논문 2005-42SC-4-3

플랜트 매개변수 섭동을 이용한 강인 제어기 설계

(Design of a Robust Controller Perturbations using Plant Parameter)

황 유 섭*

(Yu, Sub Hwang)

요 약

본 논문은 단일입력 다출력 시스템의 강인 안정화에 관한 것이다. 플랜트 매개변수 섭동구조의 주어진 범위와 그들의 gradient 최적화 알고리즘을 제시한다. 이러한 알고리즘을 플랜트 매개변수 공간의 stability hypersphere를 반복적으로 확대하여 플랜트를 안정시키는 제어기를 설계하는데 사용될 수 있다.

Abstract

In this paper, some algorithms for robust stabilization of linerar time - invariant single - input - multi output(SIMO) systems subject to parameter perturbatations are presented.

The range of structure perturbation was obtained by using the gradient optimization algorithm. These algorithms iteratively enlarge the stability hypersphere in plant parameter space and can be used to design a robust controller to stabilize a plant subject to givien range of parameter ecxursions.

Keywords : robust stabilization, stability hypersphere, robust controller

I. 서 론

일반적으로 제어시스템 설계시 동작도중 플랜트 매개변수의 섭동, 식별오차, 비선형성등의 여러 가지 원인으로 인한 플랜트 모델의 불확실성에 직면하게 된다. 이러한 문제를 해결하기 위해 플랜트 매개변수 섭동하에서 제어기의 안정영역 tolerance를 최대화할 제어기를 설계하는 강인제어이론은 특성다항식의 계수들의 Hurwitz 안정조건을 이용하여 1984년 Barmish[4]가 제공했으며 1985년 S. Bialas와 J. Garloff][5]가 강인제어의 최대구간 영역확대 가능성을 보여주었다.

본 논문의 알고리즘 개발에는 1978년 Kharitonov가 발표한 Kharitonov[1]정리를 이용하여 특성다항식계수들의 Hurwitz 안정조건을 만족하는 계수섭동의 최대구간을 구하는 방법[2-3]을 비례섭동영역에만 적용하여 실 매개변수 공간에서의 안정영역을 제시하였으며[6-8], 비례섭동영역의 불안정한 시스템으로 한정하고 이것을 궤환회로로서 안정화시킬 수 있는 강인제어기를 설계하여 이 때의 최대안정 Hypersphere반경을 gradient방법으로 구하는 알고리즘을 제시하였다.

제어기의 강인성을 얻기 위해서는 폐루우프시스템의 안정성[9]-[12]을 유지할 수 있는 플랜트매개변수의 섭동범위를 계산하는 것이 중요한 문제이다. 또한 어느 정도의 불확실성이 성능 면에서 허용되는가는 이론적으로 밝혀져 그 적용응용범위를 확대할 수 있을 것으로 기대된다.

본 논문에서는 섭동하는 매개변수를 제한하지 않는 일반적인 경우를 제어대상으로 불안정한 4차플랜트를 잡고 섭동하는 매개변수에 강인제어기 알고리즘흐름도를 적용한 결과 매개변수를 제한했을 경우[13]-[14]와 같은 안정영역을 얻음으로써 강인제어기 설계응용확대에 적

* 평생회원, 충주대학교 첨단과학기술대학 교수
(A professor at the College of High-Tech Sciences, Chungju National University)

※ 이 논문은 2004학년도 충주대학교의 학술연구조성비에 의하여 연구되었음
접수일자: 2005년2월12일, 수정완료일: 2005년6월27일

용되리라 믿어진다.

Ⅱ. 제어기를 설계하기 위한 문제의 정식화

플랜트 전달함수 계수들은 강인안정화가 요구되는 매개변수들로 가정했으며, 주어진 제어기에 대하여 플랜트 매개변수 섭동 하에서 최대안정 hypersphere를 구하며, 이를 더욱 확장시켜 제어기 매개변수가 변한다고 할 때 플랜트 매개변수 섭동 hypersphere를 최대가 되게 하는 제어기를 설계하고자 한다.

