

# PMLSM의 진동저감을 위한 최적의 속도 궤적 생성에 관한 연구

論文

54B-8-1

## A Study on the Optimal Acceleration Profile to Reduce Vibration of PMLSM

李東燁\* · 金奎卓† · 崔永熙\*\*  
(Dong-Yeup Lee · Gyu-Tak Kim · Young-Hyu Choi)

**Abstract-** This paper presents vibration minimization of a PMLSM driven feed-slide by using optimized smooth velocity curve with finite jerk. First of all, the PMLSM was designed and made to reduce detent force. Next, a PMLSM driven feed-slide system was mathematically modeled as a 4-degree-of-freedom lumped parameter model. The key idea of our vibration minimization method is to find out the most appropriate smooth velocity(feederate) curve with finite jerk. The validity of our proposed method has been verified by comparing computer simulation results of the feed-slide model with experimental ones.

**Key Words :** Permanent Magnet Linear Synchronous Motor(PMLSM) Driven Feeding System, Skewed PM, Smooth Velocity Curve, Finite Jerk, Vibration Minimization, Genetic Algorithm

### 1. 서 론

영구자석형 선형 동기전동기(Permanent Magnet Linear Synchronous Motor: PMLSM)는 추력/증량비가 높아 고추력화 및 고속화가 가능하며 시스템 전체의 효율이 높다는 장점을 가진다. 또한, 자성재료 및 고에너지 밀도의 영구자석의 개발로 인하여 전기철도와 같은 운송시스템, 공장 자동화의 장치, 침마운터와 같은 반도체 제조장비 및 CNC 등의 직선 추력을 요구하는 분야는 물론 각종 OA기기 등에 이르기까지 그 응용분야가 확대되고 있다.

PMLSM 중 치-슬롯 형태인 철심형 PMLSM은 높은 추력 밀도를 가지지만 영구자석과 전기자의 치-슬롯 구조에 의해 필연적으로 디텐트력(detent force)이 발생하게 된다. 이와 같은 디텐트력은 구동 시 기기의 추력 맥동으로 작용하여 소음, 진동을 유발할 뿐 아니라 제어 성능을 저하시키는 요인이 되므로 PMLSM의 설계시 디텐트력이 최소화 되도록 설계하여야 하며, 디텐트력 최소화 기법으로는 영구자석을 스커시키는 방법이 일반적으로 많이 이용되고 있다[1,2,3].

하지만, 추력 리플이 최소화되어 정상속도시 일정한 추력을 발생하여 진동이 거의 발생하지 않는 PMLSM 일지라도 가, 감속 운전을 자주 행하여야 하는 시스템에서는 기동 및 정지 시는 물론 속도가 변하는 시점 즉, 가속구간에서 등속구간으로, 등속구간에서 감소구간으로

가속도가 급변하는 지점에서 큰 진동이 발생하게 된다. 따라서, 고속 정밀 제어를 요구하는 PMLSM의 운전성능 향상을 위해서는 디텐트력 영향을 최소화하는 설계와 함께 가·감속 운전 시 진동저감을 위한 최적의 속도궤적을 도출하여야 한다[4,5].

따라서, 본 논문에서는 PMLSM의 치-슬롯 구조에 의한 추력리플 저감을 위하여 영구자석을 1/4슬롯 피치만큼 스커시를 시행한 시작기를 제작하여 정상속도시의 진동을 최소화 시켰다. 또한, 속도 궤적에 의해 발생하는 진동을 최소화시키기 위하여 가속도의 미분치인 Jerk가 무한대가 되지 않고 유한값을 갖는 S-curve를 제안하였으며 유전 알고리즘을 적용하여 진동이 최소로 되는 S-curve를 도출하였다. 이때의 설계변수로는 Jerk의 면적, 가·감속 시간, s-curve fitting시간을 설정하였다.

