

구면무단변속기에서 발생하는 2 차원 구름 마찰력의 실험적 해석

공진형¹⁾ · 윤영민¹⁾ · 이응신¹⁾ · 임원식²⁾ · 박영일³⁾ · 김동조³⁾ · 이장무¹⁾

서울대학교 기계항공공학부¹⁾ · 서울산업대학교 자동차공학과²⁾ · 서울산업대학교 기계설계자동화공학부³⁾

Experimental Analysis of 2-Dimensional Rolling Friction Occurred in Semi-Spherical CVT

Jinhyung Kong^{*1)} · Youngmin Yoon¹⁾ · Eung-shin Lee¹⁾ · Wonsik Lim²⁾ · Yeongil Park³⁾ ·
Dongjo Kim³⁾ · Jangmoo Lee¹⁾

¹⁾School of Mechanical and Aerospace Engineering, Seoul National University, Seoul 151-742, Korea

²⁾Department of Automotive Engineering, Seoul National University of Technology, Seoul 139-743, Korea

³⁾School of Mechanical Design and Automation Engineering, Seoul National University of Technology, Seoul 139-743, Korea

(Received 12 April 2005 / Accepted 20 June 2005)

Abstract : Semi-Spherical Continuously Variable Transmission(SS-CVT) is the CVT which transmits power by rolling friction between dry metals, and its outstanding advantage is the ability of realizations of neutral, forward and reverse states without relying on any other devices. A spherical shaped variator transmits power and also changes gear ratio where keeping contact with a output disk. The frictional direction to transmit power and the other direction to change gear ratio are perpendicular to each other, so we can describe that two dimensional rolling friction is occurred in the contact point between the variator and the disk. Since magnitudes or relations of the two forces are completely unknown, they were analyzed by the experiments in this study. We determined the variables related with the friction phenomena by the dimensional analysis, and manufactured the SS-CVT test bench which could measure the related variables. Finally, the empirical formula for evaluating the two friction forces was proposed based on the experimental results.

Key words : SS-CVT(구면무단변속기), Variator(베리에이터), Rolling friction(구름 마찰력), Longitudinal slip ratio(종방향 슬립율), Lateral slip angle(횡방향 슬립각), Friction coefficient(마찰 계수)

Nomenclature

S	: longitudinal slip ratio
ξ	: lateral slip angle
f	: friction force, N
μ	: friction coefficient
N	: normal force, N

Subscripts

t	: longitudinal(Power transmitting) direction
s	: lateral(Shifting) direction

1. 서 론

구면무단변속기는 구면체와 디스크의 금속 간 구름 마찰에 의해 동력을 전달하는 무단 변속 기구이다. Fig. 1을 살펴보면, 지면(紙面)에 수직한 방향의

*To whom correspondence should be addressed.
kong75@gmail.com

입력축이 베벨 기어를 통해 구면 형상의 베리에이터에 연결이 되고, 베리에이터의 자전을 유발한다. 자전하고 있는 베리에이터와 디스크 사이의 구름 마찰을 통해 동력이 전달되게 된다. 그리고 베리에이터의 자세를 변화시킴에 따라 변속이 이루어지며, 별도의 장치 없이 전진, 후진 그리고 중립 상태를 구현할 수 있는 것이 가장 큰 장점이다(Fig. 2). 그러나 금속 간의 건마찰을 이용해 동력을 전달하기 때문에 전달 용량을 증대시키는데 있어 내구성이 저하될 수 있는 단점이 있다. 이러한 단점은 변속기의 운전 영역을 고려하여 적절한 수직 항력을 설정하거나, 접촉점의 개수를 늘리는 설계를 통해 극복될 수 있으며, 이러한 극복 방안은 실제적인 마찰 현상을 파악하여야 실현 가능하다. 따라서 본 연구에서 구면무단변속기에서 발생하는 마찰력에 대해 자세히 고찰해 보고자 한다.

