

랜덤 제조 오차를 고려한 모드 편재계수를 최소화하는 반복 배열 마이크로 공진기의 최적설계

Design of MEMS Resonator Array for Minimization of Mode Localization Factor Subject to Random Fabrication Error

김 옥 태* · 이 종 원*

Wook-Tae Kim and Chong-Won Lee

(2005년 4월 9일 접수 ; 2005년 7월 28일 심사완료)

Key Words : MEMS Resonator(마이크로 공진기), Periodic Structures(반복 구조물), Fabrication Error(제조 오차), Mode Localization(모드 편재), Mode Localization Factor(모드 편재 계수), Robust Design(강건 설계)

ABSTRACT

This paper presents a robust optimal design method for a periodic structure type of MEMS resonator that is vulnerable to mode localization. The robust configuration of such a MEMS resonator to fabrication error is implemented by changing the regularity of periodic structure. For the mathematical convenience, the MEMS resonator is first modeled as a multi-pendulum system. The index representing the measure of mode variation is then introduced using the perturbation method and the concept of modal assurance criterion. Finally, the optimal intentional mistuning, minimizing the expectation of the irregularity measure for each substructure, is determined for the normal distributed fabrication error and its robustness in the design of MEMS resonator to the fabrication error is demonstrated with numerical examples.

1. 서 론

MEMS 공진기는 유입된 여러 주파수 신호 중에서 원하는 주파수 성분만을 걸러내는 협대역 통과 필터(filter)로써 동작하는 장치이다. 이런 공진기의 형태에는 여러 가지가 있지만 성능 개선을 위하여 여러 개의 공진기를 기계적으로 연결한다는 공통점이 있다^(1,2). 이는 기계적으로 연성(couple)된 구조물은 각 모드에서 같은 주파수로 진동한다는 원리를 이

용하는 것이다. 이 연구에서 고려된 공진기⁽²⁾는 가진력과 각 모드의 직교성을 이용하여 첫 번째 모드만을 가진하여 통과역 필터로 동작시킨다. 하지만 이에 따라 모드 편재(mode localization) 문제를 수반할 수 있다. 모드 편재는 같은 형태의 구조물이 여러 개 연결되어 있는 반복 구조물에서 자주 발생하는 현상으로 진동이 한 곳에 집중되는 현상이다⁽⁵⁻⁷⁾.

MEMS 공진기의 경우 제조 과정의 오차로 인해 항상 질량과 강성의 변화가 다르므로 모드 편재가 발생할 확률이 높은 구조물이다. 이러한 모드 편재현상은 공진기의 성능에 대한 신뢰도를 떨어뜨리며, 공진기의 구조적 안정성에도 직접적으로 관련이 되는 문제이므로 반드시 설계시부터 고려되어야 제조나 운용 시 발생할 수 있는 오차에 대하여 강건한 설계가 이루어져야 한다.

† 책임저자 : 정희원, 삼성전자 메카트로닉스 연구소
E-mail : kimwooktae@empal.com
Tel : (031) 200-2844, Fax : (031) 200-2859

* 정희원, 한국과학기술원 기계공학과

그러므로, 이 논문은 우선 모드 편재를 급격한 모드의 변화로 보고 이를 정량적으로 표시할 수 있는 지표를 개발하고, 확실적인 방법을 통하여 반복 구조물의 반복성을 인위적으로 변경시켜^(8,9) 모드 변화에 강건한 최적 구조를 제시하고자 하였다.

2. MEMS 공진기

2.1 수학적 모형화

이 연구에서의 공진기는 Fig. 1과 같이 정사각판형 구조물의 모서리가 짧은 보에 의하여 기계적으로 연성된 반복 구조물의 형태를 갖고 있다. 이 장에서는 공진기의 시스템 변수 변화에 의한 동적 특성을 해석적으로 분석하기 위하여 사각판형 공진기의 수학적 모형을 구성하였다.

