

< 논문 >

# 밀도 성층 유동 해석을 위한 가상 경계법

윤 동 혁\* · 양 경 수†

(2005년 4월 14일 접수, 2005년 7월 6일 심사완료)

## An Immersed Boundary Method for Simulation of Density-Stratified Flows

Dong-Hyeog Yoon and Kyung-Soo Yang

**Key Words:** Immersed Boundary Method(가상 경계법), Density Forcing(밀도 부가), Density Stratified Flow(밀도 성층 유동), Finite Volume Method(유한 체적법)

### Abstract

An immersed boundary method for simulation of density-stratified flows has been developed and applied to computation of viscous flows past three different types of obstacle under stable density stratification, namely laminar flows past a vertical barrier, a cosine hill, and a sphere, respectively. Density forcing is introduced on the body surface or inside the body. Significant changes in flow characteristics are observed depending on Fr. The numerical results are in good agreement with other authors' experimental and numerical results currently available, and shed light on computation of density-stratified flows in complex geometries.

#### 기호설명

$U$  : 균일한 입구 속도  
 $d$  : 구의 지름  
 $h$  : 수직 장애물과 코사인 언덕의 높이  
 $D$  : 수직 장애물과 코사인 언덕의 계산 영역 높이  
 $N$  : 부력 진동수  
 $g$  : 중력 가속도  
 $k_m$  : 분자 확산 계수  
 $\rho_0$  : 기준 밀도  
 $f$  : 와홀림 진동수  
 $q$  : 질량 원천/흡입

$f_i$  : 운동량 부가  
 $F$  : 밀도 부가  
 $\nu$  : 동점성계수  
 $u_i$  : 3차원 직교 좌표계 속도 성분  
 $Re$  : 레이놀즈 수(=  $Uh/\nu$  or  $Ud/\nu$ )  
 $Fr$  : Froude 수(=  $U/Nh$  or  $U/Nd$ )  
 $K$  : 성층계수(=  $ND/\pi U$ )  
 $Sc$  : Schmidt 수(=  $\nu/k_m$ )  
 $St$  : Strouhal 수(=  $fd/U$ )  
 $C_d$  : 항력계수(=  $Drag/(\frac{1}{2}\rho U^2 h)$  or  $Drag/(\frac{1}{8}\rho U^2 \pi d^2)$ )

### 1. 서론

밀도 성층 유동에 대한 이론적 연구와 수치 해석적인 연구는 국외에서 지금까지 많이 이루어지고 있으나 국내에서는 거의 찾아 볼 수 없다. 밀도 성층과 관련된 부력은 기계공학적인 측면 뿐만

† 책임저자, 회원, 인하대학교 기계공학과  
E-mail : ksyang@inha.ac.kr  
Tel : (032)860-7322 FAX : (032)868-1716

\* 회원, 인하대학교 대학원 기계공학과

아니라 건축, 토목, 환경, 해양, 기상과 관련된 유동에서 매우 중요한 역할을 하는 유동 인자이다. 선형적으로 형성된 밀도 구배를 갖는 Boussinesq 유체에 대한 연구가 그 동안 많은 연구자들에 의해서, 벽면부착 언덕(hill) 위를 지나는 유동<sup>(1-3)</sup>이나 구(sphere)<sup>(4-8)</sup>와 같은 형상의 장애물 주위의 유동에 대하여 수행되어 왔다.

본 연구에서는 직교좌표계로 복잡한 형상의 물체를 지나는 유동 해석이 가능한 가상 경계법을 밀도 성층류에 적용하고 검증하였다. 운동량 방정식에서의 운동량 부가와 질량 원천/흡입은 Kim 등<sup>(9)</sup>이 자세히 기술하고 있으며 본 연구에서는 밀도 방정식에 밀도 부가를 도입하여 밀도 성층 유동 해석에 적합한 새로운 가상 경계법을 제시하고 타당성을 검증하였다. 검증 계산으로 2차원 유동인 수직 장애물(Re=50)과 2차원 코사인(cosine) 언덕(Re=100)을 지나는 유동, 3차원 구(Re=200)를 지나는 유동을 계산하였다. Fr의 변화에 따른 즉, 유동장의 기본 밀도 구배의 변화에 따른 유동 변화를 기존 실험 및 계산 결과와 비교, 검증하고 밀도 성층 유동에서 가상 경계법의 적용에 대한 타당성을 확보하고자 하였다.

## 2. 수치 해석 기법

### 2.1 지배 방정식

Boussinesq 근사가 도입된 비압축성 밀도 성층 유동의 지배 방정식은 다음과 같이 연속 방정식, 운동량 방정식, 밀도 방정식으로 구성된다.