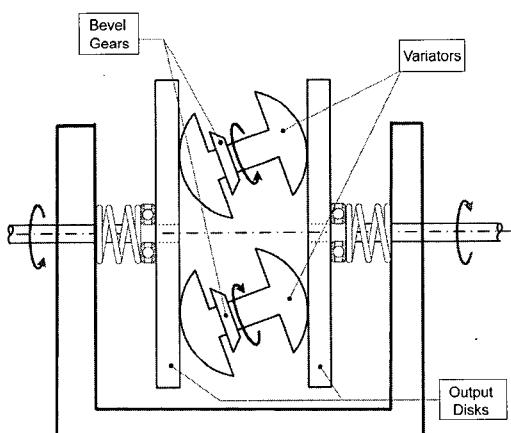


Fig. 1 Semi-Spherical CVT (SS-CVT)

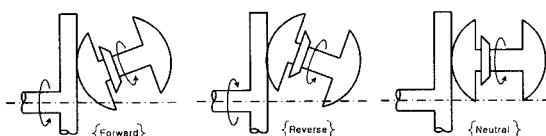


Fig. 2 Realizations of forward, reverse, neutral status

구면무단변속기의 기구학과 동역학에 대한 해석¹⁾에서 베리에이터와 디스크 사이의 완전 구름 운동을 가정했을 경우에 대한 기구학적 속도 및 토크 관계식을 유도하였으며, 동역학 해석 시에는 완전 구름 가정을 사용하지 않았다. 따라서 동적 모델에는

베리에이터와 디스크 사이 접촉점에서의 슬립 운동과 마찰력이 중요한 인자로 고려된다. 그런데 구면무단변속기의 접촉점에서는 베리에이터가 자전하는 방향의 마찰력과 함께 베리에이터의 자세가 변하는 방향의 마찰력이 존재한다. 이러한 두 방향의 마찰력은 서로 연성되어 있을 뿐 아니라 각각의 크기도 알려져 있지 않다.

실제 마찰 계수의 크기와 두 방향 마찰력의 상호 관계는 구면무단변속기의 모든 해석 및 설계 과정에 있어 매우 중요한데,⁵⁾ 마찰 현상은 이론적으로 규명하기에 어려움이 많기 때문에 본 연구에서는 구면무단변속기에서 발생하는 2차원 마찰을 구현하는 실험 장치를 이용하여 각 방향의 마찰 계수 크기와 두 방향의 마찰 계수의 연성 관계를 파악하고자 한다.

2. 마찰 모델

엄밀한 물리적 이론에 기반을 둔 마찰 모델은 실제 마찰 계수를 비교적 정확히 예상하지 못하는 것으로 알려져 있다. 따라서 실제 적용이 가능한 마찰 계수는 실험을 통해 그 크기를 예측하는 실험식을 도출하여 사용한다. 예를 들어 타이어 모델로 널리 알려진 매직 포뮬러(Magic formula)가 대표적인 마찰력에 대한 실험식이다. 본 연구에서도 구면무단변속기에서 발생하는 마찰력에 대한 실험식을 도출 하려 하지만 관습적 표현에 따라 마찰 모델이란 용어를 사용하였다.

구면무단변속기의 접촉점에서 발생하는 2차원 마찰력을 규명하기 위해서는 그에 관련되는 물리량들을 이용한 차원 해석이 선행되어야 한다. 구면무단변속기의 2차원 마찰에 관련된 변수를 정리하면 아래와 같다.

- ▶ 구동 방향의 마찰력
- ▶ 변속 방향의 마찰력
- ▶ 수직 하중
- ▶ 접촉점에서의 디스크 속도
- ▶ 접촉점에서의 구면체 속도(구동 방향)
- ▶ 접촉점에서의 구면체 속도(변속 방향)

이상과 같이 총 6 개의 변수가 마찰 현상에 관여 한다. 파이정리(PI theorem)를 이용하여 이 현상에 대한 무차원수를 유도해 보면 총 4 개의 일반적으로

알려진 무차원수를 얻을 수 있으며 이를 정리하면 아래와 같다.