### 2. 양측식 PMLSM

그림 1은 실제 제작된 양측식 PMLSM이고, 표 1은 본 연구에서 적용한 PMLSM의 기본 설계 치수와 전기적 사양

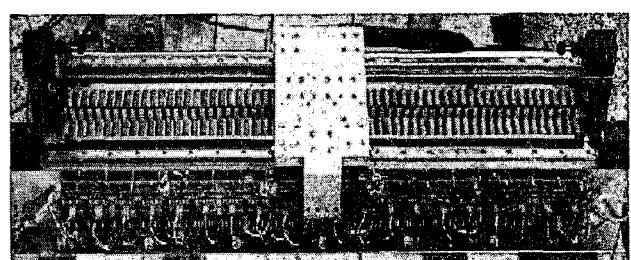


그림 1 양측식 PMLSM  
Fig. 1 Double Sided PMLSM

\* 교신저자, 正會員 : 昌原大學校 電氣工學科 教授 · 工博  
E-mail: gtkim@sarim.changwon.ac.kr

\* 正會員 : 昌原大學校 電氣工學科 博士課程

\*\* 正會員 : 昌原大學校 機械設計工學科 教授 · 工博

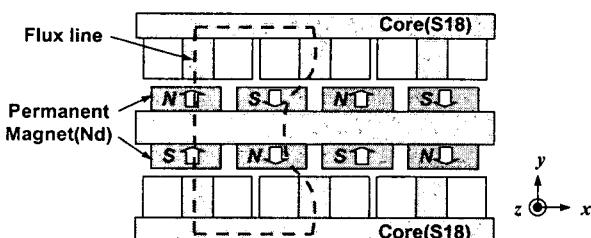
接受日字 : 2005年 4月 18日

最終完了 : 2005年 6月 25日

표 1 PMLSM의 사양

Table 1 Specification of PMLSM

항 목	값 [단위]	항 목	값
극 수	12	코일당 턴수	618
잔류자속밀도	1.2 [T]	치 폭	7.78 [mm]
영구자석 폭	12.5 [mm]	슬롯 폭	12.22 [mm]
영구자석 높이	7.5 [mm]	슬롯 깊이	30.55 [mm]
영구자석 길이	52 [mm]	상전류[최대]	4.24 [A/mm <sup>2</sup> ]
극 피치	15 [mm]	공극길이	1.2 [mm]

그림 2 양축식 PMLSM의 자기회로 구조  
Fig. 2 The Structure of magnetic circuit

및 설계 파라미터를 나타내었다.

그림 2는 양축식 PMLSM의 자기회로의 구조에 대하여 나타내었다. 그림 3은 양축식 PMLSM의 자속 분포도이다.

그림 2에서 알 수 있듯이 양축식 PMLSM의 대칭성을 가지고 있다. 따라서 이 대칭성을 이용하여 전체영역의 1/2을 해석모델로 설정하였고, 구동 중 나타나는 치-슬롯에 의한 디텐트력과 가동자가 유한한 길이를 가짐으로써 발생하는 단부효과(End-Effect)에 의한 디텐트력을 모두 고려하기 위해 Full 모델 특성해석을 수행하였다.

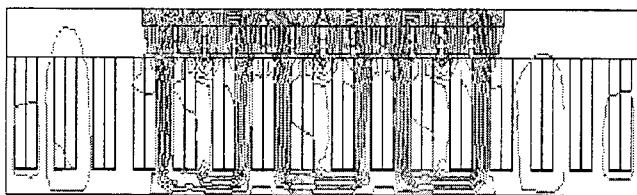
그림 3 등포텐셜 라인도  
Fig. 3 Equi-potential line

그림 4는 본 모델의 역기전력 특성에 대하여 나타내었다. 역기전력의 측정은 가동자를 외부에서 일정 속도를 이동시키면서 시험기의 각 상에 유도된 전압을 측정하였다. 이 때의 각 상에 유도된 전압은 표 2와 그림 4에 나타내었다.

역기전력 측정 시 가동자의 이동 속도가 0.47[m/sec.]로 낮은 이유는 본 모델의 가동자의 이동거리가 1[m]로 매우 짧아 정격속도에서의 역기전력 측정이 어려워 속도를 낮춰 측정하였다. 그림 4에서 보는 바와 같이 실험치와 이론치가

표 2 역기전력

Table 2 Back EMF

	Vrms	velocity	ke
u	15.21	0.478	31.820
v	15.03	0.476	31.575
w	15.28	0.475	32.168
average			31.854

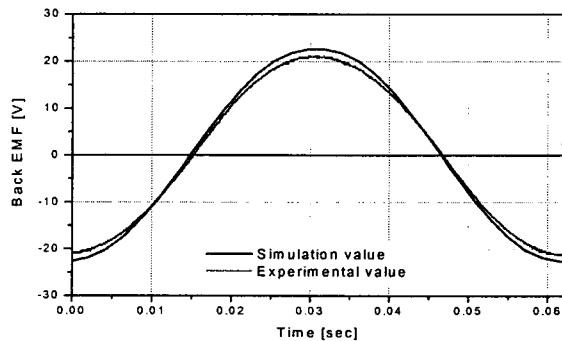
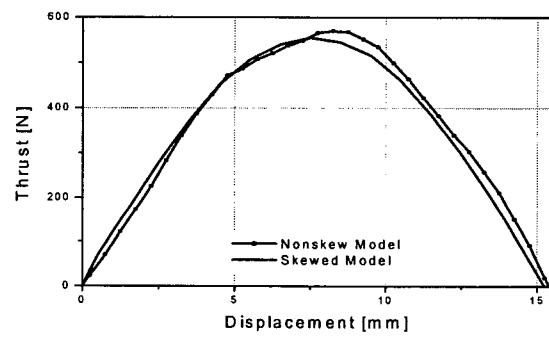
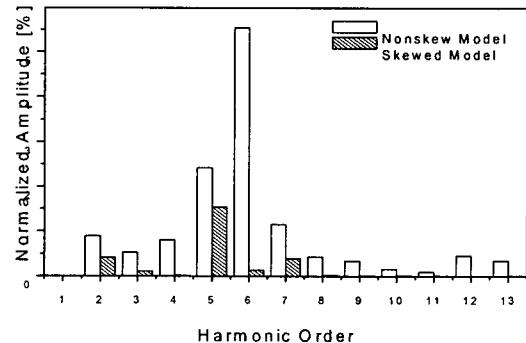


그림 4 역기전력 특성

Fig. 4 The characteristic of back EMF



(a) 추력



(b) 고조파 분석

그림 5 추력과 고조파 분석

Fig. 5 Thrust and Harmonic component of thrust

잘 일치하는 결과를 얻었다. PMLSM의 운전특성에 추력리플로 작용하는 디텐트력을 제거하기 위하여 영구자석에 1/4슬롯피치만큼 스큐를 시행하였다.

