

< 논문 >

## 고무의 피로수명 평가를 위한 찢김에너지 정식화

김 호<sup>†</sup> · 김 현 영\*

(2005년 4월 19일 접수, 2005년 7월 5일 심사완료)

### Formulation of Tearing Energy for Fatigue Life Evaluation of Rubber Material

Ho Kim and Heon Young Kim

**Key Words:** Tearing Energy(찢김에너지), Fatigue Life(피로수명), Rubber(고무), Virtual Crack(가상균열), Energy Release Rate(에너지해방율), Fracture Criterion(파괴기준)

#### Abstract

Fatigue life of metal material can be predicted by the use of fracture theory and experimental database. Although prediction of fatigue life of rubber material uses the same way as metal, there are many reasons to make it almost impossible. One of the reasons is that there is not currently used fracture criteria for rubber material because of non-standardization, various way of composition process of rubber and so on. Tearing energy is one of the fracture criteria which can be applied to a rubber. Even if tearing energy relaxes the restriction of rubber composition, it is also not currently used because of complication to apply in. Research material about failure process of rubber and tearing energy was reviewed to define the process of fatigue failure and the applicability of tearing energy in estimation of fatigue life for rubber. Also, finite element formulation of tearing energy which can be used in FE analysis was developed.

#### 1. 서론

##### 기호설명

- $T$  : 찢김에너지
- $W$  : 변형률 에너지
- $w$  : 단위체적당 변형률 에너지
- $\epsilon$  : 변형률
- $c$  : 균열길이
- $u$  : 변위
- $N$  : 반복하중 주기

고무의 파괴 이론은 1950년대부터 시작되었으나, 제안된 파괴 이론들은 고무 제품 개발에 밀접하게 적용되지 못하였다. 이는 고무 파괴 이론이 실험적인 성격이 매우 강하고 실제 제품과 파괴 시편이 큰 형상차이를 보이며 재료의 비표준화로 인해 피로파괴 관련 시험데이터의 축적이 불가능하였기 때문이다.

고무 파괴의 기준 인자로서 1952년 Rivlin<sup>(1)</sup>에 의해 “찢김에너지(tearing energy)”가 처음 제안되었으며 Andrew 등<sup>(2)</sup>은 탄성과 점탄성간의 찢김에너지 차이를 “히스테리시스 손실계수(hysteresis loss factor)”로 나타내었다. 점탄성 성질에 의한 히스테리시스 손실은 Fukahori<sup>(3)</sup>에 의해 정성, 정량적으로 평가 되었고 임계 찢김에너지(critical tearing energy)의 계산을 탄소-탄소 결합의 분해 에너지를 이용하여 제안하였다. 그러나, 실제 고

<sup>†</sup> 책임저자, 회원, 한국생산기술연구원 자동차부품 클러스터사업단

E-mail : autoho@kitech.re.kr

TEL : (032)8500-136 FAX : (032)8500-130

\* 회원, 강원대학교 기계메카트로닉스공학부

무 제품에서 균열 성장률 측정의 모호함과 찢김 에너지의 계산 방법이 제안되지 않아 고무 파괴 기준인자로서는 역할을 담당하지 못하였다. 직접적으로 찢김에너지에 대한 연구는 아니었지만 동일한 의미를 가지는 에너지 해방률에 대해 Blackburn<sup>(4)</sup>은 균열선단요소(crack tip special element)를 이용하여 에너지 해방률을 계산하는 가상균열성장(VCE, Virtual Crack Extension)법을 제안하였다. 그러나, 고무 균열 성장 위치의 불확실성과 재료의 비압축성 제약조건으로 가상균열 성장법의 고무 재료에 적용은 불가능하였다. 이후 찢김에너지를 이용한 고무 파괴나 내구 수명 평가에 관한 논문은 활발히 발표되지 않았으며 주로 실험에 의한 평가<sup>(5,6)</sup>나 Lake<sup>(9)</sup>의 논문과 같이 간접적으로 찢김에너지를 이용하는 논문이 주를 이루고 있다. 최근 고무 제품의 수명 평가 역시 전적으로 실험에 의존하고 있어 수치적 수명 평가의 토대 마련이 시급하다.

