

ℓ_1 -최적제어를 이용한 컨테이너 크레인의 운전

김영한* · 장상목**

*동아대학교 화학공학과 교수, **동아대학교 화학공학과 교수

Operation of Container Cranes Using ℓ_1 -Optimal Control

Young Han Kim* · Sang Mok Chang**

*Department of Chemical Engineering, Dong-A University, Busan 604-714, Korea

**Department of Chemical Engineering, Dong-A University, Busan 604-714, Korea

요약 : 컨테이너 크레인의 제어방법에 관한 기존 연구는 피제어 변수의 최종목표치의 오차를 최소화하는 목적함수를 사용하여 제어계산을 하였기 때문에 계산에서 얻어진 입력은 실제 운전에서 적합하지 않은 과도한 변화를 가지게 되었다. 본 연구에서는 컨테이너 크레인의 비선형 모델을 사용하여 4차 Chebyshev 함수로 근사한 제어입력을 계산하는 새로운 제어계산 방법을 제안하였다. 제어 목적식은 편차의 절대치의 합을 최소화하도록 구성하였고 최적화 계산에는 심플렉스 알고리즘을 활용하였다. 본 제안의 제어방법으로 계산된 제어 입력과 출력을 기존의 제어 방식으로 계산된 결과와 비교하여 본 제안의 제어방식의 결과가 기존 제어방식에 비해 안정된 컨테이너 크레인 운전성능을 보였다.

핵심용어 : 컨테이너 크레인, 크레인 운전, 최소편차 제어, 최적화

Abstract : The existing control techniques for the operation of a container crane satisfy the terminal condition of controlled variables, but the outcome of input computation is inadequate for the operation of the crane due to heavy movement of inputs. In this study, a new control technique employing a nonlinear model of the crane is proposed to compute the inputs approximated with the 4th-order Chebyshev function. The control objective of sum of absolute deviations is minimized, and the optimization is conducted with the simplex algorithm. The inputs and outputs computed from the proposed technique were compared with the results of the previous study to show that they give more stable crane operation than the existing control technique.

Key words : Container Crane, Crane Operation, Minimum Deviation Control, Optimization

1. 서 론

컨테이너 크레인의 제어방법은 여러 가지가 제안되어 그 성능을 비교한 연구결과 들이 많이 발표되고 있으나 성능지수의 최소화에만 집중하여 연구한 결과 실제 응용에서 문제를 야기할 가능성이 크다. 예를 들어 Sakawa와 Shindo의 연구(Sakawa et al., 1982)는 목표구간의 최종시점에서의 출력치는 매우 정확하게 설정치를 맞추고 있으나 입력치의 변화가 매우 크기 때문에 실제 운전에서 문제를 야기할 가능성이 있다. 그러므로 이러한 제어방식을 실제 컨테이너 크레인의 운전에서 활용하기에는 어려움이 있다.

컨테이너 크레인의 제어를 위한 기존의 연구로는 Sakawa와 Shindo의 연구(Sakawa et al., 1982), Jaddu와 Vlach의 연구(Jaddu et al., 1980) 등이 있으며, 앞의 연구에서는 최적제어의 기법(Sakawa et al., 1980)을 활용하여 제어계산을 수행하였으나 제어 계산에서 최적치를 찾기 위해 반복계산을 하기 때문에 제어입력의 계산에 많은 시간을 필요로 하는 문제가 있다. 이러한 계산시간을 단축하기 위하여 제어입력을 Chebyshev 함수

(Carnahan et al., 1969)로 근사하여 계산하는 방법이 제안되었다(Jaddu et al., 1980). 이 방법은 크레인의 비선형모델을 선형화하고 근사입력을 사용하여 제어 목적식 계산에 2차 프로그래밍을 응용할 수 있는 형태로 변형하여 제어계산을 하는 방법을 사용하였다. 그러나 크레인의 모델을 선형화하여 사용하였기 때문에 제어계산의 오차가 크고 입력의 과도한 변화를 요구하는 문제가 있다.

본 연구에서는 크레인의 비선형 모델을 사용하는 반면에 제어입력을 4차 Chebyshev 함수로 근사하여 5개의 계수를 계산하는 방법을 사용하는 새로운 제어계산 방법을 컨테이너 크레인의 운전에서 활용하는 방안을 제안하였다. 기존의 제어방식이 최종시점에서의 출력 제어에 치중하여 입력치의 변화가 매우 크기 때문에 본 연구에서는 제어목적식을 편차의 절대치의 합을 최소화하는 최소편차 제어식(Kim et al., 1993; Kim et al., 1994)으로 구성하여 입력치의 변화를 줄이고자 한다. 본 제안의 제어방법으로 계산된 제어 입력과 출력을 기존의 제어 방식으로 계산된 결과와 비교하여 본 제안의 제어방식의 성능을 검토하였다.

