

논문 2005-42SP-5-17

# 임계 데시메이션을 갖는 부밴드 적응필터를 위한 인접 투사 알고리즘과 간단한 구현

(Affine Projection Algorithm for Subband Adaptive Filters  
with Critical Decimation and Its Simple Implementation)

최 훈\*, 배 현 덕\*\*

(Hun Choi and Hyeon-Deok Bae)

## 요 약

적응 음향반향 제거나 적응 등화와 같은 응용에서 입력신호의 상관도는 매우 높고 긴 길이의 적응 필터가 필요하다. 이러한 응용에서 인접투사 알고리즘은 좋은 수렴성능을 보이지만 적응 필터의 계수갱신을 위한 많은 계산량 문제로 하드웨어 구현이 복잡한 단점이 있다. 본 논문에서는 개선된 수렴속도와 계산량을 줄일 수 있는 새로운 부밴드 인접투사 알고리즘과 간단한 구현을 위한 방법을 제안한다. 이 방법에서는 인접투사 알고리즘에 다위상 분해, 노블아이덴티티 그리고 임계 데시메이션을 적용, 상관도 제거를 위해 사용되는 입력 신호 벡터의 수(적응필터의 투사차원)를 줄일 수 있다. 제안한 방법의 적응필터 계수 갱신식은 투사차원의 감소에 의해 NLMS 알고리즘과 비교될 만큼 간단한 형태로 유도된다. 제안한 방법의 효율을 상관도가 높은 입력신호를 사용하여 실험을 통해 평가하였다.

## Abstract

In application for acoustic echo cancellation and adaptive equalization, input signal is highly correlated and the long length of adaptive filter is needed. Affine projection algorithms, in these applications, can produce a good convergence performance. However, they have a drawback that is a complex hardware implementation. In this paper, we propose a new subband affine projection algorithm with improved convergence and reduced computational complexity. In addition, we suggest a good approach to implement the proposed method. In this method, by applying polyphase decomposition, noble identity and critical decimation to the affine projection algorithm, the number of input vectors for decorrelation can be reduced. The weight-updating formula of the proposed method is derived as a simple form that compared with the NLMS(normalized least mean square) algorithm by the reduced projection order. The efficiency of the proposed algorithm for a colored input signal was evaluated by using computer simulations.

**Keywords :** adaptive filter, affine projection, subband filtering, polyphase decomposition, critical decimation

## I. 서 론

다양한 적응 알고리즘 중에 널리 사용되는 NLMS(Normalized Least Mean Square) 알고리즘은 적은 계산량과 구현이 용이하기 때문에 널리 사용되고 있다. 그러나 NLMS는 입력신호의 상관도가 크거나 사용

되는 필터의 길이가 길 경우 수렴속도가 저하되는 단점을 갖는다<sup>[1,2]</sup>. 일반적으로 적응 알고리즘의 수렴속도는 스텝사이즈의 크기에 의존한다. NLMS 알고리즘에서 정상상태의 오차와 알고리즘의 안정성을 보장하기 위해 필터길이에 반비례하는 스텝사이즈를 사용해야 한다. 따라서 필터길이가 길 경우 작은 스텝사이즈를 사용하며 이러한 작은 스텝사이즈의 사용은 수렴속도의 저하를 가져온다. 또한 수렴속도는 자기상관(auto-correlation)행렬의 고유치(eigenvalue) 분포에 의존한다. 신호의 상관도가 높을 경우 자기상관행렬의 고유치들은

\* 정회원, 충북대학교 전자공학과  
(Chungbuk National University)

\*\* 평생회원, 충북대학교 전기전자컴퓨터공학부  
(Chungbuk National University)

접수일자: 2005년4월1일, 수정완료일: 2005년7월25일

넓게 분포한다. 자기상관행렬의 넓은 고유치 분포는 자기상관행렬의 조건 수(condition number)를 증가시키므로 NLMS 알고리즘의 수렴속도는 느려진다. 이러한 NLMS 알고리즘의 문제점을 해결하기 위해 RLS (Recursive Least Square)의 좋은 수렴속도와 NLMS의 간단한 구현을 장점으로 하는 인접투사(Affine Projection: AP) 알고리즘에 대한 관심이 증가하고 있다<sup>[3-11]</sup>. AP 알고리즘은 입력신호가 생성하는 인접 부평면(affine subspace)으로의 투사과정을 통해 입력신호 전력에 따른 경사 잡음증폭의 영향과 신호의 상관도를 줄일 수 있다. 이러한 입력신호의 전력에 따른 경사 잡음증폭의 영향 감소와 입력신호의 상관도 감소는 AP 알고리즘의 수렴속도를 빠르게 한다. AP 알고리즘에서 투사차원의 증가는 고차의 AR(Auto Regressive) 프로세서의 상관도를 줄일 수 있으므로 RLS에 비해 적은 연산 량으로 NLMS보다 빠른 수렴속도를 가질 수 있게 한다. 그러나 AP 알고리즘은 적응 필터의 계수갱신을 위하여 투사차원에 의존하는 데이터 행렬의 역행렬 연산을 필요로 한다. 역행렬 연산은 많은 계산량(computational complexity)이 요구되므로 하드웨어 구현 시 커다란 문제점이 된다.

NLMS 알고리즘의 수렴성능 개선을 위한 다른 방법으로 다양한 부밴드 적응 필터링(Subband Adaptive Filtering: SAF) 기법이 발표되었다<sup>[12-16]</sup>. 각각의 부밴드에서 입력신호의 고유치 분포는 크게 감소하므로 알고리즘의 수렴속도는 증가한다. [14]에서 다위상 분해(polyphase decomposition)기법과 노블아이덴티티(noble identity)를 적용한 새로운 부밴드 구조가 보고되었는데, 추가 연산 량 없이 적응 알고리즘의 수렴속도를 개선할 수 있음을 보였다. 높은 차수의 필터가 필요한 응용에서 다위상 분해, 노블아이덴티티, 그리고 속음과정(decimation)의 적용은 프로세싱(processing) 비용을 줄일 수 있다. 각 부밴드에서 대역폭이 감소하므로 적응 필터의 샘플링 주파수는 낮출 수 있고 부밴드 적응필터의 길이는 전밴드(fullband)에 비해 감소하며, 계수갱신을 위한 시간은 줄게 된다.

적응 반향제거(adaptive echo cancellation)나 채널등화(channel equalization)와 같은 통신 시스템에서 입력신호의 상관도는 매우 크며, 긴 길이의 적응필터가 요구된다. 이러한 응용에서 적응 알고리즘은 수렴속도와 계산량 사이에서 적절한 타협이 필요하다. 최근에 적응 알고리즘의 성능 개선과 하드웨어 구현의 효율을 높이기 위해 부밴드 구조와 AP 알고리즘의 장점을 결합하

려는 방법들이 발표되었다<sup>[17-20]</sup>. [17-18]에서 AP 알고리즘의 근사형인 FAP(Fast AP) 알고리즘이 부밴드 구조에 적용되었는데 이들 알고리즘은 근사에 의한 수렴속도의 저하를 피할 수 없다. [19]에서 부밴드 분해필터의 직교성을 이용하는 새로운 부밴드 구조<sup>[15]</sup>의 AP 알고리즘이 소개되었으나 분해필터의 차단특성에 의해 알고리즘 성능이 저하되는 단점이 있다. [20]는 속음과정을(decimation rate)이 1이고 다위상 분해기법이 적용되지 않은 부밴드 구조에서 동일한 계수의 부밴드 적응필터를 위한 부밴드 AP 알고리즘을 제안하였다. 그러나 이와 같이 단위 속음과정율(unit decimation rate)의 사용은 높은 샘플링 율을 유발하며, 높은 차수의 적응필터가 요구되는 응용에서 동일한 계수를 갖는 부밴드 적응필터의 사용은 하드웨어 구현 시 매우 불리하다. 따라서 좋은 수렴성능과 구현의 용이함을 위해 다위상 분해기법, 노블아이덴티티와 임계 속음과정율(critical decimation rate)을 적용한 부밴드 구조에서의 AP 알고리즘이 요구된다. 그러나 다위상 분해기법과 노블아이덴티티를 적용한 부밴드 구조<sup>[14]</sup>는 서로 다른 부밴드를 통과한 신호간의 교차항의 발생으로 계산량의 부담과 구현이 복잡한 단점이 있으므로 이에 대한 대책이 필요하다.

