

< 논문 >

이차목을 갖는 초음속 이젝터 작동압력에 대한 연구

김세훈[†] · 진정근* · 권세진**

(2005년 4월 11일 접수, 2005년 7월 15일 심사완료)

Study of Starting Pressure of a Supersonic Ejector with a Second-Throat

Sehoon Kim, Jungkun Jin and Sejin Kwon

Key Words : Supersonic Ejector(초음속 이젝터), Hysteresis(히스테리시스), Starting Pressure(작동 압력), Mixing Model(혼합 모델), Overexpanded Flow(과도팽창 유동)

Abstract

Starting pressure of a supersonic ejector with a second-throat was investigated. In case of mixing chamber length longer than a critical length, starting pressure is in proportion to length of the mixing chamber. In this study, we assumed that the ejector starts when the primary supersonic flow reaches inlet of the second-throat and the distance of the supersonic flow traveling can be expressed by multiplying an empirical factor to the first diamond shock length of overexpanded flow. To calculate the overexpanded supersonic flow, a mixing model was employed to compute secondary flow pressure and the result was applied to back pressure condition of overexpanded flow calculation. In the result, for three cases of primary nozzle area ratio, we could get accurate model of predicting the starting pressure by selecting a suitable empirical factors around 3.

기호설명

A : 단면적, m²
 D : 지름, m
 f : 마찰계수
 h : 엔탈피, J/kg
 L : 길이, mm
 M : 마하수
 Mw : 분자량, kg/kmol
 m : 질량 유량, kg/s
 o.e.f : 과도팽창 인자(경험값)
 P : 압력, bar
 R : 기체상수, J/kgK
 T : 온도, K

v : 속도, m/s
 α : 혼합챔버 수축각, degree
 γ : 비열비
 η : 디퓨저 효율
 λ : 첫번째 다이아몬드 충격파의 길이(mm)

하첨자

0 : 정체조건
 2nd : 이차목
 a : 대기조건
 b : 배기조건
 cr : 혼합챔버의 임계길이, mm
 d : 디퓨저
 i : 혼합챔버 입구
 m : 혼합조건
 P : 주유동 조건
 S : 부유동 조건
 st : 작동조건
 unst : 작동멈춤조건

* 한국과학기술원 대학원 항공우주공학전공
 ** 회원, 한국과학기술원 대학원 항공우주공학전공
 † 책임저자, 회원, 한국과학기술원 항공우주공학전공
 Email : SehoonKim@kaist.ac.kr
 TEL : (042)869-3786, FAX : (042)869-3710

1. 서론

이차목을 갖는 초음속 이젝터의 경우, 이차목 형태의 초음속 풍동과 같이 작동성능 곡선에서 히스테리시스(hysteresis)를 가진다.⁽¹⁻⁴⁾ 하지만, 이차목이 없이 일정한 단면적의 혼합챔버를 갖는 초음속 이젝터의 경우, 작동압력은 주유동 노즐목 면적과 혼합챔버의 단면적의 비를 이용한 수직충격과 관계식에 의해 쉽게 얻을 수 있고, 히스테리시스 없으므로 작동멈춤압력은 작동압력과 같다.⁽⁵⁾

Fig. 1은 이차목을 갖는 환형 분사 초음속 이젝터의 작동성능곡선의 개념도이다. 그림에서와 같이 이젝터가 작동을 하면, 주유동 압력을 작동압력보다 낮추어도 작동상태를 유지하며 더 낮은 압력에서 작동을 멈추는 히스테리시스를 보인다. 김^(1,2) 등은 여러가지 중요한 형상변수를 선택하고 그 형상변수가 이젝터 작동성능 곡선에 미치는 영향을 실험적으로 연구하여 작동압력과 작동멈춤압력을 결정하는 형상변수에 대한 연구를 수행하였다. 그 결과, 작동멈춤압력은 주유동 노즐목과 이차목의 목면적비를 이용한 수직충격과 관계식에 의해 쉽게 얻을 수 있었지만, 작동압력의 경우 작동멈춤압력보다 복잡한 거동을 보였다.^(1,2)

Fig. 2은 김^(1,2) 등의 혼합챔버 길이에 대한 작동압력 결과이다. 혼합챔버 입구의 지름이 일정한 조건에서, 혼합챔버의 길이는 수축각(α)과 혼합챔버 출구 지름인 이차목 지름에 의해 결정된다. 그림에서와 같이 수축각이 10도로 큰 경우, 이차목의 단면적이 증가하면 혼합챔버의 길이는 줄어들지만 목면적비가 증가하여 수직충격과 관계식에

의해 작동압력이 증가한다. 하지만, 수축각이 4도로 작은 경우, 이차목의 면적이 작아지면 목면적비는 작아지지만 작동압력은 증가하여 10도의 경우와 상반된 결과가 나타난다. 이러한 이유는 수축각이 작아지면 혼합챔버의 길이가 급격히 증가하여 이젝터를 작동시키기 위한 높은 주유동 압력이 필요하기 때문이다. 그리고 이때 작동압력은 혼합챔버의 길이에 비례하여 증가한다.