Fig. 1은 동일한 세계의 정사각판 구조물이 연성된 공진기의 모드와 세계의 진자로 이루어진 다진자 모형의 모드이다. 공진기의 화살표와 점으로 표시된 부분의 진폭과 위상을 비교해보면 Fig. 1은 공진기와 다진자 모델형이 그 모드 형태와 위상에 있어서 서로

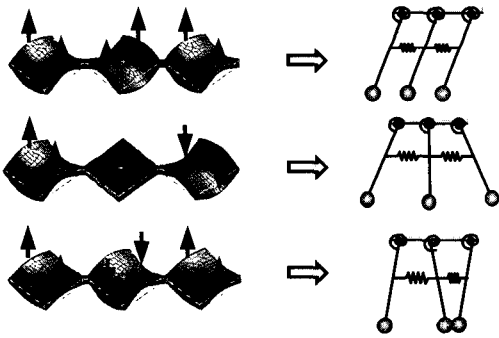


Fig. 1 Mode shapes of the three-coupled resonator and the multi-pendulum model

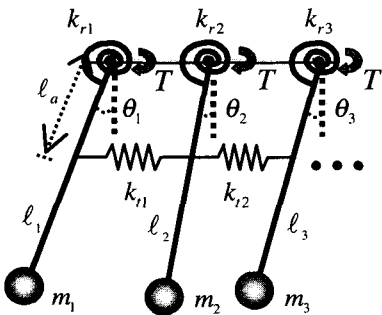


Fig. 2 Three coupled pendulum system

일치한다는 것을 보여준다. 그러므로 이 연구에서는 Fig. 1과 같이 거동하는 공진기를 Fig. 2와 같은 다진자 모형을 통해서 간단하게 모형화 하였다.

간단한 모형화를 위하여 $J_i = m_i \ell_i^2$, $k_{ci} = k_{ri} \ell_a^2$ $T = T_0 e^{j\Omega t}$ 이라 놓으면 식 (1)과 같이 비감쇠 다진자 모형의 운동방정식을 세울 수 있다. 여기서 T 는 각 진자에 가해진 토크이고, Ω 는 가해지는 토크의 주파수이며, n 은 연성된 진자의 개수이다.

$$\begin{bmatrix} J(1+\epsilon_1) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & J(1+\epsilon_2) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & J(1+\epsilon_n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \vdots \\ \ddot{\theta}_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_r(1+\Delta_1) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & k_r(1+\Delta_2) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & k_r(1+\Delta_n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_c(1+\delta_1) & -k_c(1+\delta_1) & 0 & \dots & 0 \\ -k_c(1+\delta_1) & k_c(2+\delta_1+\delta_2) & -k_c(1+\delta_2) & 0 & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & 0 & -k_c(1+\delta_{n-2}) & k_c(2+\delta_{n-2}+\delta_{n-1}) & -k_c(1+\delta_{n-1}) \\ 0 & \dots & 0 & -k_c(1+\delta_{n-1}) & k_c(1+\delta_{n-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_0 \\ T_0 \\ \vdots \\ T_0 \end{bmatrix} e^{j\Omega t} \quad (1)$$

식 (1)에서 ϵ_i 는 질량 관성 모멘트의 오차량, Δ_i 는 비틀림 스프링 강성 오차량, δ_i 는 연결 스프링의 강성 오차량을 나타내는 무차원 변수이다.

다음은 공진기와 다진자 모형을 등가화 하기 위하여 다진자 모형의 시스템 변수를 공진기의 시스템 변수로 표현하였다. 이를 위하여 정사각판의 고유진동수를 구하는 과정과 단진자의 고유진동수를 구하는 과정을 비교하여 식 (2), 식 (3)의 관계를 구하였다.

$$J_i = \rho h_i L_i^2 \sigma \quad (2)$$

$$k_n = \frac{\lambda^2 h_i^3 E}{12 L_i^2 (1-\nu^2)} \sigma \quad (3)$$

여기서, ρ 는 판의 밀도, L_i , h_i 는 i 번째 판의 변의 길이와 두께, E 는 Young 계수, ν 는 Poisson 비이다. λ

는 사각판과 기판을 연결하는 닻의 면적과 강성에 의해서 결정되는 값이며, σ 는 다진자 모형에서 인장압축 스프링이 연결된 위치 ℓ_a 에 따라 달라지는 값으로 유한요소해석 프로그램을 이용하여 구할 수 있다.

단면이 직사각형 형태의 보에 대한 비틀림 강성계수인 k_{ci} 는 보의 전단응력⁽⁴⁾을 통하여 식 (4)와 같이 구하였다.

$$k_{ci} = \frac{\zeta_i t_i b_i^3 G}{\ell_{si}} \quad (4)$$

t_i, b_i, ℓ_{si} 는 i 번째 보의 두께, 폭, 길이이며, G 는 전단계수(shearing modulus)이다. ζ 는 t_i, b_i 에 의해 결정되는 값으로 Table 1과 같다.