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad j = 1, 2, 3 \quad (1)$$

$$\rho_0 \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = - \frac{\partial p'}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} - \rho' g \delta_{i3} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \frac{\partial \rho' u_j}{\partial x_j} = - u_3 \frac{\partial \rho_b}{\partial x_3} + k_m \frac{\partial^2 \rho'}{\partial x_j \partial x_j} \quad (3)$$

식 (1), (2), (3)에서  $u_i$ 는 흐름방향(streamwise, x), 횡방향(spanwise, y), 수직방향(normal, z)의 속도 성분이 각각  $u_1, u_2, u_3$ (혹은 u, v, w)인 속도 벡터이다.  $\rho_0$ 는 기준 밀도(reference density),  $\rho_b(z)$ 는 기본 밀도 분포이며  $p_b(z)$ 는 기본 압력 분포이다.  $\mu$ 는 점성계수,  $k_m$ 는 분자 확산계수,  $g$

는 중력가속도,  $\delta_{ij}$ 는 Kronecker delta 함수를 의미한다.  $p'$ 과  $\rho'$ 은 각각 순간 압력 변동분, 순간 밀도 변동분이며 다음과 같이 정의된다.

$$\rho = \rho_b(z) + \rho', \quad p = p_b(z) + p' \quad (4)$$

식 (1), (2), (3)을 기준 속도  $U$ , 기준 길이  $h$ ,  $h \frac{d\rho_b}{dz}$ 로 무차원화하고 가상 경계법을 이용하여 운동량 부가( $f_i$ )와 밀도 부가( $F$ ), 그리고 질량 보존을 만족시키기 위한 질량 원천/흡입( $q$ )을 도입하면 다음 식과 같이 된다.

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} - q = 0 \quad j = 1, 2, 3 \quad (5)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\rho}{Fr^2} \delta_{i3} + f_i \quad (6)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} + u_3 = \frac{1}{ReSc} \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_j \partial x_j} + F \quad (7)$$

식 (5), (6), (7)에서  $u_i, \rho, p$ 는 각각 무차원화된 속도벡터, 무차원화된 순간 밀도 변동분, 무차원화된 순간 압력 변동분이다. 무차원 파라미터 Re, Fr, Sc는 각각 레이놀즈 수( $= \rho_0 U h / \mu$  or  $\rho_0 U d / \mu$ ), Froude 수( $= U / \sqrt{N h}$  or  $U / \sqrt{N d}$ ), Schmidt 수( $= \nu / k_m$ )로 정의 되었다. 한편 성층 계수  $K$ 는  $ND / \pi U$ 로 정의되고 부력 진동수  $N$ 는  $N^2 = -(g / \rho_0) d\rho_b / dz$ 로 정의되었다.  $K = D / \pi h Fr$ 로 쓸 수 있으며 본 연구에서는  $K$  혹은 Fr의 변화에 따른 유동 변화를 가상 경계법으로 검증하였다.

각 지배 방정식은 유한체적법(Finite Volume Method)으로 차분되었다. 공간 차분은 운동량 방정식에 대하여 중앙 차분법을, 밀도 방정식에 대하여 점성항은 중앙 차분법을, 대류항은 QUICK 방법을 사용하였으며 시간 차분은 운동량 방정식에서 대류항에 대하여 3차 정확도의 Runge-Kutta 양해법(explicit)으로 적분하였고 점성항은 Crank-Nicolson의 음해법(implicit)으로 적분이 수행되었다. 연속방정식과 운동량 방정식을 분리하기 위하여 Fractional Step 기법이 사용되었다. 밀도 방정식에 대한 시간 차분 역시 대류항은 3차 정확

도의 Runge-Kutta 방법으로 확산항은 Crank-Nicolson 방법으로 적분되었으며 이를 정리하면 식 (8), (9), (10), (11), (12)와 같다.

$$\frac{\hat{u}_i^k - u_i^{k-1}}{\Delta t} = \frac{\alpha_k}{Re} L(\hat{u}_i^k) + \frac{\alpha_k}{Re} L(u_i^{k-1}) - \gamma_k N(u_i^{k-1}) - \zeta_k N(u_i^{k-2}) \quad (8)$$

$$- 2\alpha_k \frac{\partial p^{k-1}}{\partial x_i} - 2\alpha_k \frac{\rho^{k-1}}{F^2} \delta_{i3} + f_i^k \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2 \psi^k}{\partial x_i \partial x_i} = \frac{1}{2\alpha_k \Delta t} \left( \frac{\partial \hat{u}_i^k}{\partial x_i} - q^k \right)$$

$$\frac{u_i^k - \hat{u}_i^k}{\Delta t} = -2\alpha_k \frac{\partial \psi^k}{\partial x_i} \quad (10)$$

$$\frac{\rho^k - \rho^{k-1}}{\Delta t} = \frac{\alpha_k}{Re Sc} L(\rho^k) + \frac{\alpha_k}{Re Sc} L(\rho^{k-1}) - \gamma_k N(\rho^{k-1}) - \zeta_k N(\rho^{k-2}) - 2\alpha_k u_3^k + F^k \quad (11)$$

$$p^k = p^{k-1} + \psi^k - \frac{\alpha_k \Delta t}{Re} \frac{\partial^2 \psi^k}{\partial x_j \partial x_j} \quad (12)$$

여기서 k는 RK3의 단계를 나타내며  $\alpha_k, \gamma_k, \zeta_k$ 는 RK3의 계수로  $\alpha_1 = 4/15, \gamma_1 = 8/15, \zeta_1 = 0, \alpha_2 = 1/15, \gamma_2 = 5/12, \zeta_2 = -17/60, \alpha_3 = 1/6, \gamma_3 = 3/4, \zeta_3 = -5/12$ 이다. 또한  $L() = \partial^2() / \partial x_j \partial x_j, N() = \partial u_j() / \partial x_j$ 이며  $\hat{u}_i$ 와  $\psi$ 는 각각 중간 단계 속도와 가압력이다.

