한국공작기계학회논문집 Vol.14 No.4 2005. 8.
Transactions of the Korean Society of Machine Tool Engineers

질량과 강성 변경 따른 감쇠구조물의 동특성 변화 해석

이정윤*

(논문접수일 2005. 3. 23, 심사완료일 2005. 4. 29)

Eigenderivative Analysis of the Damped Structurure due to Modification of Mass and Stiffness

Jung Youn Lee*

Abstract

This study predicts the modified eigenvectors and eigenvalues of the damped structure due to the change in the mass, damping and stiffness of structure by calculation of the sensitivity coefficient using the original dynamic characteristic. The method is applied to examples of the damped 3 degree of freedom system by modifing the mass, damping and stiffness. The predicted dynamic characteristics are in good agreement with these from the structural reanalysis using the modified mass, damping and stiffness.

Key Words : Complex Eigenvalue(복소 고유치), Complex Eigenvector(복소 고유벡터), Damped Structure(감쇠구조물), Generalized Mass(일반질량), Generalized stiffness(일반강성), Sensitivity Analysis(감도해석), Sensitivity Coefficient(감도계수)

1. 서 론

자동차, 항공기 및 공작기계 등 다양한 기계구조물이 경량화 되면서 구조물의 동특성에 대한 감도해석이 광범위하게 연구되고 있다. 설계파라미터 변경에 의한 구조물의 고유진동수와 고유벡터에 대한 감도해석은 최적설계, 진동저감을 위한 동감쇠기 설계, 유한 요소 모델 보정, 구조합성법, 구조변수규명, 기계 이상 진단 등 많은 부분에 응용되고 있다. 구조물은 비감쇠 구조물과 감쇠 구조물로 나누어지며 비감쇠 구조물의 감도해석에 대한 연구로는 Fox와 Kapoor[1]가 고유모드 변화량을 변경 전 구조의 고유모드 선형결합으로서 표시하고 질량 정규화 및 직교성 조건으로부터 감도계수를 결정하여 고유모드의 1차 변화율을 구하였으며, Nelson[2]은 고유벡터를 이용하여 감도계수를 구하는 방법을 제안하였다.

Bradon[3]은 고유진동수의 2차 변화율을 고유진동수의 1차 변화율로부터 구하였고, Wang[4]은 모드합성기술의 모드가속도법을 감도해석에 적용하여 계산정도를 개선하였다. 감쇠구조물의 감도해석에 대한 연구로는 Adhikari[5]가 Fox와 Kapoor[1]의 방법을 확장하여 해석하였으며 Friswell과 Adhiakri[6]가 Nelson[2]방법을 확장하여 연구하였다. 위의

* 경기대학교 기계공학과 (jylee@kgu.ac.kr)
주소: 443-760 경기도 수원시 팔달구 이의동 산94-6

연구들은 대부분 감도계수를 미분하여 구하였기 때문에 구조 변경량이 많으면 구조 변경 후 고유진동수 및 고유벡터 예측에 오차가 증가하게 되었다. 이의 개선을 위해 이정윤[7]은 비감쇠구조물의 감도계수를 구한 다음 비감쇠구조물의 변경 후 고유진동수 및 고유벡터 변화를 예측하였다.

본 연구는 감쇠구조물의 구조 변경 후 변경된 고유 진동수 및 고유벡터를 구조 변경 전의 고유진동수, 고유벡터, 질량, 감쇠 및 강성 변화만으로 예측할 수 있는 방안을 제시하였다. 타당성을 검증하기 위해 감쇠 3 자유도계에 적용하여 고유치 및 고유 벡터 변화량을 예측하고 재해석치와 비교하였다.

2. 이 론

2.1 감쇠 구조물의 동특성 해석

구조 변경 전, 후의 다자유계의 자유 진동 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$M_o\frac{d^2u}{dt^2}+C_o\frac{du}{dt}+K_ou=0 \tag{1}$$

$$M\frac{d^2u}{dt^2}+C\frac{du}{dt}+Ku=0 \tag{2}$$

여기서, M_o, C_o, K_o는 각각 구조 변경 전 질량, 감쇠, 강성 행렬이고 M, C, K는 각각 구조 변경 후 질량, 감쇠, 강성 행렬이며 u는 변위 벡터이다. 식 (1), (2)를 고유치 문제로 표현하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$(\lambda_o{}^2M_o+\lambda_oC_o+K_o)\phi_o=0 \tag{3}$$

$$(\lambda^2M+\lambda C+K)\phi=0 \tag{4}$$

여기서, λ_o, ϕ_o는 각각 구조 변경전 고유치와 고유벡터이고, λ, ϕ는 각각 구조 변경 후 고유치와 고유벡터이다. 감쇠 구조물의 고유치와 고유벡터를 구하기 위해 상태 방정식으로 표현하면 다음과 같다.