김^(6,7) 등은 이젝터 작동 후 정상(steady)상태의 부유동 압력을 예측하기 위해 패브리 초킹(Fabri choking)을 이용한 비혼합 모델(non-mixing model)을 사용했다. 하지만, 이젝터 작동은 초음속의 주유동이 이차목까지 채우는 것이므로, 작동압력을 예측하는 문제는 주어진 주유동 압력조건에서 주유동 노즐 출구를 나온 초음속 유동이 이차목까지 도달하는지를 판단하는 것으로 바꾸어 나타낼 수 있다. 따라서 비정상(unsteady) 상태의 접근 방법이 필요하다. 작동 초기에 혼합챔버는 대기압으로 채워져있으므로 노즐 출구에서 과도팽창이 된다.

Fig. 1과 같이 주유동 압력이 증가함에 따라 부유동이 발생하고 압력이 감소하므로 주유동의 초음속 유동이 점점 발달하게되고 어느순간 혼합챔버는 초음속 유동으로 채워져 부유동 압력의 급격한 감소와 함께 이젝터가 작동하게 되는것이다.

본 연구에서는 혼합챔버 길이가 작동압력에 미치는 영향에 대한 이론 해석을 위해 혼합 이론(mixing theory)⁽⁸⁾과 이차원 과도팽창 유동(over-expanded flow)⁽⁹⁾을 이용하였다. 계산은 두 단계로 수행되었다. 우선 주어진 주유동 전압력 조건으로 혼합 이론을 이용하여 부유동 압력을 계산 하였다. 다음으로 이렇게 계산된 부유동 압력을 과도팽창

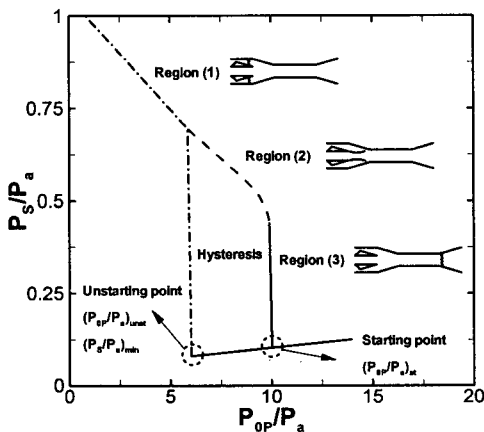


Fig. 1 Typical performance curve of an annular injection type supersonic ejector with a second-throat