지금까지 구한 등가화된 시스템 변수를 이용하여 식 (1)을 식 (5)와 같이 정의되는 무차원 변수로 무차원화하면 식 (6)과 같다. ω_n 은 단진자의 고유진동수이다.

$$\tau = \omega_n t, \quad \omega = \frac{\Omega}{\omega_n}, \quad \gamma = \frac{k_c}{k_r}, \quad f_o = \frac{T_o}{J\omega_n^2} \quad (5)$$

$$\mathbf{M}^0 \{\ddot{\theta}\} + \mathbf{K}_1^0 \{\theta\} + \mathbf{K}_2^0 \{\theta\} + \Delta\mathbf{M} \{\ddot{\theta}\} + \Delta\mathbf{K}_1 \{\theta\} + \Delta\mathbf{K}_2 \{\theta\} = \mathbf{F}e^{j\omega t} \quad (6)$$

여기서 $\{\theta\} = [\theta_1 \ \theta_2 \ \dots \ \theta_n]^T$ 이며 각 행렬은 아래와 같다.

$$\mathbf{M}^0 = \mathbf{K}_1^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\mathbf{K}_2^0 = \begin{bmatrix} \gamma & -\gamma & 0 & 0 & 0 \\ -\gamma & 2\gamma & -\gamma & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & -\gamma & 2\gamma & -\gamma \\ 0 & 0 & 0 & -\gamma & \gamma \end{bmatrix} \quad (8)$$

Table 1 Value of the coefficient ζ for $h > b$ ⁽⁴⁾

h/b	1	1.5	2	2.54	3
ζ	0.141	0.196	0.229	0.249	0.263

$$\Delta\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \varepsilon_n \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\Delta\mathbf{K}_1 = \begin{bmatrix} \Delta_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \Delta_2 & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \Delta_n \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\Delta\mathbf{K}_2 = \gamma \begin{bmatrix} \delta_1 & -\delta_1 & 0 & 0 & 0 \\ -\delta_1 & \delta_1 + \delta_2 & -\delta_2 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & -\delta_{n-2} & \delta_{n-2} + \delta_{n-1} & -\delta_{n-1} \\ 0 & 0 & 0 & -\delta_{n-1} & \delta_{n-1} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\mathbf{K}^o = \mathbf{K}_1^o + \mathbf{K}_2^o, \quad \Delta\mathbf{K} = \Delta\mathbf{K}_1 + \Delta\mathbf{K}_2$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}^o + \Delta\mathbf{M}, \quad \mathbf{K} = \mathbf{K}^o + \Delta\mathbf{K} \quad (12)$$

여기서, \mathbf{M}^o 과 \mathbf{K}^o 는 오차가 없는 시스템의 질량행렬과 강성행렬이며, \mathbf{M} 과 \mathbf{K} 는 오차 발생에 따라 변화된 시스템의 질량행렬과 강성행렬이다.

등가화된 다진자 모델의 타당성을 검증하기 위하여 유한요소 모델과 다진자 모델의 오차에 따른 각 모드의 주파수 변화를 살펴보았다. Table 2의 결과는 판의 변의 길이 L_i 을 변화시키면서 그에 따른 주파수의 변화를 살펴 이 결과로 변화된 주파수가 잘 일치하여 등가화가 유효하다는 것을 보여준다. ε_i 은 앞에서 언급하였듯이 오차에 따른 진자의 질량관성 모멘트 변화량으로 식 (2), (3)에서 알 수 있듯이 L_i 이 변화되

Table 2 Comparison of natural frequencies between the resonator and the equivalent multi-coupled pendulum system

ε_2	ε_1	0		0.025	
		FEM	Multi-pendulum	FEM	Multi-pendulum
0	1 st	1	1	0.987	0.987
	2 nd	1.026	1.026	1.017	1.017
	3 rd	1.079	1.075	1.075	1.072
0.025	1 st	0.990	0.990	0.980	0.980
	2 nd	1.025	1.026	1.014	1.015
	3 rd	1.063	1.060	1.059	1.056
0.05	1 st	0.976	0.976	0.970	0.970
	2 nd	1.025	1.026	1.012	1.012
	3 rd	1.052	1.050	1.048	1.045

면 질량 관성 모멘트와 강성이 변화하지만 편의상 ϵ_i 값만을 표기한 것이다.

