

## 수중로봇팔의 동역학 모델링과 동적 조작도 해석

### Dynamic Modeling and Manipulability Analysis of Underwater Robotic Arms

전 봉 환\*, 이 지 흥, 이 판 묵  
(Bong-Huan Jun, Jihong Lee, and Pan-Mook Lee)

**Abstract** : This paper describes dynamic manipulability analysis of robotic arms moving in viscous fluid. The manipulability is a functionality of manipulator system in a given configuration under the limits of joint ability with respect to the task required to be performed. To investigate the manipulability of underwater robotic arms, a modeling and analysis method is presented. The dynamic equation of motion of underwater manipulator is derived based on the Lagrange-Euler equation considering with the hydrodynamic forces caused by added mass, buoyancy and hydraulic drag. The hydrodynamic drag term in the equation is established as analytical form using Denavit-Hartenberg (D-H) link coordination of manipulator. Two analytical approaches based on manipulability ellipsoid are presented to visualize the manipulability of robotic arm moving in viscous fluid. The one is scaled ellipsoid which transforms the boundary of joint torque to acceleration boundary of end-effector by normalizing the torques in joint space, while the other is shifted ellipsoid which depicts total acceleration boundary of end-effector by shifting the ellipsoid as much as gravity and velocity dependent forces in work space. An analysis example of 2-link manipulator with proposed analysis scheme is presented to validate the method.

**Keywords** : dynamic manipulability, hydrodynamic drag force, manipulability ellipsoid, manipulability measure, modeling of underwater robotic arms

#### I. 서론

인간이 직접 도달할 수 없는 심해저에서의 작업은 공장 생산라인의 무인 자동화에 널리 활용되고 있는 로봇팔의 또 다른 주요 응용분야 중 하나이다. 최근, 심해저에서 일어나는 해저의 화산, 지진, 열수분출 및 해저 생명현상 등 해양과학에 대한 관심과 해저공간, 해저광물 등 해양자원의 활용에 대한 관심이 날로 높아짐에 따라 해저탐사 장비개발에 대한 요구가 증대되고 있다. 해저 탐사를 위한 능동형 작업 장비로는, 유인잠수정, 원격무인잠수정(ROV, Remotely Operated Vehicle), 자율무인잠수정(AUV, Autonomous Underwater Vehicle) 등과 해저 무한궤도차량, 수중 보행로봇 등을 들 수 있다. 이들 장비들은 수중 로봇팔을 탑재함으로써 광학이나 음파에 의한 단순 조사작업에서 드릴링, 샘플채취 등과 같은 능동적인 작업으로 그 활용의 범위를 확대해 나가고 있다. 그러나 수중로봇팔은 유체의 점성에 기인하는 복잡한 유체외력으로 인해 육상 로봇팔에 비해 현재 활용되고 있는 동적 성능이 제한되고 있다. 수중로봇팔의 성능을 보다 향상시키기 위해서는 육상에서 널리 사용되는 로봇팔의 해석기법을 도입할 필요가 있으며 이를 위해서는 해석에 적합한 모델링이 선행되어야 한다. 본 논문에서는 수중로봇

팔의 설계, 제어 및 성능 평가에 활용하기 위해 육상로봇의 동적조작도 해석법을 도입하여 수중로봇팔의 동적조작도 해석으로 확장하며, 이를 위해 동적조작도 해석에 적합한 수중 로봇팔의 동역학 모델링을 수행하였다.

로봇팔의 동적조작도는 주어진 로봇의 자세에서 각 관절이 발휘할 수 있는 토크 능력의 한계로부터 로봇팔 끝, 즉 작업 공구가 장착된 말단효과 장치가 낼 수 있는 가속도 능력의 범위를 얻어 내는 것으로서 로봇의 동적 기능성에 대한 척도로 사용되며, 기구학적 조작도와 함께 육상 로봇팔의 해석, 설계, 제어에 다양하게 응용 되어 왔다[1-9]. 로봇팔의 조작도 해석에서는 기능성의 양적 척도가 되는 조작지수(manipulability measure)와 말단효과 장치의 능력을 기하학적으로 표현하는 조작도 타원(manipulability ellipsoid)을 사용하며, 여유자유도 로봇팔 제어에 있어서는 특이점 회피, 최적제어 등에 응용되고 있다[1,2]. 특히, 로봇의 동적조작도 해석은 주어진 로봇관절의 토크 한계로부터 로봇의 팔 끝이 낼 수 있는 가속도 또는 힘의 한계를 얻어 내는 것으로, [2]에서 처음으로 정의되었다. 육상 로봇의 조작도 또는 동적조작도 해석에서 속도항은 0으로 가정하여 중요시하지 않는 경우가 있으나[3-9], 점성유체 속에서 움직이는 로봇의 경우, 속도항이 로봇팔의 동역학과 조작도에 미치는 영향은 적지 않다. [2]에서는 육상로봇의 속도관련 항인 전향력 및 원심력항과 중력항을 관절공간에서 정상화(normalize) 하여 조작도 해석에 고려하는 방법을 제안하였고, [3]에서는 중력항이 작업공간에서 조작도 타원을 이동하는 효과가 있음을 보였다. 본 논문에서는 선행연구 [2]와 [3]에서 고려한 동적 조작도 해석방법에 수중로봇의 부가질량, 부력, 그리고 유체항력을 고려함으로써 수중로봇의 조작도 해석법으로 확장하였다.

\* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수 : 2004. 8. 19., 채택확정 : 2005. 4. 7.

전봉환, 이판묵 : 한국해양연구원 해양시스템기술연구본부

(bhjeon@kriso.re.kr/pmlee@kriso.re.kr)

이지흥 : 충남대학교 메카트로닉스공학과(jihong@cnu.ac.kr)

※ 본 논문은 해양수산부에서 지원한 “차세대심해용 무인잠수정 개발(4)” 과제와 “무인잠수정을 이용한 열수환경탐사 기술개발” 과제의 연구결과의 일부임.

로봇팔의 동역학 모델링 방법은 L-E (Lagrange-Euler)법과 N-E (Newton-Euler)법으로 대별된다[10]. 에너지에 기초한 L-E 방정식과 D-H (Denavit-Hartenberg) 링크좌표계를 이용하는 전자는 단순하고 체계적이어서 로봇의 운동에 대한 명확한 상태방정식을 제공하지만 긴 계산시간을 요구하는 반면, 각 링크에 대해 순차적인 반복 계산에 의존하는 후자는 해석적이지는 않지만 계산시간이 짧아 실시간 응용에 널리 활용되고 있다. 복잡한 유체외력을 고려해야 하는 수중로봇팔의 모델링은 대부분 계산시간이 짧아 시뮬레이션이나 실시간 응용에 용이한 N-E 방법을 사용하였으며, 로봇팔의 해석과 설계에 편리하도록 관절변수에 대해 닫힌 형태로 정리되지 않았다. [11,12]에서는 매니퓰레이터를 장착한 무인잠수정의 동역학 모델링을 N-E 방법을 이용해 수행하였고, [13]에서는 잠수정과 로봇팔의 제어에 유용한 모델링 방법으로 Kane's method를 이용하였다. [14]에서는 quasi-Lagrange 식을 이용하여 로봇팔과 매니퓰레이터의 유체저항을 최소화하도록 제어하기 위해 로봇팔이 장착된 잠수정 시스템을 모델링하였다. 이러한 선행연구에서는 [16-18]에 나타난 단일 물체에 작용하는 유체항력 모델을 이용하여 하나의 링크에 대해 유체력을 모델링하여 순차적 계산에 의해 풀고 있으므로 링크간의 유체력의 상호작용을 예측하기 어렵다.

