한국정밀공학회지 제22권 제9호 (2005년 9월)
Journal of the Korean Society of Precision Engineering Vol. 22, No. 9, September 2005

협착된 경동맥 내의 벽전단응력 및 혈관의 탄성적 거동

김창녕#, 오택열*, 최명진*, 정삼두**

Elastic Motion of the Blood Vessel and Wall Shear Stress in Carotid Artery with Stenosis

Chang Nyung Kim#, Taek Yeol Oh* and Myung Jin Choi* and Sam Doo Jung**

ABSTRACT

The characteristics of blood flow and the interaction between the blood vessel and blood flow play important roles in plaque cap rupture and the growth of atherosclerosis which may lead directly to a heart attack or a stroke. In this study, carotid arteries with different stenoses have been numerically simulated to investigate the wall shear stress(WSS) and the elastic motion of the vessel. Blood flow has been treated as physiological, laminar and incompressible flow. To model the shear thining behavior of the blood, the Carreau-Yasuda model has been employed but the viscoelasticity of blood has not been considered. The results show that the WSS of severe(75%) stenosis is much higher than those of 25% and 50% stenosis in the region of stenosis. With the increase in the stenosis thickness, the expansion ratio of the center of the stenosis decreases while the expansion ratio of the upstream region of the stenosis increases.

Key Words : Carotid artery(경동맥), Stenosis(협착), Wall shear stress(벽전단응력), Elastic wall(탄성벽), Atherosclerosis(죽상경화증), Physiological flow(생리학적 유동), Non-Newtoian fluid(비뉴턴 유체)

기호설명

[C] = 제동행렬
D_{ij} = 탄성행렬
E = 영 계수 [N/m²]
{F} = 힘 벡터
h = 혈관 벽 두께 [m]
[IC] = 영향계수
[K] = 강성행렬
[M] = 질량행렬
N_i = 형상함수
$\{p\}_b$ = 유체 - 고체 경계면의 압력
{q} = 변위 벡터
z_0 = 협착의 반 길이 [m]

접수일: 2005년 1월 27일; 게재승인일: 2005년 7월 8일
교신저자: 경희대학교 기계·산업시스템공학부
E-mail: cnkim@khu.ac.kr
Tel. (031) 201-2578 Fax. (031) 202-8106
* 경희대학교 기계·산업시스템 공학부
** 경희대학교 기계공학과

그리스 문자

$\dot{\gamma}$ = 국소 전단율 [s^{-1}]
η = 점성계수 [Pa·s]
η_0 = 무 전단율 점성계수 [Pa·s]
η_∞ = 무한 전단율 점성계수 [Pa·s]
λ = 특성 시간 [s]
ν = 포와송 비
ρ = 혈액의 밀도 [kg/㎥]
ρ_s = 혈관의 밀도 [kg/㎥]

1. 서 론

최근에 심혈관계이상이 질병의 많은 부분을 차지하고 있다. 그 중에서도 사망의 주요 원인인 죽상경화증(atherosclerosis)과 동맥혈전증(arterial thrombosis)은 주로 서구사회에서 나타나는 질환이었으나 최근에는 식생활 및 생활양식의 서구화, 운동부족 등으로 인하여 국내에서도 그 발병률이 꾸준히 증가하고 있다.

죽상경화증은 동맥경화성 물질(plaque)로 인하여 혈관이 좁아지거나 막히는 현상이며 동맥혈전증은 혈관에서 분리된 동맥경화성 물질이 혈류를 타고 흘러 내경이 좁은 하류동맥을 막는 현상이다. 이러한 현상들로 인하여 혈액이 원활히 순환되지 못하면 여러 가지 혈관질환이 발생하여 심장마비(heart attack)나 뇌졸중(stroke)을 일으켜 사람의 생명에 치명적인 영향을 미칠 수 있다.[1] 죽상경화증의 발생 및 성장의 원인에 대하여 지금까지의 연구결과로는 명확히 설명할 수 없으나 전통적으로 흡연, 당뇨, 고혈압, 고콜레스테롤 등이 주요 원인으로 지적되고 있으며 최근에는 혈류역학적 특성이 죽상경화증의 발생 및 성장에 큰 영향을 미치는 것으로 알려져 이 분야에 대한 연구가 활발히 수행되고 있다.[2-5]