본 논문에서는 Gent의 고무 파괴 현상에 대한 자료와 Rivlin등의 찢김에너지에 관련된 자료를 바탕으로 찢김에너지의 고무 파괴 기준 인자로서 적합성과 수명계산 가능성을 고찰하였다. 일반적인 2차원 및 3차원 제품에서 찢김에너지를 계산하기 위해 유한요소코드에 적용 가능한 정식화를 수행하였으며 Rivlin의 찢김 시편 모델을 이용하여 실험값과 해석결과를 비교함으로써 식의 타당성을 검증하였다.

## 2. 찢김에너지의 고무 적용성

### 2.1 고무 재료 파괴 기준

금속의 선형 탄성 범위내에서는 응력확대계수, 에너지해방률, 응력, 변형률이 서로 관계를 가지며 파괴 기준으로 사용이 가능하다. 그러나, 응력확대계수는 미소변위와 선형탄성을 기본가정으로 하는 Irwin<sup>(10)</sup>의 극부응력식으로부터 유도 되었고, 형상계수와 같은 시편의 형상에 대한 제약이 따르므로, 대변형, 비선형의 성질을 가지고 있고 복잡한 형상의 제품이 대다수인 고무에는 적용이 불가능하다. 그러나, 에너지해방률의 경우 재료에 대한 제약 없이 균열의 성장에 따른 에너지 감소라는 일반적인 사실로부터 유도가 되었으므로 선형, 비선형, 탄성, 소성 및 형상에 독립적이기 때문에 고무에도 적용이 가능하다. 비선형 파괴역

학의 J적분<sup>(11)</sup>도 에너지해방률과 동일한 개념을 가지고 있지만 균열 선단의 응력장에 대한 개념이 필요하고 시편의 형상에 의존적이므로 고무에는 적용이 힘들다. 에너지해방률 이론을 고무에 적용하여 Rivlin에 의해 제안된 찢김에너지는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$T = -\frac{1}{t} \frac{\partial W}{\partial c} \Big|_l \quad \text{또는} \quad -\frac{\partial W}{\partial A} \Big|_l \quad (1)$$

식 (1)에서  $T$ 는 찢김에너지,  $t$ 는 시편의 두께,  $W$ 는 변형률에너지,  $c$ 는 균열길이,  $A$ 는 균열면적을 의미하고, 아래첨자  $l$ 은 시편의 고정된 신장 길이를 의미한다. Rivlin은 천연고무재료 중 한가지 배합 상태에서 서로 다른 형태의 균열시편을 이용하여 찢김에너지를 측정하였으며 급격한 찢김(catastrophic tearing)상태와 초기 찢김(incipient tearing)상태에서 각각 1.3, 0.37 J/cm<sup>2</sup>의 동일한 임계찢김에너지 값이 측정됨을 보였다. 또한 서로 다른 배합조건의 찢김 시편에 대하여 이론적 찢김에너지 계산식 (2)와 체적당 변형률 에너지식 (3)을 이용하여 찢김에너지를 계산한 결과 Fig. 1과 같이 이론식으로부터 찢김에너지 계산이 가능함을 보였다.

$$T = w_0 l_0 \quad (2)$$

$$w_0 = C_1 \left( \lambda^2 + \frac{1}{\lambda^2} - 2 \right) \quad (3)$$

식 (2)에서  $l_0$ 와  $w_0$ 는 각각 균열 시편의 신장된 길이와 저장된 체적 당 변형률 에너지를 나타낸

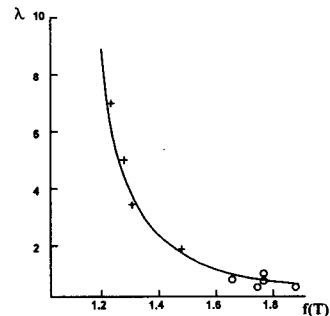


Fig. 1 Experimental and theoretical relation between tearing energy and extension ratio by Rivlin. cross denote vulcanizate A and circle denote vulcanizate B

다. 식 (3)에서  $C_1$ 은 재료 상수이며  $\lambda$ 는 신장률을 나타낸다. Fig. 1에서  $y$ 축은 신장률이며  $x$ 축은 찢김에너지와 변형률에너지의 함수를 나타낸다. 이론식을 나타내는 실선과 서로 다른 두 배합제의 실험결과를 원형과 십자자로 표시한 점이 일치하는 것은 동일한 이론식이 고무의 배합에 상관없이 찢김에너지 계산에 적용될 수 있다는 것을 의미한다.