식 (8), (9)에서 운동량 부가  $f_i^k$ 와 질량 원천/흡입  $q^k$ 에 대한 기법은 Kim 등<sup>(9)</sup>이 제시한 수치해석 방법을 사용하였다.

2.2 밀도 부가

식 (11)에서  $\rho^k$ 를 구하기 위해  $F^k$ 를 미리 알아야 하며  $F^k$ 를 구하는 방법은 Kim & Choi<sup>(10)</sup>가 제시한 온도장에서의 가상 경계법에 관한 내용을 3차원으로 확장하여 사용하였다.

밀도 부가 값을 구하기 위하여 식 (7)의 대류항을 RK3로, 확산항을 Euler의 양해법으로 차분하면 다음식과 같다.

$$\frac{\bar{\rho}^k - \rho^{k-1}}{\Delta t} = \frac{2\alpha_k}{Re Sc} L(\rho^{k-1}) - \gamma_k N(\rho^{k-1}) - \zeta_k N(\rho^{k-2}) - 2\alpha_k u_3^k + F^k \quad (13)$$

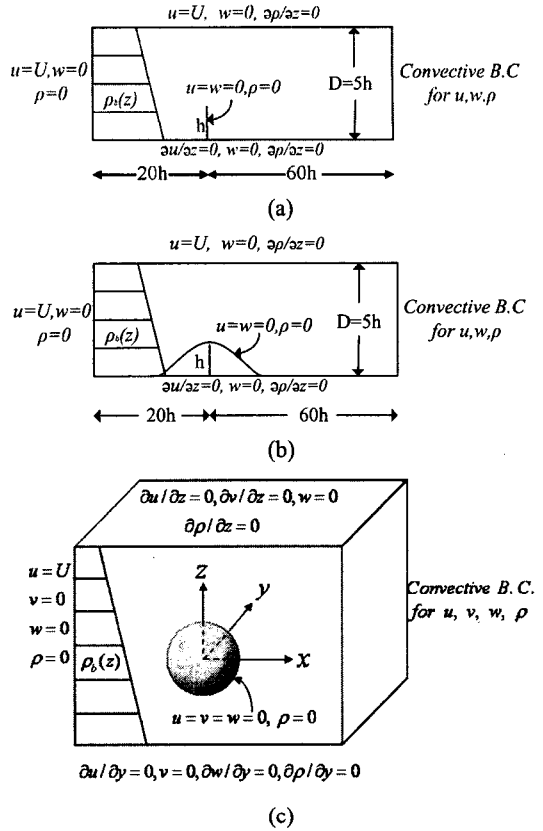


Fig. 1 Physical configurations and boundary conditions for the flows past (a) a vertical barrier, (b) a cosine hill, (c) a sphere

이 식을 밀도 부가를 하는 점에서의  $F^k$ 에 대한 식으로 정리하면 다음과 같다.

$$F^k = \frac{\bar{\rho}^k - \rho^{k-1}}{\Delta t} - \frac{2\alpha_k}{Re Sc} L(\rho^{k-1}) + \gamma_k N(\rho^{k-1}) + \zeta_k N(\rho^{k-2}) + 2\alpha_k u_3^k \quad (14)$$

식 (14)에서  $\bar{\rho}^k$ 는 밀도 부가하는 점에서 얻고자 하는 순간 밀도 변동분(perturbation density)이다.  $F^k$ 의 위치가 물체 표면과 일치하는 경우는  $\bar{\rho}^k = 0$  (즉, 순간 밀도 변동분이 0 이 되도록)이지만 일치하지 않으면 밀도 부가를 가하지 않는 유체로 정의되는 지점에서  $\bar{\rho}^k$ 를 구한 후 내삽(interpolation)을 통해 고체 면에서의 경계조건을 만족하도록  $\bar{\rho}^k$ 을 구한다. 내삽(interpolation)에

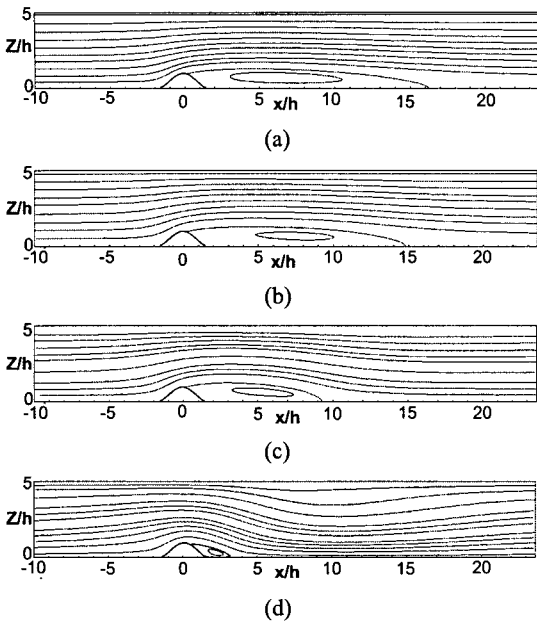


Fig. 2 Flow over the cosine hill,  $Re=100$ ; (a)  $Fr=\infty$ ,  $K=0.0$ (neutral flow), (b)  $Fr=3.180$ ,  $K=0.5$ , (c)  $Fr=1.989$ ,  $K=0.8$ , (d) $Fr=1.592$ ,  $K=1.0$

관한 사항은 Kim & Choi<sup>(10)</sup>를 참고하기 바란다.