본 논문에서는 로봇팔 링크 각각에 작용하는 유체력 뿐만 아니라 링크 상호간에 작용하는 유체력에 대한 정보를 얻고 해석에 이용하기 위하여 L-E법에 기초하여 관절 변수와 속도의 함수로 수중로봇팔의 동역학식을 모델링 하였다. 모델링에서는 부가질량, 유체항력 및 부력을 고려하였으며, 유도된 방정식의 각 항은 관절변수와 관절속도로 명확히 표현됨으로써 그 물리적 의미와 관절 또는 링크간의 상호간섭을 예측하기에 용이하다. 본 논문에서 제안한 수중로봇팔의 모델링 및 해석방법의 타당성을 확인하기 위하여 단순화된 2절 링크 로봇이 수중에서 움직이는 경우를 상정하여 로봇팔을 모델링하고, 모델에 대한 동적조작도 해석을 수행하였으며 그 결과가 물리적인 직관과 잘 일치함을 보임으로써 제안된 방법의 타당성을 검증하였다. 논문의 II장에서는 수중로봇팔의 운동방정식을 유도하고, III장에서는 동적조작도 해석방법을 서술한다. IV장에서는 2절 링크 로봇팔에 대한 모델링과 조작도 해석 예에 대해 다루며, 마지막으로 V장에서는 결론을 언급한다.

**II. 수중로봇팔의 모델링**

본 장에서는 공기중 로봇팔에 대해 L-E 운동방정식으로 유도된 운동방정식에 유체외력을 고려하여  $n$  자유도를 가지는 수중 로봇팔의 운동방정식을 유도한다. 운동방정식은 수중로봇팔에 일반적으로 사용되는 가정을 도입하여 근사적으로 모델링 되었으며 각 항이 관절변수와 관절속도의 함수로 명확하게 표현됨으로써 동역학 해석에 적합하도록 하였다.

**1. 수중 로봇팔의 L-E 방정식**

공기 중에서 움직이는 로봇팔에 대한 L-E 운동방정식은 [10]에 잘 나타나 있으므로 여기서는 간단히 요약한다.  $q$ 를 로봇팔의 관절변수로 하면 L-E 방정식은 (1)과 같이 쓸 수

있고,

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\delta L}{\delta \dot{q}} \right) - \frac{\delta L}{\delta q} = \tau \tag{1}$$

여기서,  $L = T - V$ ,  $T$ : 강체의 운동에너지,  $V$ : 위치에너지이다. 이로부터  $n$ 자유도를 갖는 매니퓰레이터의 운동방정식은 (2)와 같은 형태로 정리된다.

$$M(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q) = \tau \tag{2}$$

여기서,  $q = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T$ 는 관절변수,  $M$ 은 로봇팔의 관성행렬,  $C$ 는 전항력 및 원심력항,  $G$ 는 중력항이고,  $\tau$ 는 로봇팔 관절 토크이며, (1)로부터 (2)의 각 항을 유도하는 방법은 [10]에 잘 나타나 있으므로 여기서는 생략한다.

점성유체 속에서 움직이는 물체의 L-E은 [15]에 잘 나타나 있으며, 다관절 수중로봇팔에 대하여 정리하면, 수중로봇팔의 L-E식은 (3)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\delta L}{\delta \dot{q}} \right) - \frac{\delta L}{\delta q} + \frac{\delta P_d}{\delta \dot{q}} = \tau \tag{3}$$

여기서,  $L = T + T_A - V$ 로, 유체가 가속되기 위한 운동에너지  $T_A$ 를 포함하는 Lagrangian이다.  $P_d$ 는 유체에 의해 소모되는 힘을 나타내는 함수로 다음과 같이 정의하면,

$$\frac{\delta P_d}{\delta \dot{q}} = D(q, \dot{q}) \tag{4}$$

(3)으로부터 우리가 얻고자 하는 운동방정식은 (2)와 유사한 형태로 (5)와 같이 쓸 수 있다.

$$\mathcal{M}(q) \ddot{q} + \mathcal{C}(q, \dot{q}) + D(q, \dot{q}) + \mathcal{G}(q) = \tau \tag{5}$$

여기서,  $\mathcal{M}$ 은 각각 부가질량 항을 포함한 관성행렬,  $\mathcal{C}$ 는 유체속에서의 전항력 및 원심력,  $D$ 는 유체항력 및 양력, 그리고  $\mathcal{G}$ 는 중력 및 부력을 포함하는 복원력 항이 된다. (5)의 각 항을 모델링하기 위해 그림 1과 같이  $n$ 자유도 로봇팔의 좌표계를 고려한다.

**2. 수중로봇팔의 부가질량 및 부력**

로봇팔이 밀도  $\rho$ 인 유체 내에서 가속될 때는 순수 질량을 가속시키기 위한 힘 이외에 가상적인 부가질량을 가속시키기 위한 힘을 추가로 받게 된다. 부가질량을 가속시키는데 필요한 힘은 가속도의 크기에 비례하고 방향이 반대인 힘이므로 부가질량의 모델링에 대하여는 [11]과 [15] 및 이들의 참고문헌에 나타나 있으므로, 본 논문에서는 각 링크의 부가관성행렬은 수식적인 방법으로나 혹은 실험에 의해서  $J_{iA}$ 로 이미 알려져 있다고 가정한다. 그러면 (1)의 좌변 첫 항에서 (2)의 좌변 제1항과 제2항이 얻어지는 것과 같은 방법으로 (3)의 좌변 첫 항으로부터 (5)의 좌변 제1항과 제2항을 얻을 수 있으며, 제1항  $\mathcal{M}(q) \in R^{n \times n}$ 의 각 요소는 (7)과 같이 나타내어진다.

$$\widehat{m}_{ik}(q) = \sum_{j=\max(i,k)}^n \text{Tr} \{ U_{jk} (J_j - J_{iA}) U_{ji}^T \} \tag{7}$$

$i, k = 1, 2, \dots, n$

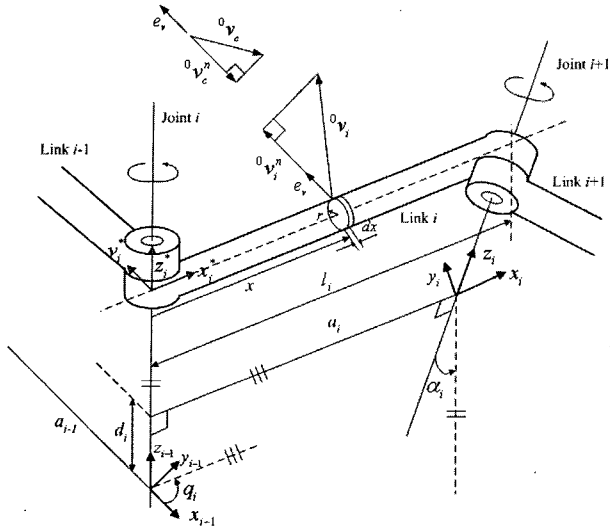


그림 1. 실린더형 수중 매니퓰레이터의 링크 좌표계.  
Fig. 1. Link coordinate system of cylinder-typed underwater manipulator.

