

ALE Godunov 법을 이용한 1 차원 압축성 이상유동 해석

신상목[†]*, 김인철*, 김용직*

부경대학교 조선해양시스템공학과*

Compressible Two-Phase Flow Computations Using One-Dimensional ALE Godunov Method

Sangmook Shin[†]*, In Chul Kim* and Yong Jig Kim*

Dept. of Naval Architecture & Marine Systems Engineering, Pukyong National University*

Abstract

Compressible two-phase flow is analyzed based on the arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE) formulation. For water, Tamman type stiffened equation of state is used. Numerical fluxes are calculated using the ALE two-phase Godunov scheme which assumes only that the speed of sound and pressure can be provided whenever density and internal energy are given. Effects of the approximations of a material interface speed are investigated. A method is suggested to assign a rigid body boundary condition effectively. To validate the developed code, several well-known problems are calculated and the results are compared with analytic or other numerical solutions including a single material Sod shock tube problem and a gas/water shock tube problem. The code is applied to analyze the refraction and transmission of shock waves which are impacting on a water-gas interface from gas or water medium.

※Keywords: Water-air coupling (해수-공기 연성), Material interface (매질 경계면), Shock wave (충격파), Approximated Riemann solver (단순화된 리만 해석)

1. 서론

접수일: 2004년 12월 7일, 승인일: 2005년 5월 17일

†주저자, E-mail: smshin@pknu.ac.kr

Tel: 051-620-6488

수중폭발에 의한 함정의 손상예측과 관련하여, 해수의 효과가 고려된 폭발가스의 거동해석이 요구된다. 순간적으로 발생하는 큰 압력으로 인하여 해수에도 충격파가 전달되며, 이후 폭발가스는 팽창 및 압축을 반복하며 약화된 충격파들을 해수로 방출한다. 또한 수중에서 고속을 얻기 위하여 고체연료를 연소시켜 추력을 발생시키는 경우 연소

가스 및 해수가 연성된 해석이 필요하다. 이 경우에는 노즐을 통해 분사되는 연소가스가 외부유동의 방향 및 유속을 변화시키기 때문에 외부유동에 의해 물체에 작용하는 동유체력에 영향을 미친다. 이러한 경우 동유체력을 추정하기 위해서는 해수와 연소가스의 경계면 형상추정이 필요하며 이를 위해서는 연소가스의 압축성 효과가 고려된 이상유동 해석이 요구된다. 또한 잠수함 등에서 압축공기로 무장을 발사하는 경우에도 요구되는 발사관 이탈속도 및 발사관내 최대 허용 압력에 대한 조건 만족 여부를 판단하기 위해 압축공기와 해수가 연성된 해석이 요구된다.

수중폭발에 의한 함정의 손상과 관련된 해석은 국내에서도 최근 시도되고 있으나(이상갑 등 2003, 박일권 등 2003), 주로 원거리에서 발생한 수중폭발에 의한 함정의 장비 손상과 관련한 구조응답 해석을 중심으로 진행되고 있다. 이러한 경우 폭발가스에 의한 해수로의 충격파 전달은 단순화된 모델을 사용한다. 이상유동 해석의 경우, 국내에서도 부분적으로 연구가 진행 중이지만 주로 비압축성 이상유동이 해석되고 있다(신상욱과 김동훈 2004, Shin 2005). Smith 는 1 차원 ALE(Arbitrary Lagrangian-Eulerian)에서 AUSM(Advective Upstream Splitting Method) 기법에 의한 플럭스(flux) 표현식을 이용하여 구대칭 수중폭발을 해석하였다(Smith 1999). 수중폭발과 같은 문제를 해석하는 경우 ALE 기법의 사용은 중요한 장점을 가진다. ALE 기법을 적용하면 두 가지 매질의 경계면에서 발생하는 접촉 불연속(contact discontinuity)이 정확하게 격자 경계면과 일치하게 유지할 수 있다. 따라서 음속 등의 종속변수를 항상 명확하게 정의할 수 있으며 접촉 불연속면을 통한 플럭스도 정확하게 계산할 수 있다. 이러한 특성은 물과 공기와 같이 물성치의 급격한 변화가 있는 문제에 대한 수치해석에 있어 아주 중요한 장점이 된다. 물은 대단히 큰 압력 변화에도 밀도나 음속과 같은 물성치의 변화가 거의 없기 때문에 수치해석 과정에서 물성치에 아주 작은 오차가 초래되어도 음의 절대압과 같은 비물리적인 결과나 수치해의 발산이 발생하게 된다. 따라서 물성치의 오차를 초래하는 접촉 경계면에서의 수치확

산 및 진동을 최대한 방지할 수 있어야 하며, ALE의 경우 이러한 접촉 경계면 처리에 큰 장점이 있다. Luo 등은 ALE 에서의 AUSM+, HLLC 및 Godunov 기법을 여러가지 이상유동에 대해 적용하여 각각의 플럭스 계산법의 특성을 비교하였다(Luo et al. 2004). 그 결과 물성치 변화나 초기조건인 불연속 강도 등에 따라 위의 세 기법이 비슷한 결과를 주기도 하지만, 물성치 변화나 불연속성이 커지면 AUSM+ 보다 HLLC 및 Godunov 방법이 안정적이고 정확한 해를 준다고 보고하였다. 또한 Luo 는 ALE HLLC 기법을 2 차원 비정렬 격자계에 적용하여, 움직이는 삼각형 격자계에서 해수면 위를 항주하는 초음속 미사일이나 2 차원 수중폭발 현상을 해석하였다.

