

논문 2005-42SP-4-18

# Cascaded Integrator-Comb 필터를 위한 근사 선형 위상 보상기

(Almost linear-phase compensator for Cascaded Integrator-Comb filter)

이 규 하\*, 이 충 용\*\*

( Kyu-Ha Lee and Chung-yong Lee )

## 요 약

본 논문에서는 software defined radio(SDR) 등의 디지털 RF/IF(Intermediate Frequency)에 사용되는 CIC 필터의 처짐 현상을 위한 보상 필터를 제안한다. 제안된 보상 필터는 근사적 선형 위상 특성을 가지며, interpolator/decimator의 기저 대역에서 가장 낮은 레이트로 동작하는 2차의 필터이므로 저연산량을 요구하므로 비용 효율적이다. 또한 처짐 현상을 보상하면서도 저지대역에서는 성능 열화가 거의 발생하지 않는다. 예제를 통한 설계 및 성능 분석 결과, 제안된 보상 방법을 적용한 통신 시스템에 있어서 성능 향상을 보였고, 기존의 보상 방법과 비교하여 성능 및 메모리 사용량, 연산량에서 우수함을 보였다.

**Abstract**

In this paper, a filter is proposed to compensate droop of the CIC filter for SDR. The proposed compensation filter has almost linear-phase characteristic, requires low operational complexity, and is cost-effective due to its second-order characteristic and lowest operational rate in the baseband. Especially, it compensates droop in the passband with little performance degradation in the stopband. It is shown, by a design example and its performance analysis, that the proposed compensation method gives performance enhancement in communication systems. It is also shown that the proposed method is superior to conventional ones in view of memory usage and computational load.

**Keywords :** CIC, SDR, decimation, interpolation, compensator**I. 서 론**

SDR 등 다대역 다중모드 무선 통신에 있어서 디지털 신호 처리 기술이 급속히 발전함에 따라 RF쪽으로 확대되어 가고 있다. 그로 인해 광대역 신호에서 협대역 신호를 분리와 함께 고성능을 위한 RF/IF부의 처리에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다.<sup>[1-6]</sup> 그중 디지털 RF/IF의 처리를 위한 DDC(Digital Down Converter)와 DUC(Digital Up Converter)는 가변적인 대역 및 데이터 레이트의 지원을 위해 프로그래머블한 구조와 함께 고속처리를 요구하므로 저전력과 저연산량은 필수적인 요건 사항이고, 이를 위해 그림 1과 같은 CIC 필터를

이용한 구조에 대해 많은 연구가 이루어 졌다<sup>[3-6]</sup>. CIC 필터는 [4]에서 제안된 필터로 곱셈기가 필요 없고, 적은 메모리를 요구하며, 프로그래머블하게 특성이 조절이 가능하다. 또한 aliasing 및 image 성분의 제거 능력이 우수한 필터로 다중 레이트 신호처리에 널리 사용되고 있다. 그러나 통과 대역에서의 처짐 현상(droop)으로 인해 원신호의 왜곡이 발생하게 되므로 이에 대한 보상이 필요하다. 이에 따라 window method를 이용하여 근사적 보상 필터를 설계하는 방법이 일반적이며, 동일한 특성의 다중 CIC 필터를 이용하여 향상시키는 방법<sup>[5]</sup>, 보간된 2차의 선형필터를 이용하는 방법<sup>[6]</sup> 등이 연구되어 왔다.

본 논문에서는 CIC 필터의 처짐 현상을 위한 근사적 선형 위상의 보상 필터를 제안한다. 제안된 보상 필터는 2차의 비대칭 구조로 구성되고, DDC/DUC의 가장

\* 학생회원, \*\* 정회원, 연세대학교 전기전자공학과  
(Dept. of EE Eng., Yonsei University)  
접수일자: 2005년4월12일, 수정완료일: 2005년6월1일