여기서,  $\text{Tr}(\cdot)$ 은 trace 연산자로 해당 행렬의 대각요소의 합을 나타내고,  $J_i$ 와  $J_{iA}$ 는 각각 로봇팔의 각 링크의 관성 행렬과 부가관성행렬이며,  $U_{ij}$ 는 기준좌표계에서  $i$ 번째 좌표계로의 좌표변환 행렬을  ${}^0A_i$ 로 하여 다음과 같이 정의되는 행렬이다.

$$U_{ij} \equiv \frac{\partial}{\partial q_j} {}^0A_i = \begin{cases} {}^0A_{j-1} Q^{j-1} A_i & \text{for } j \leq i \\ 0 & \text{for } j > i \end{cases} \quad (8)$$

$$\text{revolute: } Q = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \text{ prismatic: } Q = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (9)$$

같은 방법으로 (5)의 좌변 제2항  $\mathcal{T}(q, \dot{q}) \in R^n$ 의 각 요소는 다음과 같이 얻어진다.

$$c_i = \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n c_{ikm} \dot{q}_k \dot{q}_m \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

여기서,

$$c_{ikm} = \sum_{j=\max(i, k, m)}^n \text{Tr} \{ U_{jkm} (J_j - J_{jA}) U_{ji}^T \} \quad i, k, m = 1, 2, \dots, n \quad (11)$$

이고,

$$U_{ijk} \equiv \frac{\partial U_{ij}}{\partial q_k} = \begin{cases} {}^0A_{j-1} Q_j^{j-1} A_{k-1} Q_k^{k-1} A_i & i \geq k \geq j \\ {}^0A_{k-1} Q_k^{k-1} A_{j-1} Q_j^{j-1} A_i & i \geq k \geq j \\ 0 & i < j \text{ or } i < k \end{cases} \quad (12)$$

이다.

유체 속에 있는 로봇팔은 중력 이외에 링크의 체적에 해당하는 유체의 무게만큼의 부력을 받는다. 문제를 단순화하기 위해 링크의 부력중심이 질량중심과 일치한다고 가정하고, (2)의  $\mathcal{G}(q)$ 에 각 링크의 체적  $\nabla_i$ 를 고려해 넣으면 (5)의  $\mathcal{T}(q)$ 의 각 요소는 다음과 같이 얻어진다.

$$\widehat{\mathcal{G}}_i = \sum_{j=1}^n \{ (m_j - \nabla_j) U_{ji}^T \overline{r}_j \} \quad (13)$$

여기서,  $\overline{r}_j$ 는  $j$ 좌표계에서 본  $j$ 링크의 무게중심의 위치벡터이다.

### 3. 유체항력

밀도가  $\rho$ 인 유체속에서 움직이는 로봇팔은 움직이는 속도와 링크의 형상에 따라 항력과 양력을 받게 된다. 본 절에서는 유체항력의 모델링을 단순화하고 링크 형상의 비대칭성에 따라 발생하는 유체력의 영향을 최소화하기 위해 로봇팔의 모든 링크를 단순 실린더로 가정한다. 단순 실린더 가정에 따라 링크의 단면형상의 비대칭성에 의해 발생하는 양력은 없는 것으로 가정하고 로봇의 자세에 따라 발생하는 양력은 무시한다. 또한, 각각의 링크 운동에 의한 유체 유동의 상호간섭이 없다고 가정하고, 유체의 용기는 충분히 큰 것으로 가정한다. 이러한 가정은 수중로봇팔의 모델링[11-16]에서 흔히 도입되는 가정이다. 다절링크에 작용하는 유체항력을 효과적으로 표현하기 위해 그림 1과 같이  $i$ 번째 링크에 고정된 새로운 좌표계  $x^*, y^*, z^*$  좌표계를 도입한다.  $x^*, y^*, z^*$  좌표계는  $z_{i-1}$  축과  $z_i^*$  축의 방향이 일치하고  $i$ 번째 링크의 방향으로  $x_i^*$  축을 가지며 우수좌표계 규칙에 따라  $y_i^*$  축을 완성하는 좌표계이며  $i$ 번째 링크의 종방향 중심선 상에 원점을 가지고  $i$ 번째 링크에 고정되어 있다.  $i$ 번째 링크를 폭이  $dx$ 인 원판조각으로 나누고,  $x^*, y^*, z^*$  좌표계로부터  $x$ 만큼 떨어진 원판의 속도를 기준 좌표계에서 유체의 속도에 대한 상대 속도로 표현한 것을  ${}^0v_i$ 라 하고,  $x^*, y^*, z^*$  좌표계의  $y_i^*$  축 방향의 성분을  ${}^0v_i^p$  그 크기를  $p$ 라 하면,  $p$ 는  ${}^0v_i$ 를  $i$ 좌표계의  $y_i^*$  축 방향의 단위벡터로 사상함으로써 다음과 같이 구할 수 있다.

$$p = {}^0v_i^T {}^0B_i e_y^* \quad (14)$$

여기서,  $e_y^* = [0 \ 10 \ 1]^T$ 는  $i$ 번째 링크에 고정된  $x^*, y^*, z^*$  좌표계에서 본 자신의  $y_i^*$  축 방향의 단위벡터에 동차변환 행렬 연산을 위해 네 번째 요소를 추가한 벡터이고,  ${}^0B_i$ 는 로봇팔의 기준좌표계에서  $x^*, y^*, z^*$  좌표계로의 좌표변환 행렬로,  $x_{i-1}, y_{i-1}, z_{i-1}$  좌표계에서  $x_i^*, y_i^*, z_i^*$  좌표계로의 좌표변환 행렬을  $C_i$ 로 정의하면  ${}^0B_i = {}^0A_{i-1} C_i$ 이다. 여기서,  $p$ 는 부호가 있는 스칼라량이 됨에 주의해야 한다. 그러면 Morison [16]에 의해 제안되어 [11-14] 등에서 일반적으로 널리 사용되고 있는 항력모델에 따라 원판이 받는 유체항력은 다음과 같이 쓸 수 있다[17, 18].

$$dd_i = \rho C_D r_i |p| p dx \quad (15)$$

여기서,  $r_i$ 와  $C_D$ 는 각각  $i$ 번째 링크의 반지름과 유체저항 계수이고,  $|p|$ 은  $p$ 의 절대값을 나타낸다. 이제 (15)를 관절변수  $q$ 와  $\dot{q}$ 의 함수로 나타내기 위해 (8)과 같은 방법으로  $V_{ij}$ 를 다음과 같이 정의하면,

$$V_{ij} = \frac{\partial}{\partial q_j} {}^0B_i = \begin{cases} {}^0A_{j-1}QC_i & \text{for } j \leq i \\ 0 & \text{for } j > i \end{cases} \quad (16)$$