본 논문에서는 ALE Godunov 기법을 이용하여 1 차원 해수-공기 연성문제를 해석하였다. 매질 경계면의 속도 추정방법에 따른 해의 거동이 검토되었고, 강제로 가정되는 물체 경계를 표현하기 위한 효과적인 방법이 제안되었다. 개발된 코드는 해석해나 다른 계산 결과가 있는 압축성 이상유동에 대한 비교를 통하여 검증되었고 계산 결과의 격자 의존도가 조사되었다. 개발된 코드를 이용하여 공기와 물이 채워진 실린더에서 공기 쪽의 벽면을 갑자기 움직이므로써 발생한 충격파가 매질 경계면에서 반사 및 투과하는 과정과 이후 물과 접한 반대쪽 벽면에서 반사된 충격파가 다시 공기와 물의 경계면에서 반사 및 투과하는 과정을 해석하였다.

2. 지배방정식 및 ALE 기법

움직이는 검사체적에 대하여 비정상 압축성 Euler 방정식은 다음과 같은 적분방정식 형태로 표현된다.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega(t)} Q d\Omega + \int_{\Gamma(t)} F d\Gamma = 0 \tag{1}$$

여기서 $\Omega(t)$ 는 임의의 순간의 검사 체적이고 $\Gamma(t)$ 는 그 경계면이다. 그리고 종속변수 및 플럭스 벡터 \mathbf{Q} 와 \mathbf{F} 는 다음과 같다.

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho v \\ \rho E \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} (v - \dot{x}) \cdot n \rho \\ (v - \dot{x}) \cdot n \rho v + p n \\ (v - \dot{x}) \cdot n \rho E + p v \cdot n \end{bmatrix} \quad (2)$$

여기서 ρ 와 p 는 밀도와 압력 이며, v 와 \dot{x} 은 유체입자 및 검사표면의 속도벡터이다. E 는 단위 질량당 전에너지 (total energy)로서 내부에너지 (internal energy) e 와 운동에너지의 합으로 다음과 같다.

$$E = e + (v \cdot v) / 2 \quad (3)$$

식 (1)은 v 와 \dot{x} 가 같은 경우 보존법칙을 Lagrangian 으로 표현하고 \dot{x} 가 영인 경우는 통상의 Eulerian 에서의 보존식이 된다. 위의 지배방정식을 완전하게 하기 위해서는 압력과 상태변수 사이의 관계식인 상태방정식 (equation of state)이 요구된다.

$$p = p(\rho, e) \quad (4)$$

ALE 기법을 사용해서 격자가 움직이거나 변형하는 경우, 매 순간 검사체적의 크기 변화와 검사표면의 속도 사이에는 다음의 기하학적 보존법칙 (GCL, geometric conservation law)을 만족시켜야만 한다.

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} - \int_{\Gamma(t)} \dot{x} \cdot n d\Gamma = 0 \quad (5)$$

1 차원 ALE 의 경우 위의 GCL 를 만족시키기는 조건은 자명하나 삼각형이나 사면체의 경우 시간에 대한 적분에 있어 가중평균의 사용이 필요하며, 이에 대한 관계식은 Lesoinne 등에 의해 유도되었다(Lesoinne and Farhat 1996).

3. 이상유동에 대한 ALE Godunov 방법

검사표면을 통과하는 플럭스를 근사화된 리만 문제 - 쌍곡선(Hyperbolic) 형태의 지배방정식과 불연속인 초기조건을 가진 문제 - 의 해를 이용하는 방법은 비압축성 유동과 같이 종속변수에 불연속이 없는 경우에도 효과적인 것으로 알려지고 있다. 그 이유는 유한체적법이나 유한차분법에서 도

입되는 이산화(discretization)는 종속변수의 보간에서 불연속을 초래하는데, 리만해는 그러한 불연속 크기에 가장 적합한 수치적 점성을 주어 계산의 안정성을 확보할 수 있는 한도 내에서 가능한 작은 수치적 점성을 주기 때문이라고 알려져 있다. 리만 해에 의한 수치적 점성과 안정성 확보를 위해 강제로 도입되는 수치적 점성의 차이는 다음과 같은 사실에서도 알 수 있다. 계산의 안정성을 위해 강제로 수치점성을 도입하는 경우는 아무리 고차의 변수 재구성을 사용해도 특정 차수 미분치의 크기에 따른 수치적 점성이 계속 도입된다. 그러나 리만 해의 경우에는 고차의 변수 재구성으로 종속변수의 불연속이 제거되면 수치적 확산이 전혀 없는 해석적인 플럭스를 주게 된다.

ALE 에서의 압축성 이상유동에 대한 Godunov 법에 의한 플럭스는 Colella 등에 의해 유도되었다 (Luo et al. 2004). 이 방법에서는 매질의 상태방정식 형태에 대한 가정을 전혀 도입하지 않는다. 따라서 밀도 및 내부에너지로부터 그 상태에 대한 압력과 음속만 결정 될 수 있으면 어떠한 형태의 압축성 매질로도 확장이 가능하다. 격자의 이동 속도가 고려된 리만 문제를 해석하기 위하여 다음과 같이 유체입자의 검사표면에 대한 상대속도 벡터 u 를 도입한다.

$$u = v - \dot{x} \quad (6)$$

그리고 경계면 양쪽의 종속변수를 각각 q_i 와 q_j 라고 하고 i 에서 j 로 향하는 방향을 양의 법선 방향으로 한다. 경계면에 대한 법선 및 접선 방향 속도성분을 각각 u_n 과 u_t 라고 할 때 단순화된 리만 문제에 대한 해를 구하기 위해 다음과 같이 임시적인 종속변수를 계산한다.

$$p^* = \frac{W_j p_i + W_i p_j + W_i W_j (u_{ni} - u_{nj})}{W_i + W_j} \quad (7)$$

$$u_n^* = \frac{W_i u_{ni} + W_j u_{nj} + p_i - p_j}{W_i + W_j} \quad (8)$$

여기서 $W = \rho c$ 이며, c 는 주어진 상태에서의 매질의 음속이다. 그리고 i 와 j 에 대하여 다음과 같이 추가적인 종속변수를 계산한다.