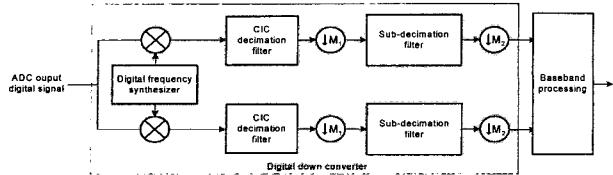
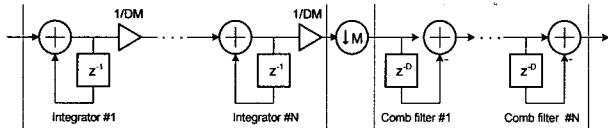
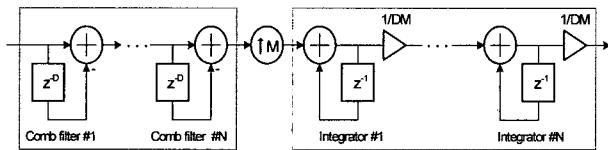


그림 1. CIC 필터를 이용한 디지털 다운 컨버터  
Fig. 1. Digital down-converter with CIC filter.



(a) CIC decimation 필터



(b) CIC interpolation 필터

그림 2. CIC 필터 구조  
Fig. 2. CIC filter structure.

낮은 기저 대역 레이트로 동작하므로 연산량 및 메모리 등의 리소스 요구량에 있어 효율적이다. 본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서는 CIC 필터에 대해 기술하여 문제점을 도출하고, III장에서는 제안된 보상 필터에 대해 다루며, IV장에서는 설계 예제를 통해 성능을 분석하여, V장에서 결론을 맺는다.

## II. CIC 필터

CIC 필터는 integrator부와 comb 필터부로 구성된다 [3]. Integrator부는 직렬로 연결된 N개의 integrator로 이루어지며,

$$H_i(z) = \frac{1}{1 - z^{-1}} \quad (1)$$

의 단위 integrator에 대해, CIC 필터의 integrator부는

$$H_I(z) = \left( \frac{1}{DM} \frac{1}{1 - z^{-1}} \right)^N \quad (2)$$

의 전달함수를 갖는다. 여기서 M은 interpolation/decimation 비율이고, D는 comb 필터에서의 차동 지연이다.

한편, comb 필터부는

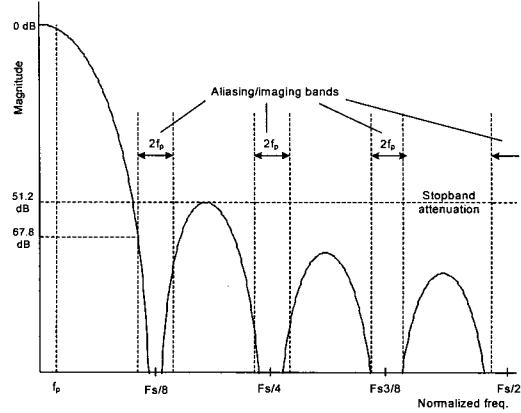


그림 3. CIC 필터 주파수 응답 ( $N=4$ ,  $D=1$ ,  $M=8$ ,  $f_c=Fs/32$ )

Fig. 3. Frequency response of CIC filter.

$$H_c(z) = 1 - z^{-1} \quad (3)$$

의 단위 comb 필터에 대해, integrator와 comb 필터부 사이에 있는 업/다운 샘플러에 의해,

$$H_c(z) = (1 - z^{-DM})^N \quad (4)$$

의 전달함수를 갖는다. 그러므로, CIC 필터의 전체 전달함수는

$$H(z) = \left( \frac{1}{DM} \frac{1 - z^{-DM}}{1 - z^{-1}} \right)^N \quad (5)$$

와 같다. 스케일링 요소 1/DM은 DC에서의 이득을 보상하기 위한 것이다. 이러한 CIC 필터는 그림 2와 같이 구성되고, 주파수 응답은,

$$H(e^{jw}) = \left( \frac{\sin \frac{wDM}{2}}{DM \sin \frac{\omega}{2}} e^{-jw[(DM-1)/2]} \right)^N \quad (6)$$