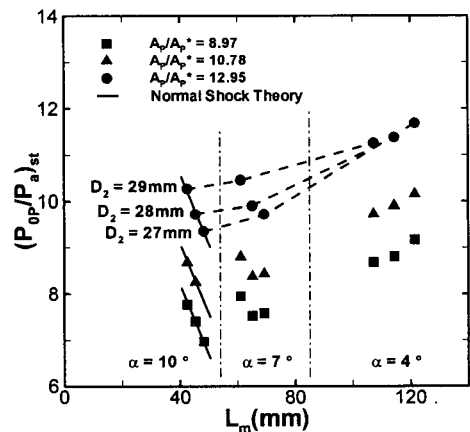


Fig. 2 Starting pressure vs. length of mixing chamber

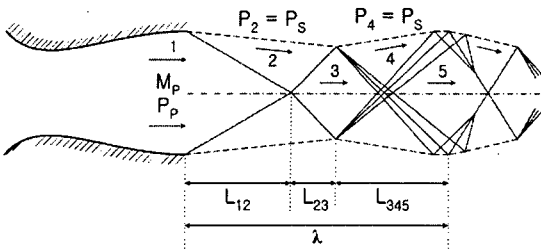


Fig. 3 Diamond shock structure of an overexpanded flow

유동의 배압(back pressure)로 사용하였다. 계산된 배압 조건에서 초음속 주유동이 진행되는 거리가 혼합챔버 길이보다 길면 즉, 이차목까지 닿으면 그 주어진 주유동 전압력에서 이젝터는 작동하는 것으로 판단할 수 있는 것이다. 만약 작동하지 않을 경우 주유동 전압력을 조금씩 증가시키며 작동 할 때까지 같은 계산을 반복 수행한다. 하지만 과도팽창 유동에서 초음속 유동의 진행거리를 정확히 계산하는 것은 매우 어려운 일이므로 본 연구에서는 실험 결과를 잘 예측하는 경험값(o.e.f : overexpanded flow factor)을 도입하여 작동압력을 예측하고자 하였다. Fig. 3 은 일반적인 과도팽창 유동의 충격파 구조이다. 과도팽창 유동은 여러 개의 반복적인 다이아몬드 형태의 충격파로 이루어지므로, 첫번째 주기의 다이아몬드 충격파의 길이(λ)를 계산하여 경험값을 곱해 초음속유동의 거리를 계산하였다. 김^(1,2) 등이 수행한 세가지 주유동 노즐 면적비의 조건에서 계산을 수행하여 최적의 값을 찾아내는 방법을 취하였다. 그 결과 2.9~2.95 인 값을 가질 때 세가지 노즐 면적비 조건의 작동압력을 모두 잘 예측하는 것을 확인하였다.

2. 이론 해석

2.1 혼합 이론

본 이론 해석에서 혼합 이론 계산의 목적은 주어진 주유동 전압력 조건에서 과도팽창 유동 계산의 배압 조건을 제공하는 것이다. 이젝터가 작동하기 전이므로 패브리 초킹이 발생하지 않기 때문에 혼합 모델을 이용하는 것이 타당하다. Fig.4 는 혼합 모델의 개념도이다. 주유동과 부유동이 혼합 챔버에서 완전 혼합되어 이차목에 들어간 후 파노 유동(Fanno flow)으로 이차목을 통과하고 이것이 아음속 디퓨저를 통하여 대기로 방출된다. 본 해석에서 사용한 가정은 다음과 같다.

이젝터 내의 모든 기체는 일차원 완전 기체

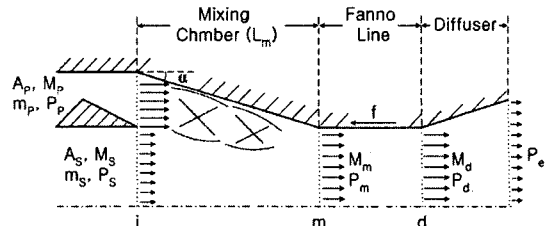


Fig. 4 Starting pressure vs. length of mixing chamber

(perfect gas)이며 응축(condensation) 현상이 발생하지 않는다. 혼합챔버 내에서 마찰이나 충격파에 의한 압력손실은 없다. 단열이므로 외부와의 열교환은 없다. 이와 같은 가정을 통하여 Fig. 4 의 혼합챔버 내에서의 연속방정식과 모멘텀 및 에너지 보존식은 다음과 같다.

$$m_p + m_s = m_m \tag{1}$$

$$P_p A_p + P_s A_s - P_m A_m = -v_p(\rho_p A_p v_p) - v_s(\rho_s A_s v_s) + v_m(\rho_m A_m v_m) \tag{2}$$

$$h_{0p} m_p + h_{0s} m_s = h_{0m} m_m \tag{3}$$

위의 식들을 이상기체 상태 방정식과 정체엔탈피 관계식 그리고 음속식을 이용하여 마하수의 식으로 정리하면 식 (8)을 얻을 수 있다.⁽⁸⁾ 여기서 $F_3(M)$ 은 간단한 정리를 위한 기체역학 식으로 식 (9)와 같이 정의되며 마하수만의 함수이다. 또한, 식 (8)에서 혼합 기체의 전온도는 식 (10)과 같다.