$$-\lambda_o\begin{bmatrix}C_o & M_o\\ M_o & 0\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\phi_o\\ \lambda_o\phi_o\end{Bmatrix}+\begin{bmatrix}-K_o & 0\\ 0 & M_o\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\phi_o\\ \lambda_o\phi_o\end{Bmatrix}=0 \tag{5}$$

$$-\lambda\begin{bmatrix}C & M\\ M & 0\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\phi\\ \lambda\phi\end{Bmatrix}+\begin{bmatrix}-K & 0\\ 0 & M\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\phi\\ \lambda\phi\end{Bmatrix}=0 \tag{6}$$

$$(-\lambda_o\acute{M}_o+\acute{K}_o)\psi_o=0 \tag{7}$$

$$(-\lambda\acute{M}+\acute{K})\psi=0 \tag{8}$$

여기서, $\acute{M}_o=\begin{bmatrix}C_o & M_o\\ M_o & 0\end{bmatrix}$, $\acute{K}_o=\begin{bmatrix}-K_o & 0\\ 0 & M_o\end{bmatrix}$, $\acute{M}=\begin{bmatrix}CM\\ M0\end{bmatrix}$, $\acute{K}=\begin{bmatrix}-K0\\ 0\ M\end{bmatrix}$, $\psi=\begin{Bmatrix}\phi\\ \lambda\phi\end{Bmatrix}$, $\psi_o=\begin{Bmatrix}\phi_o\\ \lambda_o\phi_o\end{Bmatrix}$ 이다.

2.2 구조물의 동특성 변화

구조물에 질량, 감쇠와 강성이 변경되면 동특성이 변하게 되며 식 (8)은 다음과 같이 된다.

$$(-\lambda\acute{M}+\acute{K})\psi=[-(\lambda_o+\Delta\lambda)(\acute{M}_o+\Delta\acute{M}) +(\acute{K}_o+\Delta\acute{K})](\psi_o+\Delta\psi)=0 \tag{9}$$

여기서, $\acute{M}_o$, $\acute{K}_o$, $\acute{M}$, $\acute{K}$, $\Delta\acute{M}$과 $\Delta\acute{K}$은 각각 변경 전 등가감쇠 질량행렬, 등가감쇠 강성행렬, 변경 후 등가감쇠 질량행렬, 등가감쇠 강성행렬, 구조물의 질량행렬변화량 과 구조물의 강성행렬변화량으로 정의하고 λ, ψ, λ_o, ψ_o, $\Delta\lambda$와 $\Delta\psi$는 복소수로 각각 구조 변경 후 고유치 및 등가고유벡터, 변경 전 고유치 및 등가고유벡터, 고유치 변화량 과 등가고유벡터 변화량으로 정의한다.