2.3 계산 영역과 경계 조건

2차원 코사인(cosine) 언덕과 수직 장애물을 지나는 유동에 관한 경계조건은 Fig. 1(a)와 (b)에서 나타난 바와 같이 tank 안에서 물체를 끄는 실험을 수치 모사하고 있는 Paisley<sup>(11)</sup>의 계산 결과와 비교하기 위해 설정하였다. 계산 영역은 코사인 언덕과 수직 장애물 모두 같은 크기를 사용하였다. 물체 표면에서는 no-slip 조건과 순간 밀도 변동분(perturbation density)  $\rho$ 가 0 인 조건을 사용하였다. 입구와 출구에서는 각각 Dirichlet 경계 조건과 대류 경계 조건을 사용하였고, 계산 영역의 위쪽 면에서는  $u = U, w = 0, \partial\rho/\partial z = 0$ , 아래쪽 면에서는  $\partial u/\partial z = 0, w = 0, \partial\rho/\partial z = 0$ 인 경계 조건을 각각 사용하였다. 2차원 코사인(cosine) 언덕의 형상은  $h(x) = 0.5(1 + \cos(\pi x/1.8))$ 로 결정하였다. 직교좌표계를 사용하고 격자수는  $354 \times 96$ 이다.

구를 지나는 유동에 관한 경계조건은 Fig. 1(c)에서와 같이 입구와 출구에서는 각각 Dirichlet 경계 조건과 대류경계조건이 사용되었으며 계산 영역 윗면과 아랫면, 앞면과 뒷면에서 slip 조건을

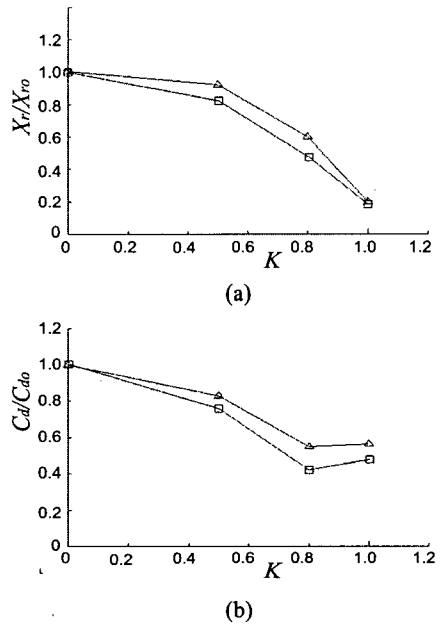


Fig. 3 Cosine hill,  $Re=100$ ; (a) normalized reattachment length, (b) normalized drag coefficient. —□—, present results; —△—, Paisley (1997)

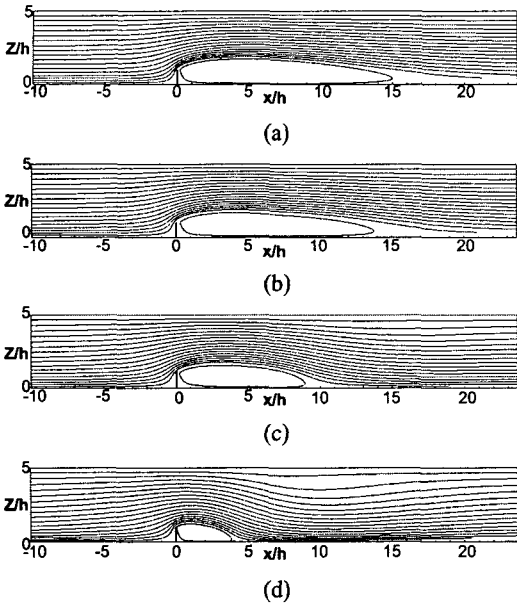
사용하였다. 물체 표면에서는 no-slip 조건과 순간 밀도 변동분(perturbation density)  $\rho$ 가 0 인 조건을 사용하였다. 계산영역 크기는 구의 중심으로부터 x, y, z방향으로 각각 15d를 사용하였으며 사용된 격자수는  $160 \times 144 \times 144$ 이다. 본 계산에는 Pentium 4(Prescott 3.0)를 사용하였다.