2.2 모드변화에 따른 MEMS공진기의 성능저하

이미 앞에서 언급하였듯이 이 공진기는 가진력과 각 모드의 직교성을 이용하여 첫 번째 모드만을 가진 하고 나머지 모드를 제거하여 협대역 통과필터로써 작동하는 것이지만 시스템 변수의 변화에 의하여 고유모드가 변하게 되고 그에 따라 가진력과 고유모드의 직교성이 상실되어 가면서 첫 번째 모드 뿐만 아니라 나머지 모드들도 가진되어 필터로써의 성능이 크게 감소된다. 이를 보다 해석적으로 알아보기 위해서는 공진기의 강제응답을 비교해야 하므로 식 (6)에 식 (13)과 같은 무차원 감쇠행렬을 고려하면 식 (14)와 같다.

$$C = \begin{bmatrix} \xi_1(1+\epsilon_1) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \xi_2(1+\epsilon_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \xi_n(1+\epsilon_n) \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$M\{\ddot{\theta}\} + C\{\dot{\theta}\} + K\{\theta\} = F e^{j\omega t} \quad (14)$$

여기서, $\xi_i = c/(\omega_n m_i)$ 로 c 는 점성감쇠 계수이다.

조화가진외의 강제응답을 가정하면 아래와 같이 강제응답을 구할 수 있다.

$$\theta_i = X_i e^{j\omega t} \quad (15)$$

$$X = [-\omega^2 M + K + j\omega C]^{-1} F \quad (16)$$

$$X = [X_1 \ X_2 \ \dots \ X_n]^T \quad (17)$$

식 (17)에서 구해진 각 부구조물의 강제 응답을 무차원화 된 힘으로 나누어 다음과 같이 동확대 계수 (dynamic magnification factor)⁽⁵⁾를 정의한다.

$$\eta_i = \left| \frac{X_i}{f_0} \right| \quad (18)$$

고려되고 있는 공진기는 전체 공진기를 이루는 각각의 사각판에서의 전류를 합하는 방법으로 전체 출력전류를 높이는 원리이고 출력전류는 각 사각판의 진폭과 비례하므로 각 부구조물의 동확대계수의 합

로 공진기의 성능을 비교할 수 있다. Fig. 3은 7개의 부구조물로 이루어진($n=7$) 오차가 없는 공진기에서 각 사각판에 같은 크기, 같은 위상의 입력이 주어졌을 경우 동확대계수의 합이고, Fig. 4는 각 부구조물 간에 오차가 발생하였을 때의 동확대계수의 합이다. 오차가 없는 경우에는 첫 번째 모드를 제외한 나머지 모드들이 효과적으로 제거되지만 오차가 발생한 경우에는 첫 번째 모드에서의 동확대계수 합이 감소하고 나머지 모드 또한 가진되어 공진기의 성능이 크게 감소됨을 확인 할 수 있다. 이와 같은 현상을 최소화하기 위해서는 오차 발생에 따른 모드 변화가 적은 최적의 반복구조물 형태를 구성하여 이를 설계시부터 적용해야 한다. Fig. 4에서의 오차량은 판의 변의 길이(L_i)오차에 따른 것으로 판의 크기가 변하면 질량과 강성이 모두 변하나 여기서는 강성변화만을 표기한 것이다.

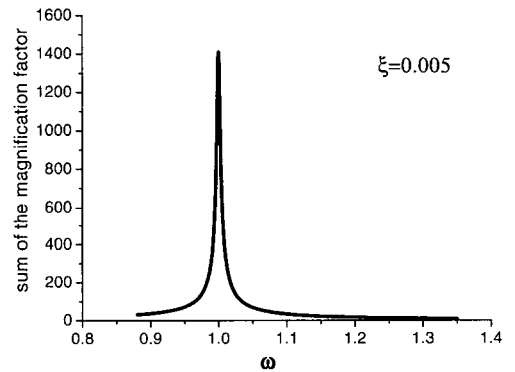


Fig. 3 Dynamic magnification factor in the ordered MEMS resonator

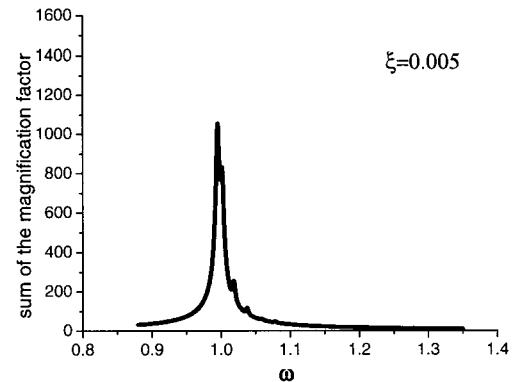


Fig. 4 Dynamic magnification factor in the disordered MEMS resonator : $\Delta = [-1.2 \ -0.7 \ 0.1 \ 0.7 \ 0.0 \ -0.5 \ 0.3]$