본 논문은 다위상 분해기법과 노블아이덴티티에 의해 발생하는 교차항이 제거된 새로운 부밴드 인접투사(Subband Affine Projection: SAP) 알고리즘을 제안한다. 제안한 방법은 SAF와 AP의 장점을 결합함으로써 수렴속도의 개선과 계산량의 감소가 가능하다. 또한 부밴드 수에 비례하여 각 부밴드 적응필터의 투사차원을 줄일 수 있음을 보인다. 투사차원의 감소에 의해 AP 알고리즘에서 요구되는 계산량은 현저히 줄게 된다. 또한 간단한 하드웨어 구현이 가능하도록 제안한 방법의 계수 갱신식이 NLMS와 유사한 형태로 유도될 수 있음을 보인다. 일반적으로 적응필터 길이에 비해 분해(analysis) 및 합성(synthesis) 필터 길이가 짧을 경우, 부밴드 분해를 위해 필요로 하는 계산량은 매우 작으므로 지연 및 밴드 수에 따른 추가 계산량은 적다.

## II. 인접 투사 알고리즘

인접투사 알고리즘에서 계수벡터의 갱신방향은  $P$ 개의 입력신호벡터 방향과 직교한다. 이는  $P$ 차원의 부공간(subspace)에 입력신호를 투사함으로써 입력신호의 상관도가 감소하게 됨을 의미한다. 입력신호의 상관도

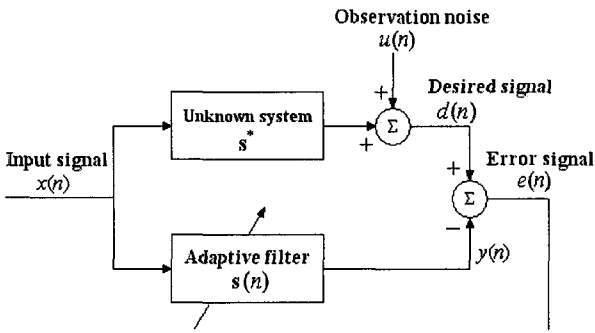


그림 1. 적응 시스템 식별 모델  
Fig. 1. Adaptive system identification model.

감소는 수렴속도를 향상시킬 수 있다. 인접투사 알고리즘을 그림 1과 같은 미지시스템( $s^*$ ) 식별에 적용할 경우, AP 알고리즘을 적용하기 위한 비용함수의 최적화 조건은 다음과 같다<sup>[2,21]</sup>.

$$\begin{aligned} & \text{minimize } \|s(n+1) - s(n)\|^2 \\ & \text{subject to } d(n) = \mathbf{X}^T(n)\mathbf{s}(n+1) \end{aligned} \quad (1)$$

식 (1)의 최적화 조건으로부터 AP 알고리즘의 적응필터 계수 갱신식은 다음과 같다.

$$\mathbf{s}(n+1) = \mathbf{s}(n) + \mu \mathbf{X}(n) [\mathbf{X}^T(n)\mathbf{X}(n)]^{-1} \mathbf{e}(n) \quad (2)$$

여기서 입력신호행렬  $\mathbf{X}(n)$ , 오차신호벡터  $\mathbf{e}(n)$ , 원하는 신호벡터  $\mathbf{d}(n)$ 은 각각 다음과 같다.

$$\mathbf{X}(n) = [\mathbf{x}(n) \ \mathbf{x}(n-1) \ \cdots \ \mathbf{x}(n-P+1)] \quad (3)$$

$$\mathbf{x}(n) = [x(n) \ x(n-1) \ \cdots \ x(n-N+1)]^T \quad (4)$$

$$\mathbf{e}(n) = \mathbf{d}(n) - \mathbf{X}^T(n)\mathbf{s}(n) \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{d}(n) &= \mathbf{X}^T(n)\mathbf{s}^* \\ &= [d(n) \ d(n-1) \ \cdots \ d(n-P+1)] \end{aligned} \quad (6)$$

그리고  $\mathbf{s}^*$ 는 미지 시스템 계수 벡터,  $N$ 은 적응필터 차수,  $P$ 는 투사차원,  $\mu$ 는 스텝사이즈이다.

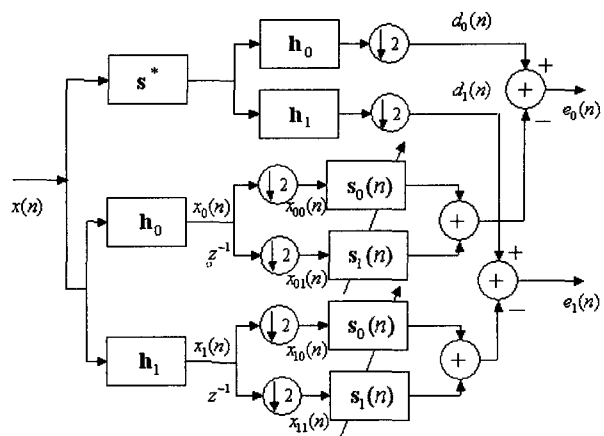


그림 2.  $M=2$  부밴드 적응필터 시스템 식별 모델  
Fig. 2. System identification model of the subband adaptive filter for the two-band case ( $M=2$ ).

### III. 부밴드 인접 투사 알고리즘

그림 1의 일반적인 시스템 식별 모델에서 입력신호를 부밴드로 분해하고, 적응필터의 다위상 성분  $s_0, s_1$  과 노블 아이덴티티 기법을 이용하여 재구성한 부밴드 적응 시스템 식별 모델(밴드 수  $M=2$ )<sup>[14]</sup>은 그림 2와 같다.  $h_0$ 와  $h_1$ 은 분해필터이며,  $\mathbf{x}_{00}(n), \mathbf{x}_{01}(n), \mathbf{x}_{10}(n), \mathbf{x}_{11}(n)$ 은 입력신호의 부밴드 성분이다. 그리고 ( $\downarrow 2$ )는 속음과정율이 2임을 의미한다. 적응필터의 다위상 성분  $\mathbf{S}(z) = \mathbf{S}_0(z^2) + z^{-1}\mathbf{S}_1(z^2)$ 와 같이 표현될 수 있다<sup>[13]</sup>. 그림 2의 구조에서 적응 알고리즘으로 AP 알고리즘을 적용할 경우, 식 (1)로부터 부밴드 AP 알고리즘을 유도하기 위한 비용함수를 식 (7)과 같이 정의한다. 여기서  $\lambda_0$ 와  $\lambda_1$ 은 라그랑주 승수(Lagrange multiplier)로 이루어지는 벡터이고,  $N_s$ 와  $P_s$ 는 각 부밴드에서 부밴드 적응필터의 길이와 투사차원이다. 식 (7)의 비용함수는 계수벡터에 대해 2차 형식이므로 비용함

$$\begin{aligned} J(n) &= \|s_0(n+1) - s_0(n)\|^2 + \|s_1(n+1) - s_1(n)\|^2 \\ &+ [d_0(n) - \mathbf{X}_{00}^T(n)s_0(n+1) - \mathbf{X}_{01}^T(n)s_1(n+1)]^T \lambda_0 \\ &+ [d_1(n) - \mathbf{X}_{10}^T(n)s_0(n+1) - \mathbf{X}_{11}^T(n)s_1(n+1)]^T \lambda_1 \end{aligned} \quad (7)$$

그리고

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{ij}(n) &= [\mathbf{x}_{ij}(n) \ \mathbf{x}_{ij}(n-1) \ \cdots \ \mathbf{x}_{ij}(n-P_s+1)], \text{ for } i \text{ and } j = 0 \text{ or } 1 \\ \mathbf{x}_{ij}(n) &= [x_{ij}(n) \ x_{ij}(n-1) \ \cdots \ x_{ij}(n-N_s+1)]^T, \text{ for } i \text{ and } j = 0 \text{ or } 1 \end{aligned}$$

수  $J(n)$ 을 계수벡터  $\mathbf{s}_0(n+1)$ 와  $\mathbf{s}_1(n+1)$ 에 대해 최소화하기 위해 편미분하여 그 결과를 영으로 하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial J(n)}{\partial \mathbf{s}_0(n+1)} = 2[\mathbf{s}_0(n+1) - \mathbf{s}_0(n)] - \mathbf{X}_{00}(n)\lambda_0 - \mathbf{X}_{10}(n)\lambda_1 = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial J(n)}{\partial \mathbf{s}_1(n+1)} = 2[\mathbf{s}_1(n+1) - \mathbf{s}_1(n)] - \mathbf{X}_{01}(n)\lambda_0 - \mathbf{X}_{11}(n)\lambda_1 = 0 \quad (9)$$