## 2.2 임계찢김에너지 계산

임계찢김에너지는 금속의 임계응력확대계수  $K_c$ 와 동일한 의미로 고무의 찢김 기준을 나타낸다. 즉, 고무재료에서

$$T > T_c \quad (4)$$

이면 균열이 성장함을 의미한다. 임계찢김에너지는 시험적인 방법으로만 측정이 가능하나 천연고무를 포함하여 다른 고무 재료에서도 적용 가능한 순수 임계찢김에너지 계산식이 Fukahori<sup>(12-15)</sup>에 의해 식 (5)의 형태로 분자수준에서 제안되었다.

$$T_0 = bJ\xi\mu^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

식 (5)에서  $\xi$ 는 단결합(monomer unit)의 길이,  $\mu$ 는 cross link 사이의 단결합의 수,  $b$ 는 체적당 단결합의 수,  $J$ 는 파단점에서 각 단결합에 의해 저장된 에너지의 양을 나타낸다. 실험적으로 측정된 임계찢김에너지의 값과 식 (5)에 의해 계산된 값은 각각 0.4~1.0와 0.004~0.01  $J/cm^2$ 으로  $10^2$ 의 차이를 보였다. Andrew와 Fukahori는 점탄성에 의한 히스테리시스 손실계수  $\phi$ 를 사용하여 식 (6)과 같이 보정하였다.  $\phi$ 값은 천연고무에서  $10^2 \sim 10^3$ 으로 평가되었으며 초기 찢김을 고무의 찢김기준으로 사용한다면  $10^2$ 이 타당하다.

$$T_c = \phi T_0 \quad (6)$$

## 3. 수명계산식 적용성 평가

### 3.1 고무 재료의 파괴 현상

일반적으로 고무 재료는 탄소와 탄소가 지그재

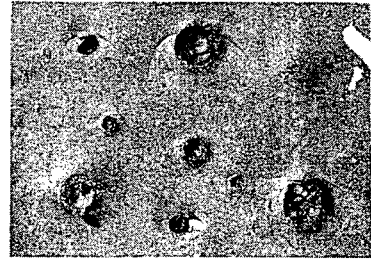


Fig. 2 Crack propagation from carbon black. Detailed section plot of cracked specimen by Gent (Magn.  $\times 13$ .)

그(zigzag)형태로 결합되어 있는 고분자 사슬 구조의 형태이다. 하중이 가해지면 분자 고리가 인장 방향으로 재배열되며 인장 상태의 고리는 재료의 불균일성으로 인해 부분적으로 끊어지게 된다. 이는 연쇄 끊어짐 현상으로 이어져 미소 크기의 공동(cavity)을 형성하게 되고 공동의 크기가 임계 크기보다 크게 되면 균열로서의 기능을 가지게 되어 파괴 과정으로 이어진다. 그러나, 이러한 파괴 과정은 균열이 존재하지 않는 이상적인 고무 제품에 해당한다.

Gent<sup>(16)</sup>은 실린더 형의 고무 양면을 금속에 접촉하여 시편에 내재하고 있는 카본블랙(carbon black)이 임계균열의 역할을 하여 주위로 균열이 전파하는 과정을 확인하였다. Fig. 2에 카본블랙을 기점으로 균열이 전파된 단면의 현미경 사진을 나타내었다. 제조된 고무 재료의 내부에는 카본블랙을 포함한 많은 종류의 결합이 내포되어 있으며 임계크기 이상의 균열이 곳곳에 존재할 가능성이 있다. 따라서, 고무의 파괴과정은 공동의 성장과정이 생략되고 균열의 성장 또는 멈춤 과정만으로 생각할 수 있다.

### 3.2 균열 성장속도식

고무 재료의 동적 균열 성장(dynamic cut growth)은 부드러운 균열성장(smooth cut growth)영역과 거친 균열성장(rough cut growth)영역, 급격한 균열성장(catastrophic cur growth)영역으로 구분한다. Gent<sup>(17)</sup>은 반복하중을 가하면 급격한 찢김 하중보다 작은 하중에서도 균열의 길이가 증가하며, 초기의 빠른 성장률이 수백 주기 이후 일정하게 느린 성장률로 변화하는 현상을 관찰하