3. 모드 편재와 모드 편재계수

3.1 모드 편재

기존 대부분의 모드 편재에 대한 연구에서의 모드 편재량은 모드 변위가 얼마나 한 부구조물에 집중되어 있는가를 나타내는 척도였다. 하지만 이 연구에서는 모드 편재 현상을 시스템 변수 변화에 따른 급격한 고유모드의 변화현상으로 보고 모드 편재량을 모드 변화량으로 고려하여 각각의 모드에서 모드 편재량을 정의하였다. 그러므로 모드 편재를 줄인 다이는 것은 모드 형상 변화를 최소화 한다하는 것과 같은 의미이다.

3.2 모드 편재계수

이 연구에서는 모드 변화량을 나타내는 모드 편재계수를 섭동법과 modal assurance criteria (MAC)을 이용하여 정의하였다. 약 연성된 반복 구조물은 근접 모드가 존재하므로 일반적인 섭동법을 통해서는 그 변화를 예측할 수 없으므로 Liu⁽⁷⁾의 섭동법을 이용하였다. 변화된 시스템의 고유모드는 식 (19)와 같이 변화되지 않은 시스템의 고유모드의 선형조합으로 근사화 할 수 있다. 아래식에서 l 은 근접모드의 개수이다.

$$\varphi = \mathbf{X}_c^o \boldsymbol{\beta} \rightarrow \varphi_i = \sum_{j=1}^l \beta_{ji} x_j^o \quad (19)$$

$$\mathbf{X}_c^o = [x_1^o, x_2^o, \dots, x_l^o] \quad (20)$$

여기서 φ_i 는 변화된 시스템의 i 번째 모드의 근사 모드이고, \mathbf{X}_c^o 는 변화되지 않은 시스템의 근접모드로 이루어진 행렬이며 β_{ji} 는 i 번째 모드의 변화에 j 번째 모드가 미친 영향력을 나타내는 계수이다. 계수 β_{ji} 는 식 (21)로 정의되는 고유치 문제를 풀어서 구할 수 있다.

$$(\mathbf{X}_c^o \mathbf{K} \mathbf{X}_c^o - \mu \mathbf{X}_c^o \mathbf{M} \mathbf{X}_c^o) \boldsymbol{\beta} = 0 \quad (21)$$

변화되지 않은 모드와 변화된 모드사이의 상관관계를 나타내는데 광범위하게 사용되는 MAC은 식 (22)와 같다.

$$MAC_i = \frac{|x_i^{oT} \varphi_i|^2}{(x_i^{oT} x_i^o)(\varphi_i^T \varphi_i)} \quad (22)$$

식 (22)에 변화되지 않은 고유모드의 정규직교성을 이용하면 모드 변화량을 나타내는 모드 편재계수는 식 (23)으로 정의할 수 있다.

$$S_{Li} = 1 - MAC_i = 1 - \frac{\beta_{ii}^2}{\sum_{j=1}^u \beta_{ji}^2} \quad (23)$$

MAC_i 은 두 모드 사이의 상관관계 즉, 유사성이 클수록 1에 가까운 값을 갖으므로 이 값을 1에서 빼주어야 모드 변화량을 나타내는 모드 편재계수 S_{Li} 이 정의된다.

정의된 모드 편재계수의 효용성을 검증하기 위하여 총 10번의 경우에 걸쳐 7개의 부구조물로 이루어진 공진기에 임의의 오차를 가했을 때 정의된 모드 편재계수와 변화된 첫 번째 모드를 비교해보면 모드 편재계수가 큰 경우인 4, 8, 10번째의 경우에는 일부 부구