식 (8)과 식 (9)에서 라그랑주 승수 벡터  $\lambda_0$ 와  $\lambda_1$ 을 구하기 위해 먼저 식 (1)의 조건을 이용, 각 대역의 원하는 신호벡터를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{d}_0(n) = \mathbf{X}_{00}^T(n)\mathbf{s}_0(n+1) + \mathbf{X}_{01}^T(n)\mathbf{s}_1(n+1) \quad (10)$$

$$\mathbf{d}_1(n) = \mathbf{X}_{10}^T(n)\mathbf{s}_0(n+1) + \mathbf{X}_{11}^T(n)\mathbf{s}_1(n+1) \quad (11)$$

그리고 각 대역의 오차신호 벡터는 다음과 같다.

$$\mathbf{e}_0(n) = \mathbf{d}_0(n) - \mathbf{X}_{00}^T(n)\mathbf{s}_0(n) - \mathbf{X}_{01}^T(n)\mathbf{s}_1(n) \quad (12)$$

$$\mathbf{e}_1(n) = \mathbf{d}_1(n) - \mathbf{X}_{10}^T(n)\mathbf{s}_0(n) - \mathbf{X}_{11}^T(n)\mathbf{s}_1(n) \quad (13)$$

식 (8)과 식 (9)의 결과를 식 (10)과 식 (11)에 대입한 후 이를 이용하여 식 (12)와 식 (13)을 다시 정리하면 다음과 같다.

$$\mathbf{e}_0(n) = \frac{1}{2} [\mathbf{X}_{00}^T(n)\mathbf{X}_{00}(n) + \mathbf{X}_{01}^T(n)\mathbf{X}_{01}(n)]\lambda_0 + \frac{1}{2} [\mathbf{X}_{00}^T(n)\mathbf{X}_{10}(n) + \mathbf{X}_{01}^T(n)\mathbf{X}_{11}(n)]\lambda_1 \quad (14)$$

$$\mathbf{e}_1(n) = \frac{1}{2} [\mathbf{X}_{10}^T(n)\mathbf{X}_{00}(n) + \mathbf{X}_{11}^T(n)\mathbf{X}_{01}(n)]\lambda_0 + \frac{1}{2} [\mathbf{X}_{10}^T(n)\mathbf{X}_{10}(n) + \mathbf{X}_{11}^T(n)\mathbf{X}_{11}(n)]\lambda_1 \quad (15)$$

식 (7)의 비용함수를 최소화하는 라그랑주 벡터  $\lambda_0$ 와  $\lambda_1$ 은 식 (10)~식 (15)로부터 행렬표현을 사용하여 식 (16)과 같이 구할 수 있다. 여기서

$$\mathbf{A}_0 = \mathbf{X}_{00}^T(n)\mathbf{X}_{00}(n) + \mathbf{X}_{01}^T(n)\mathbf{X}_{01}(n) \quad (17)$$

$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{X}_{10}^T(n)\mathbf{X}_{10}(n) + \mathbf{X}_{11}^T(n)\mathbf{X}_{11}(n) \quad (18)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{X}_{00}^T(n)\mathbf{X}_{10}(n) + \mathbf{X}_{01}^T(n)\mathbf{X}_{11}(n) \quad (19)$$

식 (16)에서 행렬  $\mathbf{B}(n)$ 은 서로 다른 부밴드 신호에 의해 발생하는 교차항으로서 이의 제거를 위해  $\mathbf{G}_i(n) = E\{\mathbf{A}_i(n)\}$ 와  $\mathbf{K}(n) = E\{\mathbf{B}(n)\}$ 를 정의한다( $E\{\cdot\}$ 는  $\{\cdot\}$ 의 expectation).  $\mathbf{G}_i(n)$ 는 샘플 자기상관(sample auto-correlations),  $\mathbf{R}_i(n)$ 로 구성되는  $P_s \times P_s$  크기의 그램미안(Grammian) 행렬의 합으로서 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_0(n) &= E\{\mathbf{A}_0\} \\ &= E\{\mathbf{X}_{00}^T(n)\mathbf{X}_{00}(n) + \mathbf{X}_{01}^T(n)\mathbf{X}_{01}(n)\} \\ &= \mathbf{R}_0(n) + \mathbf{R}_0(n-1) + \dots + \mathbf{R}_0(n-N_s+1) \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_1(n) &= E\{\mathbf{A}_1\} \\ &= E\{\mathbf{X}_{10}^T(n)\mathbf{X}_{10}(n) + \mathbf{X}_{11}^T(n)\mathbf{X}_{11}(n)\} \\ &= \mathbf{R}_1(n) + \mathbf{R}_1(n-1) + \dots + \mathbf{R}_1(n-N_s+1) \end{aligned} \quad (21)$$

반면,  $\mathbf{K}(n)$ 은 서로 다른 부밴드 신호로 구성되는  $P_s \times P_s$  크기의 샘플 상호상관(sample cross-correlations)  $\mathbf{C}(n)$ 의 합으로서 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{K}(n) &= E\{\mathbf{B}(n)\} \\ &= E\{\mathbf{X}_{00}^T(n)\mathbf{X}_{10}(n) + \mathbf{X}_{01}^T(n)\mathbf{X}_{11}(n)\} \\ &= \mathbf{C}(n) + \mathbf{C}(n-1) + \dots + \mathbf{C}(n-N_s+1) \end{aligned} \quad (22)$$

식 (22)에서  $\mathbf{K}(n)$ 의 각 행렬원소는 서로 다른 부밴드 신호벡터의 내적의 합으로 얻어지며 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\gamma_{x_{00}x_{10}+x_{01}x_{11}}(k, l) = E\{x_{00}^T(k)x_{10}(l) + x_{01}^T(k)x_{11}(l)\} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \lambda_0 \\ \dots \\ \lambda_1 \end{bmatrix} &= 2 \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{00}^T(n)\mathbf{X}_{00}(n) + \mathbf{X}_{01}^T(n)\mathbf{X}_{01}(n) & : & \mathbf{X}_{00}^T(n)\mathbf{X}_{10}(n) + \mathbf{X}_{01}^T(n)\mathbf{X}_{11}(n) \\ \dots & : & \dots \\ \mathbf{X}_{10}^T(n)\mathbf{X}_{00}(n) + \mathbf{X}_{11}^T(n)\mathbf{X}_{01}(n) & : & \mathbf{X}_{10}^T(n)\mathbf{X}_{10}(n) + \mathbf{X}_{11}^T(n)\mathbf{X}_{11}(n) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_0(n) \\ \dots \\ \mathbf{e}_1(n) \end{bmatrix} \\ &= 2 \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0(n) & : & \mathbf{B}^T(n) \\ \dots & : & \dots \\ \mathbf{B}^T(n) & : & \mathbf{A}_1(n) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_0(n) \\ \dots \\ \mathbf{e}_1(n) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (16)$$

여기서 신호가 WSS(Wide Sense Stationary) 프로세서 이고 통계적으로 에르고딕(ergodic) 특성을 갖는다면,  $\gamma_{x_0x_{10}+x_{01}x_{11}}(k, l)$ 는  $k-l$ 만의 함수이며 지연  $k-l$ 이 0(zero)일 때 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\gamma_{x_0x_{10}+x_{01}x_{11}}(0) = [\mathbf{x}_{00}^T(k)\mathbf{x}_{10}(k) + \mathbf{x}_{01}^T(k)\mathbf{x}_{11}(k)]/N_s \quad (24)$$

여기서  $N_s$ 는 부밴드 입력신호 벡터 (e.g.  $\mathbf{x}_{00}(k)$ )의 길이와 같다.

