

무인기를 위한 최적 경로점 유도

Optimal Waypoint Guidance for Unmanned Aerial Vehicles (UAVs)

유창경*, 신호상, 탁민제
(Chang-Kyung Ryoo, Hyo-Sang Shin, and Min-Jea Tahk)

Abstract : In this paper, planar waypoint guidance synthesis for UAVs using the LQ optimal impact-angle-control guidance law is proposed. We prove that the energy-optimal control problem with the constraint of passing through the waypoints is equivalent to the problem of finding the optimal pass angles on each waypoint of the optimal impact-angle-control law. The optimal pass angles can be obtained as a numerical solution of the simple pass angle optimization problem that requires neither input parameterization nor constraints. The trajectory obtained by applying the optimal impact-angle-control law with these optimal pass angles becomes energy optimal.

Keywords : waypoint guidance, optimal impact-angle-control law, unmanned aerial vehicle

I 서론

지형 또는 대공방어시스템 등의 장애물을 피하여 목표점까지 무인기(UAV, Unmanned Aerial Vehicle)를 비행시키기 위해서 적절한 경로점들을 선정하고 이 경로점들을 지나도록 하는 방식을 고려해 볼 수 있다. 또한 특정지역의 조사 및 감시 등을 위해서 무인기를 활용할 경우에도 경로점 비행이 필요하다. 경로점 유도 waypoint guidance란 무인기로 하여금 자율비행을 통해 이들 경로점들을 지나도록 제어하는 것을 의미한다.

경로점 유도기법은 크게 두 개의 카테고리로 분류할 수 있다. 우선 주어진 경로점들을 구속조건으로 고려하여 제적최적화 문제를 풀어 얻은 최적 비행경로를 적절한 제어법칙을 통해 추종하도록 하는 방법이 있다. 이 방법은 제어에너지[1,2] 또는 비행시간최소화[3,4] 성능지수를 고려한 비선형 제적최적화 문제를 SQP(Sequential Quadratic Programming) 기법[5]이나 공진화 기법[6]을 이용하여 최적제적을 산출하는데 초점을 둔다. 그러나 이 방법은 추종하고자 하는 제적이 최적이라 하더라도 바람 등의 외란이 존재할 경우 최적성을 보장할 수 없으며, 비행 중 갑작스러운 경로점 변경이 필요한 경우 대처하기 어려운 단점이 있다. 또 다른 경로점 유도방법으로는 인접한 경로점 간의 유도를 PN(Proportional Navigation) 유도법칙[7]과 같은 이미 알려진 피드백 제어법칙을 이용하여 수행하는 것으로서, 구현이 단순하며 비행 중 경로점 변경 등에 대한 대처가 용이하지만 최종 비행제적에 최적성과 같은 특수성을 부여하기 어렵고 다음 경로점 유도 시작시점에서 큰 명령이 산출되는 단점이 있다. 최적제어(optimal control) 이론을 이용하여 각 경로점들을 연결하는 선을 추종하기 위한 방법이 참고문헌 [8]에 나타나 있으나 이 방법은 경로점들을 경유를 목표로 하지 않는다. 구현이 매우 용이한 시선각(LOS, Line of Sight) 유도법칙을 이용한 경로점 유도방법이 참고문

헌 [9]에 제안된 바 있으나, 이 방법은 직관에 의거한 것으로서 최적성을 가지지 못할 뿐만 아니라 역시 매우 큰 유도 명령이 산출된다.

본 논문에서는 표적입사각을 고려한 최적유도법칙(optimal impact-angle-control law)[10,11]을 이용한 최적 경로점 유도에 대해 기술한다. 이 최적유도법칙은 비행경로각이 작다는 가정 하에 정지표적에 대해 표적입사각을 구속조건으로 고려한 LQ(Linear Quadratic) 제어에너지 최소화 최적제어문제의 해로서 주어진다. 표적입사각을 고려한 최적유도법칙은 특정 경로점에 입사각 제한이나 경로점 간의 직선비행과 같은 구속조건을 유도법칙 내에 포함된 입사각 파라미터로 간단히 처리할 수 있기 때문에 무인기의 경로점 유도에 특히 유용하다. 본 논문에서는 우선 경로점 구속조건으로 갖고 제어에너지를 최소화하기 위한 최적제어문제가 표적입사각을 고려한 최적유도법칙에 의해 산출되는 제어에너지를 최소화하는 경로점 입사각 결정문제와 동일함을 증명하였다. 이는 각 경로점의 최적 입사각을 알 경우, 표적입사각을 고려한 최적유도법칙을 각 경로점들 사이의 유도에 적용함으로써 전체 제어에너지를 최소화하는 비행제적이 자연적으로 얻어진다는 것을 의미한다. 또한 입사각 최적화 문제는 순수한 제적최적화 최적제어문제와 달리 제어입력 파라미터화를 통한 비선형 프로그래밍 문제로의 변환을 필요로 하지 않기 때문에 수치해를 매우 용이하게 얻을 수 있다는 장점을 가진다.