2.2 질량, 감쇠 및 강성변경에 의한 등가 감쇠 일반질량의 해석

정규화 시킨 i차 모드의 등가감쇠 일반질량은 다음과 같다

$$\acute{m}_{oii}=\{\psi_o\}_i^T[\acute{M}_o]\{\psi_o\}_i=1 \tag{10}$$

$$\acute{m}_{ii}=\{\psi\}_i^T[\acute{M}]\{\psi\}_i=1 \tag{11}$$

여기서, $\acute{m}_{oii}$, $\acute{m}_{ii}$는 각각 i차 등가고유벡터의 변경 전 및 변경 후 등가감쇠 일반질량이다. 또한 식 (11)은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned}\acute{m}_{ii}&=\{\psi\}_i^T[\acute{M}]\{\psi\}_i\\ &=\{\psi_o+\Delta\psi\}_i^T[\acute{M}_o+\Delta\acute{M}]\{\psi_o+\Delta\psi\}_i\\ &=\{\psi_o\}_i^T[\acute{M}_o]\{\psi_o\}_i+\{\psi_o\}_i^T[\acute{M}_o]\{\Delta\psi\}_i+\{\psi_o\}_i^T\\ &\quad[\Delta\acute{M}]\{\psi_o\}_i+\{\psi_o\}_i^T[\Delta\acute{M}]\{\Delta\psi\}_i+\{\Delta\psi\}_i^T[\acute{M}_o]\\ &\quad\{\psi_o\}_i+\{\Delta\psi\}_i^T[\acute{M}_o]\{\Delta\psi\}_i+\{\Delta\psi\}_i^T[\Delta\acute{M}]\{\psi_o\}_i\\ &\quad+\{\Delta\psi\}_i^T[\Delta\acute{M}]\{\Delta\psi\}_i\end{aligned} \tag{12}$$

여기서, 등가 고유 벡터의 변화량을 변경 전 등가고유벡터의 선형결합으로 표시될 수 있다고 가정하면[3] 다음과 같이 된다.

$$\{\Delta\psi\}_i = \sum_{k=1}^{n} \alpha_{ki}\psi_{ok} \tag{13}$$

여기서, α_{ki}는 i차 등가고유벡터에 대한 k차 등가고유벡터의 감도 계수이고 복소수로 표현되며 $\Delta\acute{M}_{ij}$를 다음과 같이 정의한다.

$$\{\psi_o\}_i^T[\Delta\acute{M}]\{\psi_o\}_j = \Delta\acute{M}_{ij} \tag{14}$$

등가감쇠 일반질량 $\acute{m}_{ii}$는 다음과 같이 된다.

$$\acute{m}_{ii} = \acute{m}_{oii} + 2\alpha_{ii}\acute{m}_{oii} + \sum_{k=1}^{n}\alpha_{ki}^2\acute{m}_{oii} + \Delta\acute{M}_{ii} + 2\sum_{k=1}^{n}\alpha_{ki}\Delta\acute{M}_{ik} + \sum_{q=1}^{n}\alpha_{qi}\sum_{k=1}^{n}\alpha_{ki}\Delta\acute{M}_{qk} \tag{15}$$

식 (10), (11)에서 정규화된 등가감쇠 일반질량은 1이므로 α_{ii}는 다음과 같이 표현된다.

$$1 = 1 + 2\alpha_{ii} + \sum_{k=1}^{n}\alpha_{kj}^2 + \Delta\acute{M}_{ii} + 2\sum_{k=1}^{n}\alpha_{ki}\Delta\acute{M}_{ik} + \sum_{q=1}^{n}\alpha_{qi}\sum_{k=1}^{n}\alpha_{ki}\Delta\acute{M}_{qk} \tag{16}$$

$$\alpha_{ii} = -\frac{1}{2}\left(\sum_{k=1}^{n}\alpha_{ki}^2 + \Delta\acute{M}_{ii} + 2\sum_{k=1}^{n}\alpha_{ki}\Delta\acute{M}_{ik} + \sum_{q=1}^{n}\alpha_{qi}\sum_{k=1}^{n}\alpha_{ki}\Delta\acute{M}_{qk}\right) \tag{17}$$

한편 $\acute{m}_{ij}$는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}\acute{m}_{ij} &= \{\psi\}_i^T[\acute{M}]\{\psi\}_j \\ &= \{\psi_o+\Delta\psi\}_i^T[\acute{M}_o+\Delta\acute{M}]\{\psi_o+\Delta\psi\}_j \\ &= \acute{m}_{oij} + \alpha_{ij}\acute{m}_{oii} + \alpha_{ji}\acute{m}_{ojj} + \sum_{k=1}^{n}\alpha_{ki}\alpha_{kj}\acute{m}_{okk} + \Delta\acute{M}_{ij} + \sum_{k=1}^{n}\alpha_{ki}\Delta\acute{M}_{ik} + \sum_{k=1}^{n}\alpha_{kj}\Delta\acute{M}_{jk} + \sum_{q=1}^{n}\alpha_{qi}\sum_{k=1}^{n}\alpha_{kj}\Delta\acute{M}_{pk}\end{aligned} \tag{18}$$

정규화된 등가감쇠일반질량 $m_{oij}=0$, $m_{oii}=1$이므로

$$\alpha_{ij}+\alpha_{ji} = -\left\{\Delta\acute{M}_{ij} + \sum_{k=1}^{n}\alpha_{ki}\Delta\acute{M}_{ik} + \sum_{k=1}^{n}\alpha_{kj}\Delta\acute{M}_{jk} + \sum_{q=1}^{n}\alpha_{qi}\sum_{k=1}^{n}\alpha_{kj}\Delta\acute{M}_{pk}\right\} - \sum_{k=1}^{n}\alpha_{ki}\alpha_{kj} \tag{19}$$

이다.