1) 구동 방향 마찰 계수(구동력/수직하중) μ_t

2) 변속 방향 마찰 계수(변속력/수직하중) μ_s

3) 구동방향 슬립율 S

4) 슬립각도 ξ

이러한 결과는 타이어의 구동(또는 제동)력과 횡력에 관여하는 변수와 일치 하며,²⁾ 구면무단변속기의 구동 방향 슬립율(s)과 변속 방향 슬립각(ξ)은 식 (1), (2)와 같이 표현된다. 타이어 모델과의 상사성을 고려하여 구동 방향을 종방향으로 변속 방향을 횡방향으로 정의한다. 이상의 고찰에 따라 종/횡방향 마찰력은 식 (3), (4)와 같이 표현할 수 있다.

$$s = 1 - \frac{r_d \omega_d}{r_v \sin \theta \omega_v} \quad (1)$$

$$\xi = \tan^{-1} \left(\frac{r_v \ddot{\theta}}{|r_d \omega_d|} \right) \quad (2)$$

$$f_t = N \cdot \mu_t(s, \xi) \quad (3)$$

$$f_s = N \cdot \mu_s(s, \xi) \quad (4)$$

위 식에서 f 는 마찰력, N 은 수직 항력, μ 는 마찰 계수, r 은 반경, ω 는 각속도, 그리고 θ 는 베리에이터의 자세각을 의미한다. 아래 첨자 t 는 구동 방향(종방향), s 는 변속 방향(횡방향), v 는 베리에이터, 마지막으로 d 는 디스크의 값임을 나타낸다.

식 (3), (4)는 마찰 계수가 슬립율과 슬립각에 대한 함수로서 표현됨을 의미한다. 마찰 계수를 슬립율과 슬립각에 대한 함수로 표현하는 것은 타이어 관련 연구 분야에서 일반적으로 사용되어 왔기 때문에 타이어의 마찰 실험 결과를 통해 본 연구에서 필요한 마찰 계수의 함수 형태를 유추해볼 수 있다. 기존의 타이어 관련 연구 결과를 살펴보면,^{3,4)} 슬립율의 크기가 작고 슬립각이 0일 때 종방향 마찰 계수는 슬립율에 정비례한다고 근사화할 수 있다. 또한 이는 횡방향 마찰 계수와 슬립각의 관계에도 그대로 적용 가능하다. 따라서 종방향과 횡방향 마찰 계수를 아래와 같은 형태로 표현할 수 있다.

$$\mu_t(s, \xi) = s \cdot \psi(s, \xi) \quad (5)$$

$$\mu_s(s, \xi) = \xi \cdot \psi'(s, \xi) \quad (6)$$

슬립각이 커질수록 종방향 마찰 계수의 크기는 감소하며 마찬 가지로 슬립율이 커질 경우에도 횡방향 마찰 계수의 크기는 감소한다. 이러한 연성 관계는 식 (5), (6)에서 함수 ψ 와 ψ' 에 의해 표현된다. 두 함수는 실험 결과에 따라 다양한 형태로 표현될 수 있으나 수학적 모델의 단순성을 위해서 본 연구에서는 ‘변수 분리’와 ‘선형’ 가정을 도입하고자 한다. 따라서 마찰 계수의 수학적 형태는 결과적으로 식 (7), (8)과 같이 표현된다. 상수 a, b, c, d 는 실험적으로 결정되는 값이다.

$$\mu_t(s, \xi) = s \cdot (a - b\xi) \quad (7)$$

$$\mu_s(s, \xi) = \xi \cdot (c - ds) \quad (8)$$

3. 실험 장치 설계 및 제작

본 실험의 목적은 구면무단변속기에서 종방향과 횡방향 마찰 계수가 슬립율 또는 슬립각에 따라 어떻게 변화하는지 측정하는 것이다. 따라서 실험 장치는 구면체 형상의 베리에이터와 출력 디스크를 이용하여 변속을 수행하는 구면무단변속기의 기본 기능을 만족해야 하며, 슬립율, 슬립각, 그리고 두 방향의 마찰 계수의 측정이 가능해야 한다. 이에 따라 본 연구에서는 Fig. 3과 같은 개념의 실험 장치를 고안하였다.