3. 수치 해석 기법의 검증

3.1 Flow over the cosine hill

$Re=100, Sc=1000$ 에서 2D 계산을 수행하였으며 Fig. 2는 K의 변화에 따른 유선의 변화를 보여준다.  $K=0.0$ 인 경우는 basic 밀도 구배가 없는 경우로 Neutral flow이며 K가 증가함에 따라 basic 밀도 구배가 커진다. 본 연구에서는 Paisley<sup>(11)</sup>의 연구 결과와 비교하고자  $K=0.0, K=0.5, K=0.8, K=1.0$ 에 대하여 계산을 수행하였다.

K가 증가함에 따라 Fig. 2에서와 같이 유동장에서 많은 변화를 보이고 있으며  $K=1.0$ 인 경우 Paisley<sup>(11)</sup>논문에서와 같이 Lee wave가 분명하게 보이고 있다. 또한 재부착 길이도 점차 줄어드는 경향을 보이고 있어 Paisley<sup>(11)</sup>의 계산결과와 매우



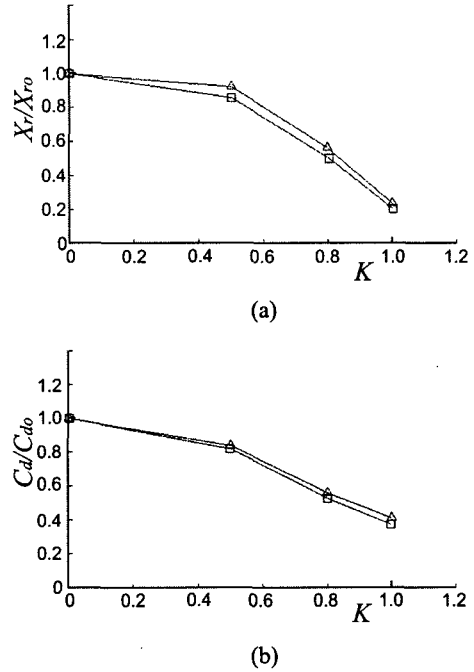
**Fig. 4** Flow over the vertical barrier,  $Re=50$ ; (a)  $Fr=\infty$ ,  $K=0.0$  (neutral flow), (b)  $Fr=3.180$ ,  $K=0.5$ , (c)  $Fr=1.989$ ,  $K=0.8$ , (d)  $Fr=1.592$ ,  $K=1.0$

유사함을 알 수 있다. Fig. 3은 neutral flow 에서의 항력계수( $C_{d0}$ )와 재부착 길이( $X_{r0}$ )로 normalize 된 결과이다.  $K$ 가 증가함에 따라  $C_d$ 가 감소하다가  $K=1.0$ 인 경우  $C_d$ 가 다시 증가하는데 반해, 재부착 길이는 계속 감소하는 Paisley<sup>(11)</sup>의 계산 결과와 일치한다.

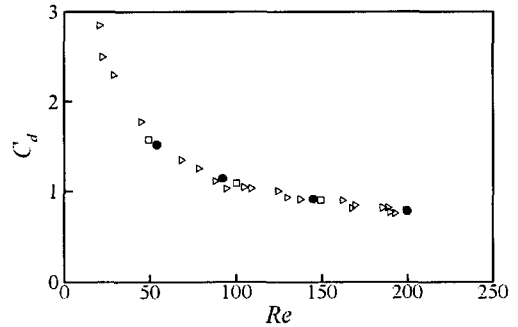
3.2 Flow over the vertical barrier

$Re=50$ ,  $Sc=1000$ 에서 계산하였으며 Fig. 4에서  $K$ 의 변화에 따른 유선의 변화를 나타내었다. 가상 경계법으로 수직 장애물 형상을 구현하기 위해 매우 얇은 판으로 가정하고 운동량 부가, 질량 원천/흡입, 밀도 부가를 적용하였다. 코사인 언덕의 경우와 유사하게  $K$ 가 증가함에 따라 재부착 길이가 감소하며,  $K=1.0$ 일 때 장애물 후류에서 lee wave가 관찰된다.

Fig. 5은  $K$ 의 변화에 따른 재부착 길이와 항력 계수의 변화를 보여준다. Fig. 5 (a)와 (b)에서 보는 바와 같이 코사인 언덕에서의  $K$ 에 따른  $C_d$  변화와는 달리  $C_d$ 가 계속 감소하는 것을 알 수 있으며 이는 Paisley<sup>(11)</sup>의 결과와 일치함을 알 수 있다.



**Fig. 5** Vertical barrier  $Re=50$ ; (a) normalized reattachment length, (b) normalized drag coefficient. —□—, present results; —△—, Paisley (1997)



**Fig. 6** Drag coefficient for a sphere; ●, present results; □, Johnson & Patel (1999); ▽, Roos & Willmarth(1971)

3.3 구를 지나는 유동

우선, 밀도 구배가 없는 경우 구를 지나는 유동에 대한 가상 경계법의 검증은 위해 여러  $Re$ 수에서 계산을 수행하였다. Fig. 6은 basic 밀도 구배가 없는 경우 구를 지나는 유동에 대하여  $Re$ 의 변화에 따른 항력계수의 변화를 나타낸 그림