그림 5는 초기모델과 영구자석에 1/4슬롯피치만큼 스큐를 시행한 모델의 추력 특성해석 결과와 추력의 고조파 분석 결과를 비교한 것이다. 스큐를 시행할 경우 추력의 피크값은 555.46[N]으로 스큐 시행 전에 비해 12[N]정도 감소하지만 스큐를 시행한 모델의 경우 추력의 고조파 분석결과, 추력 왜형률이 1.65[%]로 초기모델의 8.861[%]에 비해 크게 감소하여 거의 정현파에 가까운 결과를 얻었다. 특히 디텐트력에 의해 발생하는 6고조파의 경우 거의 0가 되어 크게 감소한 것을 알 수 있다.

또한, 디텐트력의 측정을 위하여 그림 6와 같이 실험장치를 구성하였으며, 그림 7에 디텐트력 특성을 나타내었다. 그 결과, 초기모델의 디텐트력 피크값이 12.21[N]에서 스큐를 시행할 경우 2.04[N]으로 대폭 감소하였다.

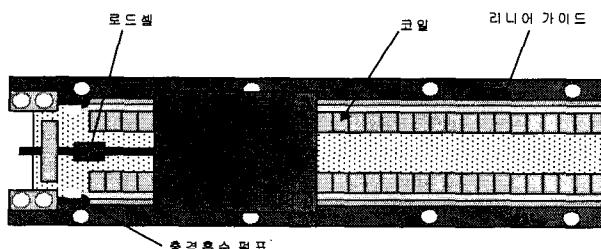


그림 6 디텐트력의 실험 장치

Fig. 6 Experimental equipment of detent force

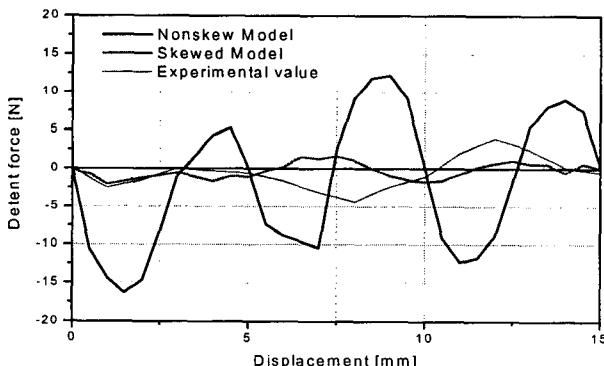


그림 7 디텐트력

Fig. 7 Detent force

그림 8은 부하각 90도에서의 정상상태 운전특성을 비교한 그림이다. 초기모델의 리풀율은 2.135[%]로써 정상상태 운전 시에도 추력리플이 크게 나타나고 있음을 알 수 있다. 반면, 영구자석을 1/4슬롯피치 만큼 스큐를 시행한 모델의 리풀율은 0.72[%]로 리플이 없는 일정한 정추력이 발생하고 있다.

따라서, 스큐를 시행함으로써 디텐트력이 제거되어 정속 운전 시에는 추력 리플이 발생하지 않는 양호한 특성을 얻을 수 있었다.