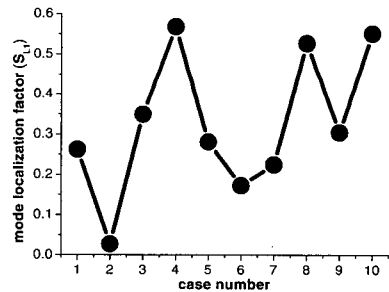


Fig. 5 Proposed mode localization factor

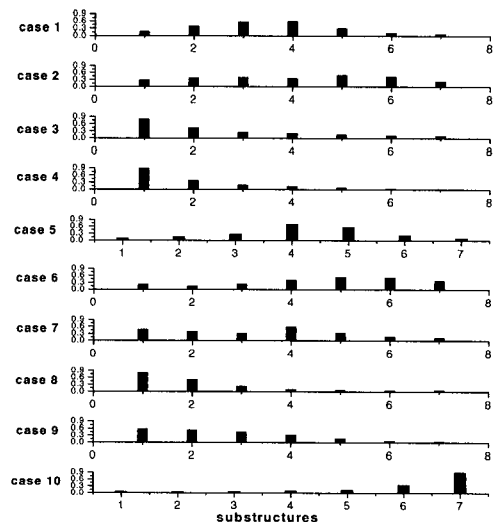


Fig. 6 Mode shapes of the resonator array with seven irregular substructures

조물에 모드 변위가 집중되는 모드 편재 현상이 발생하고, 모드 편재계수가 작은 2번째의 경우에는 진동이 전체 부구조물에 걸쳐 골고루 분포되는 것을 확인할 수 있다.

결론적으로, 식 (23)으로 정의된 모드 편재계수는 모드 편재량, 즉 모드 형상 변화량을 나타내는 효과적인 지표이다.

4. 모드 편재에 강건한 최적 시스템 구성

4.1 모드 편재 개선

연결 강성 오차에 의한 모드 편재계수의 변화는 부구조물의 강성오차에 비하여 상당히 작고 또 이 연구에서 중요시하는 첫 번째 모드에 영향을 주지 못하므로 연결강성에 발생하는 오차를 무시하고 부구조물(정사각관)의 크기 변화를 통하여 최적 시스템을 구성하고자 하였다. 반복 구조물에서의 오차는 불규칙하게 발생하므로 최적 형상을 결정하는데 있어서 통계학적인 방법을 사용한다.

Fig. 7은 각각의 부구조물에 독립적으로 오차가 주어졌을 때 오차량과 오차의 방향에 따른 첫 번째 모드의 모드 편재 계수의 변화 경향을 보여준다.

Fig. 7을 통해서 알 수 있는 것은 각 부구조물에 강성이 약해지는 방향으로 오차가 발생했을 때 모드 변화가 심하다는 것이다. 그러므로 오차가 발생했을 때 모드 변화를 최소화하기 위해서는 처음부터 인위적으로 미리 일부 부구조물의 강성을 크게 하여 설계하는 방법을 생각할 수 있다. 각 부구조물의 최적 강성 값을 결정하기 위하여 각 부구조물에 발생하는 오차를 식 (24)와 같이 정규분포된 불규칙 오차라 가정하였다.

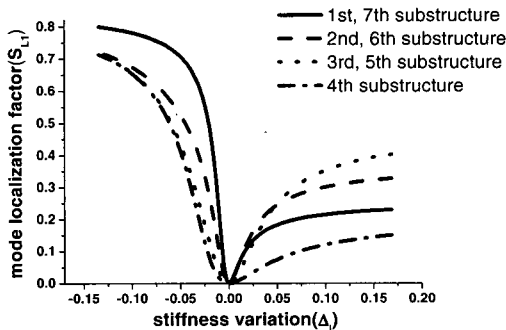


Fig. 7 Mode localization factor of each substructure with error varied

$$p(\Delta_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\Delta_i}} \exp\left(-\frac{(\Delta_i - \mu_{\Delta_i})^2}{2\sigma_{\Delta_i}^2}\right) \quad (24)$$

Fig. 8에는 최적의 인위적 강성 변경량을 구하는 방법을 나타내었다. $g_1^{(1)}$ 은 첫 번째 모드에서 첫 번째 부구조물의 오차에 따른 모드 편재계수 함수이다.

Fig. 8과 같이 오차의 표준편차를 고정하고 오차의 평균에 대한 모드 편재계수의 기대치(expected value)를 최소화하는 평균값이 첫 번째 모드를 안정하게 하기 위한 첫 번째 부구조물의 인위적 설계 변경치가 된다. 이를 수식으로 표현하면 식 (25), 식 (26)과 같다.

