해 알 수 있다.

**Key Words** : angle of arrival, angle-perturbed source, wireless communications

### ABSTRACT

If the angle of arrival (AOA) of a source is perturbed due to some reasons in a statistical way as in the environment of wireless mobile communications, a new model appropriate for such environment should be used instead of the point source model. In this paper, an angel-perturbed source model is proposed and an estimation method based on the eigen-decomposition technique is investigated under the model. The asymptotic distribution of the estimation errors is obtained to observe the statistical properties.

### I. 서 론

최근 배열 신호처리 분야의 연구는 대부분 점 신호원 가정 아래에서 신호 도래각을 (AOA) 추정하는 것에 집중되어 왔다. 만약 신호원의 도래각이 통계적으로 퍼지고, 배열 센서에서 멀리 떨어지지 않는다면, 점 신호원 모형은 더이상 실제 상황에 맞지 않게 된다. 전형적인 보기로 라디오 전파의 전송에서 대기의 여러 층에서 반사되어 들어오는 신호나 이동 통신 환경에서 이동국 근처에서 국소적으로 산란되어 들어오는 신호들을 들 수 있다. 이런 때 신호원의 도래각은 확률밀도함수를 써서 나타낼 수 있는 확률과정으로 모형화 되고, 이 논문에서는 이

런 신호원을 각 퍼짐 신호원이라고 부를 것이다. [1]에서는 정규 분포를 가지는 각 퍼짐 신호원이 모형화 되었고, 각 퍼짐이 작을 때의 공분산 행렬을 얻었다. [2]에서는 배열 응답 벡터와 그 파생되는 것들의 선형적인 조합을 포함할 수 있도록 점 신호원을 위한 배열을 일반화 시켰다. 이 논문에서는 무선 통신에 응용할 수 있도록, 각 퍼짐 신호원 문제의 더 정확한 모형과 그에 바탕을 둔 분석을 연구 한다.

### II. 각 퍼짐 신호원 모형

퍼진 신호원의 개수를  $K$ 라 할 때  $M$ 개의 배열 센서의 출력은 일반적으로 다음과 같이 표현된다.

\* 부산대학교 전자공학과 통신시스템연구실 (sckim@pusan.ac.kr)

논문번호 : KICS2005-02-084, 접수일자 : 2005년 2월 23일

※ 이 연구는 한국과학재단의 박사 후 해외 연수지원비의 지원으로 이루어졌습니다.

$$\underline{x}(t) = \sum_{k=1}^K \underline{a}(\theta_k(t))s_k(t) + \underline{n}(t), \quad (1)$$

$\underline{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_M(t)]^T \in C^{M \times 1}$ 은 배열 센서의 출력을 벡터로 나타낸 것이고,  $s_k(t)$ 는 시공간적으로 서로 관련이 없는  $k$  번째 신호원이다. 곧,  $E[s_k(t)s_i^*(s)] = r_{ki}\delta_{ki}\delta_{ts}$ 이다. 그리고  $\underline{a}(\theta_k(t)) \in C^{M \times 1}$ 는 배열의 조종 벡터이고 복소 정규 잡음  $\underline{n}(t) \in C^{M \times 1}$ 는 평균이 0이고 공분산 행렬이  $E[\underline{n}(t)\underline{n}^H(s)] = \sigma_n^2 I \delta_{ts}$ , 그리고  $E[\underline{n}(t)\underline{n}^T(s)] = 0$ 이며 정상이다. 여기서  $C^{M \times 1}$ 은  $M \times 1$ 차 복소벡터 공간을 말한다.

$\theta_k(t)$ 는  $k$ 번째 각 퍼짐 신호원의 위치이고, 몇 가지 알려지지 않은 매개변수를 가지는 알려진 확률밀도함수로 표현되는 확률과정로 모형화할 수 있다. 특히, 이 논문에서  $\theta_k(t)$ 의 확률밀도 함수  $f_k(\alpha)$ 는 두 매개변수로  $0 \leq \alpha < 2\pi$ 의 범위에서 표시되는데, 하나는 평균(또는 대칭축)  $\theta_k^c$ 이고, 다른 하나는 평균을 중심으로 확률밀도함수가 얼마나 퍼져 있는지를 나타내는 퍼짐 매개변수  $\nu_k$ 이다. 넓은 각 확산 및 많은 다양한 경로의 전파가 일어나기 때문에 일반적으로  $\nu_k$ 는 도시 지역이 시골보다 크다. 만약  $\nu_k$ 가 0이면 그것은 점신호원이 된다.

