

< 논문 >

## 역복사경계해석을 위한 다양한 조정법 비교

김기완\* · 백승욱† · 신병선\*\* · 길정기\*\*\* · 여권구\*\*\*  
(2005년 1월 12일 접수, 2005년 7월 18일 심사완료)

### Comparison of Regularization Techniques for an Inverse Radiation Boundary Analysis

Ki Wan Kim, Seung Wook Baek, Byeong Seon Shin, Jeong Ki Kil  
and Gwon Koo Yeo

**Key Words:** Inverse Radiation(역복사), Conjugate-Gradient Method(공액구배법), Hybrid Genetic Algorithm(혼합형 유전 알고리즘), Finite-Difference Newton-Method(유한차분 뉴턴법), Parameter Estimation(파라미터 추정)

#### Abstract

Inverse radiation problems are solved for estimating the boundary conditions such as temperature distribution and wall emissivity in axisymmetric absorbing, emitting and scattering medium, given the measured incident radiative heat fluxes. Various regularization methods, such as hybrid genetic algorithm, conjugate-gradient method and finite-difference Newton method, were adopted to solve the inverse problem, while discussing their features in terms of estimation accuracy and computational efficiency. Additionally, we propose a new combined approach that adopts the hybrid genetic algorithm as an initial value selector and uses the finite-difference Newton method as an optimization procedure.

#### 기호 설명

**d** : 이동 방향 벡터  
**L** : 원통 높이, m  
**J** : 민감도 벡터  
**nm** : 측정지점 개수  
**np** : 추정 파라미터 개수  
**P** : 추정 파라미터 벡터  
**q** : 복사 열유속, W/m<sup>2</sup>  
**r<sub>c</sub>** : 원통 반지름, m  
**r<sub>ij</sub>** : 상관 계수  
**S** : 목적함수  
**X\*** : 상대 민감도 계수

#### 그리스 문자

**β** : 이동거리  
**γ** : 공액상수  
**ζ** : 표준 정규분포 확률 변수  
**σ<sub>st</sub>** : 측정값의 표준편차

#### 상첨자

**k** : 반복회수

#### 하첨자

**e** : 추정치  
**m** : 측정치

### 1. 서론

역복사 해석은 온도 또는 복사측정값을 가지고 복사 물성치들을 추정하는 것으로,<sup>(1)</sup> 축대칭 형상에서의 역복사해석은 매질 내부의 온도 분포나 복사 물리량을 추정하는데 적용되어 왔다.<sup>(2,3)</sup> Li

\* 회원, 한국과학기술원 대학원 항공우주공학전공  
† 책임지자, 회원, 한국과학기술원 항공우주공학전공  
E-mail : swbaek@kaist.ac.kr  
TEL : (042)869-3714 FAX : (042)869-3710  
\*\* 오택(주) 축매기술팀  
\*\*\*현대자동차 배기연구팀

는 밖으로 향하는 복사강도를 측정하여, 매질 내부의 생성항 분포를 추정하였고,<sup>(2)</sup>  $O_u$ 와  $W_u$ 는 복사 강도 측정값을 가지고 소멸 계수 분포, 산란 알베도, 그리고, 산란위상함수 등 다양한 복사 물리량을 동시에 추정하였다.<sup>(3)</sup>

이제 까지 역 복사의 ill-posed 특성을 극복하기 위해 다양한 조정법(regularization method)들이 사용되어왔다. 그 중에서 반복 조정법은 목적함수를 측정값과 추정값의 최소 자승(least square) 형태로 표현하고 반복과정을 통해 이를 최소화 하는 방식이다. 공역구배법(conjugate-gradient method) 및 최급강하법(steepest-descent method) 같은 기울기 기반 방법들은 정확한 값을 찾는 반면에 초기 가정치에 영향을 많이 받고, 기울기 정보를 구하기 위해 민감도 문제나 부가 문제를 별도로 풀어야 한다.<sup>(2,3)</sup> 유전 알고리즘(genetic algorithm)과 같은 탐색적 기법은 기울기 정보가 필요치 않고 초기 가정치의 영향을 덜 받는 반면, 확률적 방법이므로 계산 시간이 오래 걸리는 단점이 있다.<sup>(4)</sup> 다른 방법으로는 최소 자승의 형태 대신 측정지점 수 만큼의 에러 함수들을 연립방정식의 형태로 나타내고 이를 푸는 기법인 뉴턴법이 있다.<sup>(5)</sup> 이 역시 기울기 정보를 이용하지만, 초기값이 해 근처에 있을 때, 빠른 수렴성을 보이는 특징이 있다.

