

## 거리 척도에 따른 PCA/LDA 기반의 얼굴 인식 성능 분석

송영준<sup>1</sup> · 김영길<sup>2</sup> · 안재형<sup>3\*</sup>

### A Performance Analysis of the Face Recognition Based on PCA/LDA on Distance Measures

Young-Jun Song<sup>1</sup>, Young-Gil Kim<sup>2</sup> and Jae-Hyeong Ahn<sup>3\*</sup>

**요 약** 본 논문은 얼굴인식에서 사용되고 있는 PCA/LDA 방식의 유사도 측정 방식에 따른 인식 성능을 비교 분석하였다. 총 14가지의 거리 척도를 ORL 얼굴 데이터베이스에 적용하였으며, PCA와 PCA/LDA로 나누어 성능 비교를 하였다. PCA의 경우에는 맨하튼 거리, Weighted SSE 거리의 인식률이 좋지만, PCA/LDA인 경우에는 Angle-based 거리, Modified SSE 거리에 대한 인식률이 좋음이 확인되었다. 또한 PCA보다 PCA/LDA의 경우 유사도 비교 차원의 수를 줄이면서 높은 인식률을 유지할 수 있어, PCA/LDA와 Angle-based 거리 척도를 적용하여 얼굴인식을 할 경우 계산의 경제성과 인식률에서 높은 경쟁력을 갖출 수 있다.

**Abstract** In this paper, we analysis the recognition performance of PCA/LDA by distance measures. We are adapt to ORL face database with the fourteen distance measures. In case of PCA, it has high performance for the manhattan distance and the weighted SSE distance to face recognition, In case of PCA/LDA, it has high performance for the angle-based distance and the modified SSE distance. Also, PCA/LDA is better than PCA for reduction of dimension. Therefore, the PCA/LDA method and the angle-based distance have the most performance and a few dimension for face recognition with ORL face database.

**Key Words** : PCA, LDA, Distance measure, Face recognition

## 1. 서 론

초기의 얼굴 인식은 눈, 코, 입, 턱 등과 같은 얼굴의 지리적 특징을 바탕으로 행해졌고, 이들 간의 거리, 면적, 안전각 등과 같은 속성과 관계가 얼굴 인식의 특징으로 쓰였다. 이 방법은 특징점들의 위치를 얼마나 정확하게 추출하느냐에 성능이 좌우된다[1].

1990년 이후에는 외관 위주의 얼굴 인식이 연구의 초점이 되어 왔다. 이는 영상을 하위 차원에 투사시켜 가장 근사한 형태를 고르는 것이다. 차원 축소나 특징 추출에는 PCA, LDA 방법들이 사용된다[2].

최근에는 원영상으로부터 Fisherface를 추출하고, 고유 얼굴에서 식별 고유 특징을 추출하는 PCA/LDA 혼

합형 방법이 제안되어졌다[3]. 또한 비선형 분류기인 Kernel PCA 및 통계적으로 최대 독립성 있는 기본 벡터를 식별자로 하는 ICA(Independent Component Analysis), 구별 경계 영역을 극대화하는 최적 구별 평면을 사용 식별자를 구하는 SVM(Support Vector Machine)이 연구되어지고 있다[4].

얼굴 인식은 특징점 추출뿐만 아니라 훈련 영상과 시험 영상의 특징들의 유사도를 측정하기 위한 거리 척도가 중요하다. 대부분의 얼굴 인식 알고리즘은 유클리디안 거리를 사용하여 인식의 척도로서 삼고 있다. V. Perlibakas[5]는 PCA 기반에서 다양한 거리 척도를 적용하여 인식률을 비교 분석하였다.

본 논문에서는 PCA 기반에서의 거리 척도에 의한 인식률과 PCA/LDA 혼합형의 인식 알고리즘 기반에서 유클리디안 거리, 맨하탄 거리 등 여러 가지 거리 척도를 적용한 인식률을 비교 분석하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 PCA/LDA 기반의 얼굴 인식 알고리즘에 대해 설명하고, 3장에서는 본 논문에서 사용되는 거리 척도에 대해 기술하였다.