기준좌표계에서 본  $i$  링크 상의 한 점  ${}^0r_i$ (원판의 위치)의 속도는 다음과 같이 쓸 수 있다[10].

$${}^0v_i = \sum_{j=1}^i V_{ij} \dot{q}_j {}^i r_j^* \quad (17)$$

$x_i^*, y_i^*, z_i^*$  좌표계에서 본 원판의 위치  $y_i^*$ 는  $x_i^*$  방향의 단위 벡터를  $e_x^* = [100]^T$ 로 정하면  $x e_x^*$ 로 대체할 수 있고, 이것을 대입하여 (15)를 링크의 길이에 따라 적분하면 링크에 걸리는 유체저항은 다음과 같이 관절변수의 함수로 정해진다.

$$d_i = \rho C_{Di} r_i \int_0^{l_i} \left[ \left\{ \sum_{j=1}^i V_{ij} \dot{q}_j x e_x^* \right\}^T {}^0B_i e_x^* \right] \left[ \left\{ \sum_{j=1}^i V_{ij} \dot{q}_j x e_x^* \right\}^T {}^0B_i e_y^* \right] dx_i \quad (18)$$

$$= \frac{1}{3} l_i^3 \rho C_{Di} r_i X |X|, \quad X = (e_x^*)^T \sum_{j=1}^i V_{ij}^T \dot{q}_j {}^0B_i e_y^*$$

(18)을 이용하여  $i$  관절 이후의 링크에 작용하는 유체항력이  $i$  관절에 미치는 토크를 모두 합하면,  $i$  관절에 걸리는 토크는 다음과 같이 나타낼 수 있고,

$$\tau_{di} = \rho \sum_{j=i}^n C_{Dj} r_j \int_0^{l_j} \quad (19)$$

$$x \left( \left\{ \sum_{j=1}^i U_{ij} \dot{q}_j x e_x^* \right\}^T {}^0B_i e_x^* \right) \left( \left\{ \sum_{j=1}^i U_{ij} \dot{q}_j x e_x^* \right\}^T {}^0B_i e_y^* \right) dx_j$$

이를 정리하면 (20)을 얻는다. 여기서,  ${}^0B_i e_y^*$ 는  $i$  관절 이후의 모든 링크에 작용하는 유체항력에서  $i$  관절좌표계의  $y_i^*$  축 방향의 성분의 크기를 얻어내기 위한 것이다.

$$\tau_{di} = \frac{1}{4} \rho \sum_{j=i}^n l_j^4 C_{Dj} r_j X |X|, \quad X = \sum_{j=1}^i e_x^T V_{jr}^T \dot{q}_j {}^0B_i e_y \quad (20)$$

로봇팔의 모든 관절에 대하여 (20)을 취합하여 표현하면 (5)의  $D(q, \dot{q})$  항은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$D(q, \dot{q}) = \begin{pmatrix} \tau_{d1} \\ \tau_{d2} \\ \vdots \\ \tau_{dn} \end{pmatrix} = |q|^{-1} T \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \vdots \\ T_n \end{pmatrix} \dot{q} = |q|^{-1} T T(q) \dot{q} \quad (21)$$

여기서,  $\dot{q}$ 은 각 관절의 속도 벡터이고,  $T(q) \in R^{n \times n}$ 는 로봇팔의 링크길이, 반지름, 저항계수, 로봇의 자세 등과 관련된 3차원 행렬인 텐서이며 각 관절속도와 관절토크간의 관계를 결정한다. (21)과 2절의 (7), (10), (13)으로부터 얻어진  $M(q)$ ,  $\mathcal{C}(q, \dot{q})$  및  $\mathcal{G}(q)$ 를 (5)에 대입하면  $n$  자유도를 갖는 수중로봇팔의 동역학 방정식을 얻을 수 있으며 이는 수중로봇팔의 동적조작도 해석에 유용하게 활용될 수 있다.

### III. 동적 조작도 해석

본 장에서는 II장에서 모델링된 수중로봇팔의 동역학식을 이용하여 수중로봇팔의 동적인 기능성, 즉 주어진 관절토크에 대한 팔끝의 가속도의 범위를 알기 위한 동적 조작도 해석방법을 제시한다. [2]에서는 공기중 로봇팔의 동적조작도

해석에 중력항 및 속도항을 고려하는 방법으로 관절공간 토크에서 중력항 및 속도항을 제거한 뒤 관절토크의 최대값으로 무차원화하는 방법을 사용하였다. II장에서 모델링된 수중로봇팔의 동역학방정식을 이용하면 [2]의 방법을 수중로봇팔에 쉽게 적용할 수 있다. 로봇팔의 자코비안을 이용하면 로봇팔의 기구학식은 (22)와 같이 쓸 수 있다.

$$\dot{r} = J(q) \dot{q} \quad (22)$$

$\dot{r}$ 은 작업공간에서의 로봇팔 끝의 속도이고,  $J(q)$ 는 자코비안 행렬이다. (22)를 시간에 대해 미분하면 다음과 같은 가속도에 대한 식을 얻는다.

$$\ddot{r} = J(q) \ddot{q} + \dot{J}(q, \dot{q}) \dot{q} \quad (23)$$

여기에 II장에서 얻은 수중로봇팔의 운동방정식 (5)를  $\ddot{q}$ 에 대하여 정리한 후 (23)에 대입하면,

$$\ddot{r} = J(q) \ddot{M}^{-1} \ddot{\tau} \quad (24)$$

여기서,

$$\ddot{r} = \dot{r} - \{I - J^+(q, \dot{q})J(q, \dot{q})\} J(q, \dot{q}) \ddot{q}$$

$$\ddot{\tau} = \tau - \mathcal{C}(q, \dot{q}) - D(q, \dot{q}) - \mathcal{G}(q)$$

$$+ MJ^+(q, \dot{q}) J(q, \dot{q}) \ddot{q}$$

이다.  $i$  번째 관절 토크의 최대 한계를  $\tau_{i0}$ 로 표기하여  $\ddot{\tau}$ 의 각 요소들이  $\pm 1$ 의 범위 내에 있도록 다음과 같이 정상화 하면,

$$\ddot{\tau}_i = \frac{\ddot{\tau}_i}{\tau_{i0}}$$

$$\ddot{\tau}_{i0} = \tau_{i0} - |\mathcal{C}_i(q, \dot{q})| \quad (25)$$

$$+ D_i(q, \dot{q}) + \mathcal{G}_i(q) - MJ^+(q, \dot{q}) J(q, \dot{q}) \ddot{q}$$

(24)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\ddot{r} = J(q) \ddot{M}^{-1} \ddot{\tau} \quad (26)$$

여기서,  $\ddot{M} = T_r(q) \ddot{M}$ ,  $T_r = \text{diag}[1/\tau_{i0}(q)]$ 이다.