2.3 질량, 감쇠 및 강성변경에 의한 등가 감쇠 일반강성의 해석

정규화 시킨 등가감쇠 일반강성은 다음과 같다

$$\acute{k}_{oii} = \{\psi_o\}_i^T[\acute{K}_o]\{\psi_o\}_i = \lambda_{oi} = \omega_{oi}^2 \tag{20}$$

$$\acute{k}_{ii} = \{\psi\}_i^T[\acute{K}]\{\psi\}_i = \lambda_i = \omega_i^2 \tag{21}$$

여기서, $\acute{k}_{oii}$, $\acute{k}_{ii}$는 각각 i차 등가고유벡터의 변경 전 및 변경 후 일반강성이며 ω_i^2, ω_{oi}^2는 각각 i차 등가고유벡터의 변경 전 및 변경 후의 고유진동수이다. 또한 변경 후 i차 등가고유벡터의 일반강성은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned}\acute{k}_{ii} &= \omega_i^2 = \{\psi\}_i^T[\acute{K}]\{\psi\}_i \\ &= \{\psi_o+\Delta\psi\}_i^T[\acute{K}_o+\Delta\acute{K}]\{\psi_o+\Delta\psi\}_i\end{aligned} \tag{22}$$

여기서, $\Delta\acute{K}_{ij}$를 다음과 같이 정의한다.

$$\{\psi_o\}_i^T[\Delta\acute{K}]\{\psi_o\}_i = \Delta\acute{K}_{ii} \tag{23}$$

식 (22)의 $\acute{k}_{ii}$는 다음과 같이 표현된다.

$$\acute{k}_{ii} = \acute{k}_{oii} + \alpha_{ii}\acute{k}_{oii} + \Delta\acute{K}_{ii} + \sum_{k=1}^{n}\alpha_{ki}\Delta\acute{K}_{ik} + \alpha_{ii}\acute{k}_{oii} + \sum_{k=1}^{n}\alpha_{ki}^2\acute{k}_{okk} + \sum_{k=1}^{n}\alpha_{ki}\Delta\acute{K}_{ki} + \sum_{q=1}^{n}\alpha_{qi}\sum_{k=1}^{n}\alpha_{ki}\Delta\acute{K}_{qk} \tag{24}$$

한편 $\acute{k}_{ij}$는 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}\acute{k}_{ij} &= \{\psi\}_i^T[\acute{K}]\{\psi\}_j \\ &= \{\psi_o+\Delta\psi\}_i^T[\acute{K}_o+\Delta\acute{K}]\{\psi_o+\Delta\psi\}_j \\ &= \acute{k}_{oij} + \alpha_{ij}\omega_{oj}^2 + \Delta\acute{K}_{ij} + \sum_{k=1}^{n}\alpha_{kj}\Delta\acute{K}_{ik} + \alpha_{ji}\omega_{oj}^2 + \sum_{k=1}^{n}\alpha_{ki}\alpha_{kj}\omega_{ok}^2 + \sum_{k=1}^{n}\alpha_{ki}\Delta\acute{K}_{kj} + \sum_{q=1}^{n}\alpha_{qi}\sum_{k=1}^{n}\alpha_{kj}\Delta\acute{K}_{pk}\end{aligned} \tag{25}$$

정규화 된 등가감쇠 일반강성 $\acute{k}_{oij}=0$, $\acute{k}_{ij}=0$이므로 식 (25)은 다음과 같이 된다.

$$\alpha_{ij}\omega_{oi}^2 + \alpha_{ji}\omega_{oj}^2 = -[\Delta\acute{K}_{ij} + \sum_{k=1}^{n}\alpha_{kj}\Delta\acute{K}_{ik} + \sum_{k=1}^{n}\alpha_{ki}\alpha_{kj}\omega_{ok}^2 + \sum_{k=1}^{n}\alpha_{ki}\Delta\acute{K}_{jk} + \sum_{q=1}^{n}\alpha_{qi}\sum_{k=1}^{n}\alpha_{kj}\Delta\acute{K}_{qk} \tag{26}$$

2.4 감도계수 해석

식 (13)의 감도계수를 구하면 고유치 및 등가감쇠 고유 벡터의 변화량을 예측할 수 있지만 감도계수를 구하기 위해서는 식 (17), (19), (26)에 포함된 비선형 감도계수 방정식을 해석 해야만 하기 때문에 많은 노력과 시간이 필요하게 된다. 여기서는 다음과 같은 방법으로 감도계수를 해석하였다.