혈소판은 평상시에 혈관의 내벽과 어떠한 상호작용도 하지 않는다. 그러나 혈관내벽에 높은 전단응력이 발생하여 혈관 내피 세포(endothelial cell)가 손상되면 내막(membrane)과 콜라겐 섬유(collagen fiber)가 혈액에 노출된다. 그 결과 혈소판이 활성화(platelet activation) 또는 응집(platelet aggregation)되어 혈관의 내벽에 점착되어 굳어지는 혈소판 응착현상(platelet adhesion)이 발생한다. 이 응착된 물질이 성장하면 혈관질환인 죽상경화증으로 발전하게 된다.[6] 이러한 현상은 기하학적 형상이 복잡하거나, 레이놀즈수(Reynolds number)가 크거나 또는 평균벽전단응력(average wall shear stress)이 비교적 낮은 영역에서 주로 나타난다. 즉 레이놀즈수가 높은 영역에서는 혈관내피세포가 손상될 가능성이 크고 유동박리영역(flow separation area)과 밀접한 관련이 있는 평균벽전단응력이 낮은 영역에서는 혈소판 응착의 발생 가능성이 크게 된다.[7]

Gijen 등은 경동맥 분지관과 대동맥 만곡부에서의 유동특성을 실험과 수치해석을 병행하여 연구하였고[2, 3] Tu 등은 협착된 혈관내의 유동특성 및 벽전단력응력(wall shear stress)을 수치해석하였다.[4] Buchanan Jr. 등은 맥동유동(pulsatile flow)하에서 혈관내의 혈류역학적 벽파라메터(hemodynamic wall parameters)를 고찰하였다.[5] 이들 연구에서는 혈관이 유연성없는 강성벽(rigid wall)이나 또는 두께가 존재하지 않는 것으로 간주되었으나 실제로 혈관은 일정한 두께를 가지고 있으며 심장의 확장(diastole) 및 수축(systole)에 의해 발생된 비정상박동유동(unsteady pulsatile flow)으로 인하여

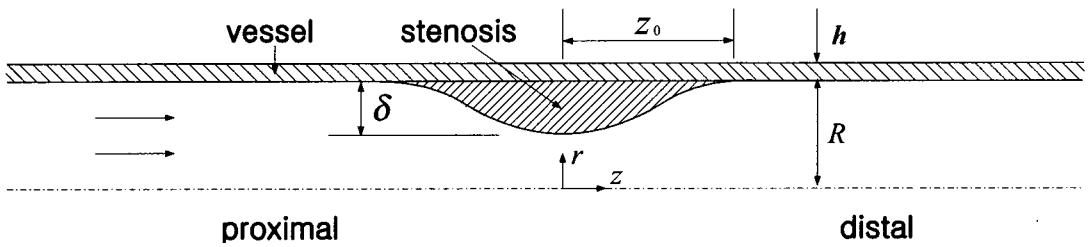


Fig. 1 Schematic diagram of carotid artery with thick wall

Table 1 Geometric characteristics of carotid arteries with stenosis

h (vessel thickness)	1.0×10^{-3} m
R (inside radius of vessel)	4.0×10^{-3} m
Z_0 (stenosis half-length)	4.0×10^{-3} m
δ (stenosis thickness)	5.36×10^{-4} m (25% area reduction) 1.172×10^{-3} m (50% area reduction) 2.000×10^{-3} m (75% area reduction)

유동에 수직방향으로 탄성적 거동을 한다.

본 연구에서는 심장으로부터 머리와 뇌의 혈액공급을 담당하는 경동맥을 지나는 박동유동(physiological flow) 에서 발생하는 혈관 내의 벽전단응력 및 혈관의 탄성적 거동을 상용코드인 CFD-ACE와 FEM-STRESS를 이용하여 유체-고체 상호작용(fluid-structure interaction)의 방법으로 수치해석하였다.

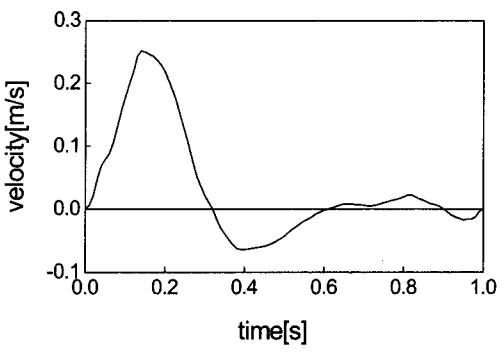


Fig. 2 Physiological mean velocity profile used in carotid artery simulation (Zendehbudi et al, 1999)

2. 문제설정 및 경계조건

2.1 기하학적 형상

경동맥은 뇌가 필요로 하는 전체 혈액의 80~85%를 담당하므로 혈관내의 협착으로 인한 혈액공급의 감소는 심각한 혈관질환을 초래할 수 있다. 그러므로 경동맥내의 혈류유동특성과 혈관의 탄성적 거동을 연구하는 것은 중요한 의미를 가진다. 협착영역에서 혈관의 단면적이 감소된 정도에 따라 25%, 50%, 75% 협착이 설정되었다. 해석에 적용된 경동맥의 형상은 Fig. 1과 Table 1에 상세히 나타내었으며 축대칭(axisymmetry) 형상에 대하여 해석이 수행되었다.