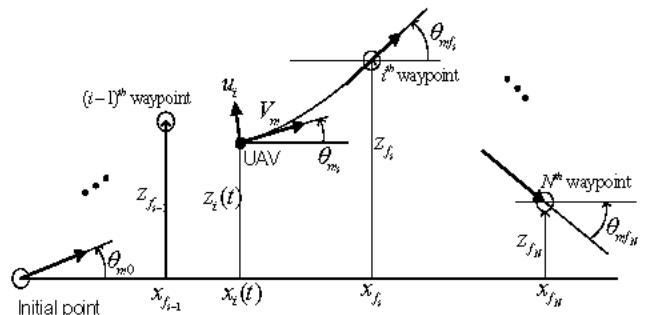


그림 1. 평면상의 경로점 유도기하.
Fig. 1. Planar waypoint guidance geometry.

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수 : 2004. 10. 17., 채택확정 : 2004. 12. 1.

유창경, 신호상, 탁민제 : 한국과학기술원 기계공학과 항공우주공학전공 (dryoo@fdel.kaist.ac.kr/hsshin@fdel.kaist.ac.kr/mjtahk@fdel.kaist.ac.kr)

※ 본 연구는 과학기술부 지원으로 수행되는 21세기 프론티어 연구 개발사업(스마트무인기술개발)비에 의하여 연구되었습니다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II 장에서는 제어에너지 최소화 최적제어문제가 각 경로점에서의 비행경로각 최적화 문제와 동일함을 보인다. III 장에서는 표적입사각을 고려한 최적유도법칙에 대해 간단히 살펴본다. IV 장에서는 제안된 방법에 의해 얻어진 제적을 제어에너지 최소화 최적제어문제의 수치해와 비교한다. 마지막으로 V 장은 결론이다.

II. 최적제어문제의 등가성

그림 1은 N 개의 경로점을 가진 평면상에서의 경로점 유도기하를 나타낸 것이다. 비행체의 속도 V_m 은 전 비행구간에서 일정하다고 가정하였다. 기타 주요 변수들의 정의는 그림에 기술된 바와 같다. $i-1$ 번째 경로점과 i 번째 경로점 사이의 위치 및 비행경로각, 그리고 제어입력을 i 번째 비행영역의 것들로 정의한다. 따라서 i 번째 경로점에 대한 입사각은 θ_{m_i} 로 나타낸다.

다음과 같은 N 개의 경로점 경계 구속조건을 갖는 제어입력을 최소화하는 최적제어 문제를 고려하자.

• OCP-I : $i=1, 2, \dots, N$ 에 대해 다음 성능지수를 최소화하는 제어입력 u 를 구하라.

$$J = \int_0^{t_f} \{u(t)\}^2 dt = \sum_{i=1}^N \int_0^{t_{f_i}} \{u_i(t)\}^2 dt = \sum_{i=1}^N J_i \tag{1}$$

운동구속조건 :

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= V_m \cos \theta_{m_i}, & x_i(0) &= x_{f_{i-1}} \\ \dot{z}_i &= V_m \sin \theta_{m_i}, & z_i(0) &= z_{f_{i-1}} \\ \dot{\theta}_{m_i} &= u_i/V_m, & \theta_{m_i}(0) &= \theta_{m_{i-1}} \end{aligned} \tag{2}$$