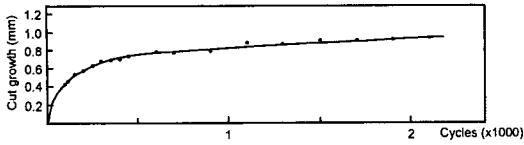


Fig. 3 Dynamic cut growth curve by Gent

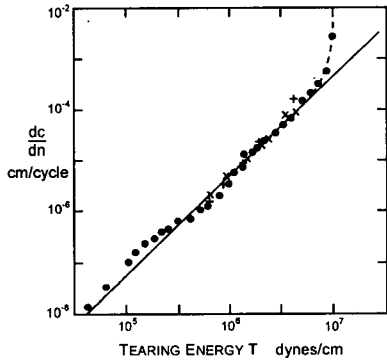


Fig. 4 Relation between rate of cut growth for various type of specimen by Thomas

였다. Fig. 3의 동적 균열 성장 곡선에서 반복하중의 수백 주기 이후, 균열성장률이 일정해짐을 알 수 있다. Thomas<sup>(18)</sup>는 찢김에너지를 인자로 사용하여 균열성장속도를 측정하였을 경우 성장속도가 Fig. 4와 같이 배합조건과 시편의 형상에 독립적임을 발견하여 식 (7)의 동적 균열성장식을 제안하였다.

$$\frac{dc}{dN} = \frac{1}{G_d} T^2 \quad (7)$$

식 (7)에서  $G_d$ 는 동적 균열성장계수를 의미하며 실험상수이다. 식 (7)은 금속에서 균열의 안정적 성장영역에 대한 Paris law와 유사하다. 금속의 경우 안정적 성장 영역의 수명이 큰 비중을 차지하지 않지만, 고무의 경우 안정적 균열 성장 영역인 거친 균열 성장 영역이 Fig. 4과 같이 균열 성장의 대부분을 차지한다. Thomas는 균열 성장식에 의해 계산된 수명의 결과와 실험적으로 측정된 수명이 Table 1과 같이 20% 미만의 차이를 나타냄을 증명하였다. Table 1에서  $\lambda$ 는 시편의 신장률,  $c_0$ 는 초기 찢김길이를 의미한다. Thomas의 실험 결과로부터, 찢김에너지의 예측이 가능하다면, 기계적 반복하중에 대한 고무의 수명이

Table 1 Calculated and observed fatigue lives by Thomas

$\lambda$	$c_0 (\times 10^{-3})$	N, kcycles	
		Observed	Calculated
2.36	36	3.0	4.4
2.08	46	6.5	7.2
1.47	43	78	88
1.205	70	700	760
1.098	78	8600	9500

수치적인 계산으로 평가가 가능함을 알 수 있다. 그러나, 수치적인 수명 평가는 찢김에너지가 수치적으로 평가가 가능하다는 전제하에 가능하다.

#### 4. 수치적 찢김에너지 평가

균열길이의 변화에 따른 변형률 에너지의 변화가 찢김에너지이므로 찢김에너지의 계산은 균열이 존재하고 균열의 길이가 증가할 경우에 가능하다. 따라서 제품에 임계 균열이 이미 존재하고 초기 균열 길이가 미소하게 증가한다는 가정이 이론 전개에 필요하다. 제품의 제조 과정에서 임계균열크기  $c_0$  이상의 균열은 이미 존재하는 것으로 Gent의 논문에서 증명되었다. 임계균열길이는 거친 찢김영역에서  $10\mu m$ , 균열이 둥근 형상에서는  $100\mu m$  정도인 것으로 알려져 있다. 제조 특성상 최소값인  $10\mu m$  이상의 균열이 고무 제품에는 충분히 존재하므로 임계 균열의 존재 가정은 의미가 있다.

##### 4.1 찢김에너지 정식화

제품에  $10\mu m$ 의 균열을 초기 균열 크기  $c_0$ 로 가정한다. 에너지 포텐셜을  $\Pi$  라고 하면, 단위길이당 에너지 감소율  $G$ 는 식 (8)과 같이 쓸 수 있다.

$$G = - \frac{d\Pi}{dc} \quad (8)$$

정적 거동에 있어서  $\Pi$ 는 유한요소 형태로 표현하면 식 (9)와 같다.

$$\Pi = \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{K} \mathbf{u} - \mathbf{u}^T \mathbf{F} \quad (9)$$