$$S_{L1}^{(1)}(\mu_{\Delta_1}) = E[g_1^{(1)}(\mu_{\Delta_1})] = \int_{-\infty}^{\infty} g_1^{(1)}(\Delta) p(\Delta, \mu_{\Delta_1}) d\Delta \quad (25)$$

$$\arg \min_{\mu_{\Delta_1}} (S_{L1}^{(1)}(\mu_{\Delta_1})) \quad (26)$$

Fig. 9는 오차의 표준편차를 0.02로 고정하고 평균

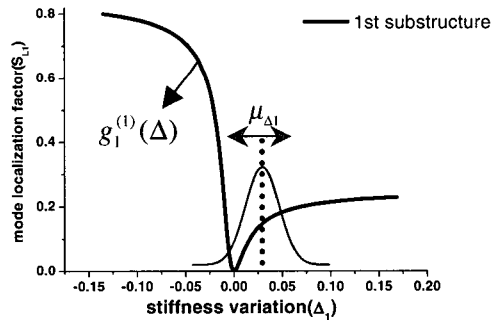


Fig. 8 Calculation of expected mode localization factor : 1st substructure

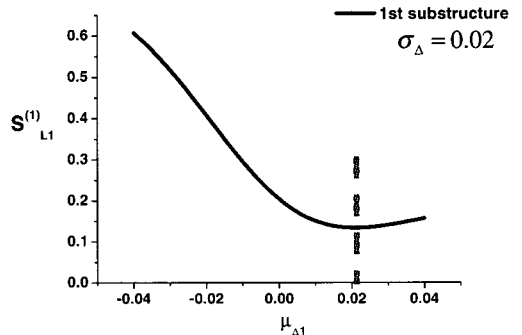


Fig. 9 Expected mode localization factor vs. intentional mistuning μ_{Δ_1} : 1st substructure

의 변화에 따른 모드 편재계수의 기대치를 나타낸 그림이다.

그림에서 점선으로 표시된 부분이 최소가 되는 지점이며 그에 해당하는 0.021의 값이 첫 번째 부구조물에 인위적으로 강성을 높여줘야 하는 값이 된다. 같은 방법으로 나머지 부구조물에 대하여 인위적인 강성 변경값을 구하면 $\sigma_{\Delta}=0.02$ 일 때 $\mu_{\Delta}=[2.1\ 1.0\ 0.5\ 1.4\ 0.5\ 1.0\ 2.1]\%$ 이고, 반복 구조물의

최적 형상은 Fig. 10과 같다. 위 변경량은 표준편차가 증가할수록 증가한다. 구해진 최적 형상은 가운데의 부구조물의 강성에 비하여 양쪽 끝의 부구조물의 강성을 높이는 형태이다. 여기서, 인위적으로 반복성을 변경한 공진기의 첫 번째 모드가 마찬가지로 $\omega=0$ 에 존재하려면 Fig. 10과 같은 경향을 유지하면서 전체적인 강성의 조절이 필요할 것이다.

Fig. 11은 결정된 최적 형상을 갖는 공진기의 모드 편재계수의 확률 분포 함수로 모든 부구조물이 동일한 시스템과 비교해 보면, 반복 구조물의 반복성을 인위적으로 제거한 시스템이 낮은 모드 편재계수를 갖을 확률이 높아 오차에 따른 모드 편재 즉, 모드 변화에 강건하다는 것을 보여준다.