$$\rho_{i,j}^* = \rho_{i,j} + \frac{p^* - p_{i,j}}{c_{i,j}^2} \quad (9)$$

$$(c_{i,j}^*)^2 = \frac{p^* \rho_{i,j} c_{i,j}^2}{p_{i,j} \rho_{i,j}^*} \quad (10)$$

$$(\rho e)_{i,j}^* = (\rho e)_{i,j} + (p^* - p_{i,j}) \left(\frac{e + p/\rho}{c^2} \right)_{i,j} \quad (11)$$

$$u_{i,j}^* = u_{i,j} \quad (12)$$

근사화된 Godunov 종속변수 \mathbf{R}_G 는 리만 문제의 초기 불연속면인 $x/t=0$ 에서의 종속변수 벡터 $\mathbf{R} = (\rho, \mathbf{u}, \rho e, p)'$ 로서 다음과 같이 계산된다.

$$\mathbf{R}, \mathbf{R}^* = \begin{cases} \mathbf{R}_i, \mathbf{R}_i^* & \text{if } u_n^* > 0, \\ \mathbf{R}_j, \mathbf{R}_j^* & \text{otherwise} \end{cases} \quad (13)$$

그리고 λ 및 λ^* 는 다음과 같이 정의된다.

$$\lambda = c - su_n \quad (14)$$

$$\lambda^* = c^* - su_n^*$$

여기서 $s = \text{sign}(u_n^*)$ 이다. 그리고 근사화된 충격 파의 속력 σ 는 다음과 같다.

$$\sigma = \frac{1}{2}(\lambda + \lambda^*) \quad (15)$$

λ 와 λ^* 의 크기에 따라 Godunov 종속변수 \mathbf{R}_G 는 다음과 같이 계산된다.

우선 $\lambda^* > \lambda$ 인 경우에는,

$$\mathbf{R}_G = \begin{cases} \mathbf{R} & \text{if } \sigma < 0, \\ \mathbf{R}^* & \text{otherwise} \end{cases} \quad (16)$$

반면 $\lambda^* \leq \lambda$ 인 경우에는,

$$\mathbf{R}_G = \begin{cases} \mathbf{R} & \text{if } \lambda < 0, \\ \mathbf{R}^* & \text{if } \lambda^* > 0 \\ \alpha \mathbf{R}^* + (1-\alpha)\mathbf{R} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (17)$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\lambda + \lambda^*}{\lambda - \lambda^*} \right) \quad (18)$$

여기서 마지막 경우는 팽창파 (rarefaction fan) 에 대하여 파의 속도를 선형적으로 근사화한 경우이다. 위에서 계산된 Godunov 종속변수 \mathbf{R}_G 로부터 경계면에서의 지배방정식의 종속변수 벡터 \mathbf{Q}_{ij} 는 식 (6)의 관계로부터 다음과 같이 주어진다.

$$\mathbf{Q}_{ij} = \begin{bmatrix} \rho_{ij} \\ (\rho \mathbf{v})_{ij} \\ (\rho E)_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_G \\ \rho_G (\mathbf{u}_G + \dot{\mathbf{x}}) \\ (\rho e)_G + \rho_G |\mathbf{u}_G + \dot{\mathbf{x}}|^2 / 2 \end{bmatrix} \quad (19)$$

이제 지배방정식의 플럭스는 다음과 같이 계산된다.

$$\mathbf{F}_{ij} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_G \rho_{ij} \\ \mathbf{u}_G (\rho \mathbf{v})_{ij} + p_G \mathbf{n} \\ \mathbf{u}_G ((\rho E)_{ij} + p_G) + p_G \dot{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{n} \end{bmatrix} \quad (20)$$

이상의 플럭스 계산은 이미 언급된 바와 같이 상태방정식의 형태에 대한 가정을 전혀 사용하지 않았으며, 격자속도가 영인 경우 Eulerian 에서의 Godunov 플럭스와 일치한다.

4. 수치해석 기법

시간적분에는 4 단계의 Runge-Kutta 방법이 사용되었다.

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{Q}}^{(0)} &= \mathbf{Q}^n \\ \tilde{\mathbf{Q}}^{(k)} &= \mathbf{Q}^n - a_k \Delta t \tilde{\mathbf{F}}^{(k-1)}, \quad k=1,2,3,4 \\ \mathbf{Q}^{n+1} &= \tilde{\mathbf{Q}}^{(4)} \\ a_1 &= \frac{1}{4}, \quad a_2 = \frac{1}{3}, \quad a_3 = \frac{1}{2}, \quad a_4 = 1 \end{aligned} \quad (21)$$

공간에 대하여 2 차의 정도를 얻기 위하여 각각의 절점에서 종속변수의 기울기를 계산한 후 검사 표면에서의 종속변수를 재구성하였다. 충격파가 발생하는 경우이므로 종속변수의 불연속이 있는 구간에서는 2 차 정도를 위한 재구성을 하지 않도록 Van Albada 제한자 (limiter)를 다음과 같이 사용하였다(Albada et al. 1982).

$$\nabla q = \frac{1}{\Omega} \oint_{\Gamma} q \mathbf{n} d\Gamma \quad (22)$$

$$q_{cs} = q_{node} + \min\text{mod}(\delta q_1, \delta q_2) \quad (23)$$

$$\delta q_1 = (q_j - q_i) \cdot d_{cs} / d_{node}$$

$$\delta q_2 = 2\nabla q \cdot (\mathbf{r}_{cs} - \mathbf{r}_{node}) - \delta q_1$$

여기서 d_{cs} / d_{node} 는 절점간 거리에 대한 검사표면 까지 거리의 비이며 $\min\text{mod}$ 는 두 인자의 부호가 다른 경우는 영이며 부호가 같은 경우 다음과 같이 주어진다.

$$\min\text{mod}(A, B) = \frac{(A^2 + \varepsilon)B + (B^2 + \varepsilon)A}{A^2 + B^2 + 2\varepsilon} \quad (24)$$

매 순간 매질의 경계면이 검사표면과 같이 움직이도록 격자의 이동속도가 주어졌다. 매질 경계면의 속도는 Godunov 방법에 의한 근사 리만 해에서 계산되는 $x/t=0$ 에서의 속도로 주어졌다. 매질 경계면과 연결된 양쪽 절점의 속도는 매질 경계면의 속도와 같고 그 외의 절점들의 이동속도는 거리에 대하여 선형적으로 변화되었다.