로 표현되며, 그림 3과 같다. 그림 3과 같이 CIC 필터는 1/M의 정수배에서 null이 발생하므로, aliasing이나 image 성분을 제거가 가능하게 된다. 또한 저지대역 감쇄도 sidelobe 피크값 이상의 값을 갖는다. 그림 3의 예에서와 같이 aliasing/image 감쇄는 67.8dB, 저지대역 감쇄는 51.2dB로 우수한 특성을 보이고 있다. 그러나 CIC 필터는 적은 하드웨어 및 연산량, 메모리 요구량에 있어 효율적이나, 넓은 천이 대역으로 인하여 보조 interpolation/decimation 필터를 사용하는 다단 구조로 사용된다. 그런데 효율적인 interpolator/decimator의 설계를 위해서는 CIC 필터에서는 높은 변환을 수행하고,

보조 필터에서는 변환 비율이 높지 않으므로, CIC 필터에서의 처짐 현상이 발생하게 되고, 이에 대한 보상이 필요하다.

### III. 근사 선형 위상의 보상 필터

본 논문에서는 연산량에 효율적이며, CIC 필터에 통과대역내 처짐 현상을 보상하면서도 저지대역 감쇄에 거의 영향을 미치지 않는 새로운 보상방법을 제안한다. 제안된 보상 필터는 interpolator/decimator의 기저 대역에 2차의 차수로 구성되어 적용되므로 저연산량을 요구한다. 이러한 보상 필터의 전달 함수  $H_{ALC}(z)$ 는,

$$H_{ALC}(z) = \frac{1}{|c_0 + c_1 + 1|} (c_0 + c_1 z^{-1} + z^{-2}) \quad (7)$$

와 같다. 여기서  $c_0$ 와  $c_1$ 은 실수이며, 다음과 같은 조건을 만족하도록 범위가 주어진다.

- 주파수 크기 응답은 증가 함수의 형태를 가질 것
- 통과대역에서의 응답 크기는 범위 내에 있을 것
- 통과대역에서의 그룹 지연은 범위 내에 있을 것

$H_{ALC}(z)$ 에 대해  $[0, \pi]$ 의 전대역에 대해 증가 함수 형태이려면,

$$|H_{ALC}(e^{j0})| < |H_{ALC}(e^{j\pi/2})| < |H_{ALC}(e^{j\pi})| \quad (8)$$

를 만족하여야 하므로,

$$|c_0 + c_1 + 1| < |c_0 - jc_1 - 1| < |c_0 - c_1 + 1| \quad (9)$$

를 얻게 된다. 또한, 보상된 통과대역의 주파수 크기 오차 범위에 의해 보상 필터의 주파수 크기  $\delta_l$ ,  $\delta_h$ 는 결정되고, 이에 대해,

$$\delta_l \leq |H_{ALC}(e^{j\pi})| \leq \delta_h, \quad (10)$$

이므로,

$$\delta_l \leq \frac{|c_0 - c_1 + 1|}{|c_0 + c_1 + 1|} \leq \delta_h \quad (11)$$

를 만족하여야 한다. 아울러 전달함수의 근에 해당하는 zero를 이용하여 크기 응답을 고려하면,  $z = re^{j\theta}$ ,  $z = re^{-j\theta}$ 에 존재하는 zero에서는 (8)의 조건을 만족하기 위해 실수부가 양의 값을 가져야 한다. 위의 조건을 이용하여  $c_0$ 와  $c_1$ 의 범위를 나타내면 그림 4와 같이

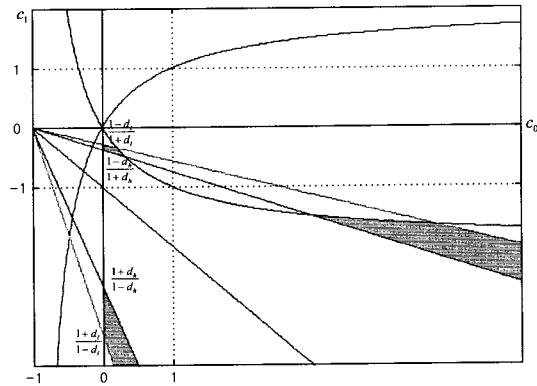


그림 4. 제안 방법의 최적해 범위

Fig. 4. Region of proposed method's optimal solutions.

평면에 존재한다.