$F$ 는 제품에 작용하는 내력/외력과 등가를 이루는 절점 벡터,  $u$ 는 변위벡터,  $K$ 는 강성행렬이다. 첫 번째 항이 내부 에너지 항을 의미하므로 모델 내부 임의의 점  $i$ 에서의 변형률 에너지를  $W_i$ 를 이용하여 식 (9)를 다시 쓰면

$$\Pi = \sum_i W_i - \mathbf{u}^T \mathbf{F} \quad (10)$$

유한요소법에서  $\Pi$ 는 변위의 함수이지만 본 정식화에서는 변위와 균열길이의 함수라고 가정한다.  $\Pi$ 를 균열길이에 대해 변분을 취하게 되면  $F$ 와 관련된 항은 균열 주변에 하중이 정의되어 있지 않거나 일정하다는 가정 하에 소거되며 식 (11)과 같이 정리할 수 있다.

$$\frac{\delta \Pi}{\delta c} = \sum_i \frac{\partial W_i}{\partial c} \quad (11)$$

균열이 성장하지 않는 모든 점에서 균열성장량  $\Delta c$ 에 대한 에너지 변화는 없다. 그러므로, 인덱스  $i$ 는 균열이 성장하는 점에만 해당된다. 식 (11)을 미분형태가 아닌 해석 과정에서의 증분 형태로 바꿔쓰면 식 (12)와 같다.

$$\frac{\delta \Pi}{\delta c} = \sum_i \frac{\Delta W_i}{\Delta c} \quad (12)$$

따라서, 찢김에너지는 일반적으로 균열 증분에 따른 균열 표면적 미소증분  $\delta A$  또는 증분  $\Delta A$ 를 이용하여 식 (13)과 같이 표현 가능하다.

$$T = \frac{\delta \Pi}{\delta A} = \sum_i \frac{\Delta W_i}{\Delta A_i} \quad (13)$$

임의의 점  $i$ 를 유한요소에서 각 적분점의 위치로 대신하고, 적분점에서의 가상 균열 체적  $v_i$ 와 체적당 변형률에너지  $w_i$ 를 이용하여 식 (13)을 정리하면 식 (14)와 같이 표현이 가능하며  $v_i$ 와  $A_i$ 는  $\Delta c$ 의 함수이므로 식 (15)의  $\Delta c$  일차함수 형태로 쓸 수 있다.

$$T = \sum_i \frac{v_i w_i}{\Delta A_i} \quad (14)$$

$$T = \sum_i f(\Delta c) w_i \quad (15)$$

최종적인 찢김에너지 계산식은 적분점에서의 체적당 변형률 에너지와 가상 균열성장량 곱의 형태인 식 (16)으로 표현할 수 있다.

$$T = \sum_i \alpha \Delta c w_i \quad (16)$$

식 (16)에서 상수  $\alpha$ 는 찢김 영역의 면적과 부피의 비를 나타내며 미소 찢김과 찢김면적 사이의 공간이 매우 미세함을 가정하면 무시할 수 있으므로 식 (16)을 식 (17)로 나타낼 수 있다.

$$T = \sum_i \Delta c w_i \quad (17)$$

식 (17)은 Rivlin이나 Andrew의 평면 인장시편에 대한 찢김에너지식과 동일한 인자인 균열길이와 변형률에너지를 사용함을 알 수 있다.

#### 4.2 찢김에너지 계산

본 논문에서 유도된 찢김에너지 계산식을 검증하기 위하여 Rivlin의 논문에서 사용된 찢김 인장시편과 경계조건을 유한요소 모델링하였다. 재료 데이터는 천연고무 재료의 경도50 인장시편을 이용한 단축인장시험데이터를 사용하였다.<sup>(19)</sup> Fig. 5에 Rivlin 찢김 시편의 형상과 Fig. 6에 유한요소 1/4 모델 및 경계조건을 나타내었다. 2차원 정적 해석을 실시하였으며 해석 소프트웨어는 ABAQUS를 사용하였다. 찢김에너지는 본 논문에서 마련된 찢김에너지 계산식을 이용하여 작성된 프로그램에 정적 해석 결과를 입력하여 재해석함으로써 계산하였다. Fig. 7에 찢김에너지 계산을 위한 프로그램의 순서도를 나타내었다. 각 해석 단계에서의 변형률에너지를 이용하여 찢김에너지를 계산하고 찢김의 기준으로는 초기 임계찢김에너지를 사용하였다. Rivlin의 시험에서 찢김에너지를 측정시 사용된 균열 성장 길이는 0.5~1.0cm 범위이며, 본 계산과정에서는 급격한 찢김의 에