종말구속조건 :

$$x_i(t_{f_i}) = x_{f_i}, \quad z_i(t_{f_i}) = z_{f_i}. \tag{3}$$

여기서

$$J_i \triangleq \int_0^{t_{f_i}} \{u_i(t)\}^2 dt \tag{4}$$

이며, $i=1, 2, \dots, N$ 에 대해 u_i^* 를 OCP-I의 최적해라고 하면, 최소성능지수 J^* 는 u_i^* 일 때 얻어 다음과 같이 주어진다. 이때 t_{f_i} 는 i 번째 비행구간에서의 비행시간을 나타낸다.

$$J^* = \sum_{i=1}^N J_i^* \triangleq \sum_{i=1}^N \int_0^{t_{f_i}} \{u_i^*(t)\}^2 dt \tag{5}$$

각 경로점에 대한 최적 비행경로각 $\theta_{m_i}^*$ 는 파라미터로 포함되어 있지 않지만 최적화 과정에서 산출된다.

이제 i 번째 경로점에서의 유도오차와 입사각을 구속조건으로 하는 i 번째 비행구간에 대해 제어에너지 최소화 최적제어문제를 고려하자.

• OCP-II : 다음 성능지수를 최소화하는 제어입력 \bar{u}_i 를 구하라.

$$\bar{J}_i = \int_0^{t_{f_i}} \{\bar{u}_i(t)\}^2 dt \tag{6}$$

운동구속조건 : (2)

종말구속조건 :

$$x_i(t_{f_i}) = x_{f_i}, \quad z_i(t_{f_i}) = z_{f_i}, \quad \theta_{m_i}(t_{f_i}) = \theta_{m_{f_i}}. \tag{7}$$

\bar{u}_i^* 를 OCP-II의 최적제어입력으로 정의하면 최소성능지수 \bar{J}_i^* 는 다음과 같이 주어진다.

$$\bar{J}_i^* = \int_0^{t_{f_i}} \{\bar{u}_i^*(t)\}^2 dt \tag{8}$$

OCP-I과 OCP-II과 관련 정의로부터 다음과 같은 정리를 얻는다.

정리 1 : $i=1, 2, \dots, N$ 에 대해 $\theta_{m_{f_i}} = \theta_{m_i}^*$ 이면 $u_i^*(t) = \bar{u}_i^*(t)$ 이고 $J_i^* = \bar{J}_i^*$ 이다.

증명 : 마지막 비행구간에 대해 $\theta_{m_{f_N}} = \theta_{m_N}^*$ 이고 $\theta_{m_{0_{N-1}}} = \theta_{m_{N-1}}^*$ 이기 때문에, $u_N^*(t)$ 와 $\bar{u}_N^*(t)$ 는 동일한 경계조건을 갖는 (2)로 주어진 미분방정식의 서로 다른 해가 된다. OCP-II에서 최소성능지수 \bar{J}_N^* 은 $\bar{u}_N^*(t)$ 에 의해서만 가능하므로 $u_N^*(t)$ 를 (6)에 대입하면 다음과 같은 부등식을 얻는다.

$$J_N^* = \int_0^{t_{f_N}} \{u_N^*(t)\}^2 dt \leq \int_0^{t_{f_N}} \{\bar{u}_N^*(t)\}^2 dt \tag{9}$$

한편, 최적성의 원리(principle of optimality, [12])로부터 $u_N^*(t)$ 를 적용하여 얻은 J_N^* 역시 OCP-I의 최소성능지수이므로 $\bar{u}_N^*(t)$ 를 (4)에 대입하면 다음과 같은 부등식을 얻는다.

$$J_N^* = \int_0^{t_{f_N}} \{u_N^*(t)\}^2 dt \leq \int_0^{t_{f_N}} \{\bar{u}_N^*(t)\}^2 dt \tag{10}$$

(9)과 (10)에서 $u_N^*(t) = \bar{u}_N^*(t)$ 일 때만 성립하므로 $J_N^* = \bar{J}_N^*$ 이다.