(26)을 이용하면  $|\ddot{\tau}_i| \leq 1$ 로 주어지는 관절 토크의 한계로부터 작업공간에서 얻을 수 있는 로봇팔 끝의 가속도 한계는 다음과 같은 타원식으로 주어지고,

$$\ddot{r}^T ( \ddot{M} J^+ )^T \ddot{M} J^+ \ddot{r} \leq 1 \quad (27)$$

수중로봇의 동적조작도 지수는 다음식으로 얻어진다.

$$w_d = \sqrt{\text{det}[J \ddot{M}^{-1} J^T]} \quad (28)$$

(27)은 관절토크의 최대값에 부가질량, 전향력 및 원심력, 유체항력, 그리고 중력 및 부력이 고려되어 얻어진 타원으로 관성항만을 고려한 타원보다 축소된 타원(scaled ellipsoid)으로 표시되는 식이며, (28)은 그 체적에 비례한 값이 된다. (27)은 실제 로봇팔 끝이 도달할 수 있는 모든 가속도의 범위를 표시하기 보다는 순수한 관절의 힘으로 도달할 수 있는 가속도의 범위를 표시하고, (28)은 그 척도를 나

타내는 지수이다.

다음으로 순수 관절토크에 의해 로봇팔 끝이 도달할 수 있는 가속도의 범위에 중력항과 유체항력이나 전향력, 원심력 등과 같은 속도항에 의해 얻어지는 팔끝의 가속도의 영역을 더하면 로봇팔이 얻을 수 있는 모든 가속도의 범위를 얻을 수 있다. 이를 위해 [3]에서 동적 조작도 해석에 중력항을 고려하는 방법을 전향력 및 원심력 항과 유체항력 항에 대해서도 같이 적용하면 (23)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$MJ^+(\ddot{r} - J(q)\dot{q}) + \mathcal{C}(q) + \mathcal{C}(q, \dot{q}) + D(q, \dot{q}) = \tau \quad (29)$$

관절 토크의 범위가  $\tau^T \tau \leq 1$ 로 주어지면 (29)로부터 팔 끝의 가속도 범위는 다음과 같은 타원식으로 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & \{\ddot{r} - J\dot{q} + JM^{-1}(\mathcal{C} + \mathcal{C} + D)\}^T \{JM^{-1}(JM^{-1})\}^{-1} \\ & \{\ddot{r} - J\dot{q} + JM^{-1}(\mathcal{C} + \mathcal{C} + D)\} \leq 1 \end{aligned} \quad (30)$$

(30)은 순수 관성행렬에 의해 얻어지는 팔끝의 가속도  $\ddot{r}$ 의 영역을 작업공간에서 중력항과 속도항에 의해 얻어지는 가속도  $J\dot{q} - JM^{-1}(\mathcal{C} + \mathcal{C} + D)$  만큼 이동한 타원(shifted ellipsoid)의 식을 나타내고 있다. 이러한 해석법은 주어진 관절의 제약조건 아래에서 팔 끝이 얻을 수 있는 가속도의 범위를 속도나 중력 및 부력에 의한 성분까지 모두 표현하게 되며, 타원의 체적에는 변화가 없으므로 조작도 지수의 측면에서는 관성항만 고려한 것과 차이가 없다.

#### IV. 2절 로봇의 해석 예

본 장에서는 II장에서 유도된 수중로봇의 동역학 식과 III장에서 언급된 조작도 해석방법의 타당성을 검증하기 위하여 그림 2와 같은 링크 구조와 좌표계를 갖는 2절 로봇팔의 모델링 및 조작도 해석 예제에 대하여 언급한다. 먼저 II장의 동역학식에 따라 2절 수중로봇팔에 대한 일반적인 모델링에 대해 언급하고 조작도 해석 결과에 대해 고찰한다.

##### 1. 수중 2절 로봇의 모델링

그림 2와 같은 2절 로봇팔의 각 링크의 부가질량이  $m_{ai}$ 로 알려져 있다면, (2)의 좌변 제1,2항의  $m_i$ 를  $\hat{m}_i = m_i - m_{ai}$ 로 대체하여 (5)의 좌변 제1,2 항을 (31)과 (32)로 각각 얻을 수 있다.

$$M = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} \hat{m}_1 l_1^2 + \frac{1}{3} \hat{m}_2 + l_2^2 + \hat{m}_2 l_1^2 + \hat{m}_2 l_1 l_2 \cos \theta_2 \\ \frac{1}{3} \hat{m}_2 l_2^2 + \frac{1}{2} \hat{m}_2 l_1 l_2 \cos \theta_2 \\ \frac{1}{3} \hat{m}_2 l_2^2 + \frac{1}{2} \hat{m}_2 l_1 l_2 \cos \theta_2 \\ \frac{1}{3} \hat{m}_2 l_2^2 \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{C} &= \dot{q}^T H \dot{q} = \\ & \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \hat{m}_1 l_1 l_2 \sin \theta_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 + \frac{1}{2} \hat{m}_2 l_1 l_2 \sin \theta_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 \\ -\frac{1}{2} \hat{m}_2 l_1 l_2 \sin \theta_2 \dot{q}_2^2 - \frac{1}{2} \hat{m}_1 l_1 l_2 \sin \theta_2 \dot{q}_1^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (32)$$

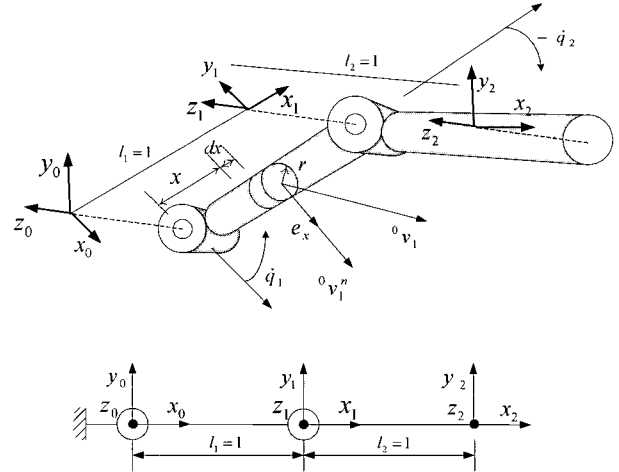


그림 2. 2절 로봇의 좌표계와 파라미터.  
Fig. 2. Coordinate system and parameters of 2-link robot.