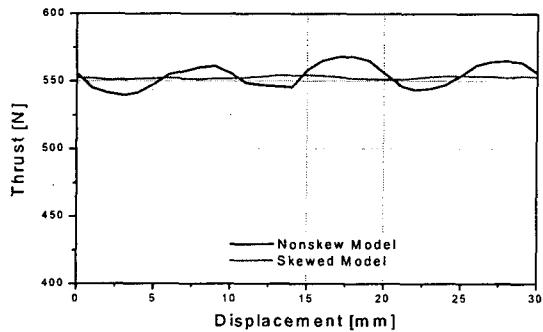


그림 8 정상상태 운전시의 추력

Fig. 8 Thrust in steady state operation

### 3. 진동최소화를 위한 S 커브 최적화 설계

#### 3.1 일반적인 속도 패턴에 의한 진동

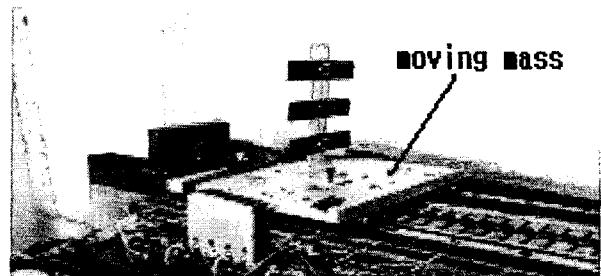


그림 9 PMLSM 운전 시스템

Fig. 9 PMLSM feed driven system

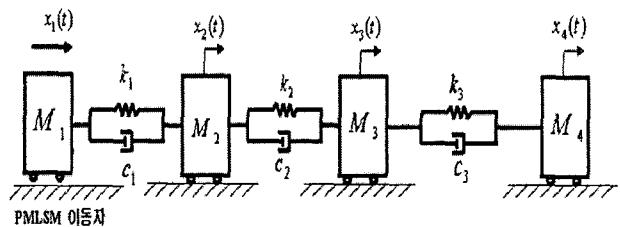


그림 10 PMLSM 시스템의 수학적 모델링

Fig. 10 Mathematical modeling of 4-d.o.f PMLSM feed driven system

PMLSM의 실제 운전 시 발생 진동 중 형상에 의한 진동은 영구자석 스큐를 통하여 줄일 수 있었다. 그러나 실제 운전 중 속도궤적에 따라 진동의 값이 다르게 나타나기 때문에 진동이 최소화되도록 이송속도를 최적화 할 필요가 있다.

PMLSM 이송계의 진동해석을 위하여 Fig. 10과같이 4자유도계로 모델링하였고, 뉴톤의 운동법칙에 의한 모델링의 운동방정식은 아래와 같다.

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{F\}$$

여기서,  $M$ ,  $C$ ,  $K$ 는 각각 시스템의 질량관성, 감쇠, 강성 계수행량이다. 그리고,  $\{x\} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{bmatrix}$ 는 운동자유도 벡터이고, 가진력  $\{F\} = [f_1 \ f_2 \ f_3]$ 이다.

가·감속 운전시의 진동 특성을 해석하기 위하여, 이동자가 그림 11과 같은 사다리꼴 형태의 속도선도로 운전하는 경우를 해석하였다. 이 속도선도를 미분하면, 가속도 및 Jerk선도를 얻을 수 있다.

그림 11의 가속도 선도에서 알 수 있는 바와 같이 가속도는 4지점에서 불연속점을 갖는다. 따라서, 이들 불연속점에서 미분이 불가능하게 되고, 무한대의 Jerk 값을 가지게 된다. 이러한 무한대의 Jerk 값에 의해 발생되는 관성 충격에 의해 직선 이동 시스템에 진동이 크게 유발된다.

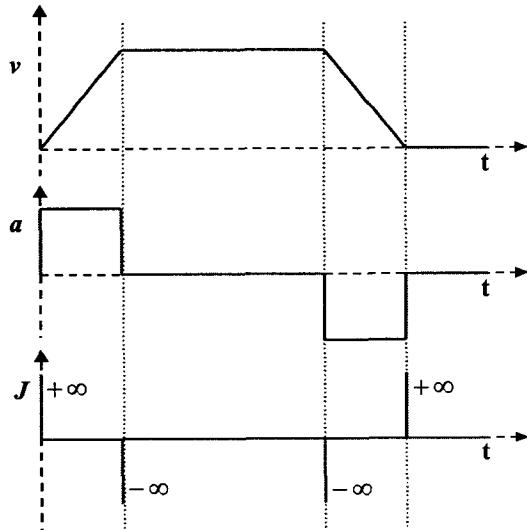
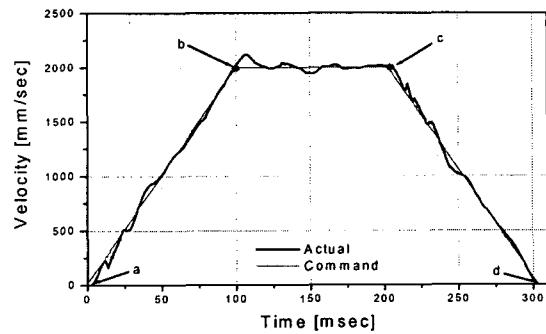


그림 11 이송속도, 가속도, 저크선도

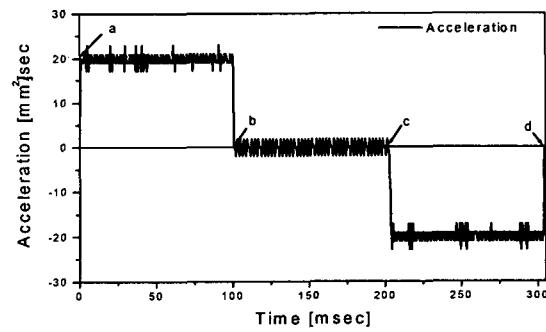
Fig. 11 Typical feed velocity and associated acceleration &amp; jerk curve

그림 12에 일반적인 속도 패턴 인가시의 운전특성을 나타내었다. 이때, 가·감속 및 정속 구간의 시간은 100ms로 설정하였다.