$N-1$ 번째 영역에 대해 \bar{J}_{N-1}^* 는 OCP-II의 최소성능지수이므로

$$\begin{aligned} \bar{J}_{N-1}^* + \bar{J}_N^* &= \int_0^{t_{f_{N-1}}} \{\bar{u}_{N-1}^*(t)\}^2 dt + \int_0^{t_{f_N}} \{\bar{u}_N^*(t)\}^2 dt \\ &\leq \int_0^{t_{f_{N-1}}} \{u_{N-1}^*(t)\}^2 dt + \int_0^{t_{f_N}} \{u_N^*(t)\}^2 dt \end{aligned} \tag{11}$$

인 관계를 갖는다. $J_N^* = \bar{J}_N^*$ 임을 이용하여

$$\int_0^{t_{f_{N-1}}} \{\bar{u}_{N-1}^*(t)\}^2 dt \leq \int_0^{t_{f_{N-1}}} \{u_{N-1}^*(t)\}^2 dt \tag{12}$$

임을 알 수 있다. OCP-I으로부터 $J_{N-1}^* + J_N^*$ 은 $N-1$ 및 N 번째 영역에서의 최소성능지수이므로

$$\begin{aligned} J_{N-1}^* + J_N^* &= \int_0^{t_{f_{N-1}}} \{u_{N-1}^*(t)\}^2 dt + \int_0^{t_{f_N}} \{u_N^*(t)\}^2 dt \\ &\leq \int_0^{t_{f_{N-1}}} \{\bar{u}_{N-1}^*(t)\}^2 dt + \int_0^{t_{f_N}} \{\bar{u}_N^*(t)\}^2 dt \end{aligned} \tag{13}$$

이고, 결국

$$\int_0^{t_{f_{N-1}}} \{u_{N-1}^*(t)\}^2 dt \leq \int_0^{t_{f_{N-1}}} \{\bar{u}_{N-1}^*(t)\}^2 dt \tag{14}$$

가 된다. (12)과 (14)로 부터 $u_{N-1}^*(t) = \bar{u}_{N-1}^*(t)$ 와 $J_{N-1}^* = \bar{J}_{N-1}^*$ 가 성립함을 알 수 있다. 동일한 방법을 첫번째 영역에까지 확대하면 정리가 증명된다. ■

정리 1은 OCP-I을 만족하는 각 경로점에서의 최적비행경로각(입사각) θ_{mf}^* 가 주어질 경우, 각 비행영역별로 경로점과 최적비행경로각 경계조건을 만족하는 최적제어문제를 독립적으로 풀어 얻은 제어입력들을 연결한 제어입력계측은 OCP-I의 최적해와 동일하다는 것을 의미한다.

OCP-II의 최적제어입력 \bar{u}_i^* 가 다음과 같이 상태변수 제한 형태의 닫힌해(feedback control law 또는 optimal guidance law) 의 형태로 주어졌다고 가정하자.

$$\bar{u}_i^*(t) = f(z_i(t), \theta_{m_i}(t), t; z_{f_i}, \theta_{mf_i}^*) \quad (15)$$

그러면 다음과 같은 세 번째 최적제어문제를 고려해 볼 수 있다.

• OCP-III : $i=1, 2, \dots, N$ 에 대해 다음 성능지수를 최소화 하는 각 경로점에서의 입사각 θ_{mf_i} 를 구하라.

$$\bar{J} = \sum_{i=1}^N \int_0^{t_f} \{ \bar{u}_i^*(t) \}^2 dt \quad (16)$$

운동구속조건 : (2).

\bar{u}_i^* 에 의해 다음 경로점까지 유도되므로 OCP-III는 OCP-I과 달리 경로점들에 대한 경계조건을 필요로 하지 않는다는 점에 유의하자.

정리 2 : $\bar{\theta}_{mf_i}^*$ 가 OCP-III의 최적해라고 하면 $\theta_{mf_i}^*$ 는 OCP-I의 해로부터 주어지는 $\theta_{mf_i}^*$ 와 동일하다.