$$P = \rho RT \tag{4}$$

$$h_0 = C_p T_0 \tag{5}$$

$$a = \sqrt{\gamma RT} \tag{6}$$

$$M = v/a \tag{7}$$

$$F_3(M_m) = \frac{\left[\frac{T_{0p}}{T_{0m}} \right]^{1/2} \left[\frac{P_s}{P_p} \cdot \frac{A_s}{A_p} \cdot F_1(M_s) + F_1(M_p) \right]}{\left[1 + \frac{m_s}{m_p} \right] \cdot F_2(M_p)} \tag{8}$$

$$F_3(M) \equiv \frac{F_1(M)}{F_2(M)} = \frac{1 + \gamma M^2}{M \left\{ \gamma \left[1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right] \right\}^{1/2}} \tag{9}$$

$$\frac{T_{0m}}{T_{0P}} = \frac{\frac{T_{0S} \cdot m_s \cdot Mw_p}{T_{0P} \cdot m_p \cdot Mw_s} \left(\frac{\gamma_s}{\gamma_s - 1} \right) + \left(\frac{\gamma_p}{\gamma_p - 1} \right)}{\frac{m_s \cdot Mw_p}{m_p \cdot Mw_s} \left(\frac{\gamma_s}{\gamma_s - 1} \right) + \left(\frac{\gamma_p}{\gamma_p - 1} \right)} \quad (10)$$

식 (8)을 계산하기 위해 부유동의 압력(P_s)을 가정한다. 이러한 가정을 통해 계산된 $F_3(M_m)$ 을 식 (9)를 이용하여 M_m^2 에 대한 이차방정식을 풀면 두 개의 해를 얻을 수 있다. 하지만 이젝터가 작동하지 않는 상태이므로 $M_m < 1$ 인 값을 취한다. 이렇게 얻은 M_m 를 이용하여 혼합 기체의 압력 (P_m)을 식 (11)과 같이 구할 수 있다.

$$P_m = \frac{P_s \cdot \frac{A_s}{A_p} \cdot F_1(M_s) + P_p \cdot F_1(M_p)}{\left(1 + \frac{m_s}{m_p} \right) \cdot F_1(M_m)} \quad (11)$$

완전 혼합된 유동은 파노유동을 통하여 이차목을 통과하게 되는데, 파노유동 계산은 기체역학 교과서 등에서 많이 다루고 있으므로 자세한 내용을 서술하지 않겠다.⁽⁹⁾ 단, 본 연구에서 사용된 마찰 계수(f)는 0.028 이다. 파노유동으로 얻어진 마하수 (M_d)와 압력(P_d)은 효율이 η 인 아음속 디퓨저를 통과하여 대기로 방출되는데 디퓨저 출구의 압력 (P_e)는 식 (12)와 같이 구할 수 있다.

$$P_e = P_d \left(1 + \eta \frac{\gamma - 1}{2} M_d^2 \right)^{\gamma/(\gamma - 1)} \quad (12)$$

위와 같은 계산을 식 (12)를 통하여 얻은 출구 압력이 배압(P_b)과 같을 때까지 반복 수행한다.

2.2 과도팽창 유동

과도팽창 유동 계산의 목적은 2.1 의 혼합 모델 계산을 통하여 얻은 부유동 압력을 배압조건으로 다이아몬드 충격파 첫번째 주기의 길이(λ)를 계산하는 것이다. 이것 역시 많은 기체역학 교과서에서 이를 다루고 있으므로 자세한 내용이나 수식은 언급하지 않겠다.⁽⁹⁾ 본 연구에서 정의한 첫번째 주기의 다이아몬드 충격파란 Fig. 3 에서 1-5 의 구간으로 팽창파(expansion wave)가 모여 다시 충격파

를 이루는 구간까지이다. 이와 같은 형태의 충격파가 계속해서 반복적으로 발생하지만, 본 연구에서는 간단한 계산을 위하여 경험값을 도입해 초음속 유동의 진행거리를 나타내하고자 하였다.

3. 결과

Fig. 5 는 본 연구의 계산 결과를 설명하기 위한 개념도이다. 보다 쉬운 이해를 위해 앞의 작동압력 곡선 Fig. 2 와 축을 서로 바꾸어 나타내었다. 그림에서 실선이 의미하는 것은 가로축과 같은 주유동 전압력 조건에서 초음속인 주유동이 진행되는 길이를 나타낸 것이다. 반대로 말하면, 세로축과 같은 길이의 혼합챔버를 채우기 위해 필요한 최소의 주유동 전압력 그래프이다. 즉, 임의의 목면적비를 갖는 이젝터의 혼합챔버 길이가 실선의 아래영역에 존재 할 경우(그림에서 C, D), 이젝터 작동압력은 목면적비를 이용한 수직충격파 관계식에 의해 쉽게 구할 수 있다. 이때는 목면적비가 커질수록 혼합챔버 길이가 짧아지므로 작동압력은 혼합챔버 길이와 반비례한다. 하지만 실선의 위 영역에 존재할 경우(그림에서 A, B), 작동압력은 혼합챔버를 채우기 위한 최소압력이 되므로 혼합챔버 길이에 비례하여 증가하게 된다(그림에서 A', B'). 이것은 김^(1,2)등이 설명한 혼합챔버의 길이가 임계길이(L_{cr})보다 짧을 경우 작동압력은 수직충격파 관계식에 의해 계산되지만, 길 경우 혼합챔버 길이에 비례하여 작동압력이 증가한다는 것을 정확히 보여주는 것이다. 더욱이 혼합챔버의 임계길이 그림에서와 같이 실선과 점선이 만나는 점이