* 대표저자 : 김영한(정회원), yhkim@mail.donga.ac.kr 051)200-7723

** 정회원, smjang@mail.donga.ac.kr 051)200-7726

2. 크레인의 모델

컨테이너 크레인의 대략적인 형태를 Fig. 1과 같이 구성할 수 있다. 이를 바탕으로 크레인의 모델을 만들면 아래와 같이 얻을 수 있다(Sakawa et al., 1982).

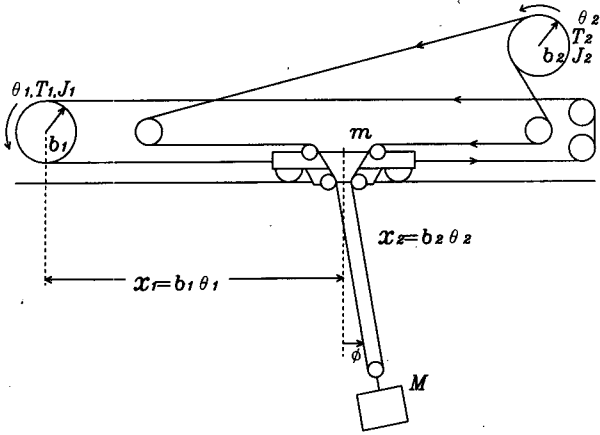


Fig. 1 A schematic diagram of container crane.

Fig. 1의 컨테이너 크레인의 간략도에서 오른쪽은 호이스터 모터이고 왼쪽은 트롤리 드라이브 모터를 표시한다. 우선 트롤리 드라이브 모터에 의한 토크를 계산하면 다음과 같이 쓸 수 있다. 여기서 J_1 은 트롤리 드라이브 모터의 관성모멘트이고, T_1 은 트롤리 드라이브 모터가 가해준 운전 토크이며, J_1 은 트롤리 드라이브 모터의 회전각도이다. 호이스터 모터에 대해서도 J_2, T_2 는 각각 동일한 의미를 갖는다. 또 m 은 트롤리의 무게이고 M 은 컨테이너의 하중이다.

$$[J_1 + (M + mb_1^2)] \theta_1 + Mb_1 b_2 \theta_2 \sin \phi + Mb_1 b_2 \theta_2 \phi \cos \phi + Mb_1 b_2 (2 \theta_2 \phi \cos \phi - \theta_2 \phi^2 \sin \phi) = T_1 \quad (1)$$

여기서 사용된 기호는 Fig. 1에 표시된 것과 같다.

유사한 방법으로 호이스터 모터에 의한 토크를 계산하면

$$Mb_1 b_2 \theta_1 \sin \phi + (J_2 + Mb_2^2) \theta_2 - Mb_2^2 \theta_2 \phi^2 - mg b_2 \cos \phi = T_2 \quad (2)$$

이고, 트롤리의 운동방정식은

$$b_1 \theta_1 \cos \phi + b_2 \theta_2 \phi + 2b_2 \theta_2 \phi + g \sin \phi = 0 \quad (3)$$

이다. 컨테이너 하중에 의한 흔들림이 매우 적다고 가정하면 다음과 같이 상태변수와 입력변수를 정의할 수 있다.

$$x_1 = b_1 \theta_1 \quad (4)$$

$$x_2 = b_2 \theta_2 \quad (5)$$

$$x_3 = \phi \quad (6)$$

여기서 x_1 은 트롤리 드라이브 모터에 의한 트롤리의 이동거리이고, x_2 는 호이스터 모터에 의한 트롤리의 이동거리이며, x_3 는 컨테이너의 흔들림 각도이다. 입력변수를 정의하면

$$u_1 = \frac{b_1 T_1}{J_1 + mb_1^2} \quad (7)$$

$$u_2 = \frac{b_2 (T_2 + mb_2 g)}{J_2 + Mb_2^2} \quad (8)$$

이고, 여기서 u_1 은 트롤리 드라이브 모터가 가해주는 가속력이고 u_2 는 호이스터 모터가 가해주는 가속력이다. 다시 새로운 상태변수를 정의하면

$$x_4 = \dot{x}_1 \quad (9)$$

$$x_5 = \dot{x}_2 \quad (10)$$

$$x_6 = \dot{x}_3 \quad (11)$$

이고 컨테이너 흔들림 ϕ 와 그 변화율이 아주 작다고 가정하면 식(1)의 셋째 항과 넷째 항의 첫 번째가 무시되며 컨테이너 하중은 수평방향의 움직임에 영향을 미치지 않는다고 가정하여 다음식이 얻어진다.