증명 : 이미 알려진 z_{f_i} 에 대해 OCP-III의 최소성능지수가 $\bar{\theta}_{mf_i}^*$ 를 이용하여 다음과 같이 주어진다고 하자.

$$\bar{J}^* = \sum_{i=1}^N \int_0^{t_f} \{ f(z_i(t), \theta_{m_i}(t), t; \bar{\theta}_{mf_i}^*) \}^2 dt \quad (17)$$

만일 $\bar{\theta}_{mf_i}^* \neq \theta_{mf_i}^*$ 이라고 하면,

$$\bar{J}^* < \bar{J} = \sum_{i=1}^N \int_0^{t_f} \{ f(z_i(t), \theta_{m_i}(t), t; \theta_{mf_i}^*) \}^2 dt \quad (18)$$

가 성립한다. 정리 1로부터 $\theta_{mf_i}^*$ 에 대해 $\bar{J}^* = \bar{J}$ 이므로, (18)은 \bar{J}^* 가 OCP-I의 최소성능지수라는 전체에 위반된다. 따라서 $\bar{\theta}_{mf_i}^* = \theta_{mf_i}^*$ 이어야만 하고 정리 2는 참이다. ■

정리 2는 목표 경로점에 대한 입사각을 종말구속조건으로 하는 제어(또는 유도)법칙 \bar{u}_i^* 가 존재한다고 할 때, N 개의 경로점을 구속조건으로 포함하는 제어에너지 최소화 최적제어문제는 \bar{u}_i^* 를 이용하여 계산되는 제어에너지를 최소화하는 각 경로점에서의 입사각을 찾는 문제로 변환될 수 있음을 의미한다. 통상 OCP-I으로 주어지는 최적제어문제는 입력 파라미터 최적화기법을 이용하여 비선형 프로그래밍 문제로 변환한 후 그 해를 SQP나 공진화 기법 등을 이용하여 수치

적으로 찾는다[13]. 이와 같은 접근방식은 정밀해를 얻고자 할 때 최적화 파라미터 수가 증가하여 수렴 해를 구하는데 많은 시간이 소요되거나, 초기조건이 잘못 선정될 경우 수렴 해를 구하지 못할 수도 있다. 반면에 OCP-III의 경우 구하고자 하는 해가 각 경로점 입사각들이므로 OCP-I에서와 같은 입력 파라미터화가 불필요하고, 경로점 경계조건들은 제어(유도)법칙에 의해 자동으로 만족되기 때문에 경계 구속조건들이 제거되어 수치해를 짧은 시간에 용이하게 도출할 수 있다.

일단 각 경로점에서의 최적입사각들이 얻어지면 각 경로점들 사이의 무인기 유도는 표적입사각을 고려한 유도법칙 \bar{u}_i^* 를 이용하여 수행된다. 최종 비행계측은 모든 경로점들을 지나는 제어에너지를 최소화하는 계측이 형성된다. 남은 문제는 \bar{u}_i^* 를 어떻게 도출할 것인가이며, 다행히도 LQ 최적제어문제의 해로서 구해진다.

III. 표적입사각을 고려한 최적유도법칙

이 절에서는 참고문헌 [10] 및 [11]에 기술된 표적입사각을 고려한 최적유도법칙의 유도과정과 그 계측해를 간단히 기술한다.

그림 2에 나타낸 바와 같이 두 경로점을 연결하는 기준선에 대해 정의된 비행경로각 θ_m 이 작다고 하면, (2)은 다음과 같이 선형화 된다.

$$\begin{aligned} \dot{z} &= V_m \theta_m, & z(0) &= 0 \\ \dot{\theta}_m &= \bar{u}/V_m, & \theta_m(0) &= \theta_{m_0} \end{aligned} \quad (19)$$

이제 다음과 같은 변형된 형태의 OCP-II(v)를 고려하자.

• OCP-II(v) : 다음 성능지수를 최소화하는 제어입력 \bar{u} 를 구하라.

$$\bar{J} = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} \bar{u}^2(t) dt \quad (20)$$

운동구속조건 : (19)

종말구속조건 :

$$z(t_f) = 0, \theta_m(t_f) = \theta_{mf} \quad (21)$$

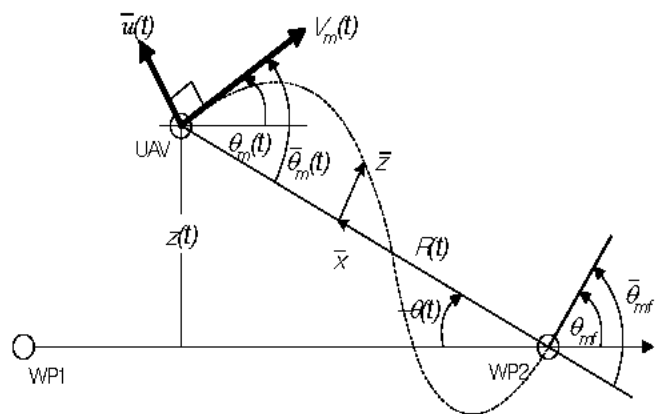


그림 2. 표적입사각을 고려한 유도기하.