파라미터 추정 문제에서 파라미터들이 서로 강하게 상관(highly correlated)되어 있는 경우 기울기 기반 방법들은 불안정성을 보이며 동시에 추정문제에서 해를 찾지 못하였다.<sup>(6)</sup> Orain 등은 열전도도와 접촉 저항을 동시에 추정하는 파라미터 추정 문제에서 유전 알고리즘을 적용하여, 기울기 기반 기법의 하나인 가우스법과 비교하였다.<sup>(7)</sup> 파라미터간의 상관 계수가 증가할수록 가우스(gauss)법은 발산하면서 해를 찾지 못했고, 유전 알고리즘은 수렴했지만, 정확한 값을 찾지는 못했다.

본 연구에서는 흡수, 방사, 산란하는 회체 매질로 차여져 있는 축대칭형상을 보여준다. 매질의 흡수 및 산란 계수는 모두  $0.5 \text{ m}^{-1}$ 이고, 온도는 1000K이다. 길이와 반경은 각각 4m와 1m이고 모든 벽은 확산적으로 방사 및 반사한다. 벽면 1과 3의 방사율은 0.8이고, 온도는 각각 600K과 800K이다. 벽면 2의 경계조건은 미지수이며, 밖으로 향하는 복사열유속(incident radiative heat flux) 측정값을 가지고 추정될 것이다. 복사열유속의 정확한 계산을 위해 공간 및 각도를 각각  $20 \times 50$ 의 검사체적과  $8 \times 14$ 의 검사각도로 이산화 하였다. 밖으로 향하는 열유속은 벽면 2의 경계조건이 임의로 주어졌을 때 유한체적법으로 벽면에서의 복사강도를 구하고, 이를 밖으로 향하는 모든 검사각도에 대하여 적분하여 계산하였다.<sup>(8)</sup>

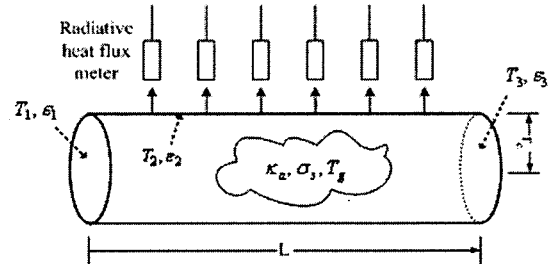


Fig. 1 Schematic of the physical system

으로 채택하는 방법을 제안하고자 한다.

## 2. 이론 해석

### 2.1 직접 문제

Fig. 1은 흡수, 방사, 산란하는 회체 매질로 차여져 있는 축대칭형상을 보여준다. 매질의 흡수 및 산란 계수는 모두  $0.5 \text{ m}^{-1}$ 이고, 온도는 1000K이다. 길이와 반경은 각각 4m와 1m이고 모든 벽은 확산적으로 방사 및 반사한다. 벽면 1과 3의 방사율은 0.8이고, 온도는 각각 600K과 800K이다. 벽면 2의 경계조건은 미지수이며, 밖으로 향하는 복사열유속(incident radiative heat flux) 측정값을 가지고 추정될 것이다. 복사열유속의 정확한 계산을 위해 공간 및 각도를 각각  $20 \times 50$ 의 검사체적과  $8 \times 14$ 의 검사각도로 이산화 하였다. 밖으로 향하는 열유속은 벽면 2의 경계조건이 임의로 주어졌을 때 유한체적법으로 벽면에서의 복사강도를 구하고, 이를 밖으로 향하는 모든 검사각도에 대하여 적분하여 계산하였다.<sup>(8)</sup>

### 2.2 조정법(regularization method)

#### 2.2.1 공역구배법

역해석에서 가장 많이 사용되는 기법으로 상당히 안정적이고 강건한 기법으로 알려져 있다. 기울기 정보를 이용하여 지역 최적값을 찾아가는데, 과거의 기울기 정보를 함께 이용함으로써 최급강하법보다 더 빨리 최적값을 찾아가는다. 이 방법은 다음과 같이 반복 계산을 통해 더 나은값을 찾아가는다.<sup>(9)</sup>

$$\mathbf{P}^{k+1} = \mathbf{P}^k - \beta^k \mathbf{d}^k \quad (1)$$

여기서,  $k$ 는 반복 계산 수,  $\beta$ 와  $\mathbf{d}$ 는 각각 이동 거리와 방향을 나타내며, 이동 방향은 다음과 같이