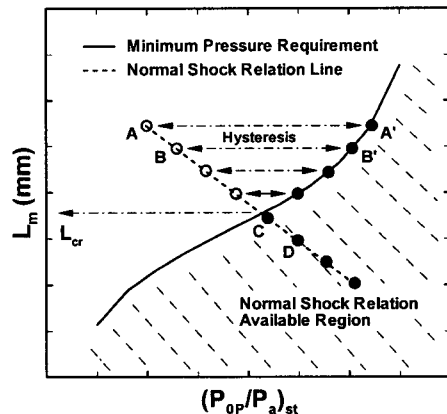


Fig. 5 Minimum pressure requirement curve according to mixing chamber length

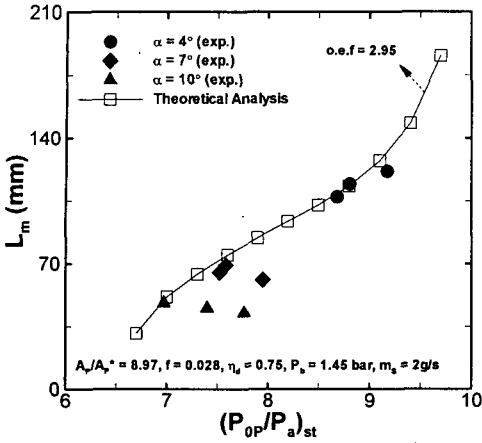


Fig. 6 Starting pressure curve of $A_p/A_p^* = 8.97$

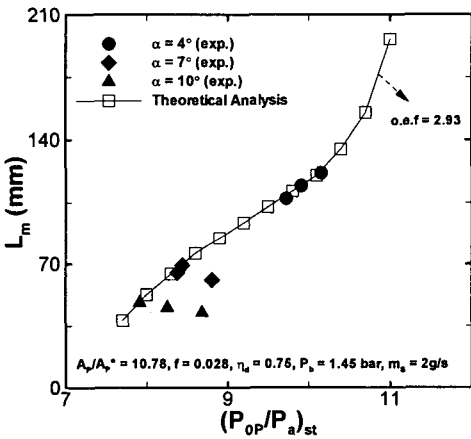


Fig. 7 Starting pressure curve of $A_p/A_p^* = 10.78$

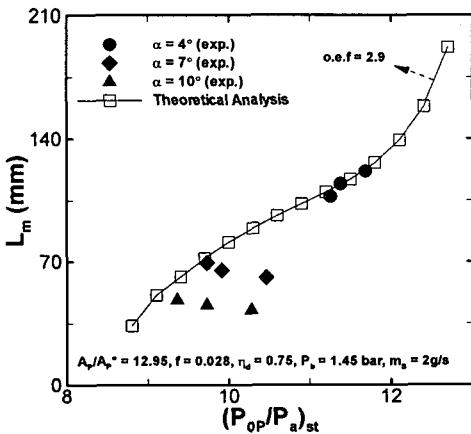


Fig. 8 Starting pressure curve of $A_p/A_p^* = 12.95$

된다는 것도 알 수 있다. 또한, 작동멈춤압력은 목면적비를 이용한 수직충격과 관계식에 의해 결정되므로 그림에서 점선과 같다. 따라서 김^(1,2)등이 실험한 혼합챔버의 길이가 길어질 경우 히스테리시스가 증가하는 현상도 그림을 통하여 쉽게 이해된다.