간단한 해석을 위해 입력신호가 평탄한 스펙트럼 (spectrum)을 갖는 백색신호(white signal)라고 추가적인 가정을 한다. 이 가정으로부터  $E\{\mathbf{x}_{00}^T\mathbf{x}_{00} + \mathbf{x}_{01}^T\mathbf{x}_{01}\} = \delta$  ( $\delta$ 는 부밴드 신호  $\mathbf{h}_0^T\mathbf{x}$ 의 전력)이고  $E\{\mathbf{x}_{00}^T\mathbf{x}_{10} + \mathbf{x}_{01}^T\mathbf{x}_{11}\} = 0$ 이다. 반면 신호의 상관도가 0가 아닐 경우  $E\{\mathbf{x}_{00}^T\mathbf{x}_{10} + \mathbf{x}_{01}^T\mathbf{x}_{11}\} \neq 0$ 이다. 그럼에도 불구하고 분해필터  $\mathbf{h}_0$ 와  $\mathbf{h}_1$ 의 차단특성이 나쁘지 않다면,  $E\{\mathbf{x}_{00}^T\mathbf{x}_{10} + \mathbf{x}_{01}^T\mathbf{x}_{11}\} \ll E\{\mathbf{x}_{00}^T\mathbf{x}_{00} + \mathbf{x}_{01}^T\mathbf{x}_{01}\}$ 는 여전히 유효하다. 따라서 상호상관  $\gamma_{x_0x_{10}+x_{01}x_{11}}(0)$ 은 자기상관  $\gamma_{x_0x_{00}+x_{01}x_{01}}(0)$ 에 비해 매우 작다는 것을 알 수 있다. 이러한 사실로부터  $\mathbf{B}(n)$ 의 각 행렬원소들은  $\mathbf{A}_0(n)$ 나  $\mathbf{A}_1(n)$ 의 행렬원소들에 비해 무시할 만큼 작으므로 입력신호와 오차신호가 서로 독립이라는 가정을 적용하면  $\mathbf{B}(n) \approx \mathbf{0}$ 와 같은 근사가 가능하며, 식 (16)은 다음과 같이 간단하게 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \lambda_0 \\ \dots \\ \lambda_1 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0(n) & : & \mathbf{B}(n) \\ \dots & : & \dots \\ \mathbf{B}^T(n) & : & \mathbf{A}_1(n) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_0(n) \\ \dots \\ \mathbf{e}_1(n) \end{bmatrix} \approx 2 \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0(n) & : & \mathbf{0} \\ \dots & : & \dots \\ \mathbf{0} & : & \mathbf{A}_1(n) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_0(n) \\ \dots \\ \mathbf{e}_1(n) \end{bmatrix} \quad (25)$$

식 (17), 식 (18) 그리고 식 (25)로부터  $\lambda_0$ 와  $\lambda_1$ 을 구하면 다음과 같다.

$$\lambda_0 = 2[\mathbf{X}_{00}^T(n)\mathbf{X}_{00}(n) + \mathbf{X}_{01}^T(n)\mathbf{X}_{01}(n)]^{-1}\mathbf{e}_0(n) \quad (26)$$

$$\lambda_1 = 2[\mathbf{X}_{10}^T(n)\mathbf{X}_{10}(n) + \mathbf{X}_{11}^T(n)\mathbf{X}_{11}(n)]^{-1}\mathbf{e}_1(n) \quad (27)$$

식 (8)과 식 (9)에 식 (25)와 식 (26)을 적용하여 교차항이 제거된  $M=2$  부밴드 인접투사 알고리즘의 계수 갱신식을 식 (28)과 식 (29)와 같이 구할 수 있다. 여기서  $\mu$ 는 배경잡음 등으로 인한 알고리즘의 성능저하를 방지하기 위해 사용된 스텝사이즈이다.

$M=2$  부밴드 AP 적응필터에 대해 식 (28)과 식 (29)의 계수 갱신식은 교차항이 제거된 형태의 새로운 부밴드 인접투사(Subband Affine Projection: SAP) 알고리즘이다. 각 부밴드 적응필터의 계수갱신을 위해 사용되는 입력 데이터행렬  $\mathbf{X}_{ij}(n)$ 의 행과 열의 크기는 각각 부밴드 적응필터의 길이  $N_s$ 와 투사차원  $P_s$ 에 해당한다. 여기서 투사차원  $P_s$ 는 부밴드에서 입력 상관도를 줄이기 위해 사용되는 입력신호벡터(input signal vectors)의 수이다. 이러한 사실은 데이터 행렬의 크기가 입력신호의 고유치 분포에 의존하며, 그 크기는 각 부밴드에서 입력신호의 고유치 분포가 감소함에 따라 같은 비율로 줄일 수 있음을 의미한다. 전밴드(fullband) AP 알고리즘에서 적응필터의 길이와 투사차원이 각각  $N$ 과  $P$ 일 때,  $M$ -부밴드 구조에서 부밴드 입력신호의 고유치 분포가 감소하므로 다위상 분해 기법에 의해 부밴드 적응필터의 길이는  $N_s = N/M$ 과 같이 사용한다. 따라서  $1/M$ 로 감소한 적응필터 계수벡터의 갱신을 위한 투사차원의 크기 또한 같은 비율로 감소할 수 있다. 결과적으로 전밴드 AP 알고리즘의 입력 데이터행렬 크기가  $N \times P$ 일 때, 부밴드 수가  $M$ 인 SAP 알고리즘의 데이터행렬 크기는  $N_s \times P_s = N/M \times P/M$ 과 같이 될 수 있다. 제안한 방법에서 투사차원을 증가시키거나 보다 많은 부밴드 분해를 통해 수렴속도를 개선할 수 있다. 그러나 투사차원의 증가는 역행렬 연산을 위해 많은 추가적인 계산량이 요구되는 반면에 부밴드 분해에 필요한 계산량은 현저히 작다. 또한 부밴드 분해 수를 늘림에 따라 투사차원을 줄일 수 있으므로 AP 알고리즘의 수렴속도 개선과 구현 시 제안한 방법은 매우 효율적이다.

$$\mathbf{s}_0(n+1) = \mathbf{s}_0(n) + \mu[\mathbf{X}_{00}(n)\mathbf{A}_0^{-1}(n)\mathbf{e}_0(n) + \mathbf{X}_{10}(n)\mathbf{A}_1^{-1}(n)\mathbf{e}_1(n)] \quad (28)$$

$$\mathbf{s}_1(n+1) = \mathbf{s}_1(n) + \mu[\mathbf{X}_{01}(n)\mathbf{A}_0^{-1}(n)\mathbf{e}_0(n) + \mathbf{X}_{11}(n)\mathbf{A}_1^{-1}(n)\mathbf{e}_1(n)] \quad (29)$$

### 1. 제안한 SAP의 구현을 위한 방법

SAP는 전밴드 AP 알고리즘에 비해 빠른 수렴속도와 적은 계산량이 요구되므로 효율적이지만 하드웨어 구현을 위해서 역행렬 연산의 부담은 여전히 존재한다. 따라서 간단한 하드웨어 구현을 위한 방법이 필요하다.  $P$ 차원 전밴드 AP 알고리즘을  $M=P$  부밴드로 분해한 SAP 알고리즘에서 데이터 행렬의 크기는  $(N/M) \times (P/M)|_{M=P} = N/P \times 1$ 이 된다. 그러므로 제안한 방법에서 투사차원과 동일한 수로 부밴드 분해하면 각 부밴드에서 사용되는 적응필터 계수 갱신식은 NLMS의 계수 갱신식과 동일한 형태를 가질 수 있으며 이를 Simplified-SAP(SSAP)이라 하겠다. 일반적으로 음성신호를 입력으로 하는 응용에서 AP 알고리즘의 투사차원은 필터길이에 비해 매우 작은 값을 사용하므로, 부밴드 분해를 위해 추가되는 계산량은 투사차원 증가에 따른 계산량에 비해 무시할 만큼 작다. 전밴드 AP 알고리즘의 투사차원이 2 ( $P=2$ ) 일 때,  $M=2$ 의 부밴드 구조에서 식 (28)과 식 (29)의 제안한 방법은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_0(n+1) &= \mathbf{s}_0(n) \\ &+ \mu \left[ \frac{\mathbf{x}_{00}(n)e_0(n)}{\sigma_{x_0}^2(n)} + \frac{\mathbf{x}_{10}(n)e_1(n)}{\sigma_{x_1}^2(n)} \right] \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_1(n+1) &= \mathbf{s}_1(n) \\ &+ \mu \left[ \frac{\mathbf{x}_{01}(n)e_0(n)}{\sigma_{x_0}^2(n)} + \frac{\mathbf{x}_{11}(n)e_1(n)}{\sigma_{x_1}^2(n)} \right] \end{aligned} \quad (31)$$

여기서 간단한 구현을 위해 입력신호 전력을

$\sigma_{x_i}^2(n) = (1-\alpha)\sigma_{x_i}^2(n-1) + \alpha x_i^2(n)$ , ( $for\ 0 < \alpha < 1$ )와 같이 추정된 값을 사용한다. 따라서 식 (30)과 식 (31)의 계수 갱신식은 부밴드 구조에서 AP 알고리즘의 최대 단점인 역행렬 연산이 필요 없으며, 부밴드 NLMS 알고리즘<sup>[14]</sup>의 계수 갱신식과 유사한 형태를 갖게 된다.