이 논문은 2005년도 충북대학교 학술연구지원사업의 연구비지원에 의하여 연구되었음.

<sup>1</sup>프리즘테크

<sup>2</sup>충북대학교 정보통신공학과

<sup>3</sup>충북대학교 전기전자컴퓨터공학부

\*교신저자: 안재형(jhahn@viscom.chungbuk.ac.kr)

4장에서는 시뮬레이션 결과를 보여주고, 마지막으로 5장에서 결론을 맺는다.

## 2. PCA/LDA 기반의 얼굴 인식

하나의 얼굴은 고유 그림 좌표 공간으로 표시되고, 이는 PCA 상관 계수만 있으면 본 얼굴로 재생이 가능하다는 것을 Kirby와 Sircvch가 증명하였다. PCA는 얼굴의 저차원 특징 벡터로 하위 차원 공간을 구성하고, 얼굴의 주성분인 특징 벡터는 주어진 얼굴상들간의 많은 변화를 담는다.

PCA는 전체 훈련 영상 데이터의 분산을 나타내는 분산 행렬로부터 고유값된 고유 벡터를 구하고 고유값의 큰 순서에 따라 이에 대응하는 고유 벡터들을 정렬한다. 이렇게 구한 고유벡터는 하나의 얼굴 영상을 나타내는 기저벡터가 된다. 실제 인식 단계에서는 입력으로 들어온 얼굴 영상을 선형 변형하여 얻은 특징 벡터와 미리 훈련 영상에 대해 구해 놓았던 특정 벡터를 서로 비교함으로써 얼굴을 인식하게 된다.

PCA의 적용 과정은 그림 1과 같다. 2차원의 학습 영상을 1차원의 벡터로 변환하는 것이 우선이다. 1차원으로 변환된  $N$ 개의 학습 영상에 대하여 학습 영상의 집합을  $\Phi = [\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_N]$ 로 표기하고 각 영상으로부터 평균 영상 벡터  $\bar{\Phi}$ 를 뺀 영상의 집합을  $X = [\Phi_1 - \bar{\Phi}, \Phi_2 - \bar{\Phi}, \dots, \Phi_N - \bar{\Phi}]$ 로 표기한다. 이 식에서  $x_N = \Phi_N - \bar{\Phi}$ 라 하고  $X$ 의 집합을 다시 기술하고 정리하면, 식 (1)과 같다.

$$X = [x_1, x_2, \dots, x_N] \quad (1)$$

scale factor  $1/N$ 을 생략하면 공분산은 식 (2)와 같이 주어진다.

$$\sum x = \sum_{i=1}^N x_i x_i^T = XX^T \quad (2)$$

$\sum x$ 의 고유값과 고유벡터인  $A$ 와  $V$ 는 식 (3)과 같은 관계를 갖는다.

$$(XX^T) \Psi = \Psi A \quad (3)$$

식 (3)의 양변에  $X^T$ 를 곱하고, 행렬  $X^T X$ 의 고유값과 고유벡터를  $A'$ 와  $V'$ 라 하면 식 (4)와 같이 된다.

$$(X^T X) V = V A' \quad (4)$$

이 식의 양변에  $X$ 를 곱하면 식 (5)와 같다.

$$X(X^T X)V = (XX^T)(XV) = (XV)A' \quad (5)$$

고유값의 크기가 큰 순으로 정렬했을 때,  $p$ 개의 고유벡터로 구성된 식 (6)에 의해 구할 수 있다.

$$W_{PCA} = [XV_1, XV_2, \dots, XV_p] \quad (6)$$

LDA는 동일 부류에 속한 데이터는 서로 모이고, 다른 부류에 속한 데이터는 되도록 분리가 잘 되도록 저차원 공간으로 축소하는 데 목적을 두고 있다. 또한 PCA는 각 클래스 간의 관계를 고려하지 않고, 전체 데이터의 분산을 최대로 하는 방향으로만 선형 투사하기 때문에 각 클래스간의 겹침이 발생하는 단점이 있다. 반면에 LDA는 클래스를 가장 잘 구분할 수 있는 공간을 구성하는 기저 벡터를 찾는다. LDA를 수행하기 위