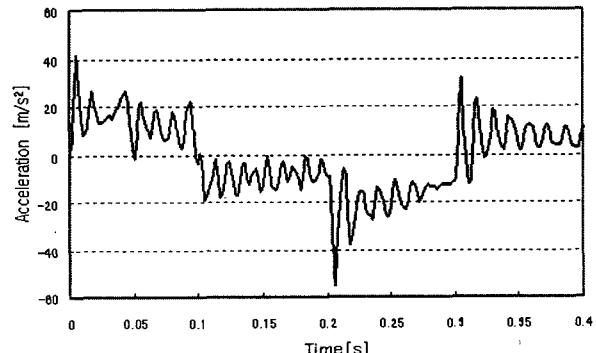
그림 12의 (c)에서 살펴보면, 가속구간에서 정속구간으로, 정속구간에서 감속구간으로 속도가 변하는 점에서 진동이 크게 발생한다. 이는 가속도가 급변하는 지점, 즉 그림 12(a)의 점 a,b,c,d에서 가속도가 순간적으로 급격한 변화를 하기 때문이다. 그림 12의 (c)는 일반적인 속도 패턴으로 PMLSM 운전 시의 진동특성을 나타낸 것이다. 실험에서 기존의 속도 궤적을 적용시켜 PMLSM을 운전할 경우, 가속도가 급변하는 a,b,c,d 점 부근에서 시험기에 순간적인 임팩트로 작용하는 진동이 많이 발생함을 확인할 수 있다.



(a) 속도 궤적



(b) 가속도 궤적



(c) 진동 특성

그림 12 실제 운전시 사다리꼴 속도 패턴

Fig. 12 Operating control velocity, acceleration profile, and measured moving mass acceleration

### 3.2 유전 알고리즘을 통한 최적화

그림 12에서 일반적인 속도 패턴에서의 진동의 주요 발생지점인 가속구간에서 정속구간으로 변하는 점과 정속구간에서 감속구간으로 변하는 점, 즉 가속도의 불연속점에서 진동이 크게 발생하였다. 따라서 이러한 불연속점을 없애기 위하여 본 논문에서는 불연속 구간들을 연속이며 미분 가능한 그림 13과 같은 Jerk곡선을 인가하므로서 관성 충격에 의한 진동현상을 최소화하고자 유전 알고리즘을 적용하였다.

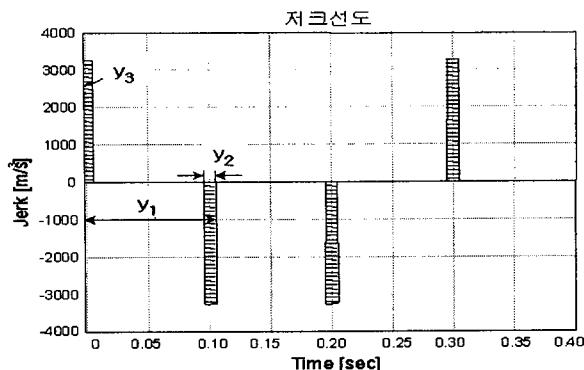


그림 13 유한 Jerk 선도

Fig. 13 Finite jerk curve model for feed velocity optimization

설계변수  $y_1$ 은 가, 감속시간,  $y_2$ 는 Jerk의 s-curve fitting 시간 즉 Jerk 폭,  $y_3$ 는 Jerk의 면적이다.

설계 변수와 목적함수는 다음과 같다.

$$\text{설계변수 : } \mathbf{y} = \{y_1 \ y_2 \ y_3\}$$

$$\text{Minimize } f(\mathbf{y}) = \sqrt{\sum_{i=1}^3 w_i \left( \frac{f_i(\mathbf{y})}{f_i^*} \right)^2}$$

여기서,  $f_1(\mathbf{y})$ 는 최대 진동값,  $f_2(\mathbf{y})$ 는 전동 최대값들의 RMS치,  $f_3(\mathbf{y})$ 는 가동자의 이송거리 오차,  $w_i$ 는 합이 1인 가중치(Weighting factor),  $f_1^*, f_2^*, f_3^*$ 는 스케일링 인자(Scaling factor)이다. 이때의 제약조건은 다음과 같으며  $x_{error}$ 는 10[μm]로 설정하였다.

$$g_1(\mathbf{y}): [x_{vib}(\mathbf{y})]_{max} - [x_{vib}(\mathbf{y})]_a < 0$$

$$g_2(\mathbf{y}): [x_{vib}(\mathbf{y})]_{rms} - [x_{vib}(\mathbf{y})]_a < 0$$

$$g_3(\mathbf{y}): |x_1(\mathbf{y}) - x_k(\mathbf{y})| < x_{error}$$

여기서,  $[x_{vib}(\mathbf{y})]_a$ 는 이동자의 진동진폭 허용 한계치이다. PMLSM의 이송 속도 최적화 문제를 풀기 위해 먼저 제약조건을 설정하고 이 제약조건을 위배할 경우 별점을 부여하여 적합도 값을 감소시킴으로서 최적해로 선택될 가능성이 낮아지게 한다. 아래 수식은 적합도 함수와 별점함수를 나타낸다.

$$Fitness = 1/f(\mathbf{y}) + p(\mathbf{y})$$

$$p(\mathbf{y}) = \epsilon \cdot \left[ c_1 \times \sum_{i=1}^c \left( \frac{g_i(\mathbf{y})}{g_i^*} \right)^2 + c_2 \times \delta \sum_{i=1}^c \frac{\Phi_i(\mathbf{y})}{\Phi_i^*} \right]$$

여기서,  $g_i(\mathbf{x}), \Phi_i(\mathbf{x})$ 는 i번째 구속조건의 별점level과 별점양이고,  $c_1, c_2$ 는 weighting factors.  $\epsilon$ ,  $\delta$ 는 scaling factors,  $\delta$ 는 penalty coefficient,  $\epsilon$ 는 최소화의 경우 -1, 최대화의 경우 +1이다.