$$x_4 = u_1 - \delta_1 x_3 u_2 + \delta_1 g x_3 \quad (12)$$

동일한 가정을 적용하면 식(2)의 셋째 항이 무시되어

$$x_5 = -\delta_2 x_3 u_1 + u_2 \quad (13)$$

가 얻어지고 식(3)에서 다음 식을 얻을 수 있다.

$$x_6 = -\frac{1}{x_2} [u_1 - \delta_1 x_3 u_2 + (1 + \delta_1) g x_3 + 2x_5 x_6] \quad (14)$$

여기서 x_4, x_5, x_6 는 각각 x_1, x_2, x_3 의 변화율을 나타내며 두 개의 계수 값은 아래와 같이 계산된다.

$$\delta_1 = \frac{Mb_1}{J_1 + mb_1^2} \quad (15)$$

$$\delta_2 = \frac{Mb_2^2}{J_2 + Mb_2^2} \quad (16)$$

이들 상태변수 중 가장 중요한 것은 컨테이너의 흔들림 각도, x_3 와 그 변화율 x_6 이다. 또 모터가 가해줄 수 있는 가속력은 각각 다음과 같은 제약 조건을 가지고 있다.

$$|u_1| \leq u_{1\max} \quad (17)$$

$$u_{2\min} \leq u_2 \leq u_{2\max} \quad (18)$$

$$u_{1\max} = b_1 T_{1\max} / (J_1 + mb_1^2) \quad (20)$$

$$u_{2\min} = -b_2 (T_{2\max} - Mg b_2) / (J_2 + Mb_2^2) < 0 \quad (21)$$

$$u_{2\max} = Mg b_2^2 / (J_2 + Mb_2^2) > 0 \quad (22)$$

여기서 $T_{1\max}$ 와 $T_{2\max}$ 는 각각 트롤리 드라이브 모터와 호이스터 모터의 최대 토오크이다. 또 트롤리 드라이브 모터의 회전 속도에 대한 제약식으로부터

$$|x_4| \leq x_{4\max} \quad (23)$$

또, 호이스터 모터의 회전속도 제한으로부터

$$|x_5| \leq x_{5\max} \quad (24)$$

와 같이 제약조건식을 구성할 수 있다.

3. 제어방법

식(9)-(14)의 모델에서 식(17)-(22)의 제약조건을 만족하며 식(23)-(24)의 조건을 만족하는 제어계산은 여러 가지 방법을 사용하여 계산될 수 있으나 본 연구에서의 제어 목적을 만족시키기 위해서는 신속한 제어계산을 할 필요가 있다. 기존의 제어방법들이 경계조건 특히 최종 목표치의 충족에만 치중하기 때문에 제어계산에 많은 시간을 소모하여 실제 활용에 어려움을 주는 데 반해 본 연구에서는 신속한 제어계산이 가능하도록 새로운 제어 방법을 제안하였다.

우선 제어 목적식을 다음과 같이 구성한다.

$$I[u(t)] = \int_{t_0}^{t_f} |x - x_f| dt \quad (25)$$

여기서 t_f 는 컨테이너 이송에 소요되는 시간으로 여기서는 9초로 계산하였다. 식(25)를 최소화하는 계산을 위하여 Nelder와 Meade(Nelder et al., 1964)의 심플렉스 알고리즘을 사용하였는데 실제계산에서는 편의를 위하여 MATLAB의 최적화 계산함수 fmins를 사용하여 입력을 계산하였다. 또, 계산시간을 단축하기 위하여 다음의 Chebyshev 함수를 사용한 입력의 근사함수를 이용하는 계산방식을 사용하였다.

$$T_n(z) = \cos n\theta, \quad n=0, 1, \dots$$

$$\theta = \cos^{-1} z, \quad -1 \leq z \leq 1 \quad (26)$$

여기서는 4 차항까지의 합을 사용하여 입력을 계산하였다. 즉 입력변수의 계산은

$$u_i = \sum_{n=0}^4 a_n^i T_n \quad (27)$$

와 같이 계산하였으며 최적화계산에서 계수 a_n^i 를 얻었다.