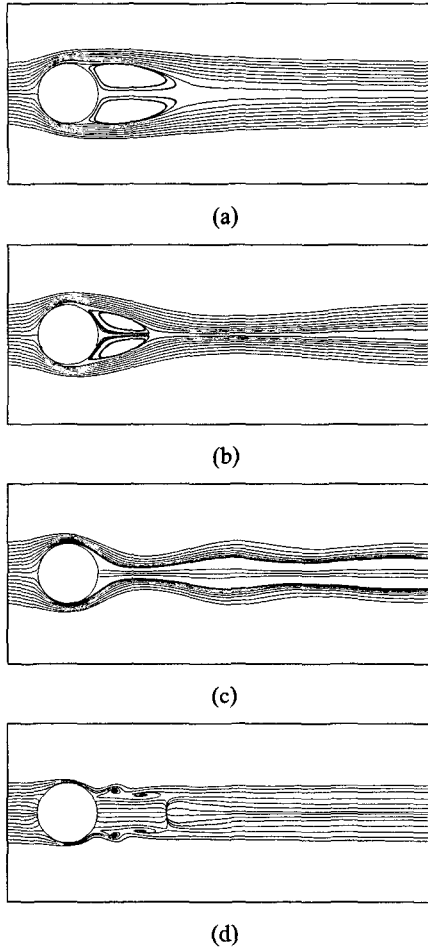


Fig. 7 Streamlines in the vertical plane( $y=0$ ,  $x-z$  plane) at  $Re=200$ ; (a)  $Fr=10.0$ , (b)  $Fr=1.0$ , (c)  $Fr=0.5$ , (d)  $Fr=0.2$

이다. 다른 실험 및 계산 결과와 잘 일치하는 것을 볼 수 있다.

밀도 부가를 도입한 가상 경계법을 이용 하여, 성층 유동에 대한 계산으로  $Re=200$ ,  $Sc=1000$ 에서  $Fr=10, 1, 0.5, 0.2, 0.1$ 인 경우에 대해 계산을 수행하였다.

$Re=200$ 에서 밀도 구배가 없는 neutral flow 경우 steady 유동이 되지만 밀도 성층 유동에서는  $Fr$ 의 변화에 따라 여러 유동 특징을 가진다. Hanazaki<sup>(6)</sup>는  $Re=200$ 에서 다양한  $Fr$ 에 따른 수치 해석 연구를 수행하였다. 하지만 여러 실험에서 보여진 낮은  $Fr$ 에서의 비정상 유동 현상이 Hanazaki<sup>(6)</sup>의 연구결과에서는 나타나지 않았다.

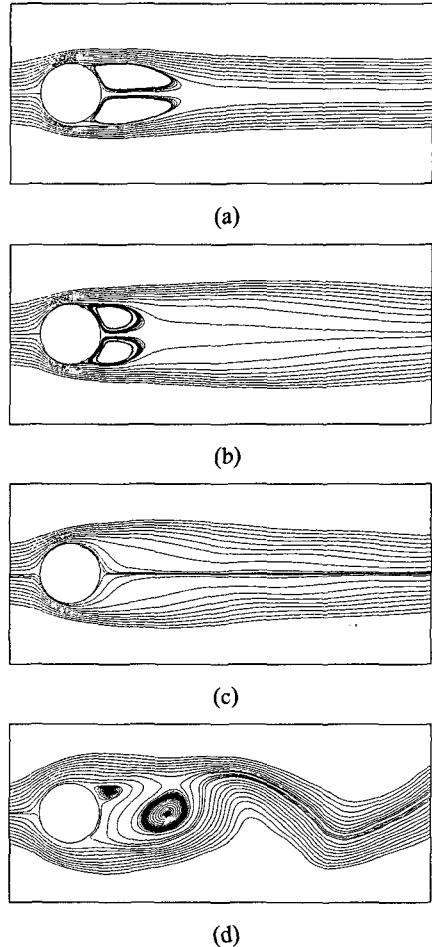


Fig. 8 Streamlines in the horizontal plane( $z=0$ ,  $x-y$  plane) at  $Re=200$ ; (a)  $Fr=10.0$ , (b)  $Fr=1.0$ , (c)  $Fr=0.5$ , (d)  $Fr=0.2$

또한 Lee & Yang<sup>(8)</sup>에 의한 수치해석 결과에서는 낮은  $Fr$ 에서 비정상 유동이 발생하였으나 그 범위가 실험과 일치하지 않고 있다. Lin 등<sup>(7)</sup>이 측정한 실험에 의하면  $Fr$ 가 약 0.25보다 작은 경우 와플림이 발생하여 비정상 유동이 되었다. Hanazaki<sup>(6)</sup>의 연구 결과에서는 출구에서  $\partial u_i / \partial x = 0$ 인 경계조건을 사용하였기에 와플림이 발생하지 않은 것으로 판단되며, Lee & Yang<sup>(8)</sup>의 결과에서는 입구 경계가 구와 근접해서 비정상 유동 특징이 나타난  $Fr$ 수가 다른 것으로 생각된다. Fig. 7은  $Fr$ 이 10, 1, 0.5, 0.2인 경우에  $x-z$  평면에서 구 주위의 유선을 나타낸 그림이며 Fig. 8은  $x-y$  평면에서 구 주위의 유선을 나타낸 그림