앞에 서술한 각 퍼짐 모형은 이동 통신 환경에서 기지국의 안테나 배열과 이동국 사이의 전형적인 채널로 쓰일 수 있다. 이동국 주위의 국소적인 산란으로 일어나는 전파의 다중경로로 말미암아 생기는 각 퍼짐 효과는 보기를 들어, 균일, 삼각 그리고 원형 정규 확률밀도함수로 나타낼 수 있다. 또는 좀더 정확하게 하기 위해 실험을 통해 실제 확률밀도함수를 얻을 수 있다.

만약,  $\theta_k(t)$ 와  $s_k(t)$ 가 서로 시공간적으로 상관없다면  $\underline{x}(t)$ 의 공분산 행렬  $R_x$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$R_x = \sum_{k=1}^K E[\underline{a}(\theta_k(t))\underline{a}^H(\theta_k(t))]r_{kk} + \sigma_n^2 I \quad (2)$$

일반적으로 보통 유니폼 선형배열 (ULA)로 가정하면, 배열 조종 벡터는

$$\underline{a}(\theta_k) = [1, e^{j\frac{2\pi d}{\lambda}\cos(\theta_k)}, \dots, e^{j\frac{2\pi d(M-1)}{\lambda}\cos(\theta_k)}]^T \quad (3)$$

로 나타낼 수 있는데, 여기서  $\theta_k$ 는 배열의 평행선과 비교하여 측정되는 도착각이다.

이제  $M \times M$  행렬인

$$A(\theta_k^c, \nu_k) \triangleq E[\underline{a}(\theta_k(t))\underline{a}^H(\theta_k(t))] \quad (4)$$

를 얻고자 한다. 여기서,  $(n, m)$  번째 요소는

$$A_{m,n}(\theta_k^c, \nu_k) \triangleq E[e^{j\Delta_{m,n}\cos\theta_k}] \quad (5)$$

이고, 여기서

$$\Delta_{m,n} = \frac{2\pi d(m-n)}{\lambda} \quad (6)$$

이다.

**Example 1:**  $\theta_k$ 가 다음의 균일 확률밀도함수를 가질 때,

$$f(\theta_k) = \begin{cases} \frac{1}{2\nu_k} & |\theta_k - \theta_k^c| < \nu_k, \\ 0 & o.w. \end{cases} \quad (7)$$

$k$ 번째 이동국의 영향으로 말미암아

$$A_{m,n}(\theta_k^c, \nu_k) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} j^p J_p(\Delta_{m,n}) \text{sinc}(p\nu_k) e^{jp\theta_k^c} \quad (8)$$

이 된다.  $J_p(\cdot)$ 는  $p$ 차 1종 베셀 함수이고,  $\text{sinc}(x) = \frac{\sin x}{x}$ 이다.

**Example 2:**  $\theta_k$ 가 다음의 삼각 확률밀도함수를 가질 때,

$$f(\theta_k) = \begin{cases} \frac{1}{\nu_k^2}(\theta_k - \theta_k^c + \nu_k) & \theta_k^c - \nu_k \leq \theta_k < \theta_k^c \\ -\frac{1}{\nu_k^2}(\theta_k - \theta_k^c - \nu_k) & \theta_k^c \leq \theta_k < \theta_k^c + \nu_k \\ 0 & o.w. \end{cases} \quad (9)$$

$$A_{m,n}(\theta_k^c, \nu_k) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} j^p J_p(\Delta_{m,n}) \text{sinc}^2\left(\frac{p\nu_k}{2}\right) e^{jp\theta_k^c} \quad (10)$$

이 된다.