혈관내에 형성되는 협착의 형상은 매우 다양하고 그 표면의 불규칙성으로 인하여 어떤 정형화된 형상이 있을 수 없으므로 본 연구에서는 협착이 형성된 모양을 cosine 함수로 가정하였으며 그에 관한 식은 식(1)과 같다.

$$\frac{r(z)}{R} = \begin{cases} 1 - \frac{\delta}{2}\left[1 + \cos\left(\frac{\pi z}{z_0}\right)\right] & \text{if } |z| \le z_0 \\ 1 & \text{if } |z| \ge z_0 \end{cases} \quad (1)$$

2.2 경계조건

일반적으로 혈액의 유동은 심장의 이완과 수축에 의해 구동되며 유동의 형태가 Fig. 2와 같은 비정상 박동유동으로 나타나며 심장에서 멀어질수록 유동의 최대속도와 최소속도의 차이가 감소한다. 본 해석에 적용된 혈액의 유동 조건은 Fig. 2와 같으며 유동의 주기 T는 1 s이며 속도의 최대치는 0.252 m/s, 최소치는 -0.064 m/s이다. 혈관은 혈액의 박동유동에 의해 탄성적으로 운동하도록 모사되었으며 밀도 ρ는 2000 kg/m³, 영 계수(Young's modulus) E는 0.7×10^6 N/m² 그리고 포와송 비(Poisson's ratio) ν는 0.49가 적용되었으며 협착 부분의 물성치에도 혈관의 물성치와 같은 값이 적용되었다.

2.3 혈액의 혈류역학적 특성

혈액은 적혈구(red blood cell), 백혈구(white blood cell) 그리고 혈소판(platelet) 등이 뉴턴유체

의 특성을 지닌 혈장(blood plasma)에 혼합된 형태로 구성되어 있으며 이들의 복잡한 기전(mechanism)으로 인하여 비뉴턴유체 및 점탄성(viscoelastic)의 특성이 나타난다. 비뉴턴유체 및 점탄성의 특성은 혈액의 미소구조(microscopic structure)와 매우 밀접한 관계가 있는 것으로 알려져 있으며 적혈구의 응집(aggregation), 변형(deformation), 배열(alignment) 등이 시어-디닝(shear-thining) 및 점탄성과 관계되어 혈액의 유동특성을 결정한다.[2] 그러나 대동맥, 동맥 등의 비교적 내경이 큰 혈관내의 유동에서 점탄성은 거의 무시될 수 있으므로 많은 연구에서 혈액을 순수 점성 비뉴턴유체로 간주한다.[8]

Gijsen 등은 경동맥 분지관(carotid bifurcation)에서의 유동에 대하여 실험치와 Carreau-Yasuda model로 수치해석한 결과를 비교함으로써 이 모델이 혈액의 혈류역학적 특성을 잘 나타냄을 밝혔다.[2, 5] 본 해석에서도 혈액의 모델로 Carreau-Yasuda model을 이용하였으며 구성방정식은 식(2)와 같다.

$$\frac{\eta - \eta_\infty}{\eta_0 - \eta_\infty} = [1 + (\lambda\dot{\gamma})^a]^{\frac{(n-1)}{a}} \tag{2}$$

여기서, η_0 = 22 × 10^{-3} Pa·s, η_∞ = 2.2 × 10^{-3} Pa·s, a = 0.644, n = 0.392, λ = 0.110 s, ρ = 1060 kg/m³이다. 이 모델은 전단률이 낮은 곳에서는 유체의 점성이 η_0의 거동을, 전단률이 높은 곳에서는 η_∞의 거동을 보이도록 구성되어 시어-디닝의 특징을 나타낸다.[3]

3. 지배방정식

3.1 유동장 지배방정식

혈관내의 유동을 지배하는 비압축유동에 대한 연속방정식(continuity equation)과 Navier-Stokes 방정식은 각각 식(3) 및 식(4)와 같다. 여기서 J는 좌표변환 Jacobian이다.