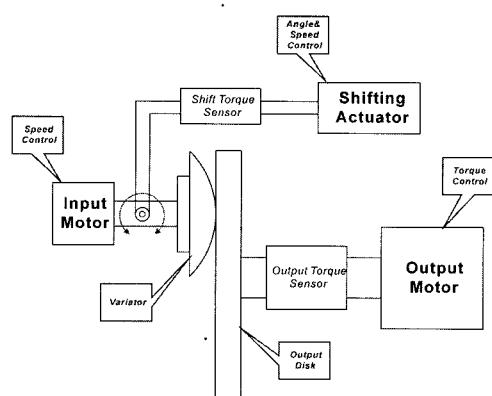


Fig. 3 Conceptual design of the test bench

Fig. 3을 살펴보면, 구면 형상의 베리에이터가 입력 모터와 직접 연결되어 입력 모터에 의해 베리에이터가 자전 방향으로 구동되는 구조이다. 그리고 출력 디스크는 베리에이터와 접촉되어 구동력을 전달 받는다. 출력 디스크에 인가되는 부하 토크는 출력 모터를 이용하여 제어되며 그 크기는 토크 센서에 의해 측정된다.

입력 모터와 구면 형상 베리에이터는 하나의 하우징으로 고정되며 그 하우징 전체를 회전시킴으로서 변속 기능을 수행하도록 하였다. 변속에 소요되는 토크를 측정하기 위한 부가적 센서가 하우징과 변속 액추에이터 사이에 위치한다.

Photo. 1은 Fig. 3에서 개념적으로 나타난 실험 장치를 실제로 제작한 사진이다. 개념도에 명시된 주요 요소들이 실제 사진에도 표시되어 있다. 입력 모터와 변속 액추에이터 부분을 확대하여 나타내면 Photo. 2와 같다.

Photo. 2는 실험 장치의 주요 부분을 확대하여 표시한 사진이며, 변속 액추에이터로는 스텝 모터를 사용하였다. 스템 모터는 그 축이 위와 아래에 모두 위치하여 위축에는 포텐ショ미터가 부착되어 변위를 출력하고 아래 축으로는 변속을 수행하도록 하였다. Table 1에서 실험 장치 각 제원을 살펴보면, 베리에이터의 직경이 130mm이고 출력 디스크의 직경이 140mm인데, 실제 사진에서는 디스크의 크기가 상대적으로 매우 크게 보인다. 이렇게 보이는 이유는 베리에이터 직경의 정의에서 기인한다. 베리에이터는 구면 형상을 갖고 있는데, 베리에이터의 직경이

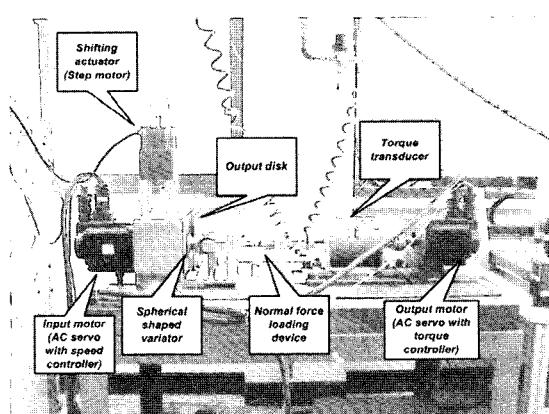


Photo. 1 The test bench

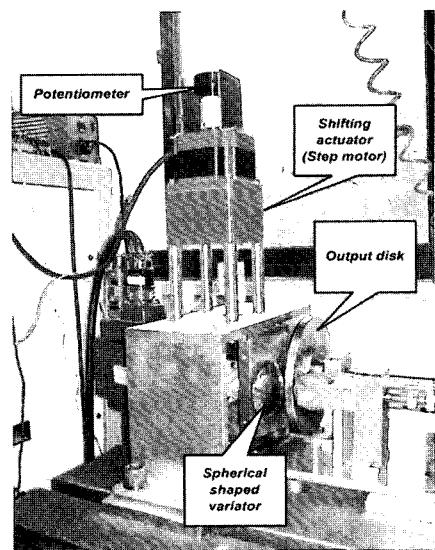


Photo. 2 Main parts of the test bench

라는 것은 그러한 구면을 갖는 구의 직경이다. 따라서 Table 1에 명시된 베리에이터 직경이라는 것은 스템 모터의 축 중심과 베리에이터 구면 사이의 거리이기 때문에 베리에이터 자체의 크기보다 크다.