Fig. 6 에서 8 은 주유동 노즐 면적비 변화에 따른 작동압력의 결과이고, 주유동 면적비는 순서대로 8.97, 10.78 그리고 12.95 이다. 세 그림에서와 같이 경험값(o.e.f)이 2.9~2.95 인 값을 가질 때, 이론해석이 실험값을 잘 예측하는 것을 볼 수 있다. 앞선 Fig. 2 의 설명에서와 같이 수축각이 10 도로 큰 경우, 혼합챔버의 길이가 짧으므로 초음속인 주유동이 쉽게 혼합챔버를 채울 수 있다. 따라서 작동압력은 일반적인 중앙분사 이젝터의 경우에서와 같이 주유동 노즐목과 이차목의 비인 목면적비에 의한 수직충격과 관계식으로 결정된다. 하지만 수축각이 4 도로 작은 경우, 혼합챔버의 길이가 길어지게 되므로 혼합챔버를 초음속 유동으로 채우기 위한 보다 높은 주유동 전압력이 필요한 것이다. 그림에서 수축각이 7 도인 경우의 과도적인 거동까지 정확히 모사됨을 확인할 수 있다.

4. 결론

본 연구에서는 주유동의 초음속 유동이 이차목의 입구에 닿을 때, 이젝터가 작동한다는 가정을 통하여 이차목을 갖는 초음속 이젝터의 작동압력을 이론 해석 하였다. 혼합 이론을 통하여 계산된 부유동 압력을 배압으로 하여 주유동을 과도팽창 조건으로 계산해 진행 거리를 예측하고자 했으며, 반복적인 다이아몬드 형태의 충격파의 첫번째 주기의 길이에 경험값을 곱하여 실험값을 비교하였다. 세가지 주유동 노즐 면적비에 대하여 계산을 수행한 결과, 경험값이 2.9 ~ 2.95 일 때 실험결과를 잘 예측하는 것을 확인하였다. 이렇게 얻은 경험값에 중요한 물리적 의미를 두기는 어려우나, 본 연구에서 사용한 계산 방법과 가정들이 물리적으로 타당하다는 것을 확인 할 수 있었다. 본 연구의 의의는 비정상 상태의 복잡한 작동 현상을 두 가지 계산 과정과 하나의 경험값으로 예측할 수 있었다는 것이다. 같은 방법을 이용하면 이차목을 갖는 초음속 풍동의 작동압력을 쉽게 예측할 수 있을 것으로 예상된다. 뿐만아니라 히스테리시스를 갖는 많은 초음속 유체기계의 이론 해석에도 이용 될 수 있을 것으로 예상된다.

참고문헌

- (1) Kim, S., Jin, J. and Kwon, S., 2004, "Development of Ejector System for Chemical Lasers Operating (II)-Optimal Design of the Second-Throat Type Annular Supersonic Ejector," *Trans. of the KSME (B)*, Vol. 28, No. 10, pp. 1231 ~ 1237.
- (2) Kim, S., Jin, J., Kwon, H. and Kwon, S., 2004, "Development of A Rational Design Procedure of Pressure Recovery System for HPCL," GCL-HPL 2004, XV International Symposium on Gas Flow and Chemical Lasers & High Power Laser Conference, Prague, Czech Republic.
- (3) Kim, S., Jin, J. and Kwon, S., 2005, "Development of an Ejector System for Operating of Chemical Lasers (III)-Development and Performance Validation of a Full-Scale Ejector System for High Power Chemical Lasers," *Trans. of the KSME (B)*, Vol. 29, No. 1, pp. 9 ~ 15.
- (4) Kim, S., Jin, J. and Kwon, S., 2004, "Study of Ejector System for cw High Power Chemical Lasers Operating," *KSME Spring Conference*, Phoenix Park.
- (5) Annamalai, K., Visvanathan, K., Sriramulu, V. and Bhaskaran, K. A., 1998, "Evaluation of the Performance of Supersonic Exhaust Diffuser Using Scaled down Models," *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 17, pp. 217 ~ 229.
- (6) Kim, S., Jin, J. and Kwon, S., 2005, "Estimation of Secondary Flow Pressure of an Annular Injection Type Supersonic Ejector Using Fabri-Choking," *KSPE Spring Conference*, Busan National University, submitted.
- (7) Kim, S.; Jin, J. and Kwon, S., 2005, "An Approximation Model of Internal Flow of a Supersonic Ejector of an Annular Injection of Primary Flow," *KSME Spring Conference*, BEXCO, Busan, submitted.
- (8) Mikkelsen, C. D., Sandberg, M. R. and Addy, A. L., 1976, "Theoretical and Experimental Analysis of the Constant Area, Supersonic-Supersonic Ejector," U. S. Army Research Office Grant Number DAHC 04-75-G-0046.
- (9) Haluk Aksel, M. and Cahit Eralp, O., 1994, *Gas Dynamics*, Prentice Hall, pp. 322 ~ 354.