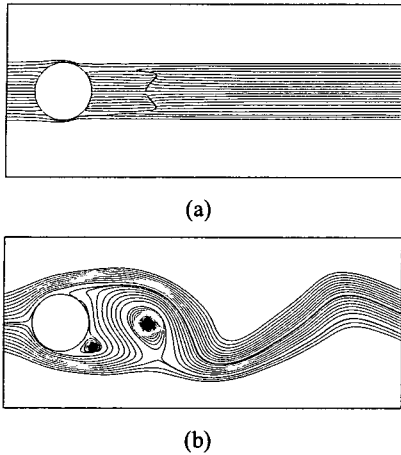


Fig. 9 Computed streamlines past a sphere at  $Re=200$ ,  $Fr=0.1$ ; (a) vertical plane( $y=0$ ), (b) horizontal plane( $z=0$ )

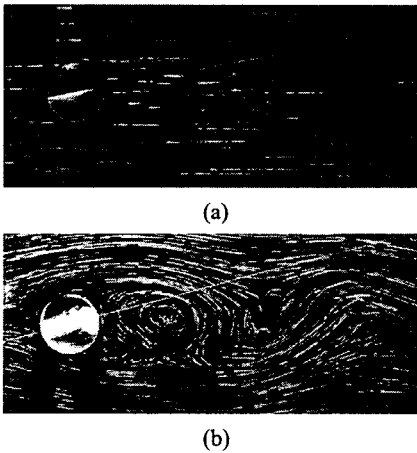


Fig. 10 Particle streaks by Lin et al.<sup>(7)</sup> at  $Re=200$ ,  $Fr=0.09$ ; (a) vertical plane ( $y=0$ ), (b) horizontal plane ( $z=0$ )

이다. Fig. 9는  $Fr=0.1$ 인 경우에 대한 유선을 나타낸 그림이며 Lin 등<sup>(7)</sup>이 유동가시화를 한 Fig. 10과 매우 유사함을 볼 수 있다.  $Fr=10$ , 1, 0.5인 경우 정상상태 유동이 되며  $Fr=0.2$ , 0.1인 경우 Lin 등<sup>(7)</sup>의 실험에서와 같이 수평면( $x-y$ )에서 와홀림이 발생하여 비정상 유동이 된다. 또한  $Fr$ 이 작아짐에 따라 내부 중력파는 감소하게 되어 후류의 재순환 영역은 점점 작아지게 된다.  $Fr=0.5$ 의 경우 후류의 재순환 영역이 사라지는 현상이 발생하여 기존 결과와 일치한다.  $Fr=0.2$ 와 0.1에서 유동은 거의 평판화가 이루어져 기존 실험 및 계

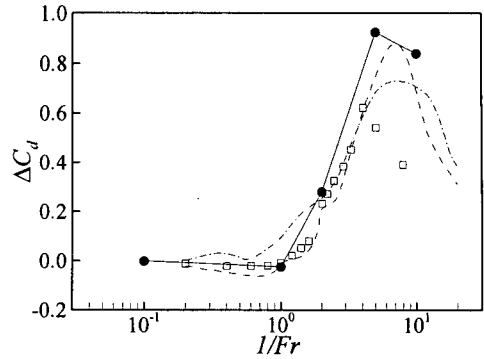


Fig. 11 Variation of  $\Delta C_d$  : —●—, present results; -----, experiments by Lofquist & Purtell (1984); ..... , experiments by Mason (1977); □, Hanazaki's (1988) calculations

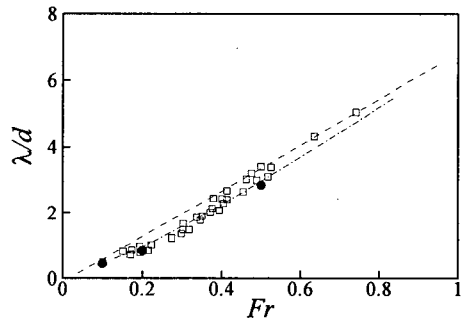


Fig. 12 Normalized lee wavelength against  $Fr$ ; ●, present results; -----, linear theory of Crapper(1959); ..... , Hanazaki's (1988) calculations; □, experiments by Lin et al. (1992)

산 결과와 잘 일치하고 있다. Lin 등<sup>(7)</sup>의 실험에서는 Strouhal수가  $Re$ 와  $Fr$ 에 무관하며, 대략 0.2로 측정되었다. 본 연구의 계산에서는 비정상 유동인 경우  $St$ 가 0.2로 측정되어 Lin 등<sup>(7)</sup>의 실험과 잘 일치하고 있다.

Fig. 11은  $\Delta C_d = C_d(Re, Fr) - C_d(Re, \infty)$ 로 정의되는 항력계수의 차이( $\Delta C_d$ )를  $Fr$ 의 변화에 따라 기존 실험 및 계산 결과와 비교한 그림이다. 여기서  $C_d = Drag / (\frac{1}{8} \rho U^2 \pi d^2)$ 로 정의된다.