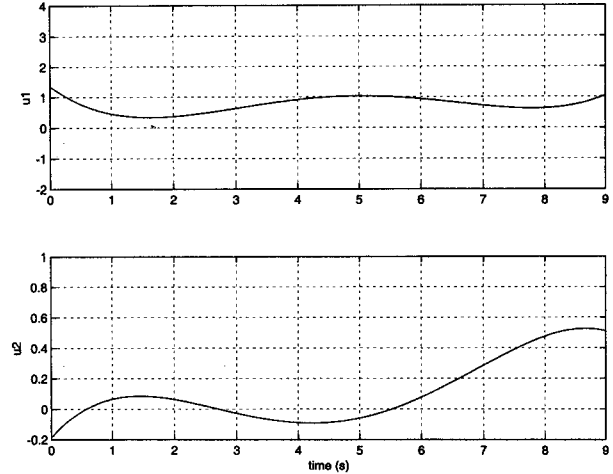


Fig. 2 Variations of inputs.

4. 결과 및 고찰

컨테이너 크레인의 개략적 구조를 바탕으로 컨테이너를 지지하고 있는 와이어로프가 수직선과 이루는 각도 즉 흔들림 각도와 그 각도의 변화율을 최소화 하는 다시 말하면 안정한 상태에서 컨테이너가 이송될 수 있도록 하는 입력변수, 여기서는 트롤리 드라이브 모터가 가해주는 가속력과 호이스터 모터가 가해주는 가속력을 계산하였다. 구체적으로 식 (9)-(14)의 모델을 사용한 식(25)를 최소화하는 입력의 근사함수를 MATLAB을 이용하여 계산한 결과 다음과 같은 Chebyshev 함수의 입력변수를 계산하였다.

모델에 대한 실제적인 수치값은 일본 코오베항에 설치된 컨테이너 크레인에서 얻은 값(Sakawa et al., 1982)으로 식 (12)-(14)는 다음과 같이 정리하였다.

$$x_4 = u_1 + 17.2656 x_3 \quad (28)$$

$$x_5 = u_2 \quad (29)$$

$$x_6 = -\frac{1}{x_2} (u_1 + 27.0756 x_3 + 2 x_5 x_6) \quad (30)$$

또 초기조건과 최종 설정값은

$$x(0) = [0, 22, 0, 0, -1, 0]^T \quad (31)$$

$$x(9) = [10, 14, 0, 2.5, 0, 0]^T \quad (32)$$

이고 식(17)-(22)의 제약조건은

$$|u_1(t)| \leq 2.83374 \quad \forall t \in [0, 9] \quad (33)$$

$$-0.80865 \leq |u_2(t)| \leq 0.71265 \quad \forall t \in [0, 9] \quad (34)$$

이며 식(23)과 식(24)의 제약조건은

$$|x_4(t)| \leq 2.5 \quad \forall t \in [0, 9] \quad (35)$$

$$|x_5(t)| \leq 1 \quad \forall t \in [0, 9] \quad (36)$$

와 같다. 이러한 모델을 이용하여 다음 항과 같은 제어계산을 수행하여 목적함수를 만족하는 입력을 계산해 낼 수 있다. 컨테이너의 하중변화가 모델상수에 영향을 미칠 수 있어 식(28)과 (30)에서 하중변화에 따른 상수변화가 있으나 이들 상수에 컨테이너 흔들림 ϕ 가 곱하여져 있기 때문에 흔들림이 적은 경우에는 그 영향이 크지 않음을 알 수 있다.

계산시간은 PC를 사용하여 2분18초가 소요되었으나 실제 현장에서 응용 시 전용 계산 패키지를 구성하고 고속계산용 워크스테이션을 활용한다면 보다 짧은 시간에 제어계산이 가능할 것으로 예상된다.

$$u_1 = -0.7978 T_0 + 0.0119 T_1 + 0.1006 T_2 - 0.1715 T_3 + 0.2973 T_4 \quad (37)$$

$$u_2 = 0.1446 T_0 + 0.2955 T_1 + 0.1245 T_2 + 0.0541 T_3 - 0.1089 T_4 \quad (38)$$

여기서 얻은 결과를 그림으로 표시한 것이 Fig. 2-4이다. Fig. 5와 6은 기존연구(Jaddu et al., 2002)의 연구결과를 나타낸 것이다. Fig. 2에서는 입력변화를 표시한 것으로 Fig. 6에 나타낸 기존 연구의 결과에 비교하여 u_1 의 경우 변화폭이 절반 정도이며 u_2 의 경우 약 70%에 해당할 정도로 안정한 상태에서 제어가 가능함을 보여주고 있다.