구한다.

$$\mathbf{d}^k = \nabla S(\mathbf{P}^k) + \gamma^k \mathbf{d}^{k-1} \quad (2)$$

여기서, 공액 상수는 다음과 같이 구하게 된다.

$$\gamma^k = \frac{\sum_{j=1}^{np} [\nabla S(\mathbf{P}^k)]_j^2}{\sum_{j=1}^{np} [\nabla S(\mathbf{P}^{k-1})]_j^2} \quad (3)$$

첫 번째 반복에서는  $\gamma^0 = 0$ 이 된다. 여기서,  $np$ 는 추정해야 할 파라미터의 총 개수이다.

식 (3)의 공액 상수를 구하기 위해서는 목적함수의 파라미터에 대한 일차 미분값이 필요한데, 만약 측정값이 복사 열유속이라면 목적함수와 미분값이 다음과 같이 표현된다.

$$S(\mathbf{P}^k) = \sum_{i=1}^{nm} (q_{m,i} - q_{e,i}(\mathbf{P}^k))^2 \quad (4)$$

$$[\nabla S(\mathbf{P}^k)]_j = -2 \sum_{i=1}^l J_{j,i} [q_{m,i} - q_{e,i}(\mathbf{P}^k)] \quad (5)$$

여기서,  $J$ 는 파라미터에 대한 복사열유속의 일차 미분값인 민감도 상수로 구성되는 민감도 벡터이며 다음과 같이 정의된다.

$$J_{j,i} = \frac{\partial q_{e,i}(\mathbf{P}^k)}{\partial P_j} \quad (6)$$

마지막으로, 식 (1)에서의 이동거리는 식 (5)를 이동거리  $\beta$ 에 대해 최소화하는 값으로 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\beta^k = \frac{\sum_{i=1}^{nm} \left( \sum_{j=1}^{np} X_{j,i} d_j^k \right) [q_{e,i}(\mathbf{P}^k) - q_{m,i}]}{\sum_{i=1}^{nm} \left\{ \sum_{j=1}^{np} (X_{j,i} d_j^k) \right\}^2} \quad (7)$$

### 2.2.2 혼합형 유전 알고리즘

유전 알고리즘은 자연선택이라는 다윈의 개념을 기본으로 한 탐색기법이다.<sup>(10)</sup> 최적값을 찾아 하나의 해를 반복 계산하는 기울기 기반 기법과는 다르게 해들의 집합이 반복 계산되는 해집단 기반(population-based) 기법이다. 각각의 세대수(기울기 기반 기법에서 반복횟수에 해당된다)에서 다음과 같은 유전 연산이 수행된다. 먼저, 부모세대(전 반복회수)에서 좋은 적합도(fitness)를 가지

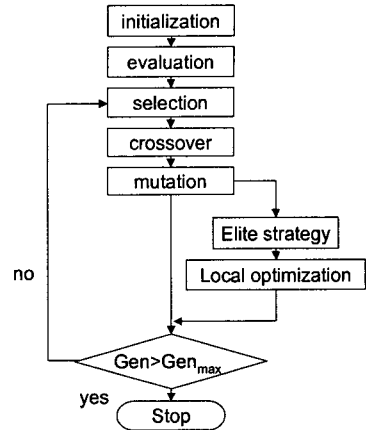


Fig. 2 The flowchart of a hybrid genetic algorithm

는 해들을 선택하여 새로운 해집단(population)을 만든다. 교차(crossover) 연산에서는 이 연산이 수행될 해들을 무작위로 선택하여 쌍을 이루게 하고, 이 쌍들이 서로의 정보를 교환함으로써 더 나은 값을 찾아 간다. 돌연변이(mutation) 연산은 현 세대의 해들로는 표현되지 않는 값을 찾기 위해 스스로 해의 정보를 바꾸는 연산이다. 이 연산이 수행되는 해 역시 무작위로 선택된다. 이러한 연산을 통하여 더 좋은 해들을 찾고, 이 값을 자녀세대로 넘겨준다. 이러한 절차가 정해진 세대수만큼 반복 계산되고 그 과정에서 가장 좋은 최적값을 찾게 된다.