또한, 그룹 지연을 zero에 의해 표현하면,

$$-\frac{d\angle H_{ALC}(e^{j\theta})}{d\omega} = \frac{r^2 - r\cos(\omega - \theta)}{1 + r^2 - 2r\cos(\omega - \theta)} + \frac{r^2 - r\cos(\omega + \theta)}{1 + r^2 - 2r\cos(\omega + \theta)} \quad (12)$$

와 같이 표현된다<sup>[7][8]</sup>. 이에 대해 통과대역에서의 그룹 지연은  $\pm\delta_d$  이내의 값에 들어야 할 때,

$$\left| \frac{2c_0 - c_1}{1 + c_0 - c_1} - \frac{2c_0 + c_1}{1 + c_0 + c_1} \right| \leq \delta_d \quad (13)$$

를 만족하는  $c_0$ 와  $c_1$ 의 해를 찾는 것이다. 위에서 주어진  $c_0$ ,  $c_1$ 의 범위에 대해 주파수 크기 오차를 최소로 하는 최적해  $c_0$ ,  $c_1$ 를 얻음으로써 보상 필터는 설계된다. 제안된 보상 필터의 최적해를 얻는 방법으로 본 논문에서는 min-max 알고리듬을 다음과 같이 변형하여 최적해를 구하였다. 주파수 특성의 보상과 함께 위상 특성을 최대한 선형으로 가져가면서 최적해 문제를 해결하도록 알고리즘을 설계하였다.

$$\begin{cases} \text{if } E_M(\mathbf{c}) > \epsilon, & \underset{\mathbf{c}}{\text{minimize}} E_M(\mathbf{c}) \\ \text{else}, & \underset{\mathbf{c}}{\text{minimize}} E_G(\mathbf{c}), \end{cases}$$

여기서,

$$E_M(\mathbf{c}) = \max |e_M(\mathbf{c})| - \min |e_M(\mathbf{c})|,$$

$$E_G(\mathbf{c}) = \max |e_G(\mathbf{c})| - \min |e_G(\mathbf{c})|,$$

$$e_M(\mathbf{c}, \omega_i) = |H(\omega_i)H_{ALC}(\mathbf{c}, \omega_i)|,$$

$$e_G(\mathbf{c}, \omega_i) = -\frac{d\angle\{H(\omega_i)H_{ALC}(\mathbf{c}, \omega_i)\}}{d\omega},$$

$$\mathbf{c} = [c_0 \ c_1].$$

#### IV. 설계 예제 및 결과

다음의 사양에 대해 제안된 보상 필터를 이용하여 decimator를 설계하였다.

- 전체 decimation 비율  $M = 32$
- CIC 필터에서의 decimation 비율  $M_1 = 8$
- 보조 필터에서의 decimation 비율  $M_2 = 4$
- 통과대역: 0.0144
- 저지대역: 0.0169
- 통과대역 리플: 0.3dB
- 저지대역 감쇄: 50dB

이에 따라 설계된 decimator의 구조는 그림 5와 같다. 전체 32:1 decimation에 대해 CIC 필터에서 8:1의 decimation을 수행하고, 이어지는 127-탭 보조 FIR decimation 필터를 이용하여 4:1 decimation을 수행하도록 구성하였다. 통신 시스템에서는 동기 등의 알고리즘을 위해 데이터 레이트의 2배 이상으로 입력되므로, 보조 필터의 1:4 비율이 CIC 필터에서 처짐 현상이 가장 크다. CIC 필터는 차수  $N=4$ , 지연  $D=1$ 에 대하여 설계되었다. 설계된 CIC 필터는 통과대역에서 단조 감소 형태로 최대 0.88의 감쇄가 발생하였다. 이에 대해 기저 샘플링 레이트로 동작하는 제안된 보상 필터는 다음과 같은 계수를 갖도록 설계되었고, 주파수 응답 및 위상 특성은 그림 6과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{c} &= [c_0 \ c_1] \\ &= [0.0170 \ -0.0430] \end{aligned}$$

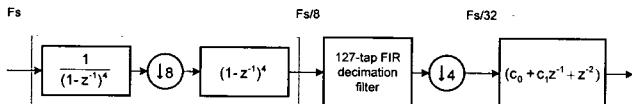


그림 5. 제안된 보상 필터를 이용한 decimator 설계 예  
Fig. 5. Design example using proposed compensator.