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\rho}{J}\right) + \frac{\partial}{\partial \xi^j}\left(\frac{\rho U_j}{J}\right) = 0 \tag{3}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\rho u_i}{J}\right) + \frac{\partial}{\partial \xi^j}\left(\frac{\rho U_j u_i}{J}\right) = -\frac{1}{J}\frac{\partial \xi^j}{\partial x_i}\frac{\partial p}{\partial \xi^j} + \frac{\partial}{\partial \xi^k}\left[\frac{\eta}{J}\frac{\partial \xi^k}{\partial x_j}\left(\frac{\partial \xi^l}{\partial x_j}\left(\frac{\partial \xi^l \partial u_i}{\partial x_j \partial \xi^l} + \frac{\partial \xi^l \partial u_j}{\partial x_i \partial \xi^l}\right) - \frac{2}{3}\delta_{ij}\frac{\partial u_l \partial \xi^m}{\partial \xi^m \partial x_l}\right)\right] \tag{4}$$

3.2 혈관거동 지배방정식

아래에 제시된 식(5)와 식(6)은 혈관의 운동을 모사한 혈관거동 지배방정식으로 $\{q\}$는 변위벡터(displacement vector), $[M]$은 질량행렬(mass matrix), $[C]$는 제동행렬(damping matrix), $[K]$는 강성행렬(stiffness matrix) 그리고 $\{F\}$는 혈관이 유체로부터 받는 힘이다. 또 N_i는 형상함수(shape function), ρ_s는 혈관의 밀도, μ_s는 제동파라메터(damping parameter) 그리고 D_{ij}는 탄성행렬(elasticity matrix)이며 B_i는 식(7)과 같이 N_i에 선형적으로 비례한다.

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{F\} \tag{5}$$

$$[M] = \sum m_{ij}^e = \sum \int N_i \rho_s N_j dv \tag{6a}$$

$$[C] = \sum C_{ij}^e = \sum \int N_i \mu_s N_j dv \tag{6b}$$

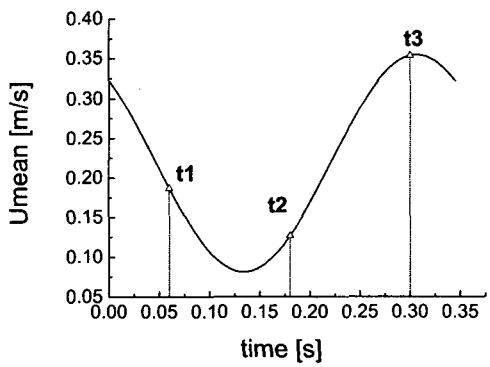
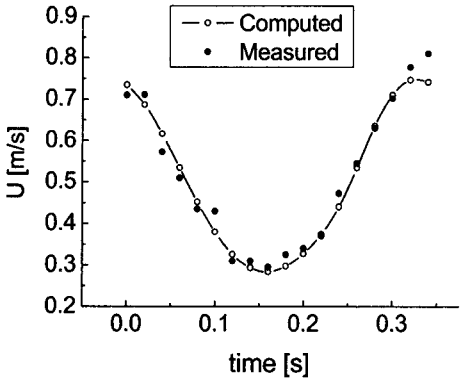
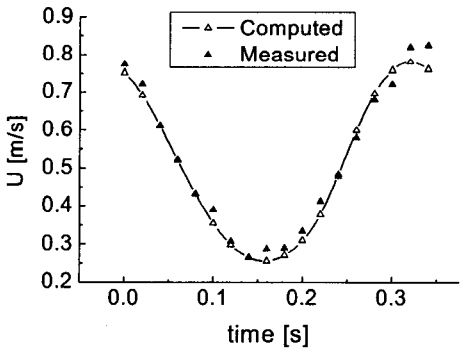


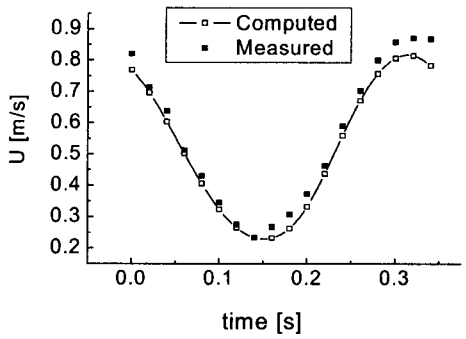
Fig. 3 Pulsatile flow used in the validation