2.1 단일입력-다출력(SIMO)시스템

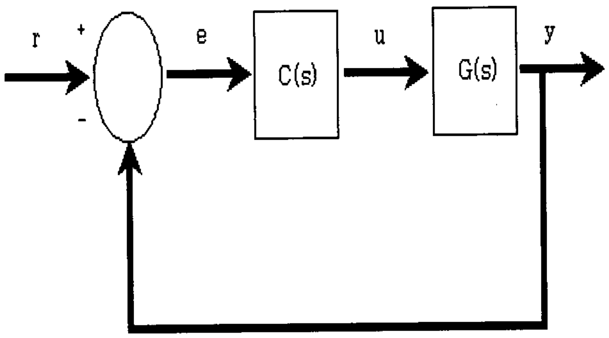


그림 2.1 단일입력-다출력 시스템
Fig. 2.1 SIMO System.

그림 2.1에서 스칼라 플랜트 전달함수는 다음과 같이 표현된다.

$$G(s) = \frac{n(s)}{d(s)} \quad (2.1)$$

여기서, n(S),d(S)는 차수가 같은 경우까지를 생각하여 다음과 같이 가정한다.

$$n(s) = n_q s^q + \cdot\cdot\cdot + n_o$$
$$d(s) = d_q s^q + \cdot\cdot\cdot + d_o \quad (2.2)$$

식 (2.2)으로 분자, 분모가 주어지는 플랜트를 'q차 플랜트'로 부르기로 한다. 이때 제어기 C(s)는 다음과 같이 놓자.

$$C(s) = \frac{n_c(s)}{d_c(s)} \quad (2.3)$$

식 (2.3)에서 n(s)과 d(s)도 같은 차수까지를 생각하여

$$n_c(s) = n_{cp} s^p + \cdot\cdot\cdot + n_{co}$$
$$d_c(s) = d_{cp} s^p + \cdot\cdot\cdot + d_{co} \quad (2.4)$$

라 놓는다. 플랜트의 경우와 같이 식(2.4)으로 분자, 분모가 주어지는 제어기를 'p차 제어기'로 부르기로 한다. 그러면 그림 2.1에서 페루우프 시스템의 특성 다항식은 다음과 같이 된다.

$$b(s) = d_c(s)d(s) + n_c(s)n(s)$$
$$= b_0 + b_1 s + \cdot\cdot\cdot + b_n s^n \quad (2.5)$$

단, n = p + q

위의 특성 다항식 b(s)의 계수는 다음과 같이 정리할 수 있다.[6]

$$Ax = b \quad (2.6)$$

단,

$$A = \begin{bmatrix} n_q & d_q & & & & & & & & \\ \cdot & \cdot & & & & & & & & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & & & & & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & & & & & \\ n_o & d_o & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & n_q & d_q & \\ & & n_o & d_o & & & & \cdot & \cdot & n_q \; d_q \\ & & & & & & & \cdot & \cdot & \cdot \;\; \cdot \\ & & & & & & & \cdot & \cdot & \cdot \;\; \cdot \\ & & & & & & & n_o & d_o & \cdot \;\; \cdot \\ & & & & & & & & & n_o \; d_o \end{bmatrix}$$

$$x^T = (n_{cp}, d_{cp}, \cdot\cdot\cdot, n_{co}, d_{co})$$
$$b^T = (b_0, \cdot\cdot\cdot, b_n) \quad (2.7)$$

여기서 $A \in R^{(q+p+1)\times(2p+2)}$, $x \in R^{(2p+2)\times 1}$, $b \in R^{(q+p+1)}$ 이다.

A와 x는 각각 플랜트 매개변수로 구성된 행 렬과 제어기 변수벡터이며 b는 특성다항식 의 계수벡터이다.

식(2.7)을 플랜트 전달함수의 계수섭동을 다루기 위하여 플랜트 전달함수의 계수 벡터와 특성 다항식의 계수벡터 사이의 관계식을 바꾸면 다음 형태의 식을 얻는다.

$$Xa = b$$

단,

$$A = \begin{bmatrix} & & & & & & & & n_{cp} & d_{cp} \\ & & & & & & n_{cp} & d_{cp} & \cdot & \cdot \\ & & & & & & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ & & & & & & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ & & n_{cp} & d_{cp} & \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot & n_{co} & d_{co} & \\ n_{cp} & d_{cp} & \cdot & \cdot & \cdot & n_{co} & d_{co} & & & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & & & & & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & & & & & \\ \cdot & \cdot & n_{co} & d_{co} & & & & & & \\ c_{co} & d_{co} & & & & & & & & \end{bmatrix}$$

$$a^T = (n_o^T, d_o, \cdot \cdot \cdot, n_q^T, d_q) \qquad (2.8)$$

여기서 $X \in R^{(q+p+1)\times(2q+2)}$, $a \in R^{(2q+2)\times 1}$ 이다.