**Example 3:**  $\theta_k$ 가 다음의 원형 정규 확률밀도함수

를 가질 때,

$$f(\theta_k) = \begin{cases} \frac{e^{\kappa_k \cos(\theta_k - \theta_k^c)}}{2\pi I_0(\kappa_k)} & \theta_k^c \leq \theta_k < 2\pi + \theta_k^c \\ 0 & o.w. \end{cases} \quad (11)$$

여기서  $\kappa_k = \frac{2}{\nu_k}$ 는  $\theta_k$ 의 집중값이라 불리고,  $I_p(\cdot)$ 는  $p$ 차 1종 수정 베셀 함수이며, 이 때

$$A_{m,n}(\theta_k^c, \nu_k) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \frac{I_p(\kappa_k)}{I_0(\kappa_k)} I_p(j\Delta_{m,n}) e^{jp\theta_k^c} \quad (12)$$

이 된다.

### III. 신호 도래각 추정

제한한 모형으로 각 퍼짐 신호원들의 위치를 추정하는 것은 아직 정해지지 않은 두 매개변수  $\theta_k, \nu_k$ , ( $k=1, 2, \dots, K$ )를 추정하는 것이다. 매개 변수들은 고유값 분해 방법을 포함한 다양한 방법들로 추정할 수 있다[3]-[6]. 실제로  $R_x$ 는 알 수 없고, 이용 가능한 데이터들을 통해 끊임없이 얻어야 하는데, 보기를 들면,  $\hat{R}_x = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \underline{x}(t) \underline{x}^H(t)$ 는  $R_x$ 의 추정에 자주 사용된다.

만약,  $K$ 가 주어지고,  $M > K$ 이고,  $\underline{b}(\theta_k^c, \nu_k) \triangleq E[\underline{a}(\theta_k(t))]$ 이고, 이것의  $m$ 번째 요소가  $b_m(\theta_k^c, \nu_k) \triangleq E[e^{j\frac{2\pi d(m-1)}{\lambda} \cos\theta_k}]$ 일 때의  $A(\theta_k^c, \nu_k) \approx \underline{b}(\theta_k^c, \nu_k)$   $\underline{b}^H(\theta_k^c, \nu_k)$ 이라고 가정하자 [7]. 그러면  $G_{M \times (M-K)}$ 는 공분산 행렬을 고유값 분해하여 얻을 수 있는 행렬이 된다. 곧,  $G = [\underline{e}_{K+1}, \dots, \underline{e}_M]$ 이고,  $\underline{e}_k$ 는  $R_x$ 의  $k$ 번째 큰 고유값  $\lambda_k$ 에 해당하는 고유벡터이다.  $R_x G = \sigma_n^2 G$ 를 관찰 하므로써,  $k=1, \dots, K$ 에서  $\underline{b}^H(\theta_k^c, \nu_k) G = 0$ 이 됨을 알 수 있다.

이제 비용함수를 다음과 같이 정의하면,

$$V(\theta^c, \nu) = \|\underline{b}^H(\theta^c, \nu) \hat{G}\|_F^2 \quad (13)$$

$$= \underline{b}^H(\theta^c, \nu) \hat{G} \hat{G}^H \underline{b}(\theta^c, \nu)$$

이고, 여기서  $\hat{G}$ 는  $R_x$ 의 추정값  $\hat{R}_x$ 로 얻을 수 있는  $G$ 의 추정값이고,  $\|\cdot\|_F$ 는 Frobenius norm을 의미한다. 이 때 추정값  $(\hat{\theta}_k^c, \hat{\nu}_k)$ 는

$$(\hat{\theta}_k^c, \hat{\nu}_k) = \underset{\theta, \nu}{\operatorname{argmin}} \underline{b}^H(\theta^c, \nu) \hat{G} \hat{G}^H \underline{b}(\theta^c, \nu) \quad (14)$$

$$k = 1, \dots, K,$$

로 얻을 수 있으며, 이것은 뉴턴, 울터네이팅 프로세스 그리고 최대값 기대 알고리즘 등으로 얻을 수 있다. 비용함수는  $\underline{b}(\theta_k^c, \nu_k)$ 와  $\hat{G}$ 가 얼마나 직교하는지를 나타내는데, 만일  $\underline{b}(\theta_k^c, \nu_k)$ 와  $\hat{G}$ 가 완벽하게 직교 하다면  $V(\theta_k^c, \nu_k) = 0$ 가 된다. 이것은 비용함수가  $\underline{b}(\theta_k^c, \nu_k)$ 가 잡음 부공간의 추정값인  $\hat{G}$ 와 가장 직교하도록 하는  $(\theta_k^c, \nu_k)$ 들을 찾는 것을 의미한다.