(a) Z = 1.0

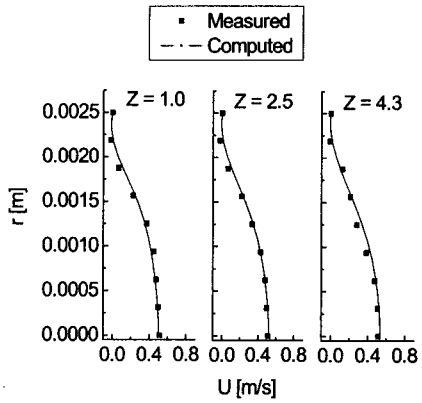


(b) Z = 2.5

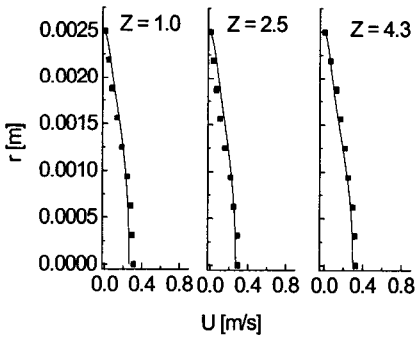


(c) Z = 4.3

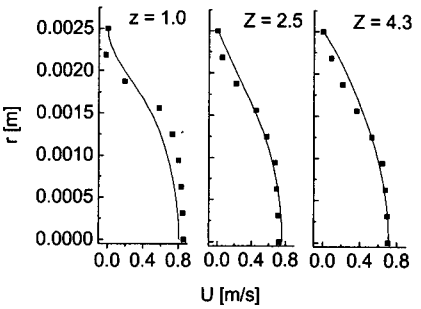
Fig. 4 Centerline velocities



(a) t_1 = 0.06



(b) t_2 = 0.18



(c) t_3 = 0.3

Fig. 5 Axial velocities at three indicated locations

$$[K]=\sum k_{ij}^{e}=\sum\int B_i D_{ji} B_j dv \quad (6c)$$

$$\{F\}=\sum\{f_i\}^{e}=\sum\int N_i p dv \quad (6d)$$

$$B_i=L_{ij}N_j \quad (7)$$

식(5)와 식(6)에 Newmark의 구성방법을 적용하면 (n-1)번 째의 시간에서 알려진 값 q $\dot{q}$ $\ddot{q}$ 등을 통하여 식(8)과 같은 식을 얻을 수 있다. 여기서 $\{E\}$는 q^{n-1}, $\dot{q}^{n-1}$, $\ddot{q}^{n-1}$에 관련된 항이다.

$$\{\dot{q}\}=\frac{2}{\triangle t}\left([K]+\frac{4}{\triangle t^2}[M]+\frac{2}{\triangle t}[C]\right)^{-1}\{F\}+\{E\} \quad (8)$$

3.3 유체와 고체의 상호작용

고체/유체 경계면에서 유체의 속도가 고체표면의 속도와 같으므로 오일러-라그랑지 방식에서의 고체/유체 경계면에서의 반변(contravariant) 속도성분 U_j는 식(9)에 제시된 바와 같이 0이다. 고체/유체 경계면에서의 속도를 $\{\dot{q}\}_b$라 하면 식(10)과 같이 표현된다. 식(10)은 섭동형태(perturbation form)로 식(11)과 같이 나타낼 수 있으며 식(10)을 식(11)에 적용하면 식(12)를 얻을 수 있다. 여기서 $[IC]$는 영향계수(influence coefficient), $\{p\}_b$는 고체/유체 경계면에서의 압력이다.

유체와 고체 사이의 상호작용의 수치적 구현 방법은 아래와 같이 설명될 수 있다. 고체 표면에 유체의 압력과 전단응력이 작용하여 고체 내의 응력분포와 고체 구조물의 운동에 영향을 미친다. 고체 구조물이 계산영역 내에서 운동하게 되면 유체의 점착조건 때문에 고체/유체 경계면에서 유체 유동이 야기되며 이 시간 단계에서 변형된 고체영역과 유체영역에서 격자를 새로이 구성하고 고체/유체 경계면에서의 유체 유동의 효과를 고려하며 유동장을 새로이 구한다. 이 때 얻어진 유동장의 특성(즉, 고체 표면에 작용하는 유체의 압력과 전단응력)은 다시 고체의 운동에 영향을 미치게 된다. 시간의 진행에 따라 위와 같은 과정을 반복하며 유체(혈액)와 고체(혈관 벽)의 상호작용을 해석할 수 있다.

$$U_j=\frac{\partial\xi^j}{\partial t}+\frac{\partial\xi^j}{x_i}u_i=0 \quad (9)$$

$$\{\dot{q}\}_b=-\frac{\partial\xi^j}{\partial t}=\frac{\partial\xi^j}{\partial x_i}u_i \quad (10)$$

$$\{\dot{q}\}'_b=[IC]\{p\}'_b \quad (11)$$

$$\frac{\partial\xi^j}{\partial x_i}u_i'=[IC]\{p\}'_b \quad (12)$$

4. 모델검증

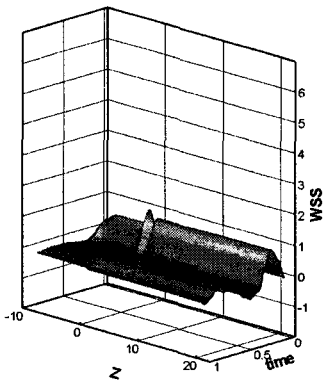
Fig. 1에서 주어진 혈관에서 45%의 협착을 갖는 경우에 Fig. 3에서 주어진 형태의 혈액 유동이 가해졌을 때에 대한 Ojha[10]등의 실험 연구를 본 연구에서 사용할 컴퓨터 프로그램의 검증대상으로 삼았다.