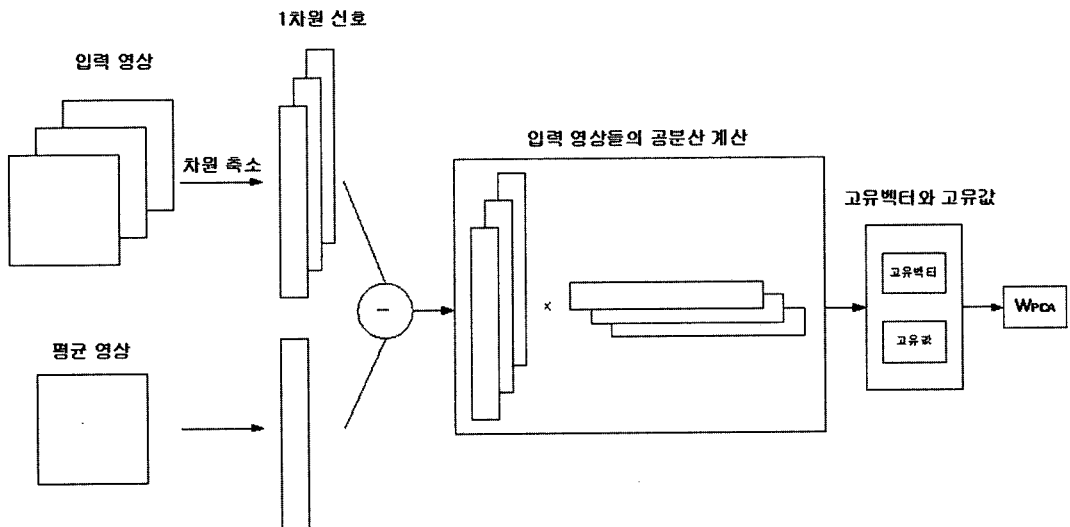


그림 1. PCA 적용 과정

해 먼저 클래스 내부 분산 행렬( $S_w$ ) 및 클래스간 분산 행렬( $S_b$ )을 각각 식 (7)과 식 (8)로 정의한다.

$$S_w = \sum_{j=1}^{N_c} \sum_{i=1}^{N_j} Pr(C_j) E[(x_j^i - \mu_j)(x_j^i - \mu_j)^t] \quad (7)$$

$$S_b = \sum_{j=1}^{N_c} Pr(C_j) E[(\mu_j - \mu)(\mu_j - \mu)^t] \quad (8)$$

여기서,  $x_j^i$ 는 식 (6)에서 구해진  $j$  번째 클래스에 있는  $i$  번째 영상의 PCA에 의한 투영 벡터를 의미한다.  $\mu$ 는 PCA에서 구해진  $P$ 차원 투영 벡터의 전체 평균 벡터를 나타내고,  $\mu_j$ 는  $P$ 차원 투영 벡터의  $j$  번째 클래스의 평균 벡터를 나타낸다. 결국 식 (9)에서  $J(W)$ 의 값을 최대로 하는 투영 행렬  $W$ 를 구해 클래스간 분산은 최대, 클래스내 분산은 최소로 한다.

$$J(W) = \frac{|W^t S_b W|}{|W^t S_w W|} \quad (9)$$

여기서, 고유값을 구하는 식으로 변환하면 식 (10)을 얻는다.

$$S_b \mu_i = \lambda_i S_w \mu_i \quad (10)$$

고유값의 크기가 큰 순서부터 정렬했을 때  $q$ 개의 고유벡터로 구성된 행렬을 식 (11)과 같이 구할 수 있다.

$$W_{LDA} = [\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_q] \quad (11)$$

LDA는 고차원의 영상 벡터가 입력으로 들어오면 방대한 계산으로 여러 가지 어려움을 초래하는 단점을 가진다. 이를 해결하기 위해서 PCA 변환으로 차원을 감소한 다음 LDA 변환을 이용하는 것은 LDA 변환만 이용하는 것보다 더 나은 결과를 가질 수 있다는 연구 보고가 있다[6].