### IV. 통계적 특성

추정된  $(\hat{\theta}_k^c, \hat{\nu}_k)$ 가 비용함수의 국소적 최소점이기 때문에 에러 벡터  $\underline{\epsilon}_k = [\hat{\theta}_k^c - \theta_k^c, \hat{\nu}_k - \nu_k]^T$ 의 추정은  $V'(\hat{\theta}_k^c, \hat{\nu}_k) = 0$ 에서 얻을 수 있다. 여기서  $V'$ 는  $(\hat{\theta}_k^c, \hat{\nu}_k)$ 가 충분히  $(\theta_k^c, \nu_k)$ 에 가까이 있다는 가정일 때의  $V$ 의 기울기이다. 구체적으로, 참값  $(\theta_k^c, \nu_k)$  근처에서의  $V$ 의 1차 테일러 급수 전개에서  $\underline{\epsilon}_k \approx -H^{-1}(\hat{\theta}_k^c, \hat{\nu}_k) V'(\hat{\theta}_k^c, \hat{\nu}_k)$ 를 이끌어 내며, 여기서  $H(\hat{\theta}_k^c, \hat{\nu}_k)$ 는 헤시안이다. 지금부터 표기를 간단하게 하기 위해  $\Omega_k$ 를  $\Omega(\hat{\theta}_k^c, \hat{\nu}_k)$ 를 대신해서 사용할 것이며, 여기서  $\Omega = \underline{b}, V$  그리고  $H$ 이다. 비용함수의 기울기  $V'_k$ 는

$$V'_k = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \theta_k^c} V_k \\ \frac{\partial}{\partial \nu_k} V_k \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$= \begin{bmatrix} 2\operatorname{Re}\{ \underline{b}_k^H \hat{G} \hat{G}^H \underline{D}_{\theta_k^c} \} \\ 2\operatorname{Re}\{ \underline{b}_k^H \hat{G} \hat{G}^H \underline{D}_{\nu_k} \} \end{bmatrix}$$

이고, 비용함수의 헤시안  $H(\theta_k^c, \nu_k)$ 는

$$H_k = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \theta_k^c} \left( \frac{\partial}{\partial \theta_k^c} V_k \right) & \frac{\partial}{\partial \theta_k^c} \left( \frac{\partial}{\partial \nu_k} V_k \right) \\ \frac{\partial}{\partial \nu_k} \left( \frac{\partial}{\partial \theta_k^c} V_k \right) & \frac{\partial}{\partial \nu_k} \left( \frac{\partial}{\partial \nu_k} V_k \right) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2\operatorname{Re}\{ \underline{D}_{\theta_k^c}^H \hat{G} \hat{G}^H \underline{D}_{\theta_k^c} \} & 2\operatorname{Re}\{ \underline{D}_{\theta_k^c}^H \hat{G} \hat{G}^H \underline{D}_{\nu_k} \} \\ 2\operatorname{Re}\{ \underline{D}_{\nu_k}^H \hat{G} \hat{G}^H \underline{D}_{\theta_k^c} \} & 2\operatorname{Re}\{ \underline{D}_{\nu_k}^H \hat{G} \hat{G}^H \underline{D}_{\nu_k} \} \end{bmatrix} \quad (16)$$

이고, 여기서  $D_{\theta_k} \triangleq \frac{\partial}{\partial \theta_k} b_k$ ,  $D_{\nu_k} \triangleq \frac{\partial}{\partial \nu_k} b_k$  이다. 헤시안  $H_k$ 는 추정 에러 벡터에 영향을 미치지 않으면서 점근적 헤시안인  $\bar{H}_k (\triangleq \lim_{n \rightarrow \infty} H_k)$ 로 대체될 수 있다 [8]. 그러면, 추정 에러 벡터  $\epsilon_k$ 는  $\epsilon_k \approx -\bar{H}_k^{-1} V_k$ 로 쓸 수 있는데,  $\bar{H}_k$ 는  $H_k$ 의  $G$ 로  $\hat{G}$ 를 바꾸면 얻을 수 있다. 추정 에러 벡터  $\epsilon_k$ 는 공분산 행렬이  $C = E[\epsilon_k \epsilon_k^T] = \bar{H}_k^{-1} Q_{kl} \bar{H}_k^{-1}$  인 점근적 영 평균 정규 형태를 갖는데, 여기서

$$Q_{kl} = \frac{2}{N} \begin{bmatrix} Re\{\Psi_{\theta\theta} \cdot B_{kl}\} & Re\{\Psi_{\theta\nu} \cdot B_{kl}\} \\ Re\{\Psi_{\nu\theta} \cdot B_{kl}\} & Re\{\Psi_{\nu\nu} \cdot B_{kl}\} \end{bmatrix} \quad (17)$$