Table 1 Specifications of the test equipment

Part	Specification
Variator	$\phi 130$, polished and heat-treated surface
Output disk	$\phi 140$, milled surface
Variator angle	$0 < \theta < 30$ (degree)
Reduction gear ratio	$2.154 < \eta < \infty$
Input motor	1.5kW, speed control
Output motor	1.5kW, torque control
Step motor	Max. torque < 16 Nm, 0.0185 deg./step
Spring	95.75 N/mm
Torque sensor	1.635 Nm/1000 $\mu\epsilon$
Strain gage	1.818Nm/1000 $\mu\epsilon$
DAQ board	NI-PCI16023E, 16ch of analog input, 2ch of analog output

베리에이터와 디스크 사이에 수직 힘을 인가하기 위해 Photo. 3과 같은 장치를 설계하였다. 강성 계수가 정확히 알려진 스프링의 변위를 이용하여 수직 힘의 크기를 계산하도록 하였다.

입력 모터의 속도와 토크는 인버터에서 출력되는 신호를 이용하여 측정하였다. 토크 신호의 신뢰성

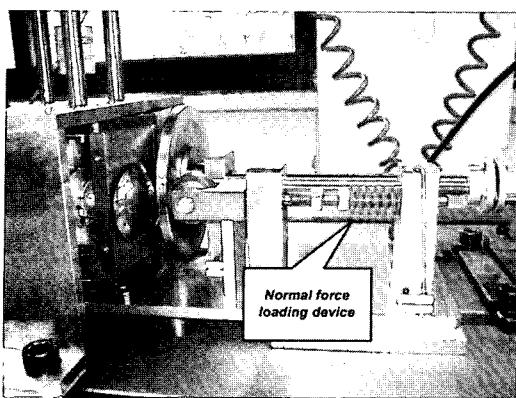


Photo. 3 Device for loading normal force

을 확보하기 위해 입력 모터에 직접 토크 센서를 장착하여 캘리브레이션(Calibration)을 수행하였으며 속도 신호 역시 캘리브레이션 후에 실험을 진행하였다. 포텐시오미터를 이용하여 베리에이터 자세의 절대 각도를 측정하였다. 출력 디스크의 토크는 토크 센서를 이용하여 직접 측정하였으며 속도는 인버터 출력 신호를 이용하였다.

변속에 필요한 토크를 측정하기 위해서는 추가적인 토크 센서가 필요하며 본 실험에서는 Photo. 4에서 보듯이 축에 스트레인게이지를 부착하여 토크를 측정하였다.

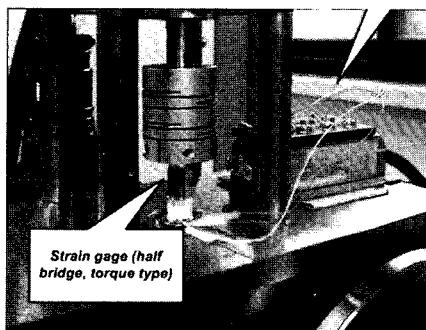


Photo. 4 Strain gage to measure shifting torque

모든 신호들은 컴퓨터에 장착된 데이터 습득 장치(National Instrument PCI6023E)에 의해 100Hz로 샘플링 및 저장되었으며 스텝 모터의 위치와 속도도 컴퓨터로 직접 제어 하였다. Table.1은 실험 장치 각 요소의 제원을 나타내며 Table 2는 측정된 신호들의 종류와 측정 방법을 정리하고 있다.