따라서 본 논문에서는 LDA를 직접 적용치 않고, PCA 변환후 차원을 줄인 후 LDA를 적용하는 PCA/LDA를 사용하였다. PCA/LDA의 적용은 다음과 같다. 먼저,  $m \cdot n$ 크기의 영상 벡터  $x_i$ 는 PCA에 의해  $p$  차원의 벡터로 투영되고, 다시 LDA에 의해  $q$  차원의 새로운 벡터로 식 (12)에 의해 재구성된다.

$$\tau_i = W_{LDA}^t W_{PCA}^t x_i \quad (12)$$

### 3. 거리 척도

$X$ 와  $Y$ 를 각각 훈련 영상과 질의 영상 사이의 특징 벡터라 하고, 이 두 벡터 사이의 거리로서 두 영상의 유사도를 측정하고자 한다. 본 논문에서 사용되어지는 거

리 척도는 총 14가지이며 식 (13)~(26)에 표현되어져 있다[5].

- Minkowski distance

$$d(X, Y) = L_p(X, Y) = \left( \sum_{i=1}^n |x_i - y_i|^p \right)^{1/p} \quad (13)$$

- Manhattan distance

$$d(X, Y) = L_{p=1}(X, Y) = \sum_{i=1}^n |x_i - y_i| \quad (14)$$

- Euclidean distance

$$d(X, Y) = L_{p=2}(X, Y) = \|X - Y\| \quad (15)$$

- Squared euclidean distance(sum square error, SSE)

$$\begin{aligned} d(X, Y) &= L_{p=2}^2(X, Y) = SSE \\ &= \|X - Y\|^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2 \end{aligned} \quad (16)$$

- Mean square error(MSE)

$$d(X, Y) = \frac{1}{n} L_{p=2}^2(X, Y) = MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2 \quad (17)$$

- Angle-based distance

$$\begin{aligned} d(X, Y) &= -\cos(X, Y), \\ \cos(X, Y) &= \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^m x_i^2} \sqrt{\sum_{i=1}^m y_i^2}} \end{aligned} \quad (18)$$

- Mahalanobis distance

$$d(X, Y) = -\sum_{i=1}^n z_i x_i y_i, z_i = \sqrt{1/\lambda_i} \quad (19)$$

여기서  $\lambda_i$ 는 대응하는 고유값을 의미한다.

- Weighted manhattan distance

$$d(X, Y) = \sum_{i=1}^n z_i |x_i - y_i|, z_i = \sqrt{1/\lambda_i} \quad (20)$$

- Weighted SSE distance

$$d(X, Y) = \sum_{i=1}^n z_i (x_i - y_i)^2, z_i = \sqrt{1/\lambda_i} \quad (21)$$

- Weighted angle-based distance

$$d(X, Y) = -\frac{\sum_{i=1}^n z_i x_i y_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^m x_i^2} \sqrt{\sum_{i=1}^m y_i^2}}, z_i = \sqrt{1/\lambda_i} \quad (22)$$

- Modified manhattan distance

$$d(X, Y) = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - y_i|}{\sum_{i=1}^n |x_i| \sum_{i=1}^n |y_i|} \quad (23)$$

- Modified SSE-based distance

$$d(X, Y) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2}{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i^2} \quad (24)$$

- Weighted modified manhattan distance

$$d(X, Y) = \frac{\sum_{i=1}^n z_i |x_i - y_i|}{\sum_{i=1}^n |x_i| \sum_{i=1}^n |y_i|}, z = \sqrt{1/\lambda_i} \quad (25)$$

- Weighted modified SSE-based distance

$$d(X, Y) = \frac{\sum_{i=1}^n z_i (x_i - y_i)^2}{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i^2}, z_i = \sqrt{1/\lambda_i} \quad (26)$$