### 2. $M$ -band 경우로의 확장

그림 2의  $M=2$  부밴드 구조는 그림 3과 같이  $M$ -부밴드 구조로 확장할 수 있다.  $M$ -부밴드 구조에서 SAP를 유도하기 위해 식 (1)을 이용하여 비용함수 식 (32)와 같이 정의한다.  $M=2$  부밴드 SAP의 계수 갱신식, 식 (28)과 식 (29)로부터 행렬표현을 사용하여  $M$ -부밴드 계수 갱신식을 식 (33)과 같이 간단하게 표현할 수 있다.

$$\mathbf{S}(n+1) = \mathbf{S}(n) - \mu \mathbf{U}(n) \Phi^{-1}(n) \mathbf{E}(n) \quad (33)$$

여기서

$$\mathbf{S}(n) = [\mathbf{s}_0^T(n) \ \mathbf{s}_1^T(n) \ \cdots \ \mathbf{s}_{M-1}^T(n)]^T \quad (34)$$

$$\mathbf{E}(n) = \begin{bmatrix} e_0(n) \\ \vdots \\ e_{M-1}(n) \end{bmatrix}, \mathbf{E}(n) \text{ is } MP_s \times 1 \text{ vector} \quad (37)$$

### 3. 수렴성 해석

제안한 SAP의 수렴 해석을 위해 다음의 평균자승편차(mean-square deviation)를 사용하여 평가한다.

$$D(n) = E\{\|\tilde{\mathbf{s}}(n)\|^2\} = E\{\|\mathbf{s}^* - \mathbf{s}(n)\|^2\} \quad (38)$$

$$J(n) = \sum_{i=0}^{M-1} \left( \|\mathbf{s}_i(n+1) - \mathbf{s}_i(n)\|^2 + [-\mathbf{d}_i(n) - \sum_{j=0}^{M-1} [\mathbf{X}_j^T(n) \mathbf{s}_i(n+1)]^T \lambda_i] \right) \quad (32)$$

$$\mathbf{U}(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{00}(n) & \mathbf{X}_{10}(n) & \cdots & \mathbf{X}_{(M-1)0}(n) \\ \mathbf{X}_{01}(n) & \mathbf{X}_{11}(n) & \cdots & \mathbf{X}_{(M-1)1}(n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{X}_{0(M-1)}(n) & \mathbf{X}_{1(M-1)}(n) & \cdots & \mathbf{X}_{(M-1)(M-1)}(n) \end{bmatrix}, \mathbf{U}(n) \text{ is } MN \times MP_s \text{ matrix,} \quad (35)$$

$$\Phi(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0(n) & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_1(n) & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{A}_{M-1}(n) \end{bmatrix}, \Phi(n) \text{ is } MP_s \times MP_s \text{ matrix,} \quad (36)$$

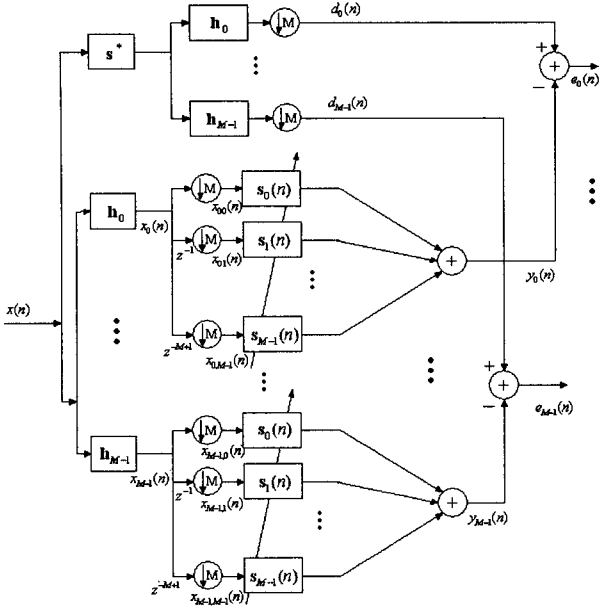


그림 3. M 부밴드 적응필터 시스템 식별 모델  
Fig. 3. System identification model for subband adaptive filter for the M band case.

간단한 해석을 위해 부밴드 수  $M=2$ 의 경우를 고려하여 식 (32) ~ 식 (38)으로부터 다음을 얻을 수 있다.

$$\tilde{\mathbf{S}}(n+1) = \tilde{\mathbf{S}}(n) - \mu \mathbf{U}(n) \Phi^{-1}(n) \mathbf{E}(n) \quad (39)$$

여기서  $\tilde{\mathbf{S}}(n) = [\tilde{s}_0^T \tilde{s}_1^T]^T$ , for  $\tilde{s}_i = \mathbf{s}_i^* - \mathbf{s}_i$  and  $\mathbf{S}^*(z) = \mathbf{S}_0^*(z^2) + z^{-1} \mathbf{S}_1^*(z^2)$ . 식 (39)에서 양변의 squared Euclidean norm을 구한 후 기대치(expectation)를 취하면 다음과 같이 정리됨을 Appendix에서 보인다.

$$\begin{aligned} E\{\|\tilde{\mathbf{S}}(n+1)\|^2\} &= E\{\|\tilde{\mathbf{S}}(n)\|^2\} \\ &= \mu^2 E\{\mathbf{E}^T(n) \Phi^{-1}(n) \mathbf{E}(n)\} \\ &\quad - 2\mu E\{\tilde{\mathbf{S}}^T(n) \mathbf{U}(n) \Phi^{-1}(n) \mathbf{E}(n)\} \end{aligned} \quad (40)$$

식 (40)은 다음의 평균자승편차의 반복 식(recursion)으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} D(n+1) - D(n) &= \mu^2 E\{\mathbf{E}^T(n) \Phi^{-1}(n) \mathbf{E}(n)\} \\ &\quad - 2\mu E\{\xi(n) \Phi^{-1}(n) \mathbf{E}(n)\} \end{aligned} \quad (41)$$

여기서

$$\xi(n) = \tilde{\mathbf{S}}^T(n) \mathbf{U}(n). \quad (42)$$

제한한 알고리즘이 안정하려면 식 (41)의 평균자승편차는 반복적으로 감소해야 한다.

그러므로

$$D(n+1) - D(n) < 0 \quad (43)$$

식 (43)으로부터 스텝사이즈는 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$0 < \mu < \frac{2E\{\xi(n) \Phi^{-1}(n) \mathbf{E}(n)\}}{E\{\mathbf{E}^T(n) \Phi^{-1}(n) \mathbf{E}(n)\}} \quad (44)$$

외란(disturbance)이 무시될 수 있다면, 식 (42)의  $\xi(n)$ 은 다음과 같이 오차벡터가 된다.

$$\xi(n) = \tilde{\mathbf{S}}^T(n) \mathbf{U}(n) = \mathbf{E}^T(n) \quad (45)$$

그러므로 외란이 없을 때 수렴을 위한 필요충분조건은 스텝사이즈가 다음의 부등식을 만족하는 것이다.

$$0 < \mu < 2 \quad (46)$$

#### 4. 계산량 비교

제한한 SAP의 계산량(computation complexity)을 전밴드 AP 알고리즘<sup>[3]</sup>, 그리고 부밴드 NLMS (SNLMS)<sup>[14]</sup> 알고리즘의 계산량과 비교한다. 부밴드 구조에서 일반적으로 임계 샘플링 율(critical sampling rate)을 사용하므로 전밴드 구조의 샘플링 율  $F_s = 1/T_s$ 에 비해 낮은  $1/MT_s$ 을 사용하게 된다. 오차 추정과 계수적용을 위해 발생하는 계산량은 단위 시간당 곱셈 수에 의해 결정된다. 역행렬 연산은 standard LUD(standard Lower and Upper triangular matrix Decomposition:  $P^3/2$  multiplications,  $P$ 는 정방행렬의 크기)를 사용한다. 임의의 필터와 적응필터의 길이가  $N$ 이고 투사차원이  $P$  일 때, 전밴드 구조의 AP 알고리즘에서는  $P^3/2 + 3NP^2 + NP + N$ 의 곱셈이 요구된다. 다위상 분해와 노블아이덴티티를 사용하는 SNLMS에서 각 부밴드 분해 및 합성 필터길이가  $L$ 이고 각 부밴드 적응필터길이가  $N_s (= N/M)$ 이므로  $M$ -부밴드 SNLMS의 경우, 부밴드 분해를 위해  $2ML$ 의 곱셈이 필요하다. 그리고 오차추정을 위해  $N_s M = (N/M)M = N$ 의 곱셈과 계수갱신을 위해  $2N + 4M$ 의 곱셈이 필요하다. 따라서 총 곱셈 수는  $3N + 2M(L + 1)$ 이다. 제한한 방법의 경우, 다위상 구조를 갖기 때문에 각 부밴드 적응필터 길이는  $N_s (= N/M)$ 이고 각 부밴드의 투사차원은  $P_s = P/M$ 이다. 그러므로 제한한 SAP에서는 부밴드 분해를 위해  $2ML$ , 오차추정을 위해  $M^2 N_s P_s / M$

표 1. 계산량 비교

Table 1. Comparison of the computational complexity.