Table 2 Measured signals

Signal	Measurement
Input speed	Input motor controller
Input torque	Input motor controller
Output speed	Output motor controller
Output torque	Torque sensor
Variator angle	Potentiometer
Shifting torque	Strain gage(half bridge)

4. 실험 결과 및 고찰

실험은 크게 세 종류로 구성하였다. 첫 번째는 슬립각이 0일 때 슬립율과 종방향 마찰 계수와의 관계를 규명하는 실험이고, 두 번째는 슬립율이 0일 때 슬립각과 횡방향 마찰 계수와의 관계를 규명하는 실험이다. 그리고 마지막 실험은 슬립율과 슬립각이 모두 0이 아닌 값을 가질 때 종방향과 횡방향의 마찰 계수가 어떻게 변화하는지 규명하는 실험이다.

첫 번째 실험에서 슬립각이 0일 때 슬립율(S)과 종방향 마찰 계수(μ_t)의 관계를 규명하기 위해 베리에이터의 자세를 고정한 상태에서 출력 부하의 크기를 변화시키는 실험을 수행하였다. 종방향 마찰 계수는 출력 디스크에 인가되는 토크를 측정하여 이를 디스크의 접촉 반경과 수직 하중으로 나누어 계산하였다. 이 실험의 자세한 조건은 Table 3에 정리하였으며 실험 결과는 Fig. 4와 같다.

Fig. 4의 실험 결과를 살펴보면, 슬립율 약 7%에서 마찰 계수가 0.132로 측정된 것을 알 수 있다. 슬립율이 그 이상이 되면 급격히 불안정 영역으로 진입하여 완전 슬립 상태가 됨을 실험을 통해 확인하였다. 일반적으로 최대 마찰 계수는 완전 슬립 상태의 마찰 계수보다 크다고 알려져 있으나, 실험에서는 완전 슬립 상태에서의 마찰 계수가 0.132 보다 더 크게 측정되었다. 이렇게 측정된 이유는, 슬립율이 7% 부근에서 급격히 불안정 영역으로 천이되면서

Table 3 Experimental condition I

Part	Specification
Variator angle	15.46 degree, fixed
Normal force	335.1 N
Input motor	1349 rpm, fixed speed
Output motor	variable torque control

구면무단변속기에서 발생하는 2 차원 구름 마찰력의 실험적 해석

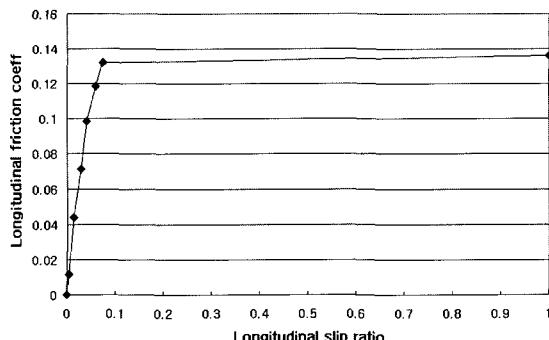


Fig. 4 Longitudinal friction coefficient v.s. longitudinal slip ratio

최대 마찰 계수가 발생하는 구간이 측정되지 않았기 때문에 추정된다. 슬립율이 크면 클수록 동력 전달의 효율이 떨어짐은 물론 내구성이 크게 저하될 수 있으므로 슬립율은 가능한 작은 영역에서 유지되어야 한다. 구면무단변속기를 포함한 동력전달계의 초기 설계 단계에서 운전 영역을 고려하여 수직 항력을 결정함으로서 슬립율의 사용 영역을 제한할 수 있다. 안정적인 동력의 전달을 위해 슬립율은 7%를 초과하지 않도록 하며 이처럼 슬립율의 크기가 작은 영역에서 종방향 마찰 계수는 근사적으로 슬립율에 정비례하는 경향을 나타낸다.

두 번째 실험에서 슬립율이 0 일 때 슬립각(ξ)과 횡방향 마찰 계수(μ_s)의 관계를 규명하기 위해 무부하 상태에서 다양한 변속 속도를 구현하는 실험을 수행하였다. 스텝 모터를 이용하여 변속 속도를 조절하면서 스텝 모터 축에 걸리는 토크를 측정하였다. 이 실험의 자세한 조건은 Table 4에 정리하였으며 실험 결과는 Fig. 5와 같다. 타이어 모델과 용어의 유사성을 확보하기 위해 슬립각이란 표현을 사용하였지만, 무차원수이므로 단위(rad)는 모두 생략하였다.