5. 물과 공기에 대한 상태방정식

앞의 3 절에서 설명된 Godunov 법에 의한 플럭스를 계산하기 위해서는 지배방정식의 종속변수인 밀도와 내부에너지로부터 압력과 음속이 주어져야 한다. Tamman 형태의 상태방정식의 경우 압력과 음속은 다음과 같다(Shyue 1998).

$$\rho e = \frac{p + \gamma P_c}{\gamma - 1} \quad (25)$$

여기서 γ 는 비열비이며 P_c 는 압력에 대한 상수이다.

$$p = (\gamma - 1)(\rho e - \frac{\rho v^2}{2} - P_c) - P_c \quad (26)$$

음속은 다음과 같이 계산된다.

$$c^2 = \frac{\partial p(\rho, e)}{\partial e} \frac{p}{\rho^2} + \frac{\partial p(\rho, e)}{\partial \rho} \quad (27)$$

$$= \gamma \frac{p + P_c}{\rho}$$

공기의 경우 비열비 γ 는 1.4 이며 압력에 대한 상수 P_c 는 영이다. 물의 경우 γ 는 대략 5.5 정도이며 압력에 대한 상수 P_c 는 4921.15 bar 정도이다.

6. 벽면 경계조건

완전한 강체로 고려되는 벽면 (탄성변형에 의한 속도가 영인 벽면)에 대한 경계조건을 부여하기 위하여 경계절점에서의 잉여항을 사용하였다. Fig. 1 에서와 같이 경계면에 위치한 절점에서의 잉여항을 계산하기 위하여 벽면 내부에 가상의 검사표면을 설정하였다.

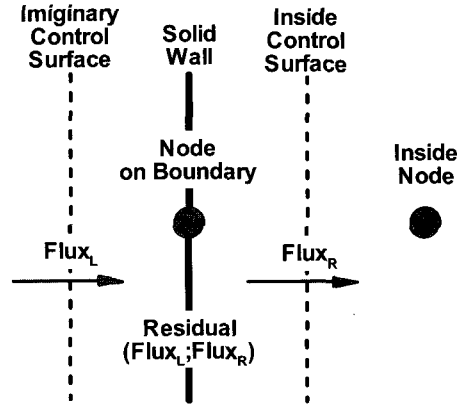


Fig. 1 Control volume for solid wall boundary condition

벽면의 속도는 경계조건으로부터 주어지며 경계에서의 절점은 같은 속도로 움직인다. 상대속도가 영인 가상의 검사표면에서 플럭스 고려가 필요한 항은 압력에 의해 발생하는 운동량 및 에너지 보존식에 대한 플럭스이다. 따라서 가상의 검사표면에 작용하는 압력만 가정하면 경계절점에서 모든 보존식에 대한 잉여항의 계산이 가능하게 된다. 그리고 이러한 잉여항으로부터 다음 순간 경계면에서의 밀도와 속력 등의 종속변수가 결정된다. 임의로 가정된 가상의 검사표면에서의 압력으로는 경계조건으로 요구되는 속도를 갖지 못하며, 주어진 속도를 갖도록 하는 가상 검사표면에서의 압력

은 유일하게 결정된다. 그러한 압력을 사용하여 에너지 보존식에 대해 가상의 검사표면에서의 플럭스를 고려하였다.

7. 코드 검증

개발된 코드의 검증을 위하여 해석해가 있는 공기에 대한 충격파관 (Sod shock tube) 문제와 Luo(Luo et al. 2004) 등에 의한 계산 결과가 있는 고압의 공기와 물에 대한 충격파관 문제가 계산되었다.

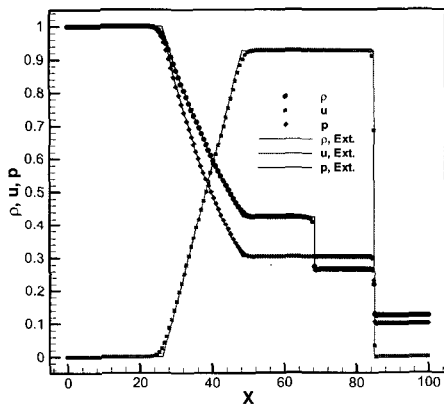


Fig. 2 Sod shock-tube problem at t=20, second order on 201 nodes

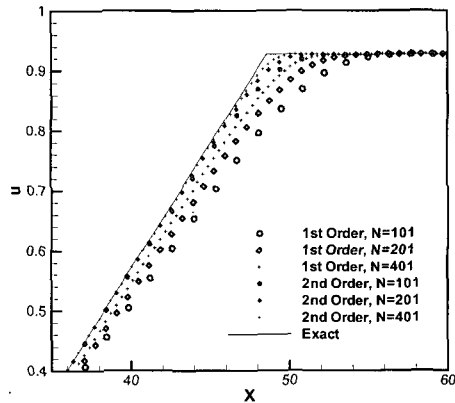


Fig. 3 Grid dependency of the solutions of 1st order and 2nd order schemes

공기의 충격파관 문제에 대한 초기 조건은 다음과 같이 주어졌다.