무차원화 된 세 지점(Z = 1.0, 2.5 and 4.3) 에 대하여 시간에 따른 중심속도가 Fig. 4에 제시되어 있으며 본 연구의 수치해석결과와 실험결과가 비슷하게 나타남을 보여주고 있다. 그리고 시간 t_1, t_2, t_3에 대한 세 지점에서의 축방향 속도분포가 Fig. 5에 나타나 있는데 그림에서 보인 바와 같이 실험치와 모델 검증을 위한 수치계산 결과를 살펴볼 때 t_1, t_2에서는 차이가 거의 없으나 t_3에서는 약간의 차이를 보이고 있다. 이것은 실험 수행시 입구 영역에서의 속도가 Fig. 3과 달리 t_3에서 더 크게 나타나서 생긴 오차이다(예를 들어 Fig. 4에서 t = 0.3 s 부근에서 세 지점 모두에서 측정치가 계산치보다 크게 제시되어 있음). Ojha[10]의 실험결과와 이에 대한 수치 해석의 결과로 볼 때 CFD-ACE가 협착이 존재하는 혈관내의 유동을 적절히 해석할 수 있다고 여겨진다.

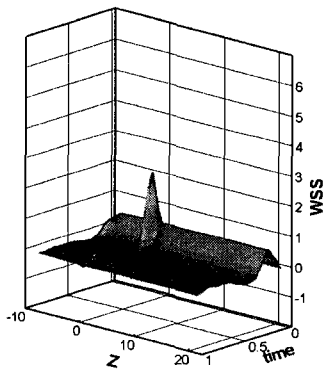
5. 결과 및 고찰

5.1 유동특성 및 벽전단응력

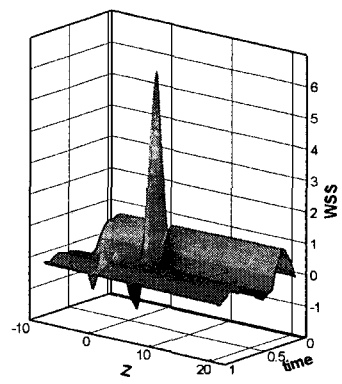
혈관내벽에서 발생하는 벽전단응력은 시간과 무차원 위치에 대하여 Fig. 6과 같이 해석되었다. 협착영역에서 나타나는 최대벽전단응력 값은 협착이 25%인 경우 약 1.2 N/㎡, 50%인 경우 2.3 N/



(a) 25% area reduction

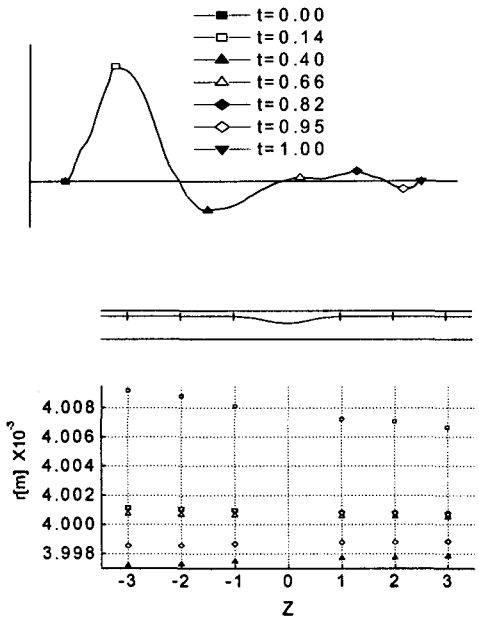


(b) 50% area reduction

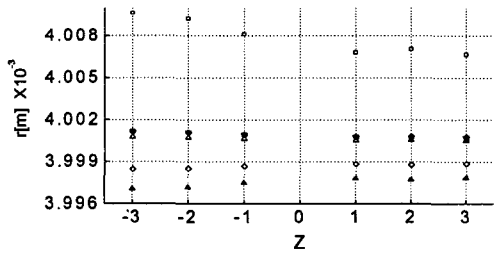


(c) 75% area reduction

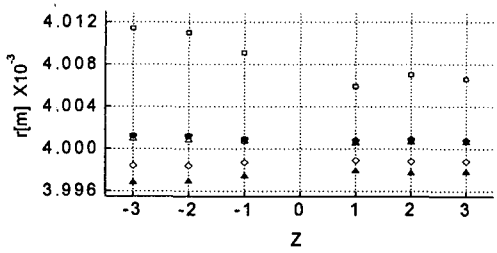
Fig. 6 Wall shear stress [N/m²] over time and space for different conditions (Z = z/z₀)