링크  $i$ 의 체적  $\nabla_i = \rho \pi r_i^2 l_i$ 을 이용하면 (5)의 제3항은 다음 식으로 주어진다.

$$\mathcal{C} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} (m_1 - \nabla_1) g l_1 \cos \theta_1 + \frac{1}{2} (m_2 - \nabla_2) g l_2 \\ \cos(\theta_1 + \theta_2) + (m_2 - \nabla_2) g l_1 \cos \theta_1 \\ -\frac{1}{2} (m_2 - \nabla_2) g l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} \quad (33)$$

마지막으로 (18)을 이용하면 유체항력 항은 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathcal{D} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{4} \rho \{ l_1^4 C_{D1} r_1 X_{21} |X_{21}| + l_2^4 C_{D2} r_2 X_{11} |X_{11}| \} \\ \frac{1}{4} l_2^4 \rho C_{D2} r_2 X_{22} |X_{22}| \end{bmatrix}, \\ & \begin{cases} X_{11} = e_x^T (V_{11}^T \dot{q}_1)^0 B_1 e_y^T \\ X_{21} = e_x^T (V_{21}^T \dot{q}_1 + V_{22}^T \dot{q}_2)^0 B_1 e_y^T \\ X_{22} = e_x^T (V_{21}^T \dot{q}_1 + V_{22}^T \dot{q}_2)^0 B_2 e_y^T \end{cases} \end{aligned} \quad (34)$$

##### 2. 수중 2절 로봇의 조작도 해석

앞 절에서 얻어진 2절 링크 수중로봇의 동역학식을 이용하여 조작도 해석 시뮬레이션을 수행하였다. 시뮬레이션에서 로봇팔의 링크는 단위길이를 가지는 반지름이 0.1m인 알루미늄 환봉으로 가정하였다. 물의 밀도는  $1,000 \text{ kg/m}^3$ 으로, 알루미늄의 비중은 2.7로 하였으며 부력중심과 무게중심은 일치한다고 가정하였다. 각 링크의 유체저항계수  $C_D$ 는 1.1로 일정하게 가정하였고, 링크의 부가질량은 링크질량의 -10%로, 관절 1과 2의 최대 토크는 각각 5,000 N/m와 1,500N/m로 가정하였다.

그림 3-11은 2절 링크 수중 로봇팔의 팔끝이 [0,0]에서 [2,0]까지를 움직일 경우에 대해 관절의 속도변화에 따라 조작도 타원(ME; Manipulability Ellipsoid)과 조작도 지수(MM; Manipulability Measure)를 계산한 결과이다. 그림에서 타원의 장축과 단축은 각각 팔끝이 낼 수 있는 가속도의 크기가 가장 큰 방향과 작은 방향을 의미한다. 그림 3은 (2)에서 속도 관련항과 중력 및 부력항을 고려하지 않고 관성항만을 고려

한 경우로 로봇팔 끝이 부가질량의 영향에 의해 수중의 경우가 공기중의 경우보다 MM이 작게 나타나는 것을 확인할 수 있으며, 공기중에서의 ME 내에 수중에서의 ME가 위치한다. 이는 같은 관절토크의 제약조건에서 수중의 경우가 모든 방향으로 가속되기 더 어려운 사실을 확인시켜 주고 있다.

그림 4와 5는 각각 같은 조건에서 중력 및 부력항은 고려하고, 관절의 속도는 모두 0으로 하여 축소타원과 이동타원 방법으로 해석을 수행한 결과이다. 그림 4에서 MM은 그림 3과 비교할 때 공기중 및 수중의 경우 모두에서 줄어들었으며 로봇팔 끝의 위치가 2에 가까워질수록 MM은 줄

어든다. 이는 같은 중량에 대해서 무게중심이 관절과 멀어질수록 관절토크의 부담이 커지는데 기인한 결과이다. 공기중과 수중에서의 MM의 차이가 그림 3에 비해 적어지는 것은 중력의 영향이 부력의 영향에 의해 일부 상쇄되었기 때문이며, 부력과 중력의 크기가 일치할 때 MM은 최대가 된다. 그림 5는 이동타원에 의한 방법으로 MM은 그림 3과 일치하고 있다. 즉 타원의 부피는 그림 3과 같다는 것을 의미한다. 다만 타원의 중심이 중력의 영향에 의해 아래로 이동되어 있음을 확인할 수 있으며 수중의 경우는 부력에 의해 일부 상쇄되는 영향으로 공기중에 비해 타원의 이동량이 적음을 확인할 수 있다.

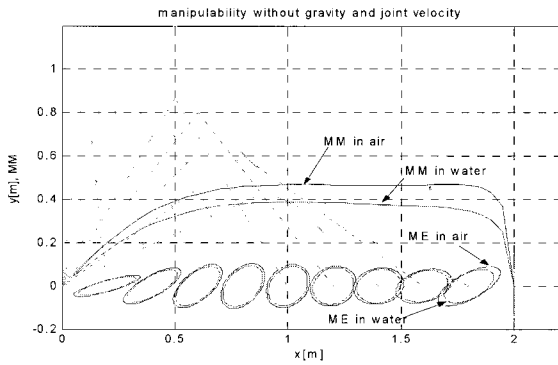


그림 3. 중력과 관절 속도가 없는 경우의 MM과 ME.  
Fig. 3. MM and ME w/o gravity and joint velocity.

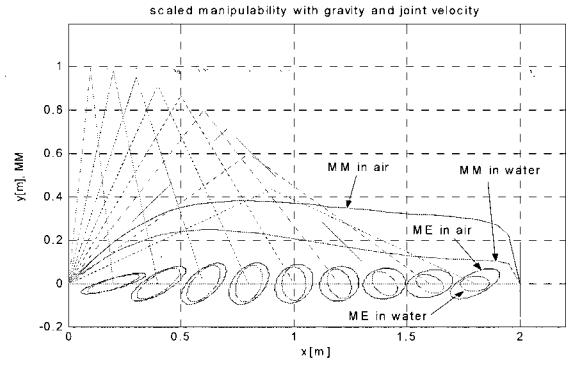


그림 6. 관절속도가 [0.7, 0.7] rad/s 일 경우 축소타원.  
Fig. 6. Scaled MM w/ joint velocity of [0.7, 0.7]rad/s.

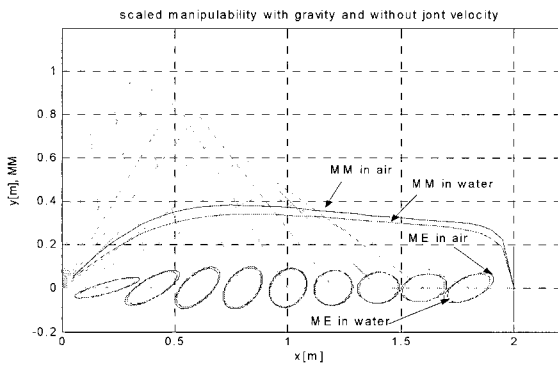


그림 4. 중력이 있고 관절속도가 없는 경우의 축소타원.  
Fig. 4. Scaled ME w/ gravity and w/o joint velocity.

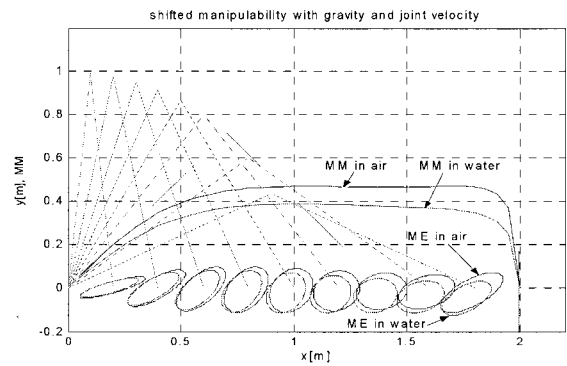


그림 7. 관절속도가 [0.7, 0.7] rad/s 일 경우 이동타원.  
Fig. 7. Shifted ME w/ joint velocity of [0.7, 0.7]rad/s.