이고,  $\Psi_{\theta\theta} = D_{\theta_i}^H G G^H D_{\theta_i}$ ,  $\Psi_{\theta\nu} = D_{\theta_i}^H G G^H D_{\nu_i}$ ,  $\Psi_{\nu\theta} = D_{\nu_i}^H G G^H D_{\theta_i}$ ,  $\Psi_{\nu\nu} = D_{\nu_i}^H G G^H D_{\nu_i}$ ,  $B_{kl} \triangleq b_k^H U b_l$ , 그리고  $U \triangleq \sigma_n^2 \sum_{k=1}^K \frac{\lambda_k}{(\sigma_n^2 - \lambda_k)^2} e_k e_k^H$  이며, (15)에서 얻은 (17)의 미분은 부록에 주어져 있다.

퍼짐 매개 변수  $\nu_k$ 가 알려져 있어서 값이 주어질 때를 생각해 볼 때, 조건부 AOA 추정 에러의 분산은

$$var(\hat{\theta}_k^c - \theta_k^c | \nu_k) = \frac{1}{2N} \frac{q_{11}}{h_{11}^2} \quad (18)$$

표 1. AOA 추정 에러 분산의 상대적인 효율  
( $K = 2$ ,  $\theta_1^c = \frac{2\pi}{18} (20^\circ)$ ,  $\nu_1 = 0.1 (5.73^\circ)$ ,  $\nu_2 = 0.25 (14.3^\circ)$  일 때)

Difference of AOA	eff when M=5	eff when M=10	eff when M=15
$\frac{\pi}{18} (10^\circ)$	0.6064	0.7578	0.7954
$\frac{2\pi}{18} (20^\circ)$	0.7619	0.8422	0.8760
$\frac{3\pi}{18} (30^\circ)$	0.8459	0.9138	0.9744
$\frac{4\pi}{18} (40^\circ)$	0.9052	0.9724	0.9993
$\frac{5\pi}{18} (50^\circ)$	0.9403	0.9991	0.9996
$\frac{6\pi}{18} (60^\circ)$	0.9633	0.9993	0.9999
$\frac{7\pi}{18} (70^\circ)$	0.9791	0.9999	0.9999
$\frac{8\pi}{18} (80^\circ)$	0.9901	0.9999	0.9999
$\frac{9\pi}{18} (90^\circ)$	0.9969	0.9999	0.9999

임을 쉽게 알 수 있으며, 여기서  $h_{mn}$ 과  $q_{mn}$ 은 각각 행렬  $\bar{H}_k$ 와  $Q_{kl}$ 의  $(m, n)$ 번째 요소를 나타낸다. 각 퍼짐 신호원 모형에서의 AOA 추정 에러의 분산이

$$var(\hat{\theta}_k^c - \theta_k^c) = \frac{1}{2N} \frac{h_{22}^2 q_{11} - h_{12} q_{21} h_{22} - h_{22} q_{12} h_{21} + h_{12} q_{22} h_{21}}{(h_{11} h_{22} - h_{12} h_{21})^2} \quad (19)$$

로 나타나기 때문에, 상대적 효율은 항상 1보다 작

$$eff = \frac{var(\hat{\theta}_k^c - \theta_k^c | \nu_k)}{var(\hat{\theta}_k^c - \theta_k^c)} \quad (20)$$

으로 얻을 수 있다. 상대적 효율은 퍼짐 매개 변수가 알려지지 않을 때 AOA 추정 에러의 분산과 매개 변수가 알려져 있을 때 퍼짐 매개 변수 조건부 AOA 추정 에러의 분산의 비율로 정의 된다. 그러므로 상대적 효율의 물리적인 의미는 성능에 있어서 하나의 추정 방법이 다른 방법에 얼마나 근접해 있는가를 보여주는 척도가 된다.