성층류가 장애물을 넘어갈 때 후류에서는 내부 중력파의 영향으로 lee wave가 나타난다. Fig. 12

는 Fr에 따른 lee wave의 파장을 나타낸 그림으로 기존 실험 및 계산과 유사함을 볼 수 있다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 복잡한 물체 주위의 유동장을 직교 좌표계로 해석할 수 있는 가상 경계법을 밀도 성층 유동에 적용하고자 밀도 부가를 이용한 새로운 기법을 도입하였다.

3개의 다른 유동장(cosine hill, vertical barrier and sphere)에 가상 경계법을 이용한 밀도 부가를 적용하여 밀도 부가의 타당성을 검증하였다. 코사인 언덕 위의 유동에서는  $K=0.8$ 에서 항력 계수가 가장 작아지는 critical Fr를 검증하였다. 또한 재부착 길이는 계속 작아지는 결과를 얻어 Paisley<sup>(11)</sup>의 계산과 일치 하였다. 수직 장애물의 경우 K가 1.0까지 증가함에 따라 항력 계수와 재부착 길이가 모두 계속 작아지는 경향을 보였고, 그 크기들도 Paisley<sup>(11)</sup>계산 결과와 작은 오차 범위 내에서 일치하였다. 3차원 유동장의 검증으로 구를 지나는 정상(steady)상태의 성층 유동 계산에서는  $Fr=10, 1, 0.5$ 까지 재순환 영역이 작아지다가 0.5에서 재순환 영역이 사라지는 결과를 얻어 기존 실험 및 계산 결과와 일치함을 확인하였다. 또한 기존 실험에서 확인한 바와 같이 본 연구에서도  $Fr=0.2, 0.1$ 에서 와류림이 발생해 비정상 유동장을 형성하였다. 따라서 본 연구에서는 복잡한 형상을 지나는 유동을 직교좌표계에서 쉽게 해석할 수 있는 가상 경계법에 밀도 부가를 도입하고 기존의 실험 및 계산 결과와 엄밀한 검증을 통해 그 타당성을 확보하였다.

#### 후 기

이 논문은 2004학년도 인하대학교의 지원에 의하여 연구되었음(INHA-31634).

#### 참고문헌

- (1) Eiff, O. S. and Bonneton, P., 2000, "Lee-Wave Breaking over Obstacles in Stratified Flow," *Physics of Fluids*, Vol. 12, No. 5, pp. 1073~1086.
- (2) Gheusi, F, Stein, J. and Eiff, O. S., 2000, "A Numerical Study of Three-Dimensional Orographic Gravity-Wave Breaking Observed in a Hydraulic Tank," *J. Fluid Mech.*, Vol. 410, pp. 67~99.
- (3) Uchida, T. and Ohya, Y., 1997, "A Numerical Study of Stably Stratified Flows over a Two-Dimensional Hill," *Journal of Wind engineering and industrial aerodynamics*, Vol. 67, pp. 493~506.
- (4) Mason, P. J., 1977, "Forces on Spheres Moving Horizontally in a Rotating Stratified Fluid," *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.* Vol. 8, pp. 137~154.
- (5) Lofquist, K. E. B. and Purtell, L. P., 1984, "Drag on a Sphere Moving Horizontally Through a Stratified Liquid," *J. Fluid Mech.*, Vol. 148, pp. 271~284.
- (6) Hanazaki, H., 1988, "A Numerical Study of Three-Dimensional Stratified Flow Past a Sphere," *J. Fluid Mech.*, Vol. 192, pp. 393~419.
- (7) Lin, Q., Lindberg, W.R., Boyer, D.L. and Fernando; H.J.S., 1992, "Stratified Flow Past a Sphere," *J. Fluid Mech.*, Vol. 240, pp. 315~354.
- (8) Lee, S. and Yang, K. -S., 2004, "Flow Past a Sphere in Density-Stratified Fluid," *Theoret. Comput. Fluid Dynamics*, Vol. 18, pp. 265~276.
- (9) Kim, J., Kim, D. and Choi, H., 2001, "An Immersed-Boundary Finite-Volume Method for Simulations of Flow in Complex Geometries," *J. Comput. Phys.*, Vol. 171, pp. 132~150.
- (10) Kim, J. and Choi, H., 2004, "An Immersed-Boundary Finite-Volume Method for Simulation of Heat Transfer in Complex Geometries," *KSME Int. J.*, Vol. 18, pp. 1026~1035.
- (11) Paisley, M. F., 1997, "Multigrid Computation of Stratified Flow over Two-Dimensional Obstacles," *J. Comput. Phys.*, Vol. 136, pp. 411~424.
- (12) Roos, F. W. and Willmarth, W. W., 1971, "Some Experimental Results on Sphere and Disk Drag," *AIAA J.*, Vol. 9, No. 2, pp. 285~291.
- (13) Johnson, T. A. and Patel, V. C., 1999, "Flow Past a Sphere up to a Reynolds Numbers of 300," *J. Fluid Mech.*, Vol. 378, pp. 19~70.
- (14) Crapper, G. D., 1959, "A Three-Dimensional Solution for Waves in the lee of Mountains," *J. Fluid Mech.*, Vol. 6, pp. 51~76.