이제, 플랜트 매개변수의 섭동을 고려하면, 플랜트 매개변수 섭동 하에서의 식(2.7)과 식(2.8)은 각각 다음 식들과 같이 된다.

$$(A + \triangle A)x = b + \triangle b \qquad (2.9)$$

$$X(a + \triangle a) = b + \triangle b \qquad (2.10)$$

A와 a는 각각 제어 하고자하는 플랜트 매개변수들로 구성된 행렬과 벡터이다. 또한 X와 x는 제어기 전달함수의 계수들로 구성된 행렬과 벡터이다. 또 △A는 플랜트 매개변수 행렬의 섭동 량이고, △ a와 △b는 각각 플랜트 매개변수 벡터 및 특성 다항식 계수 벡터들의 섭동 량이다.

2.2 문제의 정식화

일반적인 제어기 설계에 있어서는 제어할 플랜트에 관한 특성을 정확히 알고 있다는 가정 하에서 제어방식이나 제어기 구조를 적정하게 설계할 수 있다. 그러나 제어 시스템을 구성하는데 있어서 모델에 근거를 두고 잘 설계된 제어기가 실제로 플랜트에 사용되었을 때 플랜트를 모델화 하는 과정에서 발생하는 여러 가지 오차 즉 플랜트의 비선형성, 모델차수의 제한, 플랜트 매개변수의 불확실성들 때문에 제어 시스템의 안정성을 유지할 수 있다는 보장이 없다. 따라서 모델에 어느 정도의 오차가 포함되어 있어도 시스템의 안정성을 유지할 수 있도록 제어기를 설계하여야 하는데 이때 설계된 강인 제어기(robust controller)의 강인성(robusness) 즉, 제어 대상의 안정 hypersphere 반경을 구하기 위하여 다음 각 경우를 고려하고자 한다.

단일입력 - 다출력(SIMO)의 경우에 대해서 매개변수 섭동 hypersphere 및 강인 제어기를 구하기 위하여 문제 1, 2를 제시한다.

문제 1

1) $b \in R_t$인 관계를 갖는 식(2.5)의 실 다항식을 고려하자. 여기서 R_t는 다음식과 같이 정의되는 tolerance 영역이며

$$R_t := b \in R^{n+1} | \underline{b}_i \le b_i \le \overline{b}_i, i = 0, 1, \cdots, n \qquad (2.11)$$

$$\underline{b}_i = b_i^0 - q_i, \quad \overline{b}_i = b_i^0 + q_i$$

여기서, b_i^0는 설계치 이고, p_i와 q_i는 각각 b_i의 lower tolerance 와 upper tolerance이다. 설계치 b_i가 주어지면 $R_t \subset S_b$인 조건하에서 최대의 tolerance p_i와 q_i를 구한다.

여기서, S_b는 식(2.5)의 다항식 계수공간에서의 안정도 영역이다.

2) R_t가 다음 식과 같이 정의된 tolerance영역일 때 $a \in R_t$인 시스템 매개변수를 갖는 식(2.1)의 시스템을 생각하자.

$$a^T := [\, n_0^T d_0 \cdots \,,\ n_q^T \,,\ d_q \,] \qquad (2.12)$$

$$R_t := \{ \in R^{(1+m)(q+1)]\times 1} \,| \quad \underline{a}_i \le a_i \le \overline{a}_i, \quad i = 0, 1, \cdots, (1+m)(q+1) - 1 \} \qquad (2.13)$$

$$\underline{a}_i = \underline{a_i^o} - v_i, \quad \overline{a}_i = a_i^0 + w_i,$$
$$a_i^0 = nominal\ value$$

여기서 a_i는 설계치이고 v_i와 w_i는 a_i의 toler ance와 upper tolerance이다.

$R_t \subset S_a$인 조건하에서 tolerance v_i와 w_i의 최대안정영역을 찾는다. 여기서 S_a는 특성다항식(2.5)의 시스템 매개변수 공간에서의 안정영역이다.

문제 2

1) $R_t \subset S_a$인 조건하에서 tolerance v_i와 w_i를 최

대로 증가시킬 수 있는 강인제어기 X^*(fixed order에 대해)를 구한다.