유전 알고리즘들은 공간 탐색 능력이 뛰어나지만 최적점 근처에서 최적점까지 도달하는데 많은 시간이 소요된다. 이는 유전 연산들이 확률적으로 일어나기 때문에 최적점 근처에서의 미세 조정 능력이 떨어지기 때문이다. 이를 보완하기 위해 다양한 방법들(즉, 혼합형 유전 알고리즘, 병렬유전 알고리즘, 공진화, 에코 모델 등)이 연구되고 있는데, 이 중 혼합형 유전 알고리즘은 유전연산을 거친 해집단들에 지역 최적화 알고리즘을 적용하는 방식이다. 세대수가 증가함에 따라서 최고 적합도가 계속 증가할 수 있도록 엘리트 전략을 사용하고, 이 해에 지역 최적화 알고리즘을 적용함으로써 전역(global) 최적해로의 빠른 수렴을 꾀하였다.

유전 알고리즘은 최적화하려는 목적함수의 설계변수에 대한 기울기의 정보가 필요치 않기 때문에 역해석에서 추정해야 하는 파라미터가 많을

Table 1 Parameters to be estimated and correlation coefficients

Case	Parameters	Exact value ( $T_i=T_i/1000, P_i=P_i/1000$ )	Correlation coefficients
1	$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$	0.8	-0.905, 0.799, 0.824
2	$T_1, T_2, T_3$	0.6, 1.2, 0.8	0.910, 0.823, 0.839
3	$\varepsilon_2$ & $T_2$	0.8, 1.2	-0.997
4	$T_2 = P_1 + P_2r + P_3r^2 + P_4r^3$	0.6, 0.95143, -0.45023, 0.0562	-0.976, 0.933, -0.889, -0.987, 0.963, -0.992
5	$T_2 = P_1 + P_2r + P_3r^2 + P_4r^3$ & $\varepsilon_2$	0.6, 0.95143, -.45023, 0.05622, 0.8	-0.999, 0.997, -0.993, 0.985, -0.999, 0.995, -0.998, 0.983, -0.972

경우나 비선형 문제에서 유용하게 사용될 수 있다.<sup>(11)</sup> Fig. 2는 본 연구에서 사용된 혼합형 유전 알고리즘의 순서도를 보여준다. 해집단의 수를 10으로 하고, 염색체의 표현은 실수형을 고려하였으며, 선택(selection)은 품질 비례 선택 방법 중에서 해들의 다양성 확보를 위해 제안된 확률 보편 샘플링(stochastic universal sampling)을 사용하였다. 교차(crossover) 연산자로는 BLX- $\alpha$  산술적 교차( $\alpha=0.5$ )를 사용하였으며, 돌연변이(mutation) 연산자는 시간이 지남에 따라 교란의 정도를 감소시키는 비균등 돌연변이(non-uniform mutation)를 적용 하였는데, 이 연산이 미세 조정과 유사한 작업을 하게 된다. 이러한 유전연산이 끝나면 엘리트 전략으로 그 세대에서 가장 품질이 좋은 해를 따로 보관하고, 이 해에게만 지역 최적화 알고리즘을 적용한다. 지역 최적화 알고리즘은 비균등 돌연변이에서 사용한 연산자를 사용하였다.<sup>(4)</sup>

2.2.3 유한차분 뉴턴법

기본적인 원리는 앞에서 설명한 공역구배법과 유사하며, 목적함수 및 이동거리, 방향에 대한 식들이 다음과 같이 달라진다.<sup>(5)</sup>

$$P^{k+1} = P^k + \Delta P^k \tag{8}$$

여기서, 이동거리 및 방향을 나타내는  $\Delta$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$\Delta P^k = -[J^T J]^{-1} J^T S \tag{9}$$

여기서,  $J$ 는 식 (6)에서 정의된 값으로 미분값을 계산하기 위해서 유한 차분법을 사용하였기 때문

에 유한 차분 뉴턴법이라 명한다.