Fig. 2. Impact-angle-control guidance geometry.

OCP-II(v)는 LQ 최적제어문제로서 참고문헌 [15]의 종말제어기(Terminal controller)의 일반적인 해를 제공하는 선형 상미분 방정식을 풀어 얻을 수 있다. 표적입사각을 고려한 최적 유도법칙은 다음과 같이 Time-to-go ($t_{go} \triangleq t_f - t$)의 일차함수로 주어진다.

$$\vec{u}^*(t) = C_R t_{go} + C_S \tag{22}$$

여기서 C_R 과 C_S 는 상수계수로서 다음과 같이 상태변수 제환형태로 표현될 수 있다.

$$C_R = -\frac{6V_m}{t_{go}^3} \left\{ \frac{2z(t)}{V_m} + t_{go}\theta_m(t) + t_{go}\theta_{mf} \right\} \tag{23}$$

$$C_S = \frac{2V_m}{t_{go}^2} \left\{ \frac{3z(t)}{V_m} + t_{go}\theta_m(t) + 2t_{go}\theta_{mf} \right\} \tag{24}$$

(23) 및 (24)를 (22)에 대입하고 정리하면

$$\vec{u}^*(t) = -\frac{V_m}{t_{go}^2} \left\{ \frac{6z(t)}{V_m} + 4t_{go}\theta_m(t) + 2t_{go}\theta_{mf} \right\} \tag{25}$$

를 얻는다. (22)로 주어지는 최적유도법칙을 구현하기 위해서는 INS(Inertial Navigation System)가 무인기에 탑재되어 있어야 한다. 만일 무인기가 탐색기(Seeker)를 장착한 경우에는 $z(t)$ 를 사용하는 대신에 비행체와 목표 경로점 간의 시선각 $\theta(t)$ 을 이용하여 유도명령을 산출할 수 있다. 시선각 $\theta(t)$ 가 작다는 가정 하에 $z(t)$ 를 $-V_m t_{go} \theta(t)$ 로 근사화하면, (25)은 다음과 같이 다시 기술된다.

$$\vec{u}^*(t) = \frac{V_m}{t_{go}} \{ 6\theta(t) - 4\theta_m(t) - 2\theta_{mf} \} \tag{26}$$

(22) 또는 (26)에 포함된 t_{go} 는 다음과 같이 비행 중에 목표 경로점까지 시선축상의 잔여거리 R 을 시선축상의 비행체 평균속도 \bar{V}_m 으로 나누는 것에 의해 얻을 수 있다.

$$t_{go} = \frac{R}{\bar{V}_m} \tag{27}$$

여기서

$$\bar{V}_m = \frac{1}{R} \int_0^R V_m \cos \bar{\theta}_m dx \approx V_m \left[1 - \frac{\bar{\theta}_m^2 + \bar{\theta}_{mf}^2}{15} + \frac{\bar{\theta}_m \bar{\theta}_{mf}}{30} + \frac{\bar{\theta}_m^4 + \bar{\theta}_{mf}^4}{420} - \frac{\bar{\theta}_m \bar{\theta}_{mf} (\bar{\theta}_m^2 + \bar{\theta}_{mf}^2 - \bar{\theta}_m \bar{\theta}_{mf})}{840} \right] \tag{28}$$

이고, $\bar{\theta}_m$ 및 $\bar{\theta}_{mf}$ 는 그림 2에 나타낸 바와 같이 시선축에 대한 무인기의 비행경로각 및 목표경로점에 대한 입사각을 나타낸다.

IV. 수치 예제

본 장에서는 두 가지 예제를 통해 입사각최적화(OCP-III) 후 최적유도기법 적용 방법과 OCP-I에 주어진 최적제어문제

에 기반한 순수 제적최적화 방법을 비교한다. 입사각최적화나 순수 제적최적화의 경우 모두 비선형프로그래밍 기법으로 SQP방법[5]을 적용하였다. 순수 제적최적화의 최적제어문제에서 경로점 구속조건 위반량과 성능지수 값의 산출은 운동방정식을 Runge-Kutta 4차방법을 이용해 직접 적분하여 얻는다[13]. 초기위치를 제외한 경로점의 개수는 모두 8개로 설정하였으며 마지막 경로점은 초기위치와 동일하다. 무인기의 속도는 100m/s로 설정하였다.