2) 식(2.6)과 식(2.9)의 안정도 즉 본 폐루우프 시스템과 변화된 폐루우프 시스템의 안정도를 동시에 유지하면서 $\|\Delta a\|_2$를 최대로 증가시키는 강인제어기 X^* (fixed order에 대해)를 구한다.

여기서, $\Delta a \in R^{(1+m)(q+1)\times 1}$은 동일한 upper tolerance와 lower tolerance를 갖는 시스템 매개변수의 섭동공간이다.

Ⅲ. 강인제어기 설계

강인제어기를 설계하거나 제어기의 강인성을 해석하기위해서는 플랜트섭동의 상태, 혹은 모델의 불확실성(모델의오차)이 미리 고려되어야한다. 본 논문에서는 모델의 간략화와 동시에 제어기의 성능을 최대화하는 설계법을 제시하고 자한다.

1) 플랜트 매개변수 섭동알고리즘

아래 순서도에서 b(s)가 Hurwitz인 bo를 택한다. 문제 2의 2)를 구하기 위한 알고리즘은 다음과 같다.

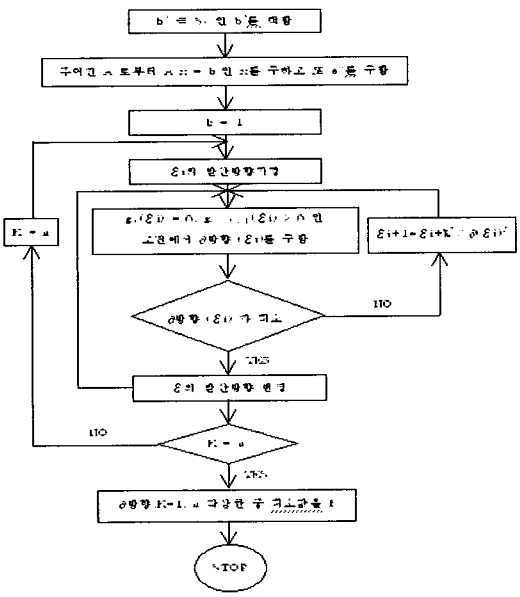
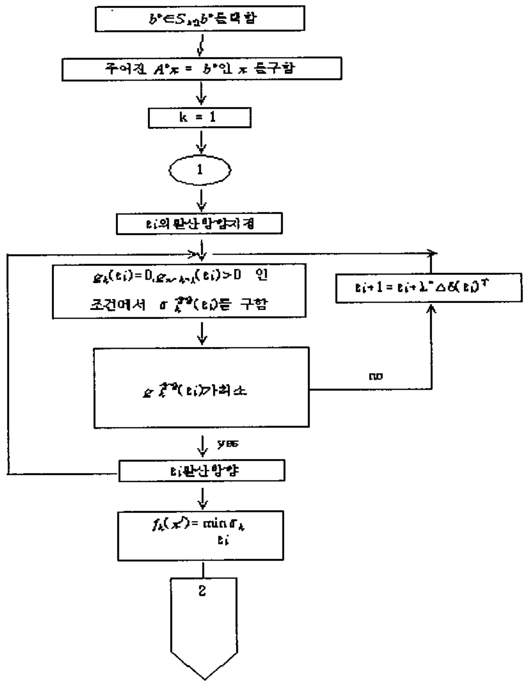


그림 2.2 플랜트 매개변수 섭동 Hypersphere 알고리즘 흐름도

Fig. 2.2 Flow-Chart of the Largest-Hypersphere Algorithm in the plants parameter perturbatioms.

2) 강인제어기 알고리즘

아래 순서도에서 b(s)가 Hurwitz인 bo를 택한다. 문제2의 2)를 적용하여 주어진 알고리즘을 이용하고 다시 제어기 매개변수 공간에서 qradient법을 한번더 적용한 알고리즘은 아래와 같다.