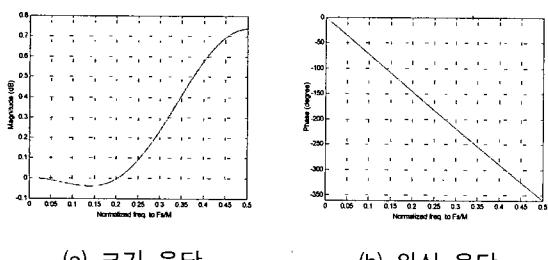
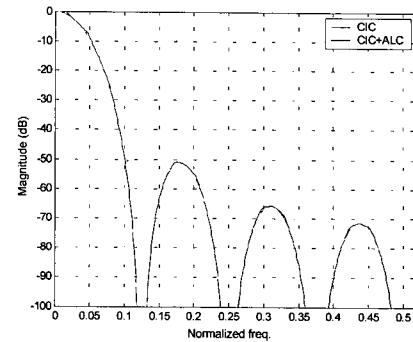
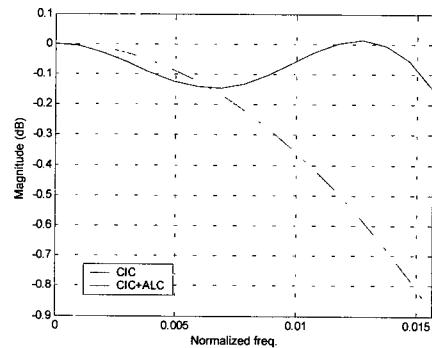


그림 6. 제안된 방법에 의한 보상 필터 응답  
Fig. 6. Frequency response of proposed compensator.



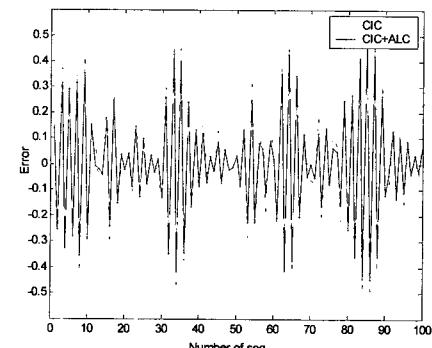
(a) 전 대역 주파수 응답



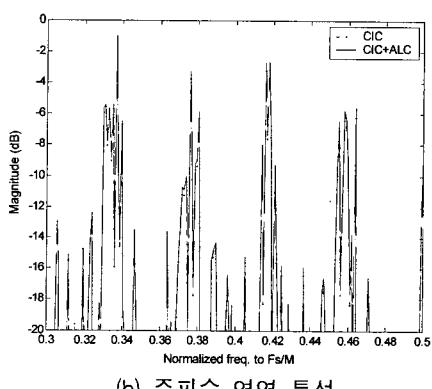
(b) 통과대역 주파수 응답

그림 7. 보상된 CIC 필터 주파수 응답

Fig. 7. Frequency response of compensated CIC filter.



(a) 시간 영역 특성



(b) 주파수 영역 특성

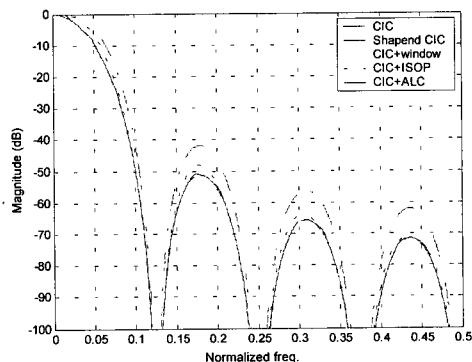
그림 8. 수신 신호의 특성

Fig. 8. Properties of received signal.

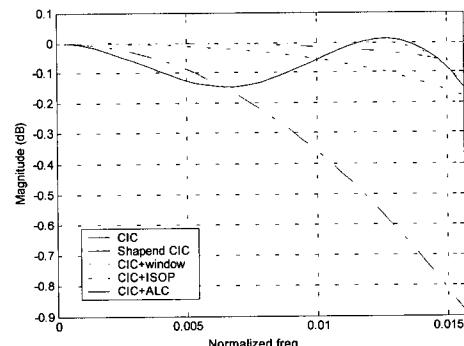
표 1. CIC 필터 보상 방법 비교

Table 1. Comparison of compensation methods for CIC filter.