목적함수  $S$ 는 측정 지점의 개수만큼 다음과 같이 에러 함수가 연립 방정식을 이루게 된다.

$$S_i(P) = q_{e,i}(P) - q_{m,i}, i=1, \dots, nm \tag{10}$$

2.3 민감도 및 상관해석

민감도 해석은 파라미터 추정의 용이성 및 동시추정 가능성에 대한 유용한 정보를 제공한다. 민감도 계수는 추정하려는 파라미터 값의 변화에 대한 측정값의 변화로 정의 되고, 민감도 계수가 작으면 파라미터 추정이 매우 어려워진다. 왜냐하면 이는 측정값을 고정했을 때 파라미터의 변화영역이 커지기 때문이다. 또한, 추정해야 하는 파라미터의 개수가 많을 때, 민감도 계수들이 선형적으로 의존적이면 동시 추정이 어렵게 된다. 본 연구에서는 민감도 해석을 위해서 차원을 통일한 상대 민감도 계수를 다음과 같이 정의하고 사용하였다.

$$X_{j,i}^* = P_j \frac{\partial q_{e,i}(P^k)}{\partial P_j} \tag{11}$$

추정해야하는 파라미터의 수가 3개 이상인 경우 파라미터 간의 선형 의존도를 직관적으로 판단하기가 쉽지 않다. 상관 해석은 이러한 경우에 각각의 파라미터들이 얼마나 서로 의존적인지에 대한 정보를 준다.

상관 계수는 민감도 계수를 이용하여 다음과 같이 구하게 된다.

$$r_{ij} = \frac{\Phi_{ij}}{\sqrt{\Phi_{ii}\Phi_{jj}}}, \Phi = [X^T X]^{-1}, i, j = 1, \dots, np \tag{12}$$

**Table 2** Comparison of iteration numbers and computational time for various regularization techniques

Case	HGA		CGM		FDNM		
	CPU time (sec)	initial guess	iteration no.	CPU time (sec)	initial guess	iteration no.	CPU time (sec)
1	11464	0.1	11	513	0.1	5	158
		0.5	9	247	0.5	4	104
		0.7	7	180	0.7	3	99
2	18681	0.5	106	4280	0.5	9	255
		1.0	26	1100	1.0	6	213
3	16570	2.0	20	540	2.0	8	304
		0.1-0.7	-	-	0.5	12	348
4	-	0.9	10	268	0.9	5	138
		0.1-0.9	-	-	0.5	17	991
5	-	0.1-0.9	-	-	0.1-0.9	-	-

여기서,  $np$  는 파라미터 개수를 의미한다.

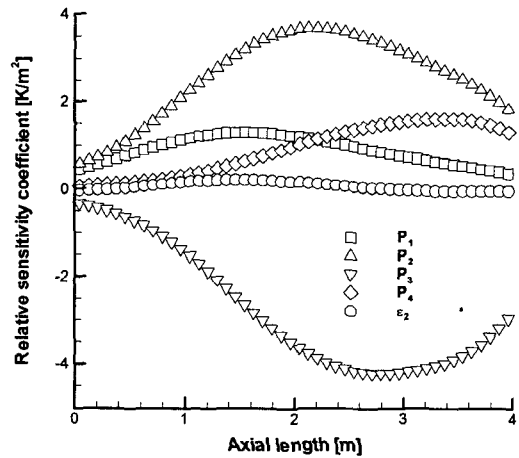
만약 민감도 계수의 절대값이 0.9 이상이면 파라미터간의 상호의존성이 매우 큼을 나타내고, 이 경우 기울기 기반 기법을 이용할 경우 동시 추정이 어렵게 된다.

### 3. 결과 및 고찰

#### 3.1 민감도 및 상관 해석

다양한 조정법의 특징을 비교하고, 상관계수가 추정에 미치는 영향을 알아보기 위해서 Table 1에 나열된 총 5개의 경우를 고려하였다. Case 1에서 3까지는 각각의 경계 조건들을 상수값으로 가정했을 경우에, 각각의 해당되는 값들을 추정하는 것이고, case 4와 5는 온도 분포를 다항식의 형태로 나타낼 때, 그 다항식의 계수들을 추정하는 것이다. 벽면 2의 경계조건을 동시에 추정하는 case 5가 본 연구의 최종 목표가 되겠다. Fig. 3은 벽면 2의 축길이에 대한 민감도 계수의 변화를 도시하였다. 보통 민감도 계수의 값이 클수록 더 정확히 추정되므로, case 5의 경우 방사율의 추정 오차가 가장 클 것으로 미리 예상 할 수 있겠다.

파라미터들이 얼마나 서로 선형적으로 종속적인지 이해하기 어렵기 때문에 각각의 파라미터에 대한 상관계수를 구하였고, 그 결과를 Table 1에 나열하였다. 상관계수는 엄밀해(exact value)를 가지고 계산한 것이다. Case 3에서 5까지에서 몇몇



**Fig. 3** Relative sensitivity coefficient for the case 5

상관계수의 절대 크기가 0.99를 초과하는데, 이는 기울기 기반 기법을 사용할 경우 동시 추정에 어려움이 있을 수 있음을 나타낸다. 방사율과 차수(order)를 맞추기 위해 온도와 다항식 계수를 1000으로 나누어서 추정 절차를 수행하였다.