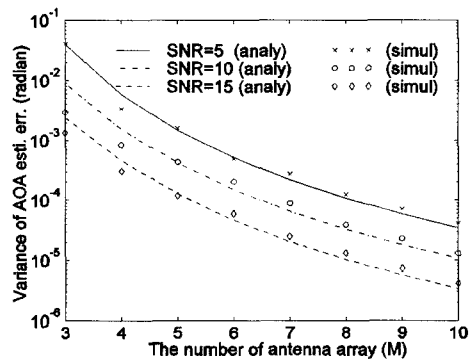


그림 1. 안테나 어레이의 수에 대한 AOA 추정 에러의 분산 ( $\theta_1^c = \frac{2\pi}{18} (20^\circ)$ ,  $\nu_1 = 0.1 (5.73^\circ)$ ,  $\theta_2^c = \frac{4\pi}{18} (40^\circ)$ ,  $\nu_2 = 0.25 (14.3^\circ)$ , 그리고  $SNR = 5, 10, 15$  dB 일 때)

### V. 수치 및 모의실험 결과

이 절에서는 여기에서 제안한 국소 산란 모형에서 제안한 방법의 성능을 보다 명확하게 나타내기 위해 몇 가지 수치적인 보기를 들어 보기로 한다. 이번 절의 모든 결과는 균일 확률밀도함수를 사용하여 얻었으며, 물론 다른 확률밀도함수들도 비슷한 결과를 보였다. 신호원의 수  $K$ 를 2로 하고, 그 가

운데 하나는  $\theta_1 = \frac{2\pi}{18} (20^\circ)$ ,  $\nu_1 = 0.1 (5.73^\circ)$  이고

안테나 요소들 사이의 거리는 파장의 절반이 된다고 가정하자. 이 모의실험에서 스냅 샷의 수  $N$ 은 200이고 모든 결과는 열 번의 시도에서 얻어진 값의 평균으로 나타낸다.

표 1은  $\theta_1 = \frac{2\pi}{18} (20^\circ)$ ,  $\nu_1 = 0.1 (5.73^\circ)$  일 때 AOA 추정 에러 분산의 상대적 효율을 보여준다. 신호원들의 AOA 차이가 작아질수록 AOA 추정 에러 분산을 감소시키기 위하여 퍼짐 매개 변수의 필요성이 커짐을 관찰할 수 있다. 당연히 AOA의 차이가 커짐에 따라 퍼짐 매개 변수가 알려지지 않았을 때의 AOA 추정 에러의 분산이 퍼짐 매개 변수가 알려졌을 때의 값으로 수렴하게 된다. 상대적인 효율은 일반적으로 안테나 배열 수의 감소에 따라 더 작아지는데, 이는 퍼짐 매개 변수 추정의 필요성이 커짐을 의미한다.

그림 1은 안테나 배열의 수가 변화함에 따른 AOA 추정 에러 분산을 그렸다. 이 때  $\theta_2 = \frac{4\pi}{18} (40^\circ)$  이고  $\nu_2 = 0.25 (14.3^\circ)$ , 그리고  $SNR = 5, 10, 15 dB$  이다. 이 그림에서 안테나 배열의 수의 증가함에 따라 추정 에러 분산이 감소됨을 알 수 있으며, 이 결과를 사용하여 주어진 제한된 에러를 만족시키는 적절한 안테나 배열의 수를 선택할 수 있다. 그림 2에서는 두 신호원의 AOA의 차이가 커짐에 따른 AOA 추정 에러의 분산을 보였는데, 두 AOA의 차이가 커질 수록 추정 에러 분산이 감소함을 알 수 있다.