	Additive operation		Additive memory	Passband droop(dB)	Attenuation(dB)		Phase
	multiplications	additions			Aliasing	Stopband	
Window	13	14	14	0.139	68.36	50.87	Linear
Sharpened CIC	36	6	6	0.069	60.89	41.96	Linear
ISOP	4	8	4	0.178	69.09	48.20	Linear
Proposed	1	2	2	0.144	68.36	50.86	Almost linear



(a) 전 대역 주파수 응답



(b) Passband 주파수 응답

그림 9. 보상 방법에 따른 주파수 응답 비교  
Fig. 9. Comparison of frequency responses of several compensation methods.

주파수 응답에서는 증가 함수의 형태로 CIC 필터 응답의 역형태이고, 위상 특성은 거의 선형 특성으로 그룹 지연은 최대 0.1 sample, r.m.s로 0.03sample을 갖는다. CIC 필터와 보상된 CIC 필터의 주파수 응답 비교는 그림 7에 나타내었다. 저지대역에서는 그림 7(a)와 같이 원 CIC 필터의 저지대역 감쇄에 거의 변화가 없고, 통과대역에서는 그림7(b)와 같이 쳐짐 현상이 보상되었다. 보상된 주파수 응답에서 통과대역에 리플이 발생하나 요건이 0.3dB이하므로 문제가 되지 않는다.

설계된 decimator를 이용하여 QPSK 방식에 대해 시

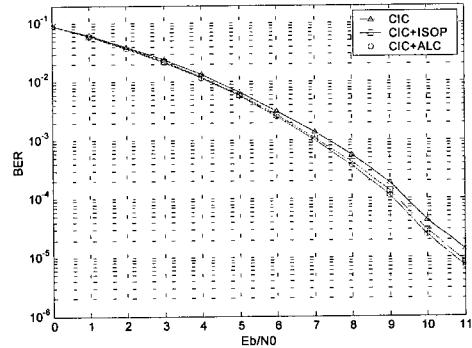


그림 10. 백색잡음 환경하에서의 오류 확률  
Fig. 10. Bit error probability in AWGN environment.

뮬레이션을 수행하였다. 수행 결과 그림 8의 결과를 얻었다. 잡음이 없는 이상적인 채널 환경에서 전송된 raised cosine 신호에 대해 최종 수신단에서의 전송값과 복조값의 차이를 그림 8(a)에 나타내었다. 또한 주파수 영역에서의 스펙트럼은 그림 8(b)와 같다. 실험 결과, 제안된 방법으로 보상된 CIC 필터는 시간영역에서 10.8%의 성능향상을 가져왔고, 주파수 영역에서는 감쇄가 보상된 결과가 관찰된다.

8:1 decimation에 대해 기존의 CIC 필터의 보상 방법과 비교한 결과를 그림 9, 10과 표 1에 나타내었다. 그림 9는 주파수 응답 특성의 크기를 나타낸 것으로 CIC 및 제안된 보상 방법과 함께 2차의 sharpend CIC, window 방법에 의한 보상 필터, ISOP에 의한 보상 필터에 의한 보상 결과를 나타내었다. 통과대역에서의 성능을 보면, sharpend CIC 필터가 가장 감쇄가 적고, window 설계 필터, 제안된 방법, ISOP 필터의 순으로 나타났다. Stopband에서는 제안된 방법이 가장 감쇄가 크고, sharpend CIC 필터가 성능이 떨어졌다. Aliasing에 대한 감쇄는 ISOP 필터가 가장 우수하고, 제안된 방법 및 window 설계 필터가 그다음을 이었으며, sharpend CIC 필터가 7~8dB 성능차이를 보였다. 4차의 sharpend CIC를 사용하면, aliasing 및 저지대역 감쇄는