먼저 감도계수가 미소량이라고 가정하고 질량, 감쇠 및 강성 변경이 적은량이라고 가정하면 2차 제곱 항들은 무시할 수 있으므로 식 (17), (19), (26)은 각각 다음과 같이 표현된다.

$$\alpha_{ii} = -\frac{\Delta \acute{M}_{ii}}{2}, \qquad i = j \tag{27}$$

$$\alpha_{ij} + \alpha_{ji} = -(\Delta \acute{M}_{ij}) \tag{28}$$

$$\alpha_{ij}\omega_{oi}^2 + \alpha_{ji}\omega_{oj}^2 = -(\Delta \acute{K}_{ij}) \tag{29}$$

또한 식 (28)과 (29)의 감도계수에 대한 연립방정식으로부터 감도계수 α_{ij}는 다음과 같이 된다.

$$\alpha_{ij} = \frac{-\Delta \acute{M}_{ij}\omega_{oj}^2 + \Delta \acute{K}_{ij}}{\omega_{oi}^2 - \omega_{oj}^2} \tag{30}$$

2.5 고유치 변화 예측

고유치 변화 해석은 식 (24)으로부터 다음과 같이 된다.

$$\omega_i^2 = \omega_{oi}^2(1 + 2\alpha_{ii}) + \sum_{k=1}^{n} \omega_k^2 \alpha_{ki}^2 + \Delta \acute{K}_{ii} + 2\sum_{k=1}^{n} \alpha_{ki} \Delta \acute{K}_{ik} + \sum_{q=1}^{n} \alpha_{qi} \sum_{k=1}^{n} \alpha_{ki} \Delta \acute{K}_{qk} \tag{31}$$

2.6 등가고유벡터 변화 예측

등가고유벡터의 변화는 식 (13)으로부터 다음과 같이 된다.

$$\{\psi\} = \{\psi_o\} + \{\Delta\psi\}_i = \{\psi_o\} + \sum_{k=1}^{n} \alpha_{ki}\psi_{ok} \tag{32}$$

3. 적용 예

Fig. 1은 3 자유도계의 모델로 변경 전 질량은 각각 m1 = 1kg, m2 = 3kg, m3 = 2kg, 감쇠는 c1 = 0.2Ns/m, c2 = 0.1Ns/m, c3 = 0.3Ns/m과 강성은 k1 = 1N/m, k2 = 1N/m, k3 = 2N/m로 하였다.

질량, 감쇠와 강성을 동시에 변경하기위해 질량 변경량은 Δm3 = -0.1kg, 감쇠 변경량은 Δc1 = 0.04Ns/m, 강성 변경량은 Δk2 = 0.05N/m로 변경시켜 감도해석을 하였다.

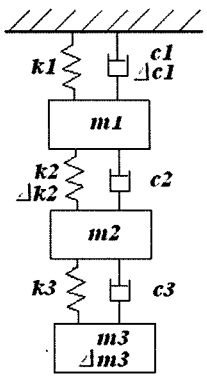

Fig. 1 Model of the damped 3 degree of freedom system

변화량에 대한 예측 정도 E_{st}는 아래와 같이 나타내었다.

$$E_{st} = \frac{(z_p - z_o)}{(z_e - z_o)} \tag{33}$$

여기서, z_p는 구조 변경 후 예측치, z_e는 구조 변경 후 이론치, z_o는 구조 변경 전 이론치 이며 복소수인 E_{st}의 실수부분이 1에 가까울수록 허수부분은 0에 가까울수록 정도가 양호함을 나타낸다.

4. 결과 및 고찰

4.1 감도계수의 해석

Table 1는 구조변경 후 감도계수를 나타낸 표이며 감도계수가 복소수이므로 실수부분과 허수부분을 동시에 나타내었다.