#### 4. 시뮬레이션 결과

본 논문에서는 거리 척도에 따른 성능 평가를 위해 ORL 얼굴 데이터베이스를 사용하였다[7]. ORL 얼굴 데이터베이스는 112×92 8비트의 크기를 가진 그레이 영상이나, 실험에서는 3레벨 웨이브릿 변환을 하여 14×11의 LL 대역 영상에 대해 PCA/LDA를 적용하였다. 또한 훈련 영상과 질의 영상의 구분은 Hold and out 방법을 사용하여 그림 2와 같이 한 명당 10장의 얼굴 영상으로 구성된 데이터베이스에서 5장은 훈련 영상으로, 나머지 5장은 질의 영상으로 하여 실험하였다.

표 1은 식 (13)~(26)을 PCA에 적용한 결과로서, 최고 인식률이 나오기까지의 적용 차원수를 보여준다. 3레벨 웨이브릿 변환 후의, LL 대역의 영상에 대한 PCA 적용 후의 결과는 Weighted SSE가 53차원에서, Manhattan이 81차원에서 각각 94%로 최고의 인식률을 보였다. 일반적으로 사용하는 유클리디안 거리는 51차원에서 91.5%의 인식률을 보이고 있다. 93% 이상의 인



(a) 훈련 영상



(b) 질의 영상

그림 2. 훈련 영상과 질의 영상(실험 영상)

식률을 보이는 것은 Weighted SSE, manhattan, Weighted angel-based 거리 정도이다.

표 2는 PCA/LDA 혼용 방법에 기반하여 거리 척도 별로 최고 인식률과 그에 해당하는 LDA의 차원수를

표 1. 거리 척도에 따른 PCA 기반의 얼굴 인식 성능

거리 척도	최고인식률 (%)	PCA (차원)
Minkowski	91.5	51
<b>Manhattan</b>	<b>94</b>	<b>81</b>
Euclidean	91.5	51
Sum square error(SSE)	91.5	51
Mean square error(MSE)	91.5	51
Angle-based	91.5	51
Mahalanobis	92	154
Weighted manhattan	92.5	44
<b>Weighted SSE</b>	<b>94</b>	<b>53</b>
Weighted angle-based	93.5	86
Modified mahattan	92.5	62
Modified SSE-based	89	43
Weighted modified manhattan	88	20
Weighted modified SSE-based	89	28

표 2. 거리 척도에 따른 PCA/LDA 기반의 얼굴 인식 성능

거리 척도	최고인식률 (%)	PCA(40)/LDA (차원)
Minkowski	92	27
Manhattan	90.5	34
Euclidean	92	27
Sum square error(SSE)	92	27
Mean square error(MSE)	92	27
<b>Angle-based</b>	<b>94</b>	<b>25</b>
Mahalanobis	91.5	27
Weighted manhattan	86.5	11
Weighted SSE	88.5	11
Weighted angle-based	91	22
Modified mahattan	92.5	27
<b>Modified SSE-based</b>	<b>94</b>	<b>28</b>
Weighted modified manhattan	88.5	13
Weighted modified SSE-based	90.5	19

보여준다. LDA의 입력은 PCA에서 거의 모든 거리 척도에서 89~90%의 인식률로 안정화되는 차원수인 40차원으로 정하였다. 실험 결과 Angle-based가 25차원에서, Modified SSE-based는 28차원에서 94%의 인식률을 보이고 있다. 따라서 PCA보다는 특징 비교수가 거리 척도별로 줄어듦을 알 수 있다. 특히 최고 인식률에 도달하는 차원수는 PCA에서 Weighted SSE 거리 척도가 53차원에서 94%의 인식 성능을 보였으나, PCA/LDA에서는 Angle-based 거리 척도가 25차원만에 94%의 인식률을 보인다.