#### 3.2 다양한 조정법의 성능 비교

측정 오차를 고려하지 않고 다양한 조정법으로 얻은 결과들을 Table 2에 나열하였다. 먼저 혼합형 유전 알고리즘(HGA)는 확률적인 방법이며 해 집단 수에 비례하여 계산 시간이 소요되므로 수렴 조건을 만족하기 위해서 10000초 이상의 시간

**Table 3** Comparison of iteration numbers and computational time when HGA is adopted as initial value selector

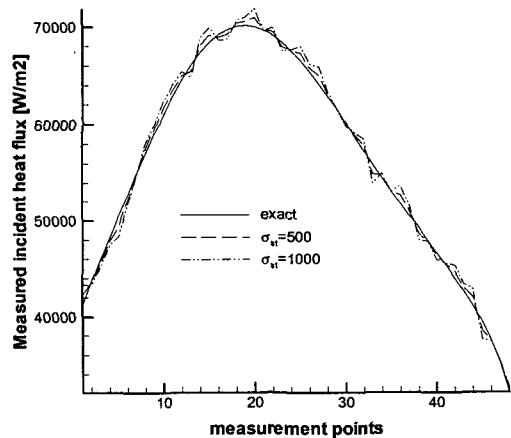
Case	HGA + CGM		HGA + FDNM	
	iteration no.	CPU time (sec)	iteration no.	CPU time (sec)
1	8	397	3	69
	9	590	3	65
	9	602	3	66
2	33	1556	7	260
	35	1639	11	443
	38	1787	9	368
3	27	743	5	130
	43	1548	5	140
	81	1944	4	112
4	936	45158	7	312
5	3232	161258	5	283

이 필요했다. Case 4와 5에서는 주어진 시간에 수렴조건을 만족하지 못했다.

공역구배법(CGМ)의 경우 case 1과 2에서 혼합형 유전알고리즘보다 적은 시간에 다양한 초기값에서 수렴조건을 만족하였다. 하지만, 초기값에 따라서 반복횟수와 계산 시간에 차이가 존재했으며, 이를 통해 기울기 기반 기법은 초기값에 많은 영향을 받음을 확인할 수 있었다. 상관계수의 크기가 커지면서 case 3에서부터 수렴조건을 만족하지 못하거나 발산하는 초기값이 많아졌고, case 4와 5의 경우에는 수렴조건을 만족하는 초기값을 찾지 못했다.

유한차분 뉴턴법(FDNM)의 경우, 모든 경우에서 공역구배법보다 빠른 수렴 성능을 보였고, 몇몇의 경우에 공역구배법이 수렴조건을 만족하지 못한 초기값에서도 최적값을 찾았다. 하지만, 역시 case 5에서 수렴조건을 만족하는 초기값을 찾지 못했다. 이러한 단점을 극복하기 위해 혼합형 유전알고리즘에서 찾아낸 적합도가 뛰어난 해를 기울기 기반 기법의 초기값으로 사용하였고, 이 경우에 해당하는 추정 결과를 Table 3에 나열하였다.

먼저 혼합형 유전 알고리즘을 1 세대에 걸쳐 실행시키고 난 후, 그 세대에서 최고의 적합도를 가지는 해를 공역구배법과 뉴턴법의 초기치로 사용하였는데, 전체적으로 초기치에 따른 편차는 상당히 줄어들었다. 공역구배법은 case 4와 5에서

**Fig. 4** Simulated incident radiative heat flux data for various error levels

최적값을 찾을 수 있었지만, 계산 시간이 매우 길어졌다.

뉴턴법 역시 case 5에서 최적값을 찾았고, 모든 경우에서 공역구배법보다 짧은 시간에 최적값을 찾았다. 그러므로, 유전 알고리즘과 결합하여 실행시키기에 뉴턴법이 좀더 효율적임을 알 수 있었고, 유전 알고리즘 또한 양질의 초기치를 제공함을 알 수 있었다. 이러한 결과를 바탕으로 HGA+FDNM을 이용하여 case 5에 대해서 역해석을 더 수행하였다.