(a) 25% area reduction



(b) 50% area reduction



(c) 75% area reduction

Fig. 7 Wall motions of vessel at the indicated locations

㎡, 그리고 75%인 경우 5.7 N/㎡이다. 협착이 75% 경우는 벽전단응력이 다른 두 경우에 비하여 상당히 높게 나타나 혈관내피손상 및 동맥경화성 물질의 분리 가능성이 훨씬 클 것으로 예상된다. 협착 이외의 영역에서의 벽전단응력은 세 경우 모두 비슷하게 나타났다.

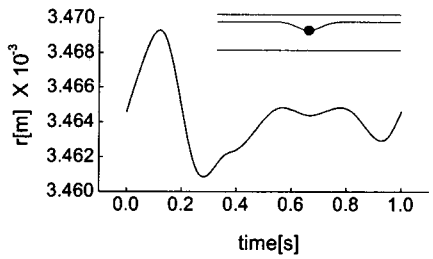
벽전단응력이 최대가 되는 시간은 협착의 종류에 따라 다소 차이가 있으나 속도가 최대인 t = 0.14 s를 지나 속도가 감소하는 시기인 t = 0.15 s와 t = 0.18 s 사이에서 벽전단응력이 크게 나타나며 흐름 방향과 반대 방향으로의 속도가 가장 크게 나타나는 t = 0.40 s 부근에서 음의 벽전단응력이 크게 발생한다. 또한 협착이 75%인 경우는 속도가 최대인 t = 0.14 s에서 재부착(reattachment) 현상이 관찰되나 25%와 50%의 경우는 나타나지 않았다.

5.2 혈관의 탄성적 거동

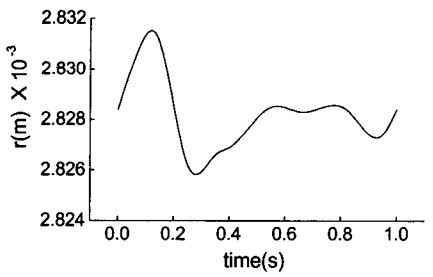
혈액의 박동유동에 의한 혈관의 탄성적 운동에 의하여 변위가 발생한다. 협착의 상류영역과 하류영역에서 나타나는 시간에 따른 혈관내경의 반경의 방향으로의 변위가 Fig. 7에 제시되어 있다. 세 경우 모두 속도가 최대인 t = 0.14 s에서 혈관의 확장이 가장 크며 음의 속도인 t = 0.40 s에서 혈관직경이 최소가 되어 혈관의 평균반경인 4 ㎜보다 작게 나타났다.

혈관 단면적 변화는 협착의 하류영역보다 상류영역에서 크며 협착의 정도가 심할수록 협착 상류영역의 혈관 단면적 변화는 더 크게 나타난다. 그러나 협착 하류영역에서는 혈관의 단면적변화가 협착의 형상에 큰 영향을 받지 않는다. 협착의 중앙부분인 Z = 0에서 혈관내경의 변위는 Fig. 8에 제시되어 있다. 협착의 정도가 작을 때에는 시간에 따른 내경의 변화가 박동유동의 유동형태와 비슷한 양상을 보인다. 또 협착 상류영역에서의 혈관 단면적의 변화 특성과는 다르게 협착이 75%인 경우 혈관내경의 변화가 가장 작게 나타난다. 이는 협착이 75%인 경우 고체영역인 협착의 두께가 매우 두꺼우므로 두께가 상대적으로 얇은 다른 두 경우에 비하여 혈류유동에 의한 혈관의 확장이 더 어렵기 때문이다.

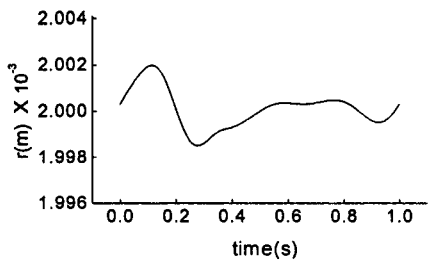
무차원 위치 Z = 0과 Z = -3에서의 혈관 단면적 확장률을 Table 2에 나타내었다. 협착이 75%인 경우 맥동 유동의 1주기 동안에 Z = -3에서 약 0.57%의 단면적 확장과 약 0.22%의 단면적 축소가 나타난다. 또한 협착의 중앙영역인 Z = 0에서의 단면적 확장률은 25% 협착에서 약 0.3%로 가장 크며 협착 상류영역인 Z = -3에서의 단면적 확장률보다 작게 나타난다. 여기서 단면적 확장률은 혈관이 확장 또는 축소되었을 때의 단면적과 혈관 반경이 4 ㎜인 유연성 없는 강성벽(rigid wall)의 단면적의 비이다.