감도계수는 3자유도계의 상태방정식으로 표현되므로 6×6 행렬이 되었다. 절대 값 기준으로 실수부분에서 가장 큰 감도계수의 값은 α_{31}로 0.03252였고 허수 부분에서는 α_{53}로 0.02754이었다. 대체로 모드 i, j가 가까울수록 감도계수의 값이 컸으며 이는 식 (30)에서 고유진동수가 근접할수록 분모가 작아지기 때문이다.

4.2 고유치 변화 검토

Table 2는 Table 1에서 구한 감도계수를 식 (31)에 대입하여 고유치의 변화를 예측한 표이다. 고유치는 감쇠행렬이 존재하므로 3쌍의 컬레 복소수로 표현되었다. 실수부분은 감쇠정도를 나타내며 허수부분이 감쇠고유치를 의미한다. 변화량의 예측정도는 식 (33)을 이용하였으며 1, 2차는 98.2%,

Table 1 Sensitivity coefficient of the damped 3 degree of freedom

(a) real part

	mode $i \times 10^{-1}$					
	0.1068	-0.0184	0.0423	-0.0045	0.0577	-0.0045
	-0.0184	0.1068	-0.0045	0.0423	-0.0045	0.0577
mode j $\times 10^{-1}$	-0.3252	-0.0130	0.1204	-0.0373	-0.0095	-0.0243
	-0.0130	-0.3252	-0.0373	0.1204	-0.0243	-0.0095
	0.0779	-0.0599	-0.0979	-0.0299	0.0228	-0.0442
	-0.0599	0.0779	-0.0299	-0.0979	-0.0442	0.0228

(b) imaginary part

	mode $i \times 10^{-1}$					
	-0.0186	-0.1072	0.0180	0.0274	0.0192	0.0405
	0.1072	0.0186	-0.0274	-0.0180	-0.0405	-0.0192
mode j $\times 10^{-1}$	-0.0355	0.1997	-0.0365	-0.0642	0.2212	0.0022
	-0.1997	0.0355	0.0642	0.0365	-0.0022	-0.2212
	-0.0838	-0.0489	-0.2754	0.0151	-0.0443	-0.0714
	0.0489	0.0838	-0.0151	0.2754	0.0714	0.0443

Table 2 Comparison of natural frequencies by modifying structure in 3 degree of freedom system

	mode No.	modification			Est.
		before	after	pre-diction	
Proposed	1,2	-0.0071 ±0.3024*i*	-0.0084 ±0.3090*i*	-0.0083 ±0.3089*i*	0.982 ±0.012*i*
	3,4	-0.1207 ±1.2326*i*	-0.1298 ±1.2494*i*	-0.1288 ±1.2479*i*	0.916 ±0.008*i*
	5,6	-0.1639 ±1.5321*i*	-0.1774 ±1.5534*i*	-0.1744 ±1.5522*i*	0.954 ±0.022*i*

3, 4차는 91.6%, 5, 6차는 95.4% 로 비교적 고유치 변화를 잘 예측함을 알 수 있었다.

4.3 등가고유벡터의 변화 검토

Table 3은 구조변경 전, 후의 모드별 등가고유벡터를 나타낸 표이다. 모드 1, 2, 모드 3, 4, 모두 5, 6의 등가고유 벡터가 컬레 복소수이다. 이는 Table 2에서 고유치가 컬레 복소수를 이루기 때문이다. (a)는 구조 변경 전 등가고유벡터이며 (b)는 구조 변경 후 재해석한 등가고유벡터이고 (c)는 구조 변경 후 식 (32)을 사용하여 예측한 등가 고유 벡터이다. 구조 변경 후 등가 고유벡터가 변경 되었음에도 불구하고 (c)에서 예측한 값이 (b)의 값과 잘 일치함을 알 수 있다.