스텝 모터의 속도를 최대 20°/sec까지 증가시키며 실험을 수행하였는데, 구면무단변속기의 가용 영역이 약 30° 미만임을 감안하면 매우 큰 변속 속도임을 알 수 있다. 그럼에도 불구하고 Fig. 5의 횡방향 슬립각의 크기가 0.007을 넘지 않는데 이는 변속 속도에 비해 디스크의 회전 속도가 매우 크기 때문이다.

마지막으로 슬립각이 종방향 마찰 계수에 미치는 영향과 슬립율이 횡방향 마찰 계수에 미치는 영향

Table 4 Experimental condition II

Part	Specification
Variator angle	variable speed (< 20° /sec)
Normal force	545.7 N
Input motor	1354 rpm, fixed speed
Output motor	No load

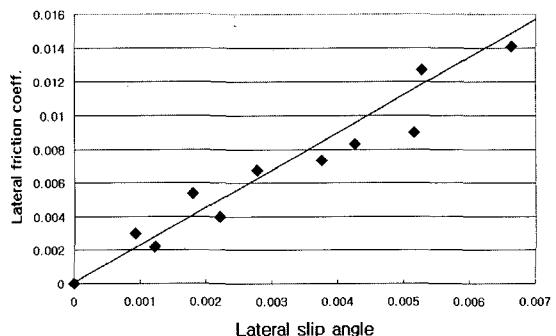


Fig. 5 Lateral friction coefficient v.s. lateral slip angle

을 파악하기 위해 변속 속도와 부하를 동시에 변화시키는 실험을 수행하였다. 자세한 실험 조건은 Table 5에 정리하였다. 실험 결과가 3차원 그래프에서 점으로 표시되기 때문에 3차원 공간 내에서의 경향을 육안으로 판별하기에 어려움이 있다. 따라서 마지막 실험 결과는 모델링이 완료된 마찰 계수 그래프에 같이 표시하고자 한다.

최소자승법을 이용하여 실험 결과를 식 (7), (8)의 함수 형태로 근사화 하였다. 그 과정에서 계산된 모델링 파라미터(a, b, c, d)를 Table 6에 나타내었다.

Table 5 Experimental condition III

Part	Specification
Variator angle	variable speed (< 20° /sec)
Normal force	545.7 N
Input motor	1354 rpm, fixed speed
Output motor	variable torque (< 3.2 Nm)

Table 6 Parameter identification

Parameter	Eq. (7)	Eq. (8)
a	2.0194	-
b	86.9851	-
c	-	2.1012
d	-	3.7273
σ	0.0123	0.0010

실험 결과를 제안된 모델로 근사화 하는 과정에서 발생한 오차의 평균값(σ)은 종방향 마찰 계수의 경우 0.0123, 횡방향 마찰 계수의 경우 0.001로 계산되었다. 이러한 오차의 크기는 각 방향 최대 마찰 계수의 1/10 미만에 해당하는 크기지만 도출된 실험식이 통계적으로 엄밀하게 옳다고 할 수는 없다. 그러나 대략의 크기조차 알려져 있지 않던 두 방향 마찰력의 크기를 약 90% 신뢰성으로 예측할 수 있게 되었다는 점이 본 연구의 큰 소득이다. 해석이나 설계 시 안전 계수와 같은 개념을 이용한다면 제안된 마찰 계수에 대한 실험식은 충분한 효용성을 가질 수 있다.

계산된 파라미터를 적용한 최종 마찰 모델은 식 (9), (10)과 같다.

$$\mu_r(s, \xi) = s \cdot (2.0149 - 86.9851\xi) \quad (9)$$

$$\mu_s(s, \xi) = \xi \cdot (2.1012 - 3.7273s) \quad (10)$$

식 (9), (10)으로 모델링된 마찰 계수를 3차원 공간에 도시하고 실험 결과를 같이 표시하면 Fig. 6, Fig. 7과 같다. 두 3차원 그래프에서 면으로 나타나는 것이 모델링 결과이고 점으로 표시되는 것이 실험 결과이다. 즉, 점으로 표시된 실험 결과가 면 위에 정확히 위치할 때 모델의 오차가 없는 것이다. 위의 평균 오차 고찰에서 알 수 있었듯이 본 연구에서 제안된 마찰 모델은 약 90% 정도의 신뢰성을 갖기 때문에 그래프에 나타난 실험 결과 점들은 면에 비교적 근접하게 나타난다.