$$\rho_L=1, u_L=0, p_L=1, \gamma_L=1.4, P_{cL}=0$$

$$\rho_R=0.125, u_R=0, p_R=0.1, \gamma_R=1.4, P_{cR}=0$$

계산 영역은 $0 \leq x \leq 100$ 이며 초기에 불연속면은 $x=50$ 에 위치한다. 201 개의 절점이 계산 영역에서 일정한 간격으로 분포되었다. 시간 간격은 매 순간 격자들에서 Courant 수의 최대값이 0.85 가 되도록 주어졌다. Fig. 2 는 $t=20$ 인 순간의 압력, 속도 및 밀도 분포에 대한 계산 결과(기호)와 해석해(실선)의 비교를 보여준다. 충격파 및 접촉 불연속면 주위에서의 불연속이 진동이나 확산 없이 포착되고 있음을 볼 수 있다. Fig. 3 은 종속변수의 재구성을 하지 않은 1 차 정도 기법과 기울기에 의한 재구성을 사용한 2 차 정도의 기법에 의한 결과들의 격자의존성을 보여준다. 시간간격에 대한 계산결과와의 의존도도 검토되었다. 그러나 계산의 안정성을 위해 요구되는 시간간격이 아주 작음에 따라 안정성이 확보되는 시간간격 내에서는 시간간격에 따른 해의 변화가 거의 없음이 확인되었다.

Fig. 4 는 물과 공기에 대한 충격파관 문제에 대한 본 계산 결과와 Luo 등에 의한(Luo et al. 2004) 계산 결과를 보여준다. 이 경우에는 Luo et al. 의 결과와의 비교를 위해 $0 \leq x \leq 100$ 의 계산 영역에 101 개의 절점이 고르게 분포 되었으며 Courant 수도 0.85 로 주어졌다. $x=50$ 에서 불연속이 존재하며 초기 조건은 다음과 같다.

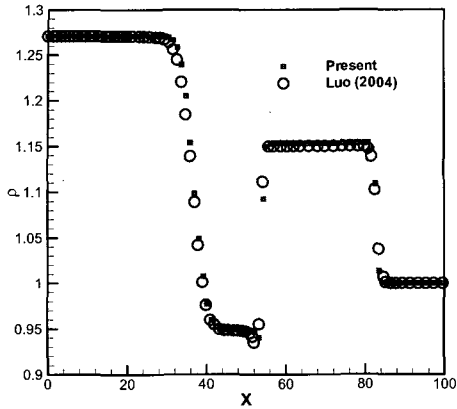
$$\rho_L=1.271, u_L=0, p_L=9.119252E+09,$$

$$\gamma_L=1.4, P_{cL}=0$$

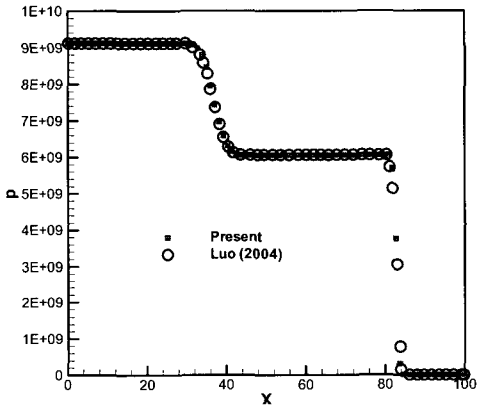
$$\rho_R=0.999983, u_R=0, p_R=1.01325E+06,$$

$$\gamma_R=7.0, P_{cR}=3.03975E+9$$

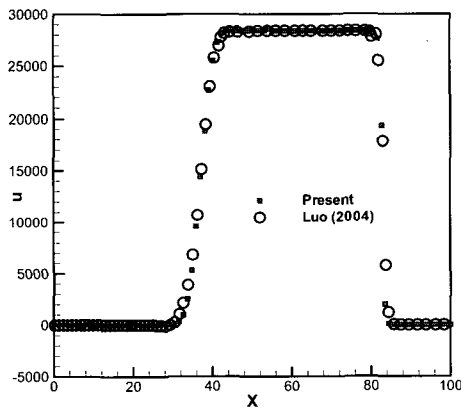
위에서 주어진 물성치들은 cgs 단위계에서 폭발 가스와 같은 고압의 공기와 1 기압 정도에서의 물이 있는 상황을 모사하기 위해 Luo 등이 사용한 값이다. 5 절에서 언급된 통상의 물에 대한 비열비나 압력 상수와는 차이가 있으나 결과의 비교를 위해 Luo 등이 사용한 값이 그대로 사용되었다.



(a) Density



(b) Velocity



(c) Pressure

Fig. 4 Gas-Water shocktube problem at $t=1.56e-4$, $N=101$ nodes.

충격파나 접촉 불연속면 주위에서의 수치적인 확산은 두 결과가 거의 유사하며 접촉 경계면 주위에서의 밀도의 진동에 미소한 차이가 있음을 볼 수 있다. Luo et al. 에서는 접촉 불연속면에서 Lagrangian 조건을 만족시키기 위해 요구되는 접촉 불연속면 속도 추정이 자세히 언급되어 있지 않다. 본 계산에서는 접촉 불연속면 속도 결정을 위하여 불연속면 양쪽의 두 절점 속도의 평균이나 Godunov 법에 의해 추정된 초기 경계면의 속도 등으로 접촉 불연속면의 속도를 가정하여 보았다. 그 결과 접촉 불연속면에서의 밀도 진동은 불연속면의 속도 추정과 관련되어 있음을 확인하였다. 그리고 Godunov 법에 의한 플럭스 계산 과정에서 추정되는 불연속면의 속도로 추정하는 것이 적절하다고 판단되었으며 그 이유는 다음과 같다. 충격파가 접촉 불연속면과 만나는 순간을 제외하면 접촉 불연속면에서는 두 매질의 법선 속도와 압력이 연속해야 한다. 따라서 인접절점 속도의 평균값도 대부분의 시간 동안은 전혀 문제를 야기하지 않는다. 그러나 충격파가 접촉 불연속면을 통과하는 순간 접촉 불연속면의 법선 속도에 불연속이 발생하며, 이 순간 매질 경계면의 이동속도는 두 매질의 밀도 및 음속 등에 의해 지배된다. 따라서 인접절점의 법선 속도의 평균을 취하는 방법은 이러한 효과를 정확하게 고려할 수 없다. 실제로 충격파가 매질 경계면을 통과하는 순간 발생하는 법선 속도의 불연속과 다시 동일한 속도로 회복되는 현상은 다음 절의 계산 결과에서 명확히 확인할 수 있다. 그리고 접촉 불연속면의 속도 추정에 오차가 발생하는 경우 그러한 오차의 효과는 물과 같이 약간의 압축이나 팽창에도 급격한 압력 변화가 초래되는 경우에 중요하게 된다.