Algorithms	multiplications/iteration	multiplications/iteration for $L = 64, N = 1024, M = 4, P = 4$
SNLMS <sup>[14]</sup>	$3N + 2M(L + 2)$	3,600
Fullband AP <sup>[3]</sup>	$P^3/2 + 3NP^2 + NP + N$	54,304
Proposed SAP	$P^3/(2M^3) + NP^2(M+1)/M^3$ $+ NP(P+M+1)/M^2 + 2ML$	$\approx 4,097$
SSAP	$3N + 2P(L + 2)$	3,600

$= NP/M$ , 그리고 적응필터 갱신을 위해  $P_s^3/2 + (M+1)(N_s P_s^2) + N_s(M P_s + 1)/M = P^3/(2M^3) + NP^2(M+1)/M^3 + N(P+1)/M^2$ 의 곱셈이 요구된다. 따라서 제안한 방법에서 요구되는 총 곱셈 수는  $P^3/(2M^3) + NP^2(M+1)/M^3 + NP(P+M+1)/M^2 + 2ML$ 이다. 전밴드 AP의 투사차원과 동일한  $P(=M)$ -부밴드로 분해 시, SSAP에서 부밴드 적응 필터의 길이는  $N_s = N/P$ 이고 각 부밴드에서 투사차원은  $P/M|_{M=P} = 1$ 이다. 각 과정에서 요구되는 곱셈 수는 부밴드 분해를 위해  $2PL$ , 오차추정을 위해  $N_s P = N$ , 그리고 적응필터 갱신을 위해  $(2N_s + 4)P$ 이다. 그러므로 간단한 구현을 위한 SSAP 알고리즘은 적응 필터계수를 한번 갱신할 때마다 전체  $3N + 2P(L + 2)$ 의 곱셈이 필요하다. 적응 방향 제거와 같은 응용에서 일반적으로 분해 필터의 길이는 적응 필터의 길이에 비해 매우 작다. 표 1은 각 알고리즘의 계산량을 나타낸다. 표 1로부터 제안한 알고리즘은 기존 방법에 비해 구현 측면에서 매우 효율적임을 알 수 있다.

#### IV. 실험 결과 및 분석

제안한 SAP 알고리즘의 성능 평가를 위해 부밴드 구조에서 반향제거를 위한 시스템 식별 모델을 고려하였다. 분해 및 합성필터는 완전 복원(perfect reconstruction)이 가능하도록 그림 4의 prototype 주파수 응답을 갖는 cosine modulated filter banks<sup>[13]</sup>를 사용한다. 분해 및 합성 필터의 길이는  $M = 2, 4, 8$ 에 대해 각각  $L = 32, 64, 128$ 이다. 입력신호는 평균이 0인 임의의 백색 가우시안(Gaussian) 신호를  $H_{IIR} = 1/(1 + 0.999z^{-1} + 0.99z^{-2} + 0.995z^{-3} + 0.99z^{-4})$

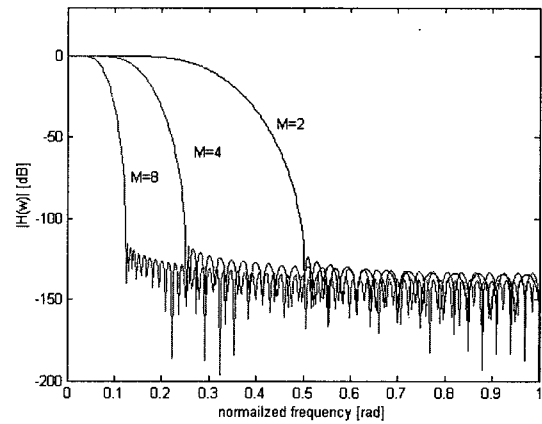


그림 4. Prototype filter의 주파수 응답

Fig. 4. Frequency responses of the prototype filters( $M = 2 (L = 32), M = 4 (L = 64), M = 8 (L = 128)$ ).

의 전달함수를 갖는 IIR (infinite impulse response) 필터를 통과시켜 얻은 신호로 사용하였다. 미지 시스템(unknown system)은 임의로 선택된 계수를 갖는 길이  $N = 1024$ 의 FIR 필터이다. 관측 잡음(observation noise)으로 원하는 신호  $d(n)$ 에  $SNR = -30dB$ 인 백색잡음을 부가한다. 그리고 실험에서 스텝사이즈는 빠른 수렴을 위해 크기를 1로 한다. 각 실험의 결과는 독립적인 입력신호에 대해 100회 이상의 반복실험에 대한 앙상블 평균(ensemble average)으로 나타낸다.

##### 1. 제안한 SAP의 수렴성능

제안한 방법의 수렴특성을 전밴드 AP 알고리즘과 비교하였다. 그림 5는 전밴드 AP와  $M = 2, 4$  부밴드 구조에서 제안한 방법의 MSE(Mean Squared Error)를 나타낸다. 전밴드 AP의 투사차원을  $2(P=2)$ 에서 4( $P=4$ )로 증가할 경우, AP 알고리즘의 수렴속도는 개선되지만 투사차원에 증가와 함께 많은 계산량 부담을 갖게 된다. 그러나  $M = 2, P_s = 2$ 를 갖는 제안한



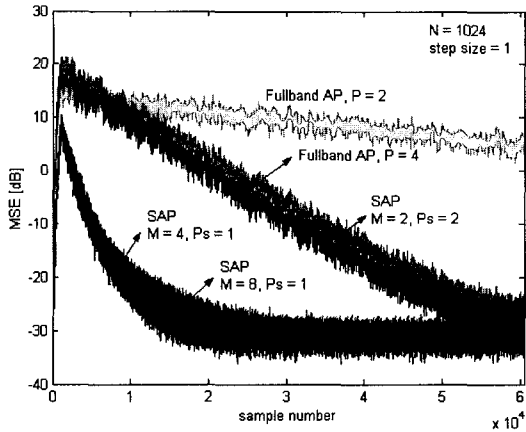
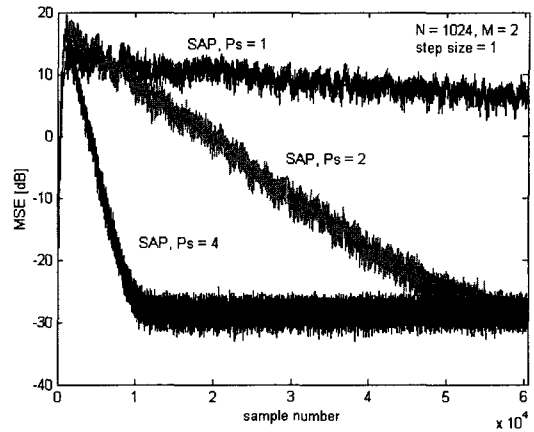


그림 5. 제안한 SAP의 수렴성능  
 Fig. 5. Convergence performance of the proposed SAP ( $N = 1024$ , step size = 1,  $SNR = 30$  dB).