또한 두 방식 모두 거리 측정 공식 중 가장 많이 사용되는 유클리디안 거리보다 다른 방식이 우수한 것은 가중치 벡터값을 통해 주성분들의 특성을 보완해 준 결과라고 분석됩니다. 예를 들어 주성분의 1~3차는 조명의 영향을 많이 받는데, weighted SSE의 경우 eigenvalue의 역수를 곱함으로써 1~3차 주성분들의 영향을 최소화 시키고 있습니다.

## 5. 결 론

본 논문은 얼굴 인식 알고리즘에서 많이 사용되고 있는 주성분 분석 기법인 PCA/LDA에 대해, 다양한 거리 척도의 인식률 변화를 분석하고자 하였다. PCA 인 경우에는 Manhattan과 Weighted SSE가 최고의 인식률을 보인 반면, PCA/LDA 혼용 방식에서는 Angle-based와 Modified SSE-based 거리 척도가 더 좋음을 보였다. 이는 각 거리 척도가 가중치를 두는 항목이 달라, 얼굴의 환경에 따라 틀려짐을 알 수 있다. 일반적으로 가장 많이 사용되는 유클리디안 거리 척도는 중간 정도의 인식률을 보였다. 또한 조명의 영향이 많이 있는 얼굴일 경우, 고유 얼굴의 가중치에 따른 거리 척도의 변경이 보다 높은 인식률을 보일 것으로 예상된다. 향후 연구 과제로는 명암의 변화가 극심한 얼굴 데이터베이스에 다양한 거리 척도를 반영하여 인식 성능을 향상시키는 연구가 있어야겠다.

## 참고문헌

- [1] A. L. Yuille, D. S. Cohen and P. W. Hallinan, "Feature extraction from faces using deformable templates", IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), pp. 104-109, 1989.
- [2] A. M. Martinez and A. C. Kak, "PCA versus LDA", IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 29, pp. 228-233, 2001.
- [3] 송영준, 김영길, "웨이브릿 영역에서 기하학적 특징과 PCA/LDA를 사용한 얼굴 인식 방법", 한국콘텐츠학회 논문지, 제 4권, 제 3호, pp. 107-113, 2004.
- [4] A. Tafas, C. Kotropoulos and I. Pitas, "Using support vector machines to enhance the performance of elastic graph matching for frontal face authentication", IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 23, issue 7, pp. 735-746, 2001.
- [5] V. Perlibakas, "Distance measures for PCA-based face recognition", Pattern recognition Letters, Vol. 25, pp. 711-724, 2004.
- [6] Jian Yang, Joing-yu Yang, "Why can LDA be performed in PCA transformed space?", Pattern Recognition, Vol. 36, pp. 563-566, 2003.
- [7] Andy Hopper FReNG, "The ORL face database", AT&T(Olivetti) Research Laboratory Cambridge, "<http://www.uk.research.att.com/facedatabase.html>", 1992.

송 영 준(Young-Jun Song)

[정회원]



- 1994년 2월 : 충북대학교 정보통신 공학과 (공학사)
- 1996년 8월 : 충북대학교 정보통신 공학과 (공학석사)
- 2004년 8월 : 충북대학교 정보통신 공학과 (공학박사)
- 2004년 9월~현재 : 프리젠테크 선임 연구원

<관심분야>

얼굴 인식, 컴퓨터 비전, 영상 처리

김 영 길(Young-Gil Kim)

[정회원]



- 1998년 2월 : 충북대학교 정보통신 공학과 (공학사)
- 2001년 2월 : 충북대학교 정보통신 공학과 (공학석사)
- 2002년 3월~현재 : 충북대학교 정보통신공학과 박사과정

<관심분야>

얼굴 인식, 컴퓨터 비전, 패턴 인식

안 재 형(Jae-Hyeong Ahn)

[정회원]



- 1981년 2월 : 충북대학교 전기공학과 (공학사)
- 1983년 2월 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 (공학석사)
- 1990년 8월 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 (공학박사)
- 1987년 2월~현재 : 충북대학교 전기전자컴퓨터공학부 교수

<관심분야>

영상통신 및 데이터 감축, 멀티미디어 정보처리, 웹디자인 및 인터넷 방송