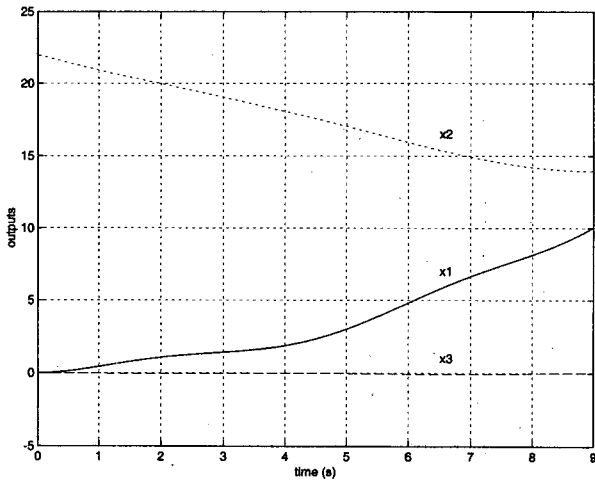


Fig. 3 Variations of outputs 1 through 3.

Fig. 3에서는 제어변수 x_1 에서 x_3 의 변화를 나타내고 있으며 기존의 연구결과와 비교할 때 x_1 과 x_2 는 유사한 변화를 보이고 있으나 컨테이너의 흔들림 각도 x_3 의 경우 기존연구가 2.2도 정도의 편차를 보이는 반면 본 연구의 결과는 0.1도 이하의 변화폭을 나타내고 있어 안정한 상태에서 컨테이너의 이송이 가능함을 보여주고 있다. Fig. 4에서는 나머지 제어변수 x_4 에서

x_6 의 변화를 보여주고 있는데 x_4 의 경우는 변화폭은 비슷하나 변화의 양이 기존연구의 결과에 비해 다소 많다. 그러나 제어 시스템의 제약조건을 충분히 만족시키고 있어 문제가 되지 않는다. x_5 의 경우는 기존 연구의 결과와 유사한 변화를 보이는 반면, x_6 의 경우는 기존 연구의 결과에 비해 변화폭이 약 1/30에 지나지 않는다. 여기서 컨테이너 이송도중의 흔들림을 최소로 할 필요가 있음을 감안할 때 x_3 의 변화폭이 가장 중요함을 알 수 있고 본 연구의 결과는 이러한 목표를 만족시키기에 충분함을 보여주고 있다. 바꾸어 말하면 컨테이너의 흔들림 각도가 기존연구의 약 1/20에 해당하고 아울러 흔들림의 속도는 약 1/30에 지나지 않아 기존연구의 결과에 비해 매우 안정된 컨테이너의 이송이 가능함을 보여주고 있다. 이러한 안정된 컨테이너의 이송이 가능한 이유는 제어목표를 최소편차로 하였기 때문이다. 그러나 본 연구에서 사용한 최소편차 제어 방식은 기존의 최적제어 이론을 사용할 수 없고 최적화 기법을 이용하여야 제어계산이 가능하다.

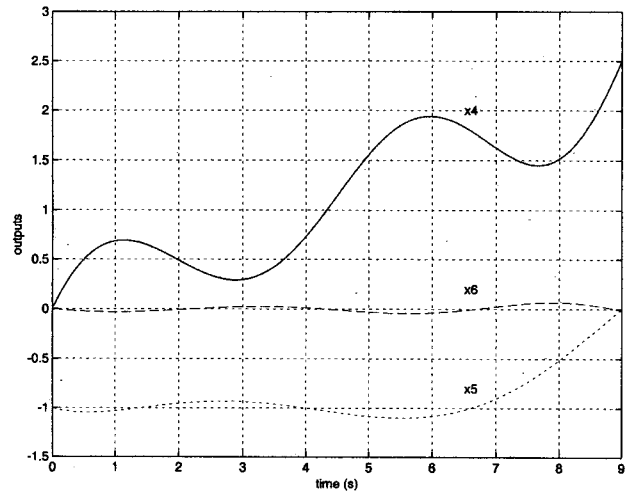


Fig. 4 Variations of outputs 4 through 6.