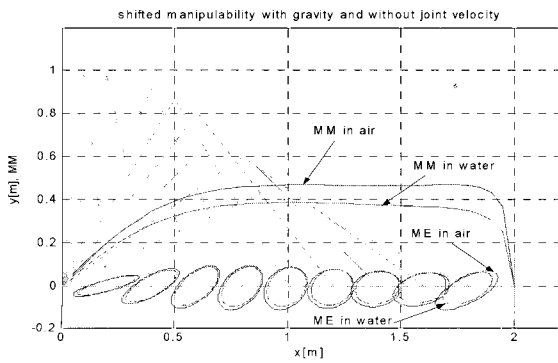


그림 5. 중력과 관절속도가 없는 경우 이동타원.  
Fig. 5. Shifted ME w/ gravity and w/o joint velocity.

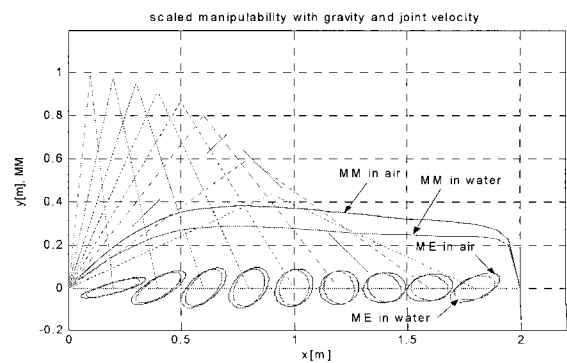


그림 8. 관절속도가 [-0.7, -0.7] rad/s 일 경우 축소타원.  
Fig. 8. Scaled ME w/ joint velocity of [-0.7, -0.7]rad/s.

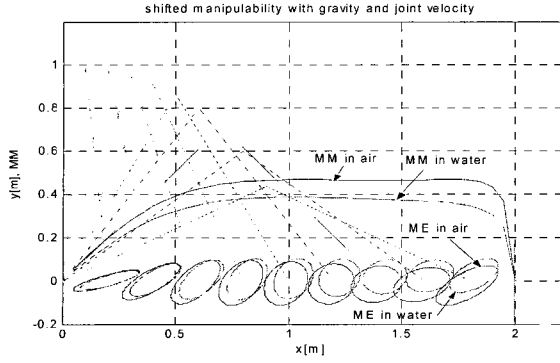


그림 9. 관절속도가 [-0.7,-0.7]rad/s 일 경우 이동타원.  
Fig. 9. Shifted ME w/ joint velocity of [-0.7,-0.7]rad/s.

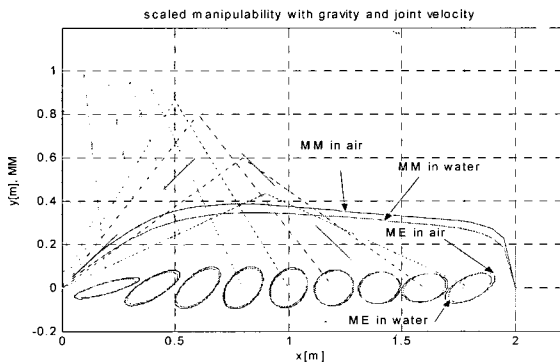


그림 10. 관절속도가 [0.7,-0.7]rad/s 일 경우 축소타원.  
Fig. 10. Scaled MM w/ joint velocity of [0.7,-0.7]rad/s.

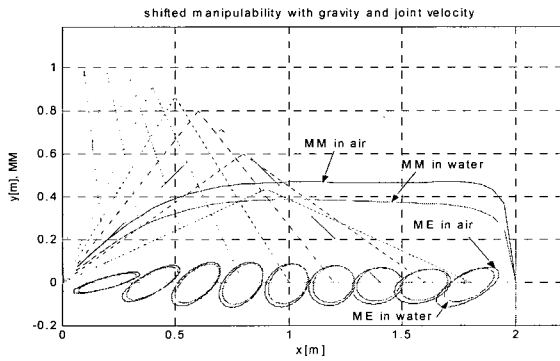


그림 11. 관절속도가 [0.7,-0.7]rad/s 일 경우 이동타원.  
Fig. 11. Shifted MM w/ joint velocity of [0.7,-0.7]rad/s.

그림 6과 7은 중력 및 부력의 영향을 고려하고 1번과 2번 관절 각속도가 [0.7, 0.7] rad/s 일 경우에 축소타원과 이동타원을 그린 것이다. 그림 6의 공기중 MM은 전향력 및 원심력항이 팔을 뻗을수록 중력을 상쇄시키는 방향으로 작용함을 알 수 있다. 수중의 경우에는 팔을 뻗을수록 유체 저항의 영향에 의해 MM이 현저히 줄어든다. 이는 팔을 펼칠수록 유체에 의한 저항이 더 클 것이라는 직관과 잘 일치하고 있다. 그림 7은 이동타원에 의한 해석으로 수중의 경우 유체저항에 의해 관절 속도와 반대되는 방향으로 타원이 많이 이동하였음을 확인할 수 있으며 그림에서 팔끝을 가속시키기 위해서는 팔을 움츠리는 것이 팔끝의 속도를 감소시

키기 위해서는 팔을 펴는 것이 유리함을 확인할 수 있다. MM은 변화가 없다.

그림 8과 9는 같은 조건에서 관절속도를 [-0.7, -0.7] rad/s로 하였을 경우를 나타낸다. 그림 8에서 공기중의 경우는 그림 6과 변화가 없으나 수중의 경우는 타원이 축소되는 방향이 그림 7과는 현저히 다름을 알 수 있다. 이는 로봇팔의 자세와 관절속도의 방향의 차이에 의한 것으로 MM과 ME를 이용하면 로봇팔의 속도의 방향에 따라 항력을 최소화하는 자세를 얻어낼 수 있음을 나타낸다. 이러한 결과는 그림 9에서는 타원이 이동하는 방향으로 나타난다.

마지막으로 그림 10과 11은 관절의 속도가 [0.7, -0.7] rad/s로 방향이 반대되는 경우의 결과를 나타낸다. 그림 10에서 공기중에서 타원의 축소되는 양이 그림 6이나 그림 8에 비해 현저히 줄어들고 있고 MM이 더 증가하는 것으로 보아 전향력 및 원심력이 중력에 의한 영향을 감소시키는 방향으로 작용하고 있음을 알 수 있다. 그림 11에서도 항력에 의한 영향으로 타원의 이동량이 그림 7과 그림 9에 비해 적은 것을 알 수 있다. 이는 2번 링크의 유체와의 상대속도가 현저히 줄어들었으므로 1번 및 2번 관절에 미치는 저항토크가 줄어들었기 때문이다.

이상의 간단한 2절 로봇팔에 대한 동적 조작도 해석 결과로부터 제안된 방법이 직관적으로 추정할 수 있는 사실과 잘 일치하고 있음을 확인할 수 있었으며, 제안된 방법을 이용하면 직관적으로 판단하기 어려운 보다 복잡한 링크구조를 갖는 로봇팔이 수중에서 속도를 가지고 움직일 경우, 그 자세에 따른 성능의 변화를 쉽게 예측할 수 있을 것으로 기대된다.