유전 알고리즘에 사용된 유전 연산자는 룰렛 휠 방법과 엘리트 전략을 함께 사용하였으며 단순교배와 단순돌연변이를 사용하였다. 유전 알고리즘에 이용한 입력 조건을 표 3에 정리하였다.

그림 14는 본 논문에서 적용한 최적화 설계 프로세서를 나타낸 것이다. 그림 15는 150세대동안 유전자 알고리즘 적용결과 세대 변화에 따른 최대 적합도를 나타낸 것으로 35세대 이후 최대 적합도 값이 4.42768로 수렴함을 알 수 있다. 최적화 결과 가·감속 시간은 99.4[ms], S-Curve time은 5.6[ms], Jerk 값은 3270.81[m/s<sup>3</sup>]으로 얻었다.

표 3 유전알고리즘의 입력 조건

Table 3 Input parameters of genetic algorithm

Parameters		Value
Maximum generation		150
Population size		60
Number of variable		3
Probability of Crossover, $p_c$		0.8
Probability of mutation, $p_m$		0.01
Length of binary string [bit]	$y_1$	9
	$y_2$	9
	$y_3$	12
	$\sum_{i=1}^3 y_i$	30

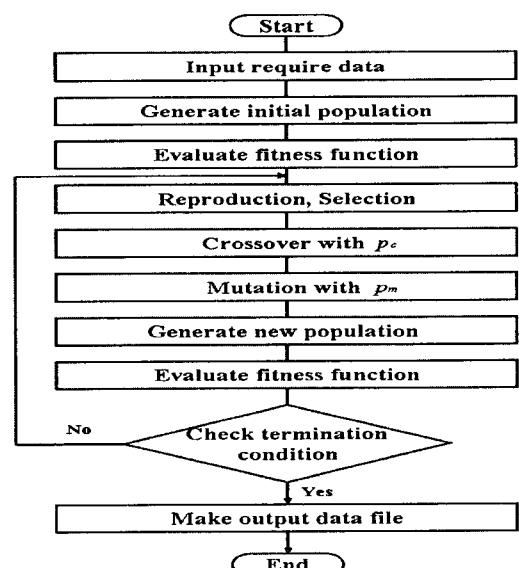


그림 14 최적화 설계 프로세서

Fig. 14 Flow diagram for optimization

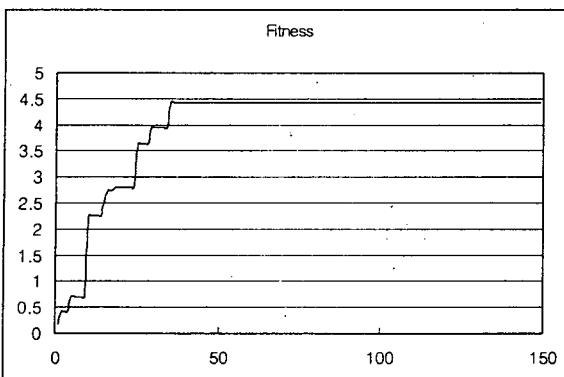
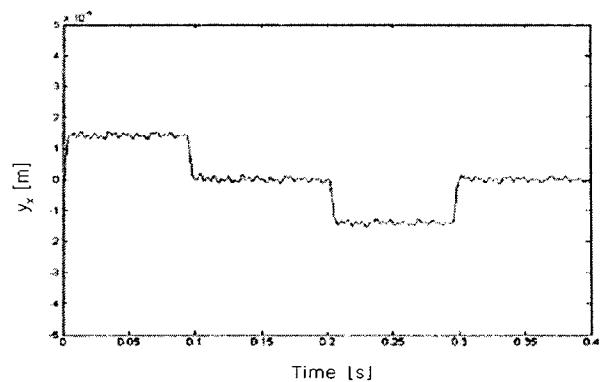