Table 4 Estimated values and relative errors for different standard deviations

Parameter	Exact value ( $P_i=P_i/1000$ )	$\sigma_{st} = 0$		$\sigma_{st} = 500$		$\sigma_{st} = 1000$	
		Estimated value	$\phi_{r.e.} (\%)$	Estimated value	$\phi_{r.e.} (\%)$	Estimated value	$\phi_{r.e.} (\%)$
$P_1$	0.6	0.59999	0.0016	0.61354	2.2566	0.62406	4.01
$P_2$	0.95143	0.95145	0.0021	0.91904	3.4043	0.89351	6.0876
$P_3$	-0.45023	-0.45024	0.0022	-0.43563	3.2427	-0.42406	5.8125
$P_4$	0.05622	0.05622	0	0.05462	2.8459	0.05338	5.0515
$P_{a.e.}$			-0.0014		2.9374		5.2404
$\epsilon_2$	0.8	0.79998	0.0025	0.87226	9.0325	0.94156	17.695

3.3 측정오차가 추정의 정확도에 미치는 영향  
일반적으로 측정값에 측정오차가 포함되어 있으므로 그 영향을 알아보기 위해 다음 식을 이용하여 측정오차를 포함하는 측정값을 만들었다.

$$q_{error,i} = q_{exact,i} + \sigma_{st} \zeta \quad i = 1, 2, \dots, nm \quad (13)$$

여기서,  $\sigma_{st}$ 는 측정값의 표준편차,  $\zeta$ 는 표준 정규분포를 따르는 확률 변수이고,  $nm$ 은 측정지점의 개수이다. Fig. 4는 두 종류의 오차 레벨, 즉,  $\sigma_{st} = 500$ 과 1000에 해당하는 복사열유속 측정값을 보여준다. 이 오차 레벨은 각각 평균 상대 측정 오차 2.4%와 4.79%에 해당하는 값이다.

측정오차가 추정의 정확도에 미치는 영향을 알아보기 위해 다음과 같이 추정 오차를 정의하였다. 임의의 파라미터에 대한 상대추정오차는 다음과 같다.

$$\phi_{r.e.} = \left| \frac{\phi_{estimated} - \phi_{exact}}{\phi_{exact}} \right| \times 100 \quad (14)$$

여기서,  $\phi = P_1, P_2, P_3, P_4, \epsilon_2$ 이다.

특히, 다항식의 계수에 해당하는 파라미터에 대한 평균 상대오차는 다음과 같이 정의하였다.

$$P_{a.e.} = \frac{\sum_{i=1}^4 P_{i,r.e.}}{4} \quad (15)$$

Table 4에 측정오차를 가지고 있는 측정값을 가지고 추정했을 때의 결과를 열거하였다. 수렴 조건으로는 discrepancy principle을 사용하였다.<sup>(9)</sup> 측정오차가 없을 경우 방사율과 온도 분포를 나타내는 다항식의 계수들이 정확하게 추정되었다.

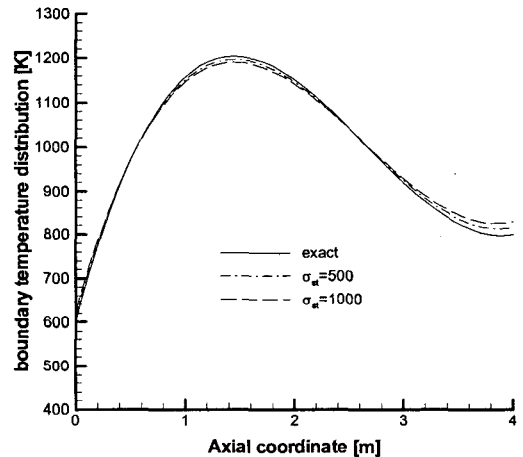


Fig. 5 Estimated boundary temperature distribution for various standard deviations

하지만, 측정 오차를 고려했을 경우, 측정 오차의 표준 편차가 500에서 1000으로 증가할 때, 다항식 계수들의 평균 상대 측정 오차는 2.98에서 5.24로 증가하였고, 방사율의 상대 측정오차는 9.03에서 17.695로 더욱 증가하였다. 이 결과는 Fig. 3에서 나타내듯이 방사율의 민감도 계수가 다른 계수들의 민감도 계수보다 작은 것과 일치하는 것이다. 즉, 방사율과 온도 분포에 대한 계수들을 동시에 추정함에 있어 온도 분포가 더 정확히 추정됨을 알 수 있는데, 이는 역해석을 수행하기 전에 민감도 해석에서 예상했던 결과이다. 해를 얻기 위해 필요한 반복 횟수는 9~11 정도였다. Fig. 5에 각각의 오차 범위에서 추정된 계수를 가지고 온도 분포를 도식하고, 엄밀해와