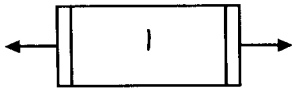


Fig. 5 Type 1 Specimen for tearing test by Rivlin

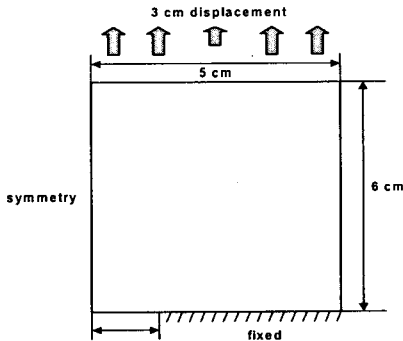


Fig. 6 1/4 FE model of type 1 Specimen

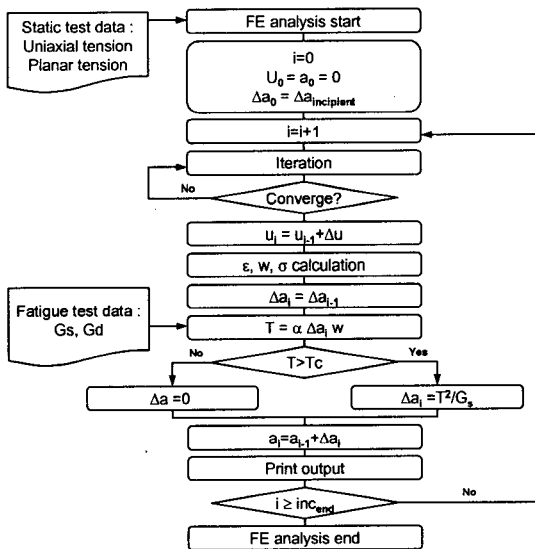


Fig. 7 Flowchart of tearing energy evaluation

Table 2 Calculated and measured tearing energy by Rivlin

Measured by Rivlin	Calculated
1.3 J/cm <sup>2</sup>	1.38 J/cm <sup>2</sup>

를 최소화 하기 위하여 0.5의 균열성장길이를 사용하였다. 찢김에너지를 계산한 결과를 Table 2에 나타내었다. 1.38J/cm<sup>2</sup>의 값이 계산되었으며,

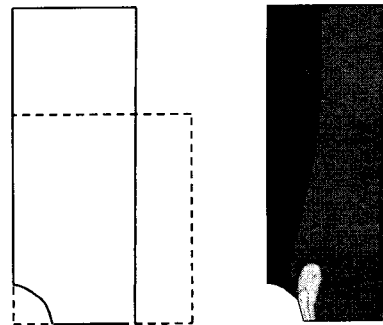


Fig. 8 Deformed shape and strain energy distribution of 1/4 FE model of type 1 specimen

실험에서의 오차를 감안한다면 Rivlin의 측정값 1.3 J/cm<sup>2</sup>와 비교적 근사한 값을 나타내었다. Fig. 8에 실선과 점선으로 표시된 1/4 유한요소 모델의 변형전/후의 모습과 변형률 에너지 분포를 나타내었다. 그러나, 미세한 찢김길이의 정확한 측정이 불가능하기 때문에 Rivlin의 실험에서도 오차가 존재할 수 있으므로 정식화에 대한 검증으로는 충분치 않다.

### 5. 결론

찢김에너지가 형상과 하중에 대한 독립성을 가지고 있고 재료에 대한 편차가 적음을 기존 실험 자료를 통하여 살펴보았다. 동일한 고무라도 배합조건에 따라 특성이 다르기 때문에 수명 평가 시 모든 배합조건과 각 제품에 대해 수명평가를 실시해야 하는 점을 고려한다면, 찢김에너지의 배합과 형상에 대한 독립성은 고무 재료의 파괴인자로서 장점을 가진다. 고무 파괴 과정 중 거친 찢김 영역이 고무 수명의 대부분을 차지하므로 찢김에너지를 변수로 사용한 거친 찢김영역의 균열성장식을 수명 평가에 이용가능하다. 현재까지 고려되지 않은 찢김에너지의 수학적 평가를 위하여 본 논문에서는 유한요소법을 이용하여 임의의 형상에 적용 가능한 찢김에너지 정식화를 수행하였다. 찢김에너지 계산식에 대한 검증을 위해 Rivlin의 찢김 시험과 동일한 조건하에 찢김 해석을 수행하였으며 계산된 찢김에너지값이 Rivlin의 실험값과 비교적 근사한 값을 나타내었다. 3차원 고무제품에 대해서도 검증이 필요하지만 내부균열과 외부균열의 깊이 측정에 어려움이 있어 정확한 실험값의 측정이 불가능하다. 따라

서, 찢김에너지를 이용하여 제품의 내구 수명을 계산하고 이를 실제 수명과 비교/분석하는 작업이 추가적으로 이루어질 필요가 있다.