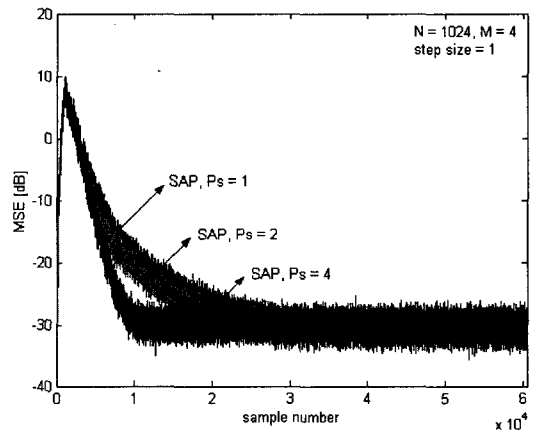
SAP의 수렴속도는  $P = 4$  전밴드 AP의 수렴속도와 비슷하지만 계산량은 현저히 감소하게 된다. 반면 투사차원이  $1(P_s = 1)$ 이고  $M = 4, 8$ 인 SAP는 전밴드 AP 보다 현저히 개선된 수렴속도를 보이며 계산량 면에서 매우 효율적임을 알 수 있다. 제안한 SAP에서 부밴드 분해에 따른 투사차원의 감소는 수렴성능의 저하를 유발할 수 있으나 부밴드 수가 증가함에 따라 부밴드 분해에 의한 상관제거(decorrelation) 효과는 수렴속도 저하를 보상뿐만 아니라 개선할 수 있다.

2. SAP의 파라미터에 따른 수렴성능

제안한 방법에서 투사차원과 부밴드 수에 따른 수렴성능을 평가하였다. 그림 6에서 부밴드 수  $M = 2, 4$ 에 대해 투사차원  $P_s$ 를 1, 2, 그리고 4로 변화시키며 MSE를 확인하였다. 그림 6 (a)는  $M = 2$ 이고 그림 6 (b)는  $M = 4$ 의 경우에 대한 평가이다. 그림 6 (a)의  $M = 2$  SAP에서, 투사차원이 증가할수록 수렴속도의 개선정도는 크다. 그림 6 (b)의  $M = 4$  SAP에서 투사차원이 증가함에 따라 수렴속도는 개선되지만 그 정도가  $M = 2$  부밴드의 경우보다 작다. 부밴드 수( $M$ )가 증가할수록 투사차원( $P_s$ )에 의한 수렴속도 개선정도는 현저히 감소하게 된다. 그림 7은 부밴드 수에 따른 제안한 SAP의 수렴성능을 나타낸다. 전밴드 AP와 SAP 알고리즘을 위한 투사차원은 2로 고정하고,  $M = 1, 2, 4$ , 그리고 8로 변화시키며 MSE를 비교하였다. 제안한 방법에서 부밴드 수가 증가함에 따라 수렴속도는 개선되지만 투사차원에서와 마찬가지로 그 개선율을 점차적으로 감소하



a) two-subband case



b) four-subband case

그림 6. 투사차원에 따른 SAP의 수렴성능  
 Fig. 6. Convergence performance of the SAP for different projection orders ( $N = 1024$ , step size = 1,  $SNR = 30$  dB).

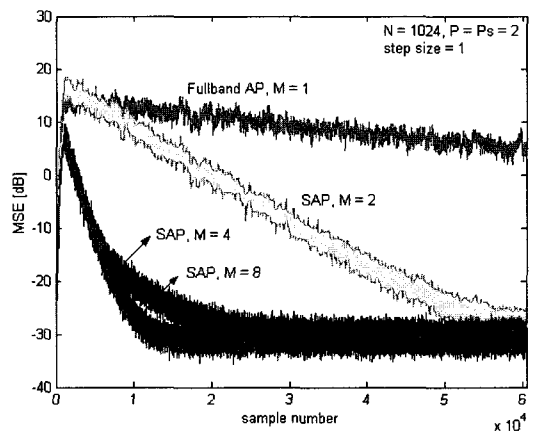


그림 7. 부밴드 수에 따른 수렴성능  
 Fig. 7. Convergence performance of the SAP for different numbers of subbands ( $N = 1024$ ,  $P = P_s = 2$ , step size = 1,  $SNR = 30$  dB).

게 된다. 주목할 점은 투사차원을 증가시키는 것에 비해 부밴드 수의 증가에 의한 추가되는 계산량은 매우 작다는 것이다.

### 3. Simplified-SAP(SSAP)의 성능

간단한 구현을 위해 투사차원과 동일한 수의 분해된 SSAP의 수렴성능을 전밴드 AP와 비교한다. 실험을 위해 두 가지 경우를 고려한다. 첫 번째 경우에서  $P=4$ 를 갖는 전밴드 AP 알고리즘의 수렴속도와  $M=4$  부밴드로 분해한 SSAP를 비교하였다. 두 번째,  $P=8$ 를 갖는 전밴드 AP와  $M=8$  부밴드 SSAP를 비교하였다. 각각의 경우에서 SSAP의 투사차원은  $1(P_s=1)$ 이다. 그림 8은 각 경우에 해당하는 SSAP와 전밴드 AP의 MSE를 보이고 있다. 첫 번째 경우( $M=4$ )에서 SSAP는 전밴드 AP에 비해 수렴속도가 빠르다. 그러나 두 번째 경우( $M=8$ )에서 SSAP의 수렴속도는 전밴드 AP와 비슷하지만 정상상태 오차 성능은 우수하다. 따라서 전밴드 AP에서는 투사차원이 증가할수록 정상상태오차 성능을 위해 스텝사이즈를 줄여서 사용해야 한다. 두 경우 모두 SSAP는 역행렬 연산이 없으므로 전밴드 AP 알고리즘에 비해 계산량의 부담은 현저히 줄게 된다. 이러한 결과는 투사과정과 부밴드 분해 모두 신호의 상관도를 줄이기 위해 사용되며, 수렴속도의 개선을 위해 투사차원을 증가시키는 것 보다 부밴드 수를 증가시키는 것이 보다 효율적임을 의미한다.

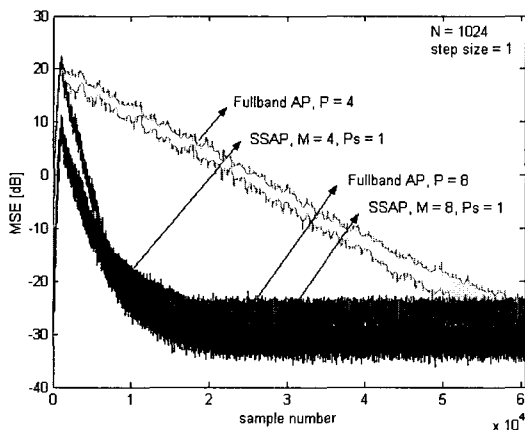


그림 8. 구현을 위한 simplified SAP의 성능  
Fig. 8. Performance of the simplified SAP for implementation.

## V. 결론

본 논문에서 부밴드 구조의 적응필터를 위한 새로운 부밴드 인접투사 알고리즘을 유도하였고, 유도한 알고리즘의 간단한 구현방법을 제안하였다. 부밴드 구조에서 각각의 부밴드 입력신호의 상관도는 감소하며 부밴드 적응필터의 길이를 줄일 수 있다. 또한 인접투사 알고리즘은 상관도가 높은 입력신호의 백색화(whitening)을 통해 수렴속도를 개선할 수 있다. 이러한 부밴드 구조와 인접투사 알고리즘의 장점을 결합함으로써 제안한 부밴드 인접투사 알고리즘은 빠른 수렴 속도와 계산량의 감소가 가능하다. 서로 다른 부밴드를 통과한 신호에 의해 발생하는 교차항의 제거가 가능함을 보였으며, 많은 계산량이 요구되는 투사차원의 증가대신 부밴드 분해 수의 증가를 통해 수렴속도가 개선될 수 있음을 보였다. 부밴드 적응필터 차수와 투사차원은 부밴드 수가 증가함에 따라 감소할 수 있다. 부밴드 필터링에 의한 낮은 샘플링 율(sampling rate)의 사용과 부밴드에서 적응필터 길이 및 투사차원의 감소는 프로세싱(processing) 비용을 줄일 수 있다. 더불어 제안한 방법에서 투사차원과 동일한 수의 부밴드 분해 시 부밴드 적응필터의 계수 갱신식은 간단한 구현이 가능한 NLMS 알고리즘 형태로 유도됨을 보였다. 시뮬레이션을 통해 유도된 부밴드 인접투사 알고리즘이 유효함을 확인하였고 제안한 방법이 기존방법에 비해 우수한 성능을 가짐을 보였다.