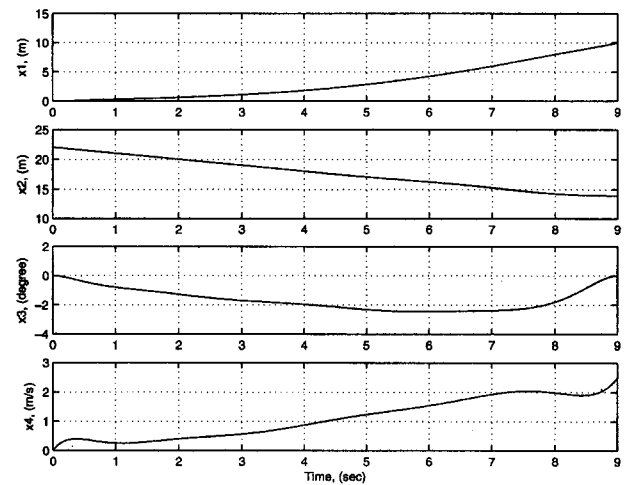


Fig. 5 Variations of outputs 1 through 4 in a previous study.

4. 결 론

컨테이너 크레인의 운전을 위한 새로운 제어방법을 제안하고 제어성능을 기존의 제어연구 결과와 비교하였다. 제안된 제어방법은 크레인의 비선형 모델을 사용하여 제어입력을 4차 Chebyshev 함수로 근사한 5개의 계수를 계산하는 방법으로 제어목적식은 편차의 절대치의 합을 최소화하는 최소편차 제어식으로 구성하였고 최적화 계산에는 심플렉스 알고리즘을 활용하였다. 본 연구의 제어방법으로 계산된 제어 입력과 출력력을 기존의 제어방식으로 계산된 결과와 비교하여 본 연구의 제어방식이 훨씬 안정된 컨테이너의 이송을 가능하게 함을 보였고 그 예로써 컨테이너의 이송 중 흔들림의 각도가 기존 제어방식의 약 1/20에 지나지 않음을 알 수 있었다.

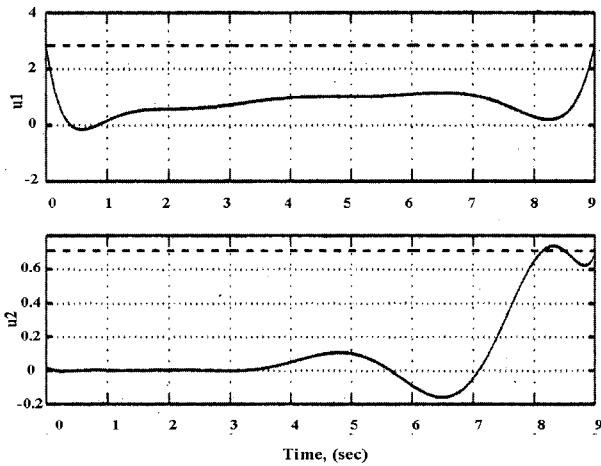


Fig. 6 Variations of Inputs and outputs 5 and 6 in a previous study.

감 사

본 연구는 동아대학교의 2004년도 연구지원에 의한 것입니다.

참 고 문 헌

- [1] Carnahan, B., Luther, H. A. and Wilkes, J. O.(1969), "Applied Numerical Methods," John Wiley & Sons., Inc., N. Y., p. 40.
- [2] Jaddu, H. and Vlach, M. (2002), "Successive Approximation Method for Non-Linear Optimal Control Problems with Application to a Container Crane problem," Opt. Cont. Appl. Met., vol. 23, pp. 275-288.
- [3] Kim, Y. H. and Sohn, I. J. (1993), "Minimum Deviation Control of a Binary Distillation Column Using Reduced Order Dynamic Matrix," J. Chem. Eng. Japan, vol. 26, no. 5, pp. 501-509.
- [4] Kim, Y. H., Kim, M. H. and Kim, J. B. (1994), "Minimum Deviation Adaptive Control of a Binary Distillation Column," J. Chem. Eng. Japan, vol. 27, no. 2, pp. 253-256.
- [5] Nelder, J. A. and Mead, R. (1964), "A Simplex Method for Function Minimization," Computer J., vol. 7, pp. 308-313.
- [6] Sakawa, Y. and Shindo, Y. (1980), "On Global Convergence of an Algorithm for Optimal Control," IEEE Trans. Auto. Cont., vol. AC-25, no. 6, pp. 1149-1153.
- [7] Sakawa, Y. and Shindo, Y. (1982), "Optimal Control of Container Cranes," Automatica, vol. 18, no. 3, pp. 257-266.

원고접수일 : 2004년 8월 19일

원고채택일 : 2005년 6월 28일