8. 충격파와 물-공기 경계면 및 벽면의 간섭

개발된 코드를 사용하여 물과 공기가 채워진 관속에서 발생한 충격파의 매질 경계면 및 벽면에서의 반사 및 투과가 해석되었다. 초기에는 4001 개의 절점이 $0 \leq x \leq 1000$ 에 균일하게 분포되었다.

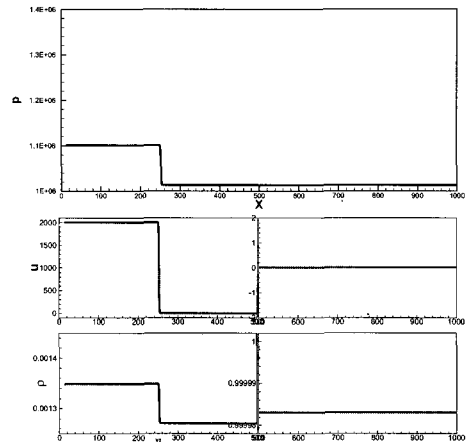
초기에 물과 공기의 경계면은 $x = 500$ 에 위치하고 있으며 이후 매질 경계면의 이동에 따라 격자도 이동되었다. 물이 채워진 구간의 오른쪽 경계인 $x = 1000$ 에 위치한 벽면은 고정되어 있으나 공기가 채워진 구간의 왼쪽 경계 벽면은 $t = 0^+$ 이후 2000 의 일정한 속도로 오른쪽으로 이동한다. 이에 따라 첫 번째 질점은 왼쪽 벽면과 동일한 속도로 이동하며, 양쪽 벽면과 매질 경계면 사이에서는 격자의 이동속도가 거리에 따라 선형적으로 변화하도록 주어졌다. 물과 공기에 대한 초기조건은 다음과 같이 주어졌다.

$$\begin{aligned} \rho_L &= 1.271E-03, u_L = 0, p_L = 1.01325E+06, \\ \gamma_L &= 1.4, P_{cL} = 0 \\ \rho_R &= 0.999983, u_R = 0, p_R = 1.01325E+06, \\ \gamma_R &= 7.0, P_{cR} = 3.03975E+9 \end{aligned}$$

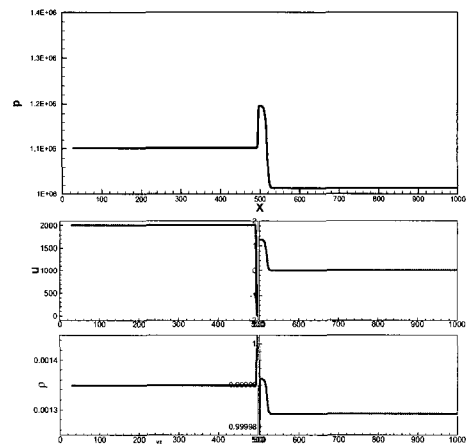
Fig. 5 는 물과 공기의 압력과 속도 및 밀도 분포의 시간에 따른 변화를 보여준다. 왼쪽 벽면의 이동으로 계산 영역의 왼쪽 경계가 점점 이동함을 볼 수 있다. 물과 공기에서의 속도와 밀도 변화를 자세히 나타내기 위하여 $x = 500$ 에서 서로 다른 축을 사용하였다. 공기에 접한 왼쪽 벽면이 2000 의 속도로 갑자기 움직임에 따라 공기 쪽에서 충격파가 발생하여 공기중의 음속으로 전파된다. Fig. 5 (a)는 충격파가 매질 경계면 쪽으로 절반 정도 전파된 시간에 해당한다.

Fig. 5 (b)는 전파된 충격파가 매질 경계면에 도달한 직후의 상태이다. 물 쪽으로는 압력의 교란이 2 배로 증가하며 물의 입자들도 아주 작은 속력으로 오른쪽으로 밀리게 되며 밀도에도 아주 미소한 증가가 발생한다. 매질 경계면으로 입사하는 충격파의 뒤에서는 공기 입자들이 왼쪽 벽면의 속도와 동일한 2000 의 속도로 움직이지만 매질 경계면에서 물의 속도가 1.25 정도 거의 움직이지 않음에 따라 매질 경계면 주위의 공기도 거의 정지하게 된다.