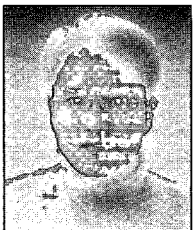
V. 결론

본 논문에서는 여유자유도를 가지는 수중 로봇팔의 설계나 해석에 활용하기 위해 유체저항을 고려하여 수중로봇팔을 모델링하고 이를 이용한 수중 로봇팔의 조작도 해석 방법을 제안하였다. 수중 로봇팔의 모델링은 L-E 운동방정식에 부가질량과 부력 및 유체항력을 고려하는 방법으로 수행하였다. 이때 유체항력 항을 D-H 좌표계와 파라미터를 이용하여 관절변수와 관절속도로 표현함으로써 수중로봇팔의 근사적인 모델링이 가능하였으며 이는 수중로봇팔의 해석이나 설계에 유용할 것으로 기대된다. 수중에서 움직이는 수중로봇팔의 성능평가를 위해 조작도 타원에 근거한 조작도 해석방법을 도입하여 축소타원과 이동타원에 의한 두 가지 동적 조작도 해석방법을 제안하였다. 두 가지 방법에 의해 수중에서 움직이는 로봇팔의 관절토크의 제한범위는 로봇팔 끝의 가속도가 도달할 수 있는 타원으로 각각 변환된다. 축소타원은 로봇의 순수 관절 토크에 의해 얻어지는 팔 끝의 가속도 공간을 나타내고, 이동타원은 관절 토크에 속도와 중력 및 부력의 영향을 포함해서 얻어지는 팔 끝의 총체적 가속도 공간으로 변환된다. 제안된 방법의 타당성을 확인하기 위해 2절 링크에 대한 모델링과 조작도 해석을 수행하여 직관적인 사실과 해석의 결과가 일치함을 보였다. 제안된 수중로봇팔의 조작도 해석은 여유자유도를 가지는 로봇팔이 수중에서 속도를 가지고 움직일 때 로봇의 능력을 판단하는

해석도구로 활용될 수 있으며 향후 유체저항을 최소화하는 로봇팔의 설계나 제어에 응용될 수 있을 것으로 기대된다. 로봇팔의 링크의 다양한 형상에 대해 모델링을 수행하는 것과 여유자유도 로봇의 제어에 활용하는 것은 향후의 과제로 남아있다.

### 참고문헌

- [1] T. Yoshikawa, "Manipulability of robot mechanisms," *The International Journal of Robotics Research*, vol. 4, no. 2, pp. 3-9, 1985.
- [2] T. Yoshikawa, "Dynamic manipulability of robot manipulators," *Journal of Robotics Systems*, vol. 2, no. 1, pp. 113-124, 1985.
- [3] P. Chiacchio, S. Chiaverini, L. Sciacivco and B. Siciliano, "Influence of gravity on the manipulability ellipsoid for robot arms," *Journal of Dynamic Systems, Measurements, and Control*, vol. 114, no. 4, pp. 723-727, 1992.
- [4] P. Chiacchio, S. Chiaverini, L. Sciacivco and B. Siciliano, "Global task space manipulability ellipsoids for multiple-arm systems," *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, vol. 7, no. 5, pp. 678-685, 1991.
- [5] P. Chiacchio, Y. Bouffard-Vercelli and F. Pierrot, "Force polytope and force ellipsoid," *Journal of Robot System*, vol. 14, no. 8, pp. 613-620, 1997.
- [6] M. T. Rosenstein and R. A. Grupen, "Velocity-dependent dynamic manipulability," *Proc. ICRA '02 IEEE*, vol. 3 pp. 2424-2429, 2002.
- [7] J. Lee, "Velocity workspace analysis for multiple arm robot systems," *Robotica*, vol. 19, pp. 581-591, 2001.
- [8] 이지홍, 전봉환, "다족 보행로봇의 속도작업공간 해석," 제어·자동화·시스템공학 논문지, 제8권, 제6호, pp. 477-483, June, 2002.
- [9] 이지홍, 조복기, "다족 보행로봇의 동적 조작성 해석," 제어·자동화·시스템공학 논문지, 제10권, 제4호, pp. 350-356, 2004.
- [10] K. S. Fu, R. C. Gonzalez and C. S. G. Lee, *Robotics : Control, Sensing, Vision, and Intelligence*, McGraw-Hill, Singapore, 1987.
- [11] S. McMillan, D. E. Orin and R. B. McGhee, "Efficient dynamic simulation of an underwater vehicle with a robotic manipulator," *IEEE Trans. on systems, man, and cybernetics*, vol. 25, no. 8, pp. 1194-1206, 1995.
- [12] M. W. Dunnigan and G. T. Russell, "Evaluation and reduction of the dynamic coupling between a manipulator and underwater vehicle," *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, vol. 23, no. 3, pp. 260-273, 1998.
- [13] T. J. Tarn, G. A. Shoults and S. P. Yang, "A dynamic model of an underwater vehicle with a robotic manipulator using Kane's method," *Autonomous Robots 3*, pp. 269-283, 1996.
- [14] N. Sarkar and T. K. Podder, "Coordinated motion planning and control of autonomous underwater vehicle-manipulator systems subject to drag optimization," *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, vol. 26, no. 2, pp. 228-239, 2001.
- [15] T. I. Fossen, *Guidance and Control of Ocean Vehicles*, John Wiley & Sons Ltd., 1994.
- [16] T. Sarpkaya and M. Issacson, *Mechanics of Wave Forces on Offshore Structures*, Van Nostrand, New York, 1981.
- [17] A. H. Shapiro, *Shape and Flow The Fluid Dynamics of Drag*, Heinemann, London, 1970.
- [18] L. M. Milne-Thomson, C. B. E, *Theoretical Hydrodynamics*, the Macmillan Press LTD., London, 1979.



### 전 봉 환

1970년 1월 14일생. 1994년 부경대 기계공학과(공학사). 1996년 동 대학원 기계공학과(공학석사). 2001년~현재 충남대학교 메카트로닉스공학과 박사과정 재학중. 1996년~현재 한국해양연구원 선임연구원. 관심분야는 로봇틱스

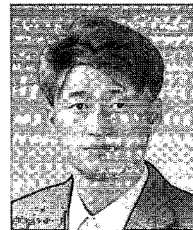
및 응용.



### 이 관 목

1960년 6월 17일생. 1983년 한양대 기계공학과(공학사). 1985년 한국과학기술원 기계공학과(공학석사). 1998년 한국과학기술원 기계공학과(공학박사). 1985년~현재 한국해양연구원 책임연구원. 관심분야는 잠수정의 항법, 신호처리

및 제어.



### 이 지 홍

1960년 4월 12일생. 1983년 서울대 전자공학과(공학사). 1985년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(공학석사). 1991년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(공학박사). 2001년~현재 충남대학교 메카트로닉스공학과 교수. 관심

분야는 로봇틱스, 인공지능.