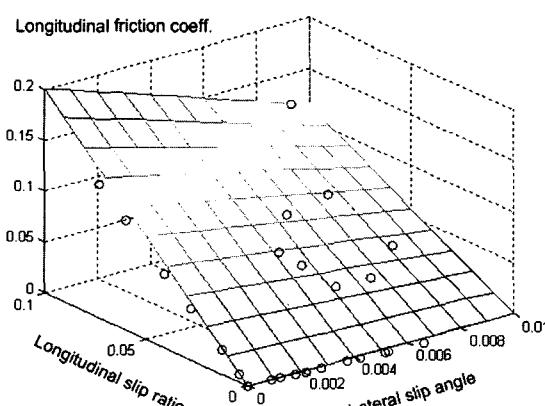


Fig. 6 Longitudinal friction coefficient

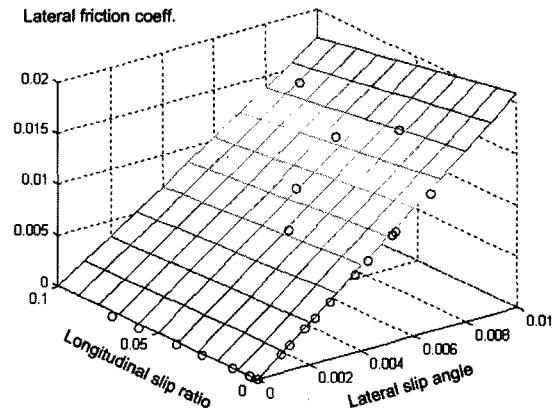


Fig. 7 Lateral friction coefficient

5. 결 론

본 논문에서는 구면무단변속기 내부의 접촉점에서 발생하는 2차원 구름 마찰력을 실험적으로 규명하기 위하여 연구를 수행하였다.

- 1) 2차원 구름 마찰력 현상의 차원 해석을 수행하였으며 이를 통해 관련된 무차원 변수들을 도출하였다. 그리고 무차원 변수들로 이루어진 2차원 마찰 모델을 제안하였다.
- 2) 하나의 디스크로 이루어진 구면무단변속 시스템을 제작하여 도출된 무차원 변수들을 측정할 수 있는 시스템을 구성하였다.
- 3) 실험 결과와 최소자승법을 이용하여 모델링 파라미터를 계산하여 최종의 마찰 계수 모델을 얻었다. 마지막으로 제안된 모델에 의해 계산된 마찰 계수와 실험에서 측정된 마찰 계수를 비교함으로써 제안된 모델이 공학적으로 충분한 효용성을 가짐을 보였다.

후 기

본 연구는 기계분야 BK-21 사업의 지원하에 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

References

- 1) J. H. Kong, Y. M. Yoon, W. S. Lim, Y. I. Park, J. M. Lee and S. W. Kang, "Dynamic Analysis of Semi-spherical CVT based on the Concept of 2-dimensional Friction," Spring Conference

- Proceedings, KSAE, pp.629-634, 2004.
- 2) J. Fenton, Handbook of Automotive Powertrain and Chassis Design, Professional Engineering Publishing, UK, 1998.
 - 3) C. L. Clover and J. E. Bernard, "Longitudinal Tire Dynamics," Vehicle System Dynamics, Vol.29, pp.231- 259, 1998.
 - 4) J. H. Park and P. E. Nikravesh, "A Multibody Approach to Modeling Tire Longitudinal and Lateral Flexibility," SAE 971099, 1997.
 - 5) J. Kim and K. H. Choi, "Spin Loss Analysis of Friction Drives: Spherical and Semi-Spherical CVT," Int. J. Automotive Technology, Vol.4, No.4, pp.165-172, 2003.