## Appendix

간단한 해석을 위해 부밴드 수  $M=2$ 의 경우를 고려하여 식 (31)~식 (37)로부터 다음을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{s}}_0(n+1) \\ \tilde{\mathbf{s}}_1(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{s}}_0(n) \\ \tilde{\mathbf{s}}_1(n) \end{bmatrix} - \mu \begin{bmatrix} X_{00}(n) & X_{10}(n) \\ X_{01}(n) & X_{11}(n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_0^{-1}(n) & 0 \\ 0 & A_1^{-1}(n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_0(n) \\ E_1(n) \end{bmatrix} \quad (\text{A1})$$

식 (37)의 표현을 사용하여 식 (A1)의 양변의 squared Euclidean norm을 구하고 기대치를 취하면 식 (A2)와 같은 MSD의 식을 얻을 수 있다.

식 (25)로부터 서로 다른 분해필터를 통과한 데이터 행렬곱은 영행렬로 근사되고 대각성분은 그라미안 행렬

$$E\{\|\tilde{\mathbf{S}}(n+1)\|^2\} - E\{\|\tilde{\mathbf{S}}(n)\|^2\} = \mu^2 E\{\|\mathbf{E}^T(n)\Phi^{-1}(n)\mathbf{U}^T(n)\mathbf{U}(n)\Phi^{-1}(n)\mathbf{E}(n)\|\} \\ - 2\mu E\{\|\tilde{\mathbf{S}}^T(n)\mathbf{U}(n)\Phi^{-1}(n)\mathbf{E}(n)\|\} \quad (\text{A2})$$

여기서

$$\mathbf{U}^T(n)\mathbf{U}(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{00}^T(n) & \mathbf{X}_{01}^T(n) \\ \mathbf{X}_{10}^T(n) & \mathbf{X}_{11}^T(n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{00}(n) & \mathbf{X}_{10}(n) \\ \mathbf{X}_{01}(n) & \mathbf{X}_{11}(n) \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{00}^T(n)\mathbf{X}_{00}(n) + \mathbf{X}_{01}^T(n)\mathbf{X}_{01}(n) & \mathbf{X}_{00}^T(n)\mathbf{X}_{10}(n) + \mathbf{X}_{01}^T(n)\mathbf{X}_{11}(n) \\ \mathbf{X}_{10}^T(n)\mathbf{X}_{00}(n) + \mathbf{X}_{11}^T(n)\mathbf{X}_{01}(n) & \mathbf{X}_{10}^T(n)\mathbf{X}_{10}(n) + \mathbf{X}_{11}^T(n)\mathbf{X}_{11}(n) \end{bmatrix} \quad (\text{A3})$$

의 함이므로 식 (A3)는 다음과 같이 된다.

$$E\{\mathbf{U}^T(n)\mathbf{U}(n)\} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_0(n) & 0 \\ 0 & \mathbf{G}_1(n) \end{bmatrix} \\ = E\{\Phi(n)\} \quad (\text{A4})$$

식 (A4)의 결과로부터 식 (A2)는 다음과 같이 간략하게 된다.

$$E\{\|\tilde{\mathbf{S}}(n+1)\|^2\} - E\{\|\tilde{\mathbf{S}}(n)\|^2\} \\ = \mu^2 E\{\|\mathbf{E}^T(n)\Phi^{-1}(n)\mathbf{E}(n)\|\} \\ - 2\mu E\{\|\tilde{\mathbf{S}}^T(n)\mathbf{A}(n)\Phi^{-1}(n)\mathbf{E}(n)\|\} \quad (\text{A5})$$

### 참고 문헌

- [1] B. Widrow and S. D. Stearns, *Adaptive Signal Processing*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1985.
- [2] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, 4th Ed., NJ: Prentice-Hall, 2002.
- [3] K. Ozeki and T. Umeda, "An Adaptive Filtering Algorithm using an Orthogonal Projection to an Affine Subspace and Its Properties," *Electron. Comm. Jap.*, vol. 67-A, no. 5, pp. 19-27, 1984.
- [4] S. G. Sankaran and A. A. Beex, "Convergence behavior of the affine projection algorithm," *IEEE Trans. Signal Proc.*, vol. 48, no. 4, pp. 1086-1097, Apr. 2000.
- [5] S. L. Gay and J. Benesty, *Acoustic Signal Processing for Telecommunication*, Kluwer Academic Press, 2000.
- [6] M. Rupp, "A family of adaptive filter algorithms with decorrelating properties," *IEEE Trans. Signal Proc.*, vol. 46, pp. 771-775, Mar. 1998.
- [7] S. Werner and P. S. R. Diniz, "Set-membership affine projection algorithm," *IEEE Signal Proc. Lett.*, vol. 8, no. 8, pp. 231-235, Aug. 2001.
- [8] H. C. Shin and A. H. Sayed, "Mean-square performance of a family of affine projection algorithms," *IEEE Trans. Signal Proc.*, vol. 52, no. 1, pp. 90-102, Jan. 2004.
- [9] S. L. Gay and S. Tavathia, "The fast affine projection algorithm," *IEEE Proc. ICASSP 1995*, vol. 5, Detroit, MI, pp. 3023-3026, May 1995.
- [10] M. Tanaka, S. Makino, and J. Kojima, "A block exact fast affine projection algorithm," *IEEE Trans. Speech and Audio Proc.*, vol. 7, pp. 79-86, Jan. 1999.
- [11] F. Albu and H. K. Kwan, "Fast block exact Gauss-Seidel pseudo affine projection algorithm," *Electronics Lett.* vol. 40, pp. 1451-1453, Oct. 2004.
- [12] A. Gilloire and M. Vetterli, "Adaptive filtering in subbands with critical sampling: analysis, experiments, and application to acoustic echo cancellation," *IEEE Trans. on Signal Proc.*, vol. 40, pp. 1862-1875, Aug. 1992.
- [13] P. P. Vaidyanathan, *Multirate System and Filter Banks*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1993.
- [14] S. S. Pradhan and V. U. Reddy, "A new approach to subband adaptive filtering," *IEEE Trans. Signal Proc.*, vol. 45, no. 3, pp. 655-664, Mar. 1999.
- [15] M. R. Petraglia, R. G. Alves and P. S. R. Diniz, "New structures for adaptive filtering in subbands with critical sampling," *IEEE Trans. Signal Proc.*, vol. 48, no. 12, pp. 3316-3327, Dec. 2000.
- [16] K. A. Lee and W. S. Gan, "Improving convergence of the NLMS algorithm using constrained subband updates," *IEEE Signal Proc. Lett.*, vol. 11, no. 9, pp. 736-739, Sep. 2004.
- [17] Q. G. Liu, B. Champagne and K. C. Ho, "On the use of a modified fast affine projection algorithm

- in subbands for acoustic echo cancelation," IEEE Proc., Digital Signal Proc. Workshop, pp. 354-357, Sep. 1996.
- [18] E. Chau, H. Sheikhzadeh, and R. L. Berennan, "Complexity reduction and regularization of a fast affine projection algorithm for oversampled subband adaptive filters," IEEE Proc. ICASSP 2004, vol. 5, pp. V109-112, May 2004.
- [19] R. G. Alves, J. A. Apolinario Jr. M. T. and Petraglia, "Subband adaptive filtering with critical sampling using the data selective affine projection algorithm," IEEE Proc. ICASSP 2004, vol. 3, pp. III257-260, May 2004.
- [20] K. Nishikawa and H. Kiya, "New structure of affine projection algorithm using a novel subband adaptive system," IEEE Signal Proc. Workshop Sig. Proc. Adv. in Wireless Comm., pp. 364-367, Mar. 2001.
- [21] E. K. P. Chong and S. H. Zak, *An Introduction to Optimization*, John Wiley & Sons, Inc., 1996.

---

 저 자 소 개
 

---



최 훈(정회원)  
 1996년 충북대학교 전자공학과  
 학사 졸업.  
 1995년 11월~1998년 3월 LG  
 반도체 제품개발실  
 2001년 충북대학교 전자공학과  
 석사 졸업.

2001년~현재 충북대학교 전자공학과 박사 과정.  
 <주관심분야 : 적응신호처리, 멀티레이트 신호처  
 리, 음향 신호처리, 신호처리 알고리즘 실현>



배 현 덕(정회원)  
 1977년 한양대학교 전자공학과  
 학사 졸업.  
 1980년 서울대학교 전자공학과  
 석사 졸업.  
 1992년 서울대학교 전자공학과  
 박사 졸업.

1987년 3월~현재 충북대학교 전기전자컴퓨터  
 공학부 교수

<주관심분야 : 적응신호처리, 멀티레이트 신호처  
 리, 음향 신호처리, 신호처리 알고리즘 실현>