### 참고문헌

- (1) Rivlin, R. S. and Thomas, A. G., 1952, "Rupture of Rubber. I. Characteristic Energy for Tearing," *Journal of Polymer Science*, Vol. 10, No. 3, pp. 291~318.
- (2) Andrews, E. H., 1974, "A generalized theory of fracture mechanics," *Journal of Materials Science*, Vol. 9, pp. 887~894.
- (3) Fukahori, Y., 1998, "Fatigue failure of elastomers," *Nippon Gomu Kyokaishi*, No. 11, pp. 654~661.
- (4) Blackburn, W. S., 1972, "Calculation of Stress Intensity Factors at Crack Tips using Special Finite Elements," in *The Mathematics of the Finite Element Method*, Brunel University, pp. 327~336.
- (5) Kim, H. Y. and Kim, J. J., 1996, "Optimized Shape Design and Prediction of Endurance Life for Engine Mount Rubber," *Journal of KSAE*, pp. 40~50.
- (6) Kim, H. Y. and Kim, J. J., 1996, "Optimized Shape Design and Prediction of Endurance Life for Engine Mount Rubber," *Journal of KSAE*, pp. 40~50.
- (7) Kim, W. D., Woo, C. S. and Han, S. W., 1998, "Finite Element Analysis and Fatigue Life Evaluation of Automotive Rubber Insulator," *Elastomer*, Vol. 33, No. 3, pp. 168~176.
- (8) Kim, W. D., Woo, C. S. and Han, S. W., "Finite Element Analysis and Fatigue Life Evaluation of Automotive Rubber Insulator," *Elastomer*, Vol. 33, No. 3, pp. 168~176.
- (9) Lake, G. J., 2001, "Application of Fracture Mechanics to Crack Growth in Rubber-Cord Laminates," *Rubber Chemistry and Technology*, Vol. 74, pp. 509~524.
- (10) Irwin, G. R., 1958, *Fracture Handbuch der Physik*, Springer, p. 551.
- (11) Rice, J. R., 1968, "Mathematical analysis in the mechanics of fracture," Chap. 3 in *Fracture*, Vol. II (Ed. H. Liebowitz), Academic Press.
- (12) 深堀美英, 2002, "エラストマーの破壊特性を支配するヒステリシスエネルギーの役割," *日本ゴム協会誌*, Vol. 75, No. 6, pp. 233~238.
- (13) 深堀美英, 1994, "ゴムの疲労破壊研究の進展-FEMによる大変形応力解析とクラック進展の豫測," *日本ゴム協会誌*, Vol. 67, No. 5, pp. 317~336.
- (14) 深堀美英, 1995, "ゴム磨耗における摩擦(振動)と破壊のソケーツ -問答風メカニズム談議," *日本ゴム協会誌*, Vol. 68, No. 9, pp. 605~615.
- (15) 深堀美英, 2002, "高分子における破壊力学の功罪," *日本ゴム協会誌*, Vol. 75, No. 6, pp. 228~232.
- (16) Gent, A. N. and Lindley, P. B., 1958, "Internal Rupture of bonded rubber cylinders in Tension," *Proc. Roy. Soc. A*, Vol. 249.
- (17) A. N., Gent, Lindley, P. B. and Thomas, A. G., 1964, "Cut Growth and Fatigue of Rubbers. I. The Relationship between Cut Growth and Fatigue," *Journal of Applied Polymer Science*, Vol. 8, pp. 455~466.
- (18) Thomas, A. G., 1958, "Rupture of Rubber. V. Cut Growth in Natural Rubber Vulcanizates," *Journal of Polymer Science*, Vol. 31, pp. 467~480.
- (19) Kim, W. D., Kim, W. S., Kim, D. J., Woo, C. S. and Lee, H. J., 2004, "Mechanical Testing and Nonlinear Material Properties for Finite Element Analysis of Rubber Components," *Transactions of KSME A*, Vol. 28, No. 6, pp. 848~859.