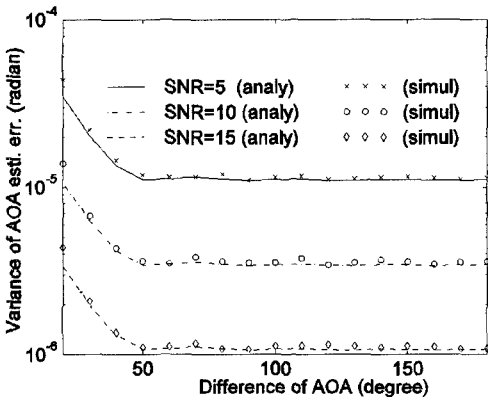


그림 2. 두 AOA의 차이에 대한 AOA 추정 에러의 분산 ( $\theta_1 = \frac{2\pi}{18} (20^\circ)$ ,  $\nu_1 = 0.1 (5.73^\circ)$ ,  $\theta_2 = \frac{4\pi}{18} (40^\circ)$ ,  $\nu_2 = 0.25 (14.3^\circ)$ , 그리고  $SNR = 5, 10, 15 dB$  일 때)

## VI. 결론

무선 이동 통신 환경처럼, 어떤 때에는 점 신호원의 AOA가 몇몇 까닭으로 말미암아 통계적으로 퍼지게 된다. 그러한 환경에 알맞은 각 퍼짐 신호원 모형을 제안하였고, 제안된 모형에서 고유값 분해 기법에 기초를 둔 새로운 추정 방법을 제안했다. 통계적 특성을 분석하기 위해 추정 에러의 점근적 분포를 얻었고, 몇 가지 수치적인 보기를 통해 제안된 모형의 적절함을 보였다.

## 참고 문헌

- [1] T. Trump and B. Ottersten, "Estimation of nominal direction of arrival and angular using an array of sensors," *Signal Proc.*, vol.50, pp.57-69, April 1996.
- [2] D. Asztely, B. Otterstrm, and A.L. Swindlehurst, "Generalised array manifold model for wireless communication channels with local scattering," *IEE Proc. Radar, Sonar, Nav.*, vol.145, pp.51-57, Feb. 1998.
- [3] M. Viberg and B. Ottersten, "Sensor array processing based on subspace fitting," *IEEE Trans. Signal Proc.*, vol.39, pp.1110-1121, May 1991.
- [4] J. Choi, J.S. Yun, I. Song, and S.I. Park, "A new technique for estimating direction of arrival of signals", *J. Acoustical Soc. Korea*, vol. 12, no. 2, pp.60-65, Apr. 1993.
- [5] Y.U. Lee, S.W. Ryu, I. Song, and Y. Ryu, "Statistically perturbed signal sources and direction of arrival estimation", *J. Korean Inst. Comm. Sciences*, vol.20, no.3, pp. 695-701, Mar. 1995.
- [6] Y.U. Lee, J. Lee, I. Song, H.M. Kim, and T. Chang, "A statistical analysis of the ML-based DOA techniques under a parametric model", *J. Korean Inst. Comm. Sciences*, vol. 23, no. 9B, pp.2605-2612, Sep. 1998.
- [7] Y.U. Lee, S.R. Lee, H.M. Kim, and I. Song, "Estimation of direction of arrival for angle-perturbed sources," *IEICE Trans. Fundamentals.*, vol.E80-A, pp.109-117, Jan.

1997.

- [8] P. Stoica and A. Nehorai, "MUSIC, maximum likelihood, and Cramer-Rao Bound," *IEEE Trans. Acous., Speech&Signal Process.*, vol.37, pp.720-741, May 1989.

부 록

식 (4)에서 식 (6)의 유도:

$$\begin{aligned} \underline{b}_k^H \hat{G} \hat{G}^H &= \underline{b}_k^H (SS^H + GG^H) \hat{G} \hat{G}^H \\ &= \underline{b}_k^H SS^H \hat{G} \hat{G}^H \simeq \underline{b}_k^H SS^H \hat{G} \hat{G}^H \quad [5], \end{aligned}$$

여기서  $S$ 는 신호 부공간 행렬  $S = [\underline{e}_1, \dots, \underline{e}_k]$ 이므로, 기울기  $V'_k$ 는

$$\begin{aligned} V'_k &\simeq \begin{bmatrix} 2Re \{ \underline{b}_k^H SS^H \hat{G} \hat{G}^H \underline{D}_{\theta_k} \} \\ 2Re \{ \underline{b}_k^H SS^H \hat{G} \hat{G}^H \underline{D}_{\nu_k} \} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 2Re \{ \sum_{i=K+1}^M (\underline{e}_i^H \underline{D}_{\theta_k}) (\underline{b}_k^H SS^H \hat{\underline{e}}_i) \} \\ 2Re \{ \sum_{i=K+1}^M (\underline{e}_i^H \underline{D}_{\nu_k}) (\underline{b}_k^H SS^H \hat{\underline{e}}_i) \} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

로 근사할 수 있다.