Fig. 5(c)는 반사 및 투과된 충격파가 물과 공기에서 전파되어 물 쪽의 오른쪽 벽면에 거의 도달한 순간에 대한 그림이다. 두 매질의 음속 차이 때문에 충격파의 이동 거리에는 약 4.5 배의 차이



(a) Time=7.2 ms

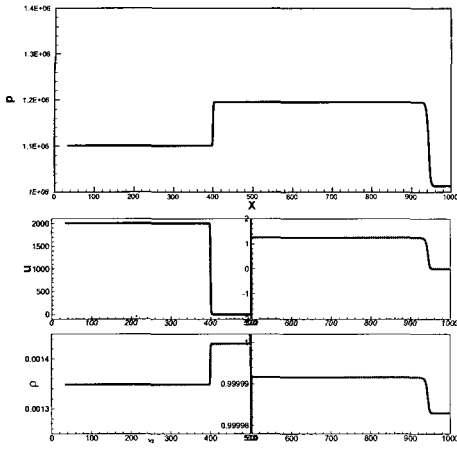


(b) Time=14.5 ms

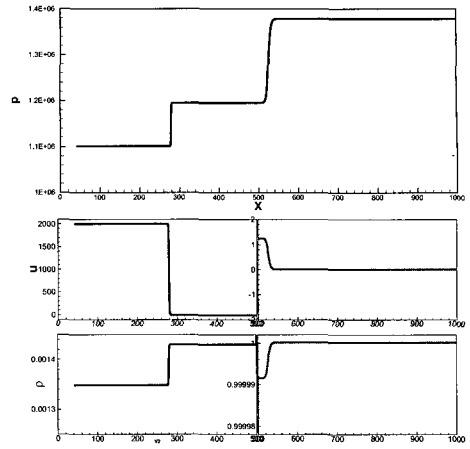
Fig. 5 Time history of pressure, velocity and density of air-water tube

가 발생한다. Fig. 5(d)는 투과된 충격파가 물 쪽 벽면에 도달한 직후에 대한 결과이다. 이 경우에도 압력 교란은 다시 2 배 정도로 증가되며 밀도도 다시 증가한다. 그러나 벽면 근처의 물 입자는 정지된 오른쪽 벽으로 인해 정지함을 볼 수 있다.

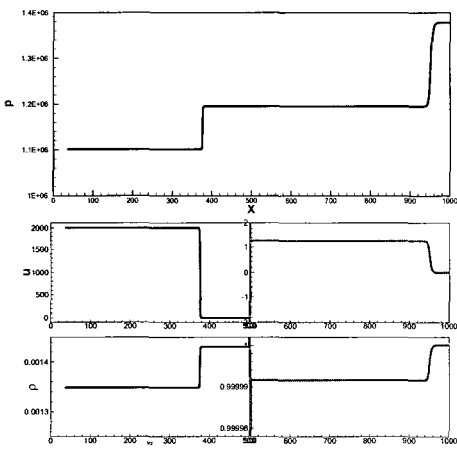
Fig. 5(e)와 5(f)는 오른쪽 벽면에서 반사된 충격파가 물 쪽에서 전파되어 공기와 물의 매질 경계면에 도착하기 직전과 매질 경계면에서 반사된 직후의 상태를 보여준다. 두 그림에서 보듯이 물



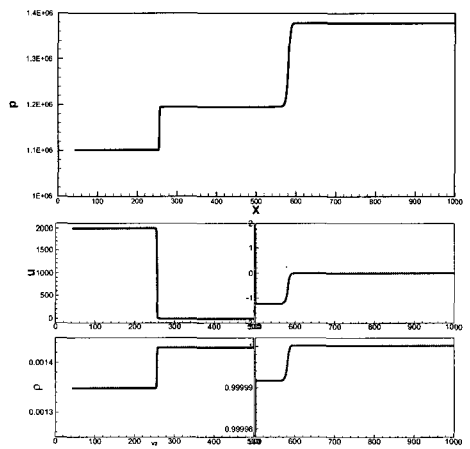
(c) Time=17.4 ms



(e) Time=21.1 ms



(d) Time=18.2 ms



(f) Time=21.8 ms

Fig. 5 Continue

Fig. 5 Continue

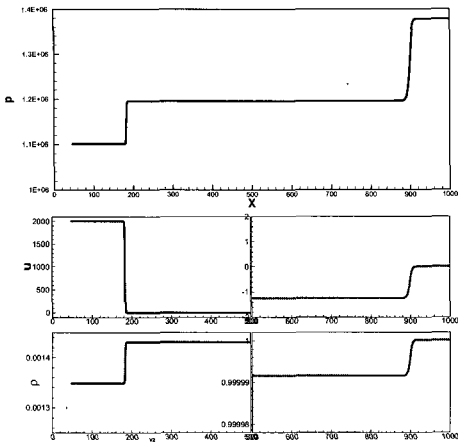
쪽에서 매질 경계면으로 충격파가 전달된 경우에는 공기 쪽으로는 거의 영향을 주지 않음을 볼 수 있다.

그리고 매질 경계면 주위의 물 입자들은 첫 번째 충격파의 투과 이후 오른쪽으로 밀리고 있었으나 오른쪽 벽면에서 반사된 충격파가 매질 경계면에서 다시 반사된 이후로는 반대방향으로 밀리고 있음을 볼 수 있다.

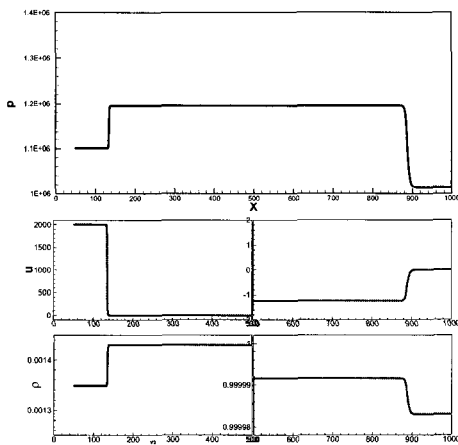
Fig. 5(g)와 5(h)는 매질 경계면에서 반사된 교란이 물 쪽에서 오른쪽으로 전파되다 벽면에 도

달하기 직전과 직후에 대한 그림이다. 교란이 벽면에 도달한 이후 벽면 쪽의 물에서는 압력과 밀도 및 속력이 거의 초기값으로 다시 환원되어 있음을 볼 수 있다.