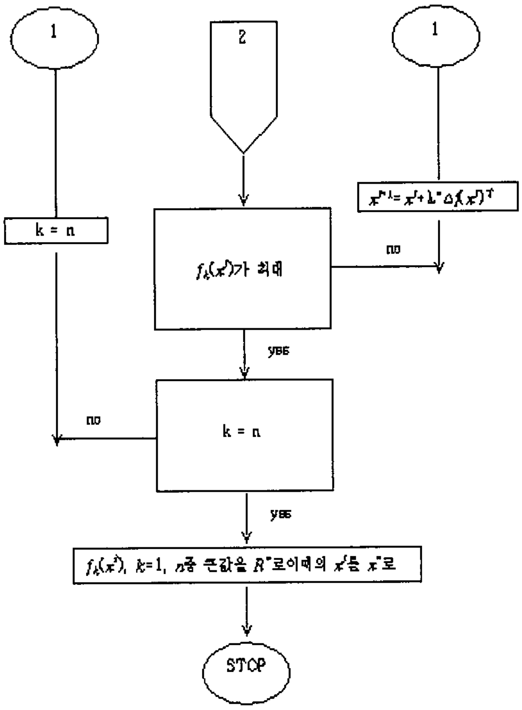


그림 2.3 강인제어기 알고리즘 흐름도

Fig. 2.3 Flow-Chart of Robust Contoller Algorithm.

Ⅳ. 컴퓨터 시뮬레이션에 의한 결과고찰

앞 장의 알고리즘을 적용하여 그 타당성을 입증해 보이기 위하여 제어대상으로 불확실성을 고려한 불안정한 4차플랜트를 잡고 섭동하는 매개변수가 일반적인 경우에 대하여 1차 제어기를 다루었다.

우선 제어기차수를 1차로하여서 1차 강인제어기와 최대안정 hypersphere를 설계해 보자. 3의 1)에서 제시한 플랜트 매개변수섭동 hypersph- ere 알고리즘을 적용하고 4차 1입력 2출력 불확실성을 고려한 불안정한 플랜트 전달함수를 다음 식과 같이 주어졌다고 하자.

1차 안정 제어기는 $G(s) = \dfrac{n_{c1} + n_{co}}{d_{c1} + d_{co}}$

$$x = \begin{pmatrix} n_{c1} \\ d_{c1} \\ n_{co} \\ d_{co} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.301 \\ 0.100 \\ 0.504 \\ 0.549 \end{pmatrix}$$

이를 플랜트 매개변수섭동알고리즘을 적용하면 이때 얻어진 안정 hypersphere반경은

$$R = 0.400$$

이다.

더 나아가서 1차 강인제어기는 3의 2)에서 강인제어기 알고리즘을 이용하면

$$x^* = \begin{pmatrix} n_{c1} \\ d_{c1} \\ n_{co} \\ d_{co} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.208 \\ 0.146 \\ 0.504 \\ 0.495 \end{pmatrix}$$

이 되며 이때 얻어진 최대 안정 hypersphere 반경은

$$R^* = 0.501$$

이다.

얻어진 결과를 가지고 안정영역에서 설계치를 중심으로 먼저 플랜트 매개변수 섭동 b(s)의 공간영역 b에서의 섭동영역과 강인제어기 섭동영역에서의 최대 안정 hypersphere를 도시하면 다음 그림 2.4와 같다.

3의 1)의 플랜트 매개변수 섭동알고리즘과 3의 2)의 강인제어기 알고리즘을 적용해 본 결과 최대 hypersphere를 구해보면 최대안정 hypersphere반경의 중심이 최대반경인지 확인할 수 있고, 안정

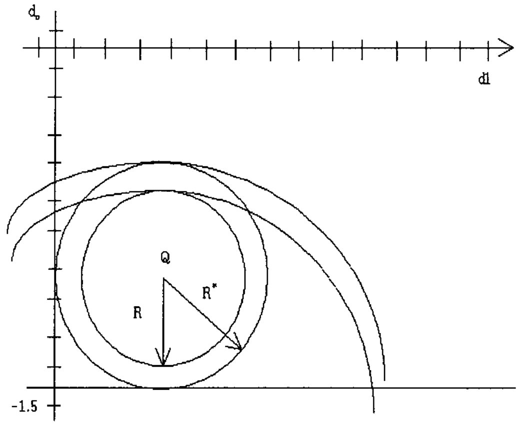


그림 2.4 플랜트 매개변수 공간의 섭동영역과 안정범위

Fig. 2.4 Perturbation Bound and Stabjlity Regions in Plant Parameter Space.

hypersphere반경은 최대안정 hypersphere반경이 확대되었음을 확인할 수 있다.