Table 4는 3자유도계에서 해석한 고유벡터 ϕ의 실수부분 변화를 나타낸 표로 Table 3에 있는 모드에서 컬레 복소수 중 한

Table 3 Comparison of eigenvectors by modifying structure in damped 3 degree of freedom system

(a) before modification ψ_{oij}

mode					
1	2	3	4	5	6
0.1967 +0.2024*i*	0.1967 -0.2024*i*	0.2503 +0.2552*i*	0.2503 -0.2552*i*	0.3263 +0.3190*i*	0.3263 -0.3190*i*
0.3812 +0.3807*i*	0.3812 -0.3807*i*	0.1206 +0.1153*i*	0.1206 -0.1153*i*	-0.1171 -0.1239*i*	-0.1171 +0.1239*i*
0.4196 +0.4190*i*	0.4196 -0.4190*i*	-0.2197 -0.2212*i*	-0.2197 +0.2212*i*	0.0883 +0.0878*i*	0.0883 -0.0878*i*
0.0598 -0.0609*i*	0.0598 +0.0609*i*	0.2843 -0.3394*i*	0.2843 +0.3394*i*	0.4352 -0.5522*i*	0.4352 +0.5522*i*
0.1124 -0.1180*i*	0.1124 +0.1180*i*	0.1276 -0.1626*i*	0.1276 +0.1626*i*	-0.1707 +0.1998*i*	-0.1707 -0.1998*i*
0.1238 -0.1299*i*	0.1238 +0.1299*i*	-0.2462 +0.2975*i*	-0.2462 -0.2975*i*	0.1200 -0.1497*i*	0.1200 +0.1497*i*

(b) after modification ψ_{ij}

mode					
1	2	3	4	5	6
0.2001 +0.2087*i*	0.2001 -0.2087*i*	0.2424 +0.2614*i*	0.2424 -0.2614*i*	0.3298 +0.3094*i*	0.3298 -0.3094*i*
0.3810 +0.3804*i*	0.3810 -0.3804*i*	0.1203 +0.1074*i*	0.1203 -0.1074*i*	-0.1130 -0.1271*i*	-0.1130 +0.1271*i*
0.4193 +0.4180*i*	0.4193 -0.4180*i*	-0.2276 -0.2267*i*	-0.2276 +0.2267*i*	0.0868 +0.0951*i*	0.0868 -0.0951*i*
0.0628 +0.0636*i*	0.0628 +0.0636i	0.2951 -0.3367*i*	0.2951 +0.3367*i*	0.4220 -0.5672*i*	0.4220 +0.5672*i*
0.1143 -0.1209*i*	0.1143 +0.1209*i*	0.1186 -0.1642*i*	0.1186 +0.1642*i*	-0.1774 +0.1981*i*	-0.1774 -0.1981*i*
0.1256 -0.1331*i*	0.1256 +0.1331*i*	-0.2537 +0.3138*i*	-0.2537 -0.3138*i*	0.1324 -0.1518*i*	0.1324 +0.1518*i*

(c) proposed method ψ_{ij}

mode					
1	2	3	4	5	6
0.2002 +0.2087*i*	0.2002 -0.2087*i*	0.2417 +0.2613*i*	0.2417 -0.2613*i*	0.3300 +0.3093*i*	0.3300 -0.3093*i*
0.3808 +0.3803*i*	0.3808 -0.3803*i*	0.1205 +0.1075*i*	0.1205 -0.1075*i*	-0.1127 -0.1272*i*	-0.1127 +0.1272*i*
0.4193 +0.4180*i*	0.4193 -0.4180*i*	-0.2275 -0.2266*i*	-0.2275 +0.2266*i*	0.0865 +0.0948*i*	0.0865 -0.0948*i*
0.0628 -0.0636*i*	0.0628 +0.0636*i*	0.2948 -0.3358*i*	0.2948 +0.3358*i*	0.4222 -0.5677*i*	0.4222 +0.5677*i*
0.1143 -0.1208*i*	0.1143 +0.1208*i*	0.1187 -0.1644*i*	0.1187 +0.1644*i*	-0.1774 +0.1978*i*	-0.1774 -0.1978*i*
0.1257 -0.1330*i*	0.1257 +0.1330*i*	-0.2534 +0.3132*i*	-0.2534 -0.3132*i*	0.1317 -0.1512*i*	0.1317 +0.1512*i*

모드를 인 1, 3, 5모드를 선택하고 식 (5)에서 $\psi_o = \begin{Bmatrix} \phi_o \\ \lambda_o \phi_o \end{Bmatrix}$ 이므로 열방향으로는 위에서부터 3번째까지 택하여 모드를 나타낸 표이다.

Fig. 2는 Table 4에 있는 3자유도계의 고유모드의 실수부분 변화를 질량위치에 따라 나타낸 그림이다. 변경 후 재해석한 고유 모드와 새로 제안한 방법으로 해석한 고유모드가 1차, 2차, 3차 모드 모두 일치하여 두 곡선이 겹쳐 실선으로 그려져 있음을 알 수 있어 여기서 제안한 방법의 타당성을 검증할 수 있었다.