그림 15 적합도

Fig. 15 Fitness

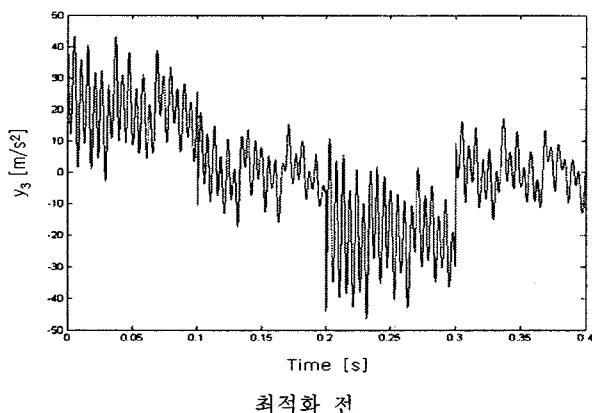


최적화 후

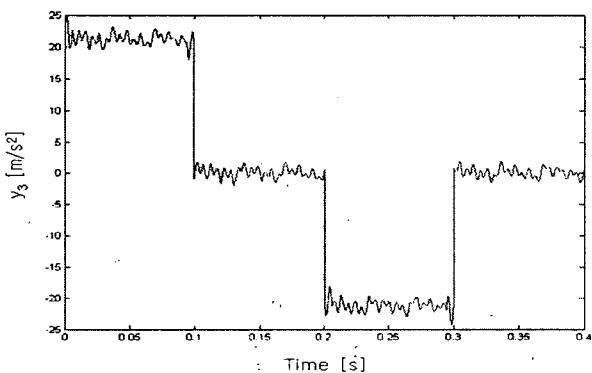
(b) 진동변위

그림 16 이동자의 진동해석 결과 비교

Fig. 16 Comparison of computed moving mass vibrations

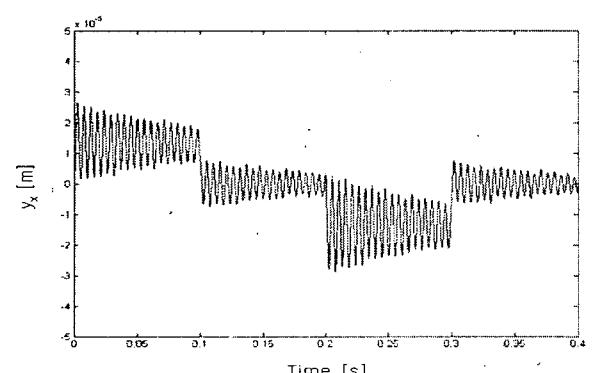


최적화 전



최적화 후

(a) 가속도



최적화 전

진동최소화를 위한 최적 Jerk 곡선을 적용하여 PMLSM의 가, 감속시의 진동 특성의 최적결과를 단순 사다리꼴 속도 선도에 의한 결과와 비교하여 그림 16에 나타내었다. 최적속도 케이스의 경우 사다리꼴과 비교하여 가속도 값은  $21.2603 \text{ [m/s}^2]$ 이고 저크 값은  $3270.81 \text{ [m/s}^3]$ , 커브피팅 구간은  $0.0056[\text{s}]$ 이며 가속구간은  $0.0994[\text{s}]$  등속구간은  $0.2006[\text{s}]$ 까지 이고 감속구간은  $0.3[\text{s}]$ 까지이다. 그림에서 알 수 있는바와 같이 무한대의 Jerk 값에 의해 발생되는 관성 충격에 의해 진동은 크게 감소함을 알 수 있다.

### 3.3 실험을 통한 최적화 결과의 검증

최적화 결과의 검증을 하기 위한 실제 진동을 실험하기 위하여 그림 17과 같이 장치하였다.

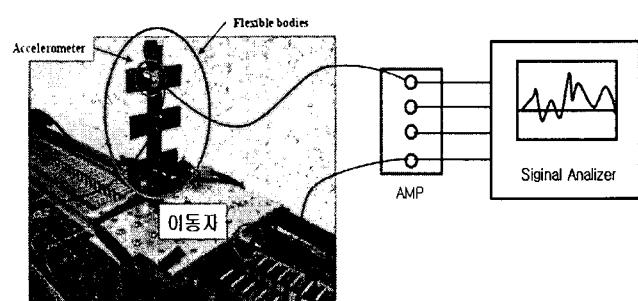


그림 17 진동실험 장치도

Fig. 17 Experimental setup of vibration

그림 18은 유전알고리즘을 이용한 진동최소화 속도 케이스를 적용하였을 때 PMLSM의 운전결과를 나타낸 것이다.

최적화 결과에 따라 가·감속 시간은 99.4 ms, S-Curve time은 6 ms로 적용하였다. 그 결과 그림 10의 사다리꼴 속도 케이스에서 진동이 심하게 발생하던 a,b,c,d 점에서 진동이 대폭 감소함을 확인하였다. 그림 18의 (c)는 진동 최소화 속도 케이스 적용시 PMLSM 운전 중 측정한 진동을 나타낸 것이다. 실험에서 사다리꼴과 비교하여 a,b,c,d점에서 진동의