그 때, 공분산 행렬  $C$ 는

$$C = \overline{H_k^{-1} E[V'_k (V'_k)^T] H_k^{-1}} = \overline{H_k^{-1} Q_{kl} H_k^{-1}}$$

이고, 여기서,  $Q_{kl} = E[V'_k (V'_k)^T]$ 이다.

편의를 위해

$$W_k \triangleq \sum_{i=K+1}^M (\underline{e}_i^H \underline{D}_{\theta_k}) (\underline{b}_k^H SS^H \hat{\underline{e}}_i) \text{ 와}$$

$$Z_l \triangleq \sum_{i=K+1}^M (\underline{e}_i^H \underline{D}_{\nu_k}) (\underline{b}_k^H SS^H \hat{\underline{e}}_i)$$

로 정의하자. 그 때

$$Q_{kl} = 4 \begin{bmatrix} E[Re \{ W_k \} Re \{ W_l \}] & E[Re \{ W_k \} Re \{ Z_l \}] \\ E[Re \{ Z_k \} Re \{ W_l \}] & E[Re \{ Z_k \} Re \{ Z_l \}] \end{bmatrix}$$

로 나타낼 수 있다.

$$Re \{ W_k \} Re \{ Z_l \} = \frac{1}{2} \{ Re \{ W_k Z_l \} + Re \{ W_k Z_l^* \} \},$$

$$E[(SS^H \hat{\underline{e}}_i)(SS^H \hat{\underline{e}}_j)^T] = 0, \quad i, j = K+1, \dots, M \quad [5] \text{ 이므로,}$$

$$E[(SS^H \hat{\underline{e}}_i)(SS^H \hat{\underline{e}}_j)^H] = \frac{1}{N} U \delta_{ij},$$

$i, j = K+1, \dots, M$  [5] 이므로,

$$\begin{aligned} E[Re \{ W_k \} Re \{ Z_l \}] \\ = \frac{1}{2N} Re \left\{ \sum_{i=K+1}^M (\underline{e}_i^H \underline{D}_{\theta_k}) \cdot (\underline{e}_i^H \underline{D}_{\nu_k})^* \cdot \underline{b}_k^H U \underline{b}_i \right\} \end{aligned}$$

를 얻을 수 있다. 그러므로,

$$Q_{kl} = \frac{2}{N} \begin{bmatrix} Re \{ \Psi_{\theta\theta} \cdot B_{kl} \} & Re \{ \Psi_{\theta\nu} \cdot B_{kl} \} \\ Re \{ \Psi_{\nu\theta} \cdot B_{kl} \} & Re \{ \Psi_{\nu\nu} \cdot B_{kl} \} \end{bmatrix}$$

이고,  $\Psi_{\theta\theta} = \underline{D}_{\theta}^H GG^H \underline{D}_{\theta}$ ,  $\Psi_{\theta\nu} = \underline{D}_{\theta}^H GG^H \underline{D}_{\nu}$ ,

$$\begin{aligned} \Psi_{\nu\theta} &= \underline{D}_{\nu}^H GG^H \underline{D}_{\theta}, \quad \Psi_{\nu\nu} = \underline{D}_{\nu}^H GG^H \underline{D}_{\nu}, \quad B_{kl} \\ &\simeq \underline{b}_k^H U \underline{b}_l, \quad \text{그리고 } U \simeq \sigma_n^2 \sum_{k=1}^K \frac{\lambda_k}{(\sigma_n^2 - \lambda_k)^2} \underline{e}_k \underline{e}_k^H \end{aligned}$$

를 얻을 수 있다.

김 석 찬(Suk Chan Kim)

정회원



1993년 2월 부산대학교 전자공학과 졸업

1995년 2월 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(석사)

2000년 2월 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(박사)

2000년 3월~2000년 7월 한국전자동신연구소 (ETRI) 연구원

2000년 8월~2001년 7월 Princeton대학교 박사후 과정

2001년 8월~2002년 2월 Lehigh대학교 박사후 과정

2002년 3월~현재 부산대학교 전자공학과 조교수

<관심분야> 이동통신, 통신 신호처리, OFDM