5. 결 론

질량, 감쇠 및 강성의 변경에 따른 감쇠구조물의 감도해석을 새로 제안한 방법을 사용한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 감쇠구조물 변경 시 감도계수를 구조 변경 전 고유치와 고유벡터로 해석하는 방법을 제시하였다.
(2) 감도계수를 이용하여 고유치와 고유벡터의 변화량을 예측할 수 있는 방법을 개발하였다.
(3) 이 방법을 구조 변경한 3자유도 감쇠계에 적용한 결과 고유치와 고유벡터의 변화량을 잘 예측하여 제안한 방법의 타당성을 입증하였다.

Table 4 *Comparison of* mode shapes by modifying structure in damped 3 degree of freedom system

(a) before modification

before modification ϕ_{oij}		
0.1967	0.2503	0.3263
+0.2024*i*	+0.2552*i*	+0.3190*i*
0.3812	0.1206	-0.1171
+0.3807*i*	+0.1153*i*	-0.1239*i*
0.4196	-0.2197	0.0883
+0.4190*i*	-0.2212*i*	+0.0878*i*

(b) after modification

after modification ϕ_{ij}		
0.2001	0.2424	0.3298
+0.2087*i*	+0.2614*i*	+0.3094*i*
0.3810	0.1203	-0.1130
+0.3804*i*	+0.1074*i*	-0.1271*i*
0.4193	-0.2276	0.0868
+0.4180*i*	-0.2267*i*	+0.0951*i*

(c) proposed method

proposed method ϕ_{ij}		
0.2002	0.2417	0.3300
+0.2087*i*	+0.2613*i*	+0.3093*i*
0.3808	0.1205	-0.1127
+0.3803*i*	+0.1075*i*	-0.1272*i*
0.4193	-0.2275	0.0865
+0.4180*i*	-0.2266*i*	+0.0948*i*

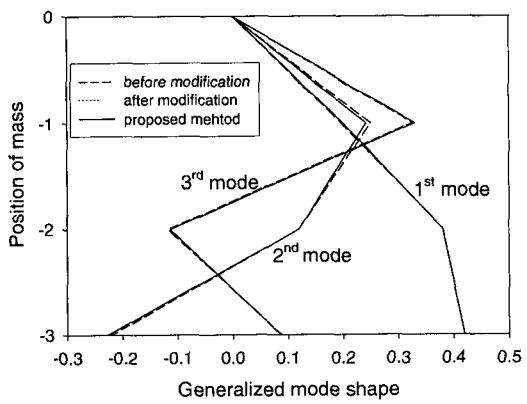

Fig. 2 Generalized mode shape by modifying structure in damped 3 degree of freedom system

후 기

본 연구는 2004학년도 경기대학교 교내 연구과제 지원에 의하여 수행되었음.

참 고 문 헌

(1) Fox, R. L. and Kapoor, M. P., 1968, "Rates of Change of Eigenvalues and Eigenvectors," *AIAA J.*, Vol. 6, No. 12, pp. 2426~2429.
(2) Nelson, R. B., 1976, "Simplified Calculation of Eigenvector Derivatives," *AIAA J.*, Vol. 14, No. 9, pp. 1201~1205.
(3) Brandon, J., 1991, "Second-Order Design Sensitivities to Assess the Applicability of Sensitivity Analysis," *AIAA J.*, Vol. 29, No. 1, pp. 135~139.
(4) Wang, B. P., 1991, "Improved Approximate Methods for Computing Eigenvector Drivatives," *AIAA J.*, Vol. 29, No. 6, pp. 1018~1020.
(5) Adhiakri, S., 1999, "Rate of Changed of Eigenvalues and Eigenectors in Damped Dynamic System," *AIAA J.*, Vol. 37, No. 11, pp. 452~1458.
(6) Friswell, M. I., and Adhiakri, S., 2000, "Derivatives of Complex Eigenvectors Using Nelson's Method," *AIAA J.*, Vol. 38, No. 12, pp. 2355~2357.
(7) Lee, J. Y., 2000, "Prediction of Modified Structural Natural Frequencies and Modes using Iterative Sensitivity Coefficient," *Trans. of KSMTE*, Vol. 9, No. 5, pp. 40~46.