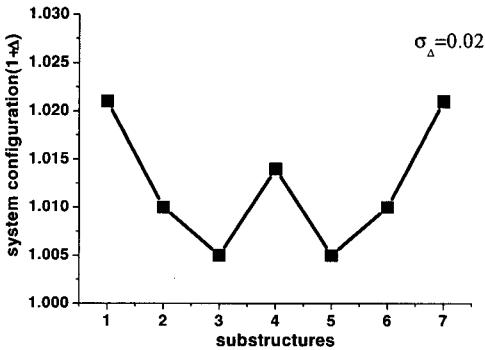


Fig. 10 Optimal system configuration : 1st mode

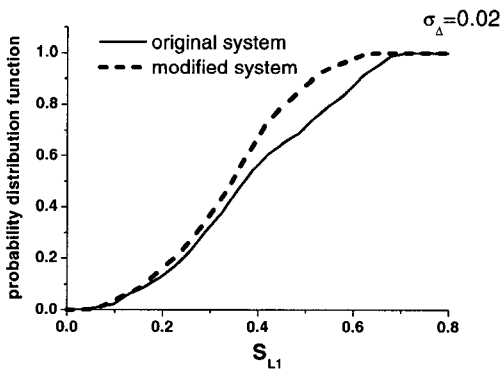


Fig. 11 Probability distribution function of S_{L1} for $\sigma_{\Delta}=0.02$

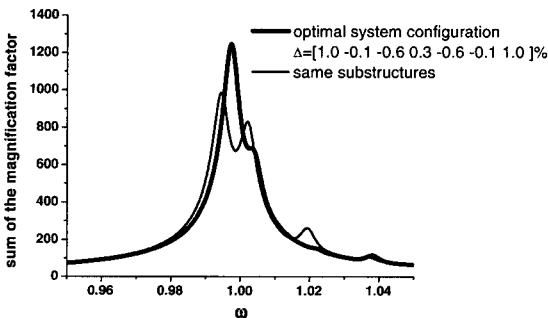


Fig. 12 Dynamic magnification factor of the irregular MEMS resonator

4.2 공진기의 성능 감소 개선

Fig. 12는 구해진 최적 시스템 구성에 따라 반복성을 변경한 공진기와 모든 부구조물이 같은 공진기에 Fig. 4에서와 같은 오차가 가해졌을 때 공진기의 동확대계수의 합이다. 그래프는 설계시부터 의도적으로 반복성을 변경한 시스템이 첫 번째 모드에서 동확대계수의 합이 크며, 두 번째, 세 번째 모드의 제거에 있어서도 좋은 성능을 보여 보다 안정된 성능을 갖는 시스템임을 보여준다.

5. 결 과

이 논문에서는 공진기의 동적 거동을 해석적으로 분석하기 위해서 공진기를 다진자 시스템으로 등가화시켜 비교적 간단한 수학적 모형을 구하였고, 이 수학적 모형을 바탕으로 반복 구조물에서 일어나는 모드 편재량을 섭동법과 MAC 값을 이용하여 모드의 변화량으로 정의하였다. 그리고 오차를 정규 분포된 랜덤 변수로 가정하여 표준 편차를 고정 한 후 평균을 변경시키면서 평균에 따른 모드 편재계수의 기대치 분석을 통하여 최적 형상을 결정하였다. 이 최적 시스템 양쪽 끝부분에 위치하는 부구조물들의 강성을 높이고 가운데 부분에 위치하는 부구조물들의 강성을 낮추는 형태이다. 이를 초기 설계에 적용한 결과, 공진기의 오차발생에 따른 첫 번째 모드의 동확대계수의 합의 감소량을 줄일 수 있었고 나머지 모드들이 가진되는 양도 줄일 수 있다는 것을 확인하였다.

참 고 문 헌

- (1) Nguyen, C. and Wang, K., 1999, "High-Order Medium Frequency Micromechanical Electronic Filters," *Journal of Microelectromechanical Systems*, Vol. 8, No. 4.
- (2) Nguyen, C. and Demirci, M. U., 2003, "Mechanically Corner-coupled Square Microresonator Array for Reduced Series Motional Resistance," *The 12th International Conference on Solid State Sensors, Actuators and Microsystems*.
- (3) Timoshenko, S., *Vibration Problems in Engineering* 4th edition, John Wiley & Sons, pp.481~502.
- (4) Seely, F. B., Fred B., *Advanced Mechanics of Materials*, 2th edition, John Wiley & Sons, pp. 266~271.
- (5) Yoo, H. H. and Inman, D. J., 2003, "Vibration Localization of Simplified Mistuned Cyclic Structures Undertaking External Harmonic Force," *Journal of Sound and Vibration*, Vol.261, pp. 859~870.
- (6) Pierre, C. and Dowell, E. H., 1987, "Localization of Vibrations by Structural Irregularity," *Journal of Sound and Vibration*, Vol.114, No.3, pp. 549~564.
- (7) Pierre, C. and Tang, D. M., 1987, "Localized Vibration of Disordered Multispan Beam : Theory and Experiment," *AIAA Journal*, Vol.25, No.9, pp. 1249~1257.
- (8) Rzadkowski, R., 1996, "Transient Nozzle Excitation of Mistuned Bladed Discs," *Journal of Sound and Vibration*, Vol.190, No. 4, pp.629~643.
- (9) Pierre, C. and Castanier, M. P., "Consideration on the Benefits of Intentional Blade Mistuning for the Forced Response of Turbomachinery Rotors," *Analysis and Design Issues for Modern Aerospace Vehicles*, Vol.55, pp.419~425.
- (10) Liu, X. L., 2000, "Derivation of Formulas for Perturbation Analysis with Modes of Close Eigenvalues," *Structural Engineering and Mechanics*, Vol.10, No.10, pp.427~440.
- (11) Kim, J. Y. and Yoo, H. H., 2001, "Dynamic Response Localization Harmonic Forces," *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 11, No. 6, pp 175~180.