(a) 25% area reduction



(b) 50% area reduction



(c) 75% area reduction

Fig. 8 Wall motions of vessel at the center of stenoses

Table 2 Expansion ratio of the cross section area at the two locations (%)

		25% area reduction	50% area reduction	75% area reduction
Z = -3	Max.	0.4595	0.4825	0.5701
	Min.	-0.2368	-0.2330	-0.2188
Z = 0	Max.	0.2905	0.2329	0.1782
	Min.	-0.1507	-0.1300	-0.1310

6. 결 론

혈액의 유동특성은 혈관내에 발생하는 혈관질환인 죽상경화증 및 혈전 생성에 큰 영향을 미친다. 그러므로 죽상경화증과 혈전의 발생 및 성장에 관한 기전을 이해하기 위하여 혈관내의 벽전단응력 및 혈관의 탄성적 거동에 대한 고찰이 필요하다. 본 연구에서는 뇌의 혈액공급을 담당하는 경동맥에 협착이 있는 상황에 대하여 CFD-ACE 및 FEM-STRESS를 이용하여 수치해석하였다. 협착이 75%인 경우 발생하는 벽전단응력은 다른 두 경우에 비하여 협착영역에서 상당히 크게 나타났으며 협착의 하류영역에 형성되는 재순환영역이 넓게 형성되었다. 박동유동에 의해 발생한 혈관의 단면적 확장률은 협착영역에서 협착정도가 심할수록 작게 나타났다. 협착 하류영역의 단면적 확장률은 협착의 크기에 관계없이 거의 일정하게 유지되나 협착의 상류영역은 협착이 75%인 경우 가장 큰 확장률을 보였다.

일반적으로 협착이 약 70% 이상인 혈관인 치료의 대상이 된다. 협착이 현저하게 형성된 경우에는 높은 벽전단응력과 넓게 형성된 재순환 영역으로 인해 혈관내막의 손상과 동맥경화성 물질의 성장 및 분리에 큰 영향을 줄 것으로 예상된다. 본 연구에서는 협착을 단순화하여 축대칭 형상으로 가정하였으나 실제로 협착은 매우 불규칙한 형상이므로 다양한 형상에 대한 고찰이 필요하다.

참고문헌

1. Park, H. S., Lee, J. B., Kim, E. G. and Lee, D. M., "Prevalence of Atherosclerotic Risk Factors," Journal of the Korean Academy of Family Medicine, Vol. 15, No. 9, pp. 622-631, 1994.
2. Gijsen, F. J. H., van de Vosse, F. N. and Janssen, J.D., "The influence of the non-Newtonian properties of blood on the flow in large arteries : steady flow in a carotid bifurcation model," Journal of Biomechanics, Vol.32, pp. 601-608, 1999.
3. Gijsen, F. J. H., Allanic, E., van de Vosse, F. N. and Janssen, J. D., "The influence of the non-Newtonian properties of blood on the flow in large arteries : unsteady flow in a 90°curved tube," Journal of Biomechanics, Vol. 32, pp. 705-713, 1999.
4. Tu, C. and Deville, M., "Pulsatile flow of non-Newtonian fluids through arterial stenoses," Journal of Biomechanics, Vol. 29, No. 7, pp. 899-908, 1996.
5. Buchanan Jr., J. R., Kleinstreuer, C. and Comer, J. K., "Rheological effects on pulsatile hemodynamics in a stenosed tube," Computers and Fluids, Vol. 29, pp. 695-724, 2000.
6. How, T. V., "Advances in hemodynamics and hemorheology," JAI Press Inc, 1996.
7. Fung, Y. C., "Biomechanics Circulation," Springer, 1997.
8. Tang, D., Yang, C., Huang, Y. and Ku, D. N., "Wall stress and strain analysis using a three-dimensional thick-wall model with fluid-structure interactions for blood flow in carotid arteries with stenoses," Computers and Structure, Vol. 72 pp. 341-356, 1999.
9. Zendehbudi, G. R. and Moayeri, M. S., "Comparison of physiological and simple pulsatile flows through stenosed arteries," Journal of Biomechanics, Vol. 32, pp. 959-965, 1999.
10. Ojha, M., Cobbold, R. S. C., Johnston, K. W. and Hummel, R. L., "Pulsatile flow through constricted tubes : an experimental investigation using photochromic tracer methods," Journal of Fluid Mechanics, Vol. 203, pp. 173-197, 1989.