비교 하였는데, 측정 오차가 있어도 정확히 추정되고 있음을 알 수 있다. 이는 파라미터 추정의 경우 함수 형태를 안다고 가정한 상태에서 계수만을 추정하기 때문에 측정 오차가 있어도 함수의 형태가 유지되어 함수 추정에서 나오는 진동(oscillation) 현상이 나타나지 않는 것으로 사려된다.

#### 4. 결 론

흡수, 방사 및 산란하는 원통 형상의 매질에서, 측정된 복사 열유속이 주어졌을 때 역복사해석을 통하여 다양한 경계조건을 추정하였고, 이 과정에서 여러 조정법을 비교하였다. 또한, 측정 오차가 추정의 정확도에 미치는 영향도 살펴보았다. 본 연구를 수행하고 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

(1) 파라미터들 간의 상관관계가 클 때, 기울기 기반 기법들은 불안정성을 보이며 발산하였으며, 수렴하다고 해도 더 많은 반복횟수가 필요하였다. 반복횟수를 줄이기 위해 적절한 초기치 값이 필요하였다.

(2) 혼합형 유전알고리즘을 초기치 제공을 위한 기법으로 적용함으로써 기울기 기반 기법들의 성능을 향상시킬 수 있었다.

(3) 측정 오차를 무시하였을 때, 다양한 초기 가정치에서 뉴턴법이 공액구배법 보다 빠른 수렴성을 보였다.

(4) 측정 오차를 고려하였을 때, 그 오차가 증가할수록 방사율의 추정 정확도가 다른 파라미터보다 떨어졌는데, 이는 민감도 계수의 값이 가장 작기 때문이며, 민감도 해석을 통해서 미리 예측할 수 있었다.

#### 후 기

본 연구는 환경부 Eco-STAR project(무·저공해 자동차사업단)의 지원으로 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

#### 참고문헌

(1) Kurpisz, K. and Nowak, A. J., 1995, *Inverse*

*Thermal System*, Computational Mechanics Publication, USA, pp. 230-235.

(2) Li, H. Y., 2001, "A Two-Dimensional Cylindrical Inverse Source Problem in Radiative Transfer," *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, Vol. 69, pp. 403-414.

(3) Ou, N. R. and Wu, C. Y., 2001, "Simultaneous Estimation of Extinction Coefficient Distribution, Scattering Albedo and Phase Function of a Two-Dimensional Medium," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 45, pp. 4663-4674.

(4) Kim, K. W., Baek, S. W., Kim, M. Y. and Ryou, H. S., 2003, "A Study on a Hybrid Genetic Algorithm for the Analysis of Inverse Radiation," *Trans. of the KSME(B)*, Vol. 27, No. 10, pp. 1516-1523.

(5) Yang, C. Y., 2003, "Estimation of Boundary Conditions in Nonlinear Inverse Heat Conduction Problems," *J. Thermo. Heat Transfer*, Vol. 17, No. 3, pp. 389-395.

(6) Beck, J. V. and Arnold, K. J., 1977, "Parameter Estimation in Engineering and Science," Wiley, New York, Ch. 7.

(7) Orain, S., Scudeller, Y, Garcia, S. and Brousse, T., 2001, "Use of Genetic Algorithm for the Simultaneous Estimation of Thin Films Thermal Conductivity and Contact Resistances," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 44, pp. 3973-3984.

(8) Chui, E. H., Raithby, G. D. and Hughes, P. M. J., 1992, "Prediction of Radiative Transfer in Cylindrical Enclosure with the Finite Volume Method," *J. Thermo. Heat Transfer*, Vol. 6, pp. 605-611.

(9) Özisik, M. N. and Orlande, H. R. B., 2000, *Inverse Heat Transfer*, Taylor & Francis, New York.

(10) Michalewicz, Z., 1999, *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*, Springer-Verlag, Berlin.

(11) Kim, K. W., Baek, S. W. and Ryou, H. S., 2004, "A Study on the Inverse Analysis of Surface Radiation in a Cylindrical Enclosure," *Trans. of the KSME(B)*, Vol. 28, No. 6, pp. 705-712.