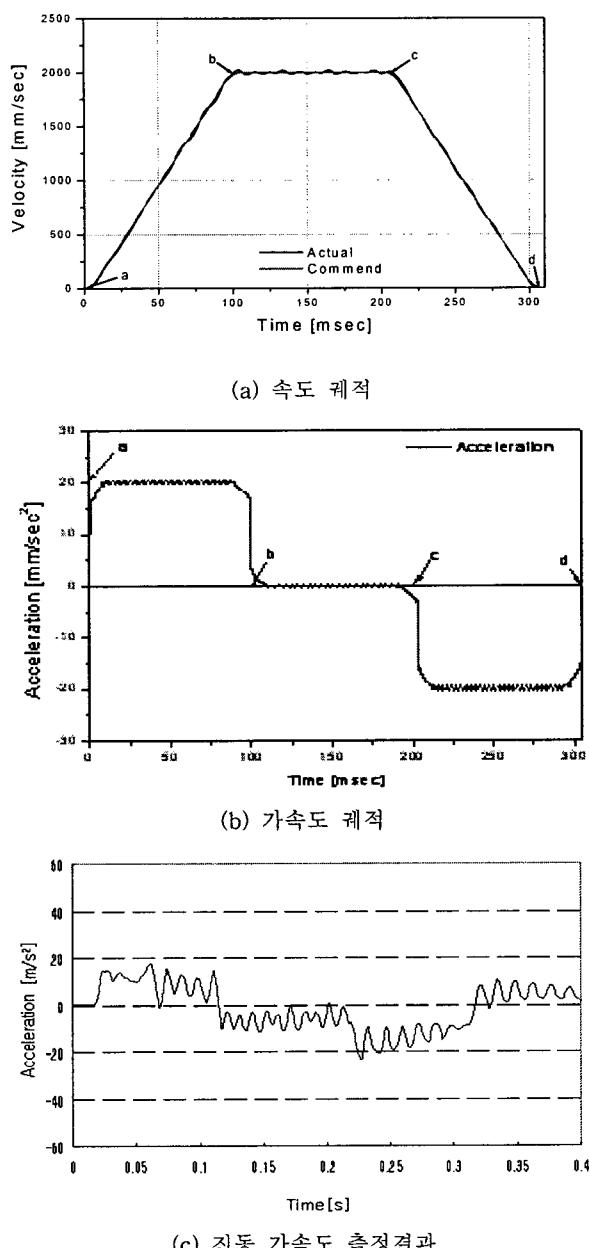


그림 18 최적의 속도 패턴과 이동자의 가속도

Fig. 18 Measured optimum Velocity Profile and acceleration of moving mass

크기가 크게 감소하였으며 그 최대값도 사다리꼴 속도 곡선 적용시  $48[m/s^2]$ 에서 최적화 속도 패턴 적용시  $36.6[m/s^2]$ 으로 감소하였다. 이론치와 실험치에서 오차가 발생하는 이유는 본 PMLSM의 제어기의 오차에 기인된 것으로 사료되어 진다.

#### 4. 결 론

본 논문에서는 철심형 PMLSM의 진동저감을 위하여 운전 중 형상에 의해 발생하는 진동성분인 디텐트력을 저감하기 위해 영구자석 1/4슬롯피치 만큼 스큐를 시행하였다. 그 결과 추력의 피크값은  $555.46[N]$ 으로 기본모델의 비해  $12[N]$

감소하였지만 디텐트력은 피크값이  $12.21[N]$ 에서  $2.04[N]$ 으로 감소하였고, 추력의 고조파 분석 결과에서도 왜형률이 1.65[%]로 기본모델의 8.861[%]에 비해 슬롯 고조파들이 대폭 감소함을 확인하였다.

가, 감속 운전 중 발생되는 진동을 저감하기 위해 가속도 불연속점에서 미분값이 무한대인 Jerk값을 유한한 값으로 가정하여 유전 알고리즘을 통해서 진동이 최소가 되는 Jerk 값을 도출하였고 일반적인 사다리꼴 속도 궤적과 최적화된 속도 궤적을 적용하여 진동을 측정한 결과 가속도 불연속점에서 발생하는 가속도의 피크값이  $48[m/s^2]$ 에서  $36.6[m/s^2]$ 으로 감소함을 확인하였다. 앞으로 제어기에 의한 오차 등이 고려되면 진동이 더욱 크게 감소하리라 사료된다.

**감사의 글**  
본 연구는 산업자원부 지방기술혁신사업  
(RTI04-01-03) 및 기초전력연구원(R-2003-B-271) 주관으로 수행된 과제임.

#### 참 고 문 헌

- [1] I. Boldea, S. A. Nasar, Linear Motion Electromagnetic Systems, John Wiley and Sons, 1985.
- [2] Gyu-Tak Kim, et'al, "Detent Force Minimization Techniques in Permanent Magnet Linear Synchronous Motor", IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 38, No.2, pp. 11-57-160, 2002.
- [3] 임기채, "수치해석법을 이용한 영구자석 선형동기전동기의 특성해석 및 제어기 구현", 창원대학교 박사논문, 2000.
- [4] Y. H. Choi, S. M. Cha, J. H. Hong, and J. H. Choi, 2004, "A study on the Vibration Analysis of a Ball Screw Feed Drive System," Proceedings of the 11th International Manufacturing Conference in Chain (IMCC'2004), Paper No. B-083.
- [5] Mitsuo Gen, R. Cheng, 1997, "Genetic Algorithms and Engineering Design," John Wiley & Sons, Inc.

#### 저 자 소 개

이동엽(李東燁) : 전기학회 논문지 Vol. 54, No. 2 참조  
김규탁(金奎卓) : 전기학회 논문지 Vol. 54, No. 2 참조



#### 최영휴(崔永休)

1954년 7월 14일 생. 1978년 서울대학교 공대 기계설계학과 졸업. 1982년 동 대학원 기계설계학과 졸업(석사). 1991년 동 대학원 기계설계학과 졸업(공박). 현재 창원대학교 공대 기계설계공학과 교수.  
Tel: 055-279-7573, Fax: 055-267-1107  
E-mail: yhchoi@changwon.ac.kr