Fig. 6은 매질 경계면에 접한 물과 공기 입자에 대하여 속도의 시간에 따른 변화를 보여 주고 있다. 초기의 정지상태로부터 공기 쪽에서 충격파가 전달되어 매질 경계면에 도착하는 순간 ($t=0.0144$) 공기 입자는 순간적으로 큰 속도를 갖지만 물 입자는 아주 작은 속도로 밀린다. 그러나



(g) Time=24.0 ms



(h) Time=25.4 ms

Fig. 5 Continue

이러한 법선 속도의 불연속은 순간적으로 공기 입자의 속도가 물 입자의 속도로 감소함으로써 사라지게 된다. 이후 물과 공기의 음속 차이 때문에 물 쪽에서 교란이 계속 매질 경계면과 접촉한다. 그러나 이 과정에서는 매질 경계면 양 쪽에서의 법선 속도의 불연속은 발생하지 않는다. ($t=0.0213, 0.0281, 0.0350$) 초기에 매질 경계면에서 공기 쪽으로 반사된 충격파는 이후 이동하는 왼쪽 벽면과 접촉하여 반사된 후 $t=0.0404$ 에 다시 매질 경계면에 도달한다. 이 순간에도 $t=0.0144$ 의

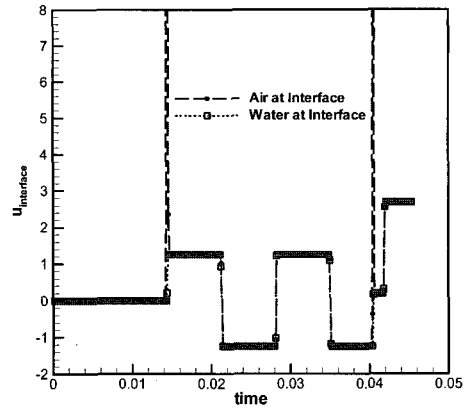


Fig. 6 Time history of velocities at both sides of the interface

경우와 같이 법선 속도에 순간적인 불연속이 발생한 후 공기 쪽의 속도가 물 입자의 속도와 같아짐으로써 법선 속도의 연속성이 회복된다.

9. 결론

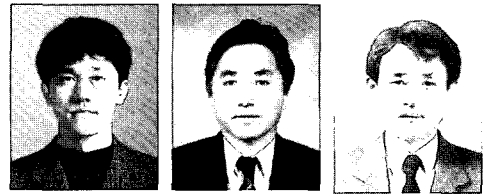
1 차원 ALE Godunov 방법을 사용하여, 압축성 이상유동 해석 코드가 개발되었다. ALE 방법을 사용함으로써 매질 경계면이 항상 검사표면이 되며, 종속변수 계산이 정확하게 처리되어 계산의 안정성과 정확성을 쉽게 확보할 수 있었다. Godunov 법에 의한 플럭스 계산 과정에서 추정되는 경계에서의 속도로 매질 경계면의 속도를 가정한 경우, 충격파의 도달에 따라 발생하는 법선 속도의 순간적인 불연속 발생 및 연속으로의 회복이 부가적인 처리 없이도 포착되었다. 강제로 가정되는 벽면 처리를 위하여 경계절점에서의 잉여항을 사용하는 방법이 효과적으로 적용되었다.

코드 검증을 위한 공기 충격파관 문제에 대한 해석해와의 비교와 물과 공기의 충격파관 문제에 대한 Luo 등의 수치해석 결과와의 비교에서 개발된 코드에 의한 결과는 모두 좋은 일치를 보였다. 개발된 코드는 물과 공기로 채워진 실린더 내부의 충격파의 전파 해석에 적용되었다. 충격파가 공기에서 매질 경계면에 도달하는 경우 공기와 물 두

가지 매질 모두에 거의 두 배의 압력 교란이 전파되었으며, 매질 경계에서의 법선 속도에도 순간적인 불연속이 발생하였다. 그러나 물에서 매질 경계면으로 교란이 전파된 경우에는 공기 쪽으로 거의 교란이 전달되지 않으며 법선 속도의 불연속도 발생하지 않았다.

참 고 문 헌

- 박일권, 조대승, 김종철, 2003, “ 함정의 수중폭발 충격시험을 위한 계측장비 시스템 개발,” 대한조선학회 논문집, 제 40 권, 제 4 호, pp. 66-74.
- 신상목, 김동훈, 2004, “ 동압 계수의 불연속성을 이용한 내면파의 수치해석,” 대한조선학회 논문집, 제 41 권, 제 4 호, pp. 17-29.
- 이상갑, 권정일, 정정훈, 2003, “ 캐비테이션을 고려한 부유구조물의 3 차원 수중폭발 충격응답 해석,” 대한조선학회 논문집, 제 40 권, 제 6 호, pp. 1-11.
- Albada G.D.V., Leer B.V. and Roberts W.W., 1982, “ A comparative study of computational methods in cosmic gas dynamics, ” Astronomy and Astrophysics Vol. 108, pp. 76-84.
- Lesoinne M. and Farhat C., 1996, “ Geometric conservation laws for flow problems with moving boundaries and deformable meshes, and their impact on aeroelastic computations,” Computer methods in applied mechanics and engineering, Vol. 134, pp. 71-90.
- Luo, H., Baum J.D. and Lohner R., 2004, “ On the computation of multi-material flows using ALE formulation,” Journal of Computational Physics, Vol. 194, pp. 304-328.
- Shin, S., 2005, “ Internal wave computations using the ghost fluid method on unstructured grids,” International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 47, pp. 233-251.
- Shyue, K.M., 1998, “ An efficient shock-capturing algorithm for compressible multicomponent problems, ” Journal of computational Physics, Vol. 142, pp. 208-242.
- Smith, R.W., 1999, “ AUSM(ALE): A Geometrically Conservative Arbitrary Lagrangian-Eulerian Flux Splitting Scheme,” Journal of Computational Physics, Vol. 150, pp. 268-286.



< 신 상 목 >

< 김 인 철 >

< 김 용 직 >