가장 효율적이나 통과대역에서의 쳐짐이 요구에 충족되지 못하고, 매우 높은 연산량을 요구하므로, 2차에 대해 실험을 수행하였다. 연산량의 측면에서는 ISOP 필터가 구조상으로는 가장 간단하나 CIC 필터 다음에 위치하여  $F_s/8$ 로 동작하므로, 기저 대역인  $F_s/32$ 로 동작하는 제안 방법이 가장 적은 연산량으로 우수함을 보였다. 또한, 메모리 사용량에 있어서도 제안된 방법은 decimator의 마지막단에서 2-탭만을 요구하므로, 가장 적은 메모리를 요구한다. 그러나 필터의 특성은 제안된 방법은 근사 선형으로 인해 r.m.s 0.03 샘플의 그룹 지연을 갖는다.

또한 그림 10에는 백색 잡음 환경하에서의 오류 확률을 나타내었다. 잡음 환경에서 신호대 잡음비의 비율이 높아질수록 성능이 더욱 향상되었다. 평균적으로 오류 확률은 24.1%의 향상을 보였으며, 성능이나 연산량적으로 우수한 ISOP 필터와 제안된 방법을 비교한 결과, 0.2dB정도로 연산량에 있어서는 제안 방법이 효율적이나 성능적으로 대등하거나 우수함을 나타내었다.

## V. 결 론

본 논문에서는 디지털 RF/IF부에 사용되는 CIC 필터의 쳐짐 현상을 보상하기 위한 새로운 보상 방법을 제안하였고, 설계 예제를 통해 성능 분석을 수행하였다. 제안된 보상 필터는 근사 선형 위상의 특성으로, decimator/interpolator의 기저 대역에 위치하고, 2차 필터로 구성되므로 적은 연산과 함께 저속으로 동작하므로 연산량 및 메모리 요구량에 있어 효율적이다. 아울러 실험을 통해 통신 시스템에 적용하여 제안된 보상 필터에 의해 이득을 얻을 수 있음을 확인하였다. 그러므로 제안된 방식은 디지털 무선 통신 및 SDR 등의 디지털 RF/IF부에 효율적으로 적용 가능하다.

## 참 고 문 헌

- [1] J. Mitola III, Software radio architecture, John Wiley & Sons, Inc, 2000.
- [2] 이규하, 조은이, 김호, 태현식, 권영기 "개방형 구조의 SDR 시스템 구현", 대한전자공학회지, Vol. 30, No. 4, pp. 43~51, 2003년 4월
- [3] J. H. Reed, Software radio, Prentice hall, 2002.
- [4] E. B. Hogenauer, "An economical class of digital filters for decimation and interpolation", IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing , Vol. ASSP-29, No. 2, pp. 155~162, Apr. 1981.
- [5] A. Y. Kwentus, Z. Jiang, A. N. Willson, "Application of filter sharpening to cascaded integrator-comb decimation filters", IEEE Trans. Sig. Proc., Vol. 45, No. 2, pp. 457~467, Feb. 1997.
- [6] H. J. Oh, G. C. Choi, Y. H. Lee, "On the use of interpolated second-order polynomials for efficient filter design in programmable downconversion," IEEE J. Select. Areas Comm., pp. 551~560, Vol. 17, No. 4, Apr. 1999.
- [7] A. V. Oppenheim, R. W. Schafer, Discrete time signal processing, Prentice hall, 1998.
- [8] R. E. Crochiere, L. R. Rabiner, Multirate digital signal processing, Prentice hall, 1999.

## 저 자 소 개



이 규 하(학생회원)  
1997년 연세대학교 전자공학과  
학사 졸업.  
1999년 연세대학교 전자공학과  
석사 졸업.  
1999년 ~ 현재 연세대학교 전기  
전자공학과 박사과정.

<주관심분야 : 통신신호처리, 통신시스템, SDR,  
실시간 시스템>



이 충 용(정회원)  
1995년 Georgia Institute of  
Technology 박사 졸업.  
1996년 ~ 1997년 삼성전자.  
1997년 9월 ~ 현재 연세대학교  
전기전자공학과 부교수.

<주관심분야 : 통신신호처리, 어레이신호처리,  
MIMO 시스템>