본 논문에서 제시한 강인제어기 알고리즘을 이용하면 제어기의 설계영역을 응용 확대할 수 있으며 특히 이번에 매개변수를 제한하는 경우가 아닌 매개변수를 제한하지 않은 일반적인 경우의 4차 1입력 2출력 제어기에 적용한 결과도 같은안전영역을 얻음으로써 플랜트 매개변수 섭동알고리즘을 이용한 제어기의 hypersphere 반경보다 강인제어기에서의 hypersphere반경이 더 확장되었음을 확인할 수 있다.

Ⅴ. 결 론

본 논문에서는 제어기의 설계시 매개변수의 제한을 둘 경우와 일반적인 경우 중 매개변수의 일반적인 경우를 응용확대 적용해 보았다.

본 논문에서 제시한 알고리즘을 플랜트매개변수섭동의 안정영역범위를 밝히는 hypersphere이다.

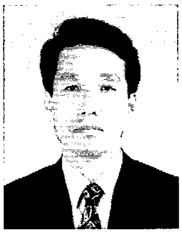
이를 이용한 제어기 설계를 다루는데 있어서 제어대상으로 불안정한 플랜트를 잡고 섭동하는 매개변수에 있어서 매개변수를 제한하는 경우와[13]-[14] 제한하지 않는 일반적인 경우 모두에 주어진 알고리즘이 적용됨을 확인할 수 있어 앞으로 제어기 설계 시 더욱 폭넓게 응용되리라 생각되어진다.

참 고 문 헌

[1] V. L .K haritonov, "Asymptotic stability of an

equilibrium position of a family of systems of linear differential equations", Uraven., vol. 14, No.11, pp.2086-2088, Nov 1978.
[2] R. M. Biernacki, "Sensitivities of stability constrains and their applications", IEEE Int. symp. Circuits and systems. 1986.
[3] J.P.Guiver and N.K.Bose. "Strictly Hurwi tz property invariance of quartics under coefficient perturbation", IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. AC-28, No. 1. pp.106-107, Jan 1983.
[4] B. R .Barmish, "Invarance of the strict Hur witz property for polynomials with perturbed coefficients", IEEE Trans. Automat. contr., vol. AC-29, No 10, pp.935-936, Oct 1984.
[5] S. Bialas and J.Garloff, "Stability of poly nomials under coefficient perturbation", IEEE Trans Automat. contr., vol. AC-30, No 3, pp.310-312, Mar 1985.
[6] R.M.Biernacki. "Robust stability with str uctured Real paramerter perturbations", IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-32, No 6, pp.495-506, Jun 1987.
[7] Nobuyama, E., "Robust stabilization of ti me delay system via reduction to delay-free model matching problems." Proceedings of the 31st Conference on Decision and, Control Tucson, Arizona, U.S.A, pp.357-358, 1992.
[8] Kemin Zhou with John C. Doyle and Kei th Glover, Robust and optimal control, Prenti ce Hall, 1996.
[9] Kwon,W. H., and Pearson, A. E., "Feedb ack stabilization of linear systems with dela yed control," IEEE Transaction on Automati c Control, 25, pp.266-269, 1980.
[10] 황유섭, 이상혁, "매개변수 섭동구조를 갖 는 플랜트의 강인안정화 알고리즘", 대한 전기 학회 논문지, 제 38권 4호, 316-325쪽, 1889년 4월
[11] 황유섭 "The Stability Analysis of Robu st Stabilization of Plants Subject to Plant Parameter Perurbation" 충주대학교 논문집 제 34집 2호, 179-192쪽, 1999년 2월
[12] 황유섭, "플랜트 매개변수 변화구조를 갖 는 플랜트의 강인안정화" 충주대학교 논문집 제 35집 2호, 239-255쪽, 2000년 9월
[13] 황유섭, "특성다항식 계수섭동 알고리즘을 이용한 강인 제어기설계" 충주대학교 논문집 제37집, 99-112쪽, 2002년 11월
[14] 황유섭, "강인제어기 알고리즘을 이용한 제어기 설계" 한국산업응용학회 논문집, 제7권 제2호, 215-220쪽, 2004년 5월

저 자 소 개



황 유 섭(평생회원)
1976년 영남대학교 전기공학과 학사졸업.
1980년 영남대학교 전기공학과 석사졸업.
2004년 아주대학교 제어계측공학과 박사 졸업.
1991년～현재 충주대학교 첨단과학기술대학 교수
<주관심분야 : Robust제어, 전기 · 계장설계>