예제 1 : 첫번째 예제는 제적 구속조건을 고려하지 않는 경우이다. 이 예제에서는 제안된 방법에 포함된 입사각 최적화 문제는 경로점들이 최적유도법칙에 의해 만족되므로 경계구속조건이 없는 초기 비행경로각을 비롯한 모든 경로점 입사각들, 즉, 9개의 파라미터 최적화문제이다. 반면에, 순수 제적 최적화의 경우 경로점들에 의한 16개(2개×8pt)의 경계구속조건을 포함하며, 각 비행구간별로 10개의 제어입력 파라미터화를 고려하였으므로 80개의 제어입력 파라미터에 8개의 구간별 비행시간 파라미터를 더하여 최적화해야 할 파라미터의 개수는 총 88개가 된다.

예제 2 : 이 예제는 초기 비행경로각 및 마지막 경로점 입사각이 각각 90도와 180도로 고정되고, 경로점 2-3 및 4-5에 대한 직선비행 구속조건이 포함된 문제이다. 제안된 방법의 경우 직선비행 구속조건은 해당 직선비행 시작 경로점과 종료 경로점의 연결선이 기준선에 대해 이루는 각과 동일한 입사각을 정해 줌으로서 해결된다. 따라서 입사각최적화의 경우 별도의 구속조건 없이 최적화 파라미터 개수는 3개(=9개-6개)이다. 순수 제적최적화의 경우 두 직선 비행구간에서는 제어입력을 0으로 강제하였으므로 경로점 구속조건은 12개(2개×6pt)에 입사각 구속조건 3개를 더하여 총 15개의 구속조건을 가지며, 직선경로를 제외한 6개의 각 비행구간에 대해 10개의 제어입력 파라미터와 비행시간 6개를 고려하여 총 66개의 최적화 파라미터로 구성된다.

그림 3과 4는 예제 1에 대한 두 방법의 최종 비행궤적과 가속도입력을 비교한 것으로서 두 방법이 거의 일치하는 결과를 산출하고 있음을 알 수 있다. 표 1에 나타낸 바와 같이 제적최적화 방법이 제안된 방법에 비해 성능지수 값이 약간 작은 것을 알 수 있는데 이는 제안된 방법에서 사용하는 최적유도법칙이 포함하고 있는 선형화 가정에 기인한 것으로 무시할만하다. 예제 2에 대한 결과를 그림 5 및 6 그리고 표 2에 나타내었다. 예제 2에서는 경로점에 대한 입사각 구속조건들로 인하여 전체적으로 큰 유도명령이 산출되기 때문에 예제 1에 비해 큰 성능지수 값들이 산출될 뿐만 아니라 선형화 가정의 영향이 예제 1에 비하여 비교적 크게 나타나 두 예제의 성능지수 차이도 0.21%에서 0.40%로 증가함을 관찰할 수 있다. 두 비행궤적 최적화 해를 얻는데 소요되는 시간은 예제 1의 경우 제안된 방법의 경우 4초 정도가 소요된 반면, 순수 제적최적화의 경우 278초가 소요되었다. 예제 2의 경우에는 각각 6초와 615초가 소요되었다. 계산시간은 제안된 방법의 경우 각 경로점 간의 시선각을 초기치로 하였으며, 순수 제적최적화의 경우 최종적으로 얻어진 최적비행궤적을 초기치로 다시 설정하여 얻은 것이다. 계산에 사용된 컴퓨터 사양은 Pentium IV 2.8GHz 및 512MB RAM이다.

표 1. 예제 1에 대한 최적화 결과.

Table 1. Results for example 1.

		Proposed method	Pure trajectory optimization
Cost, J^*		4217.01	4208.03
Launch angle (deg)		123.51	123.68
Pass angles (deg)	WP1	26.04	26.88
	WP2	-9.53	-9.48
	WP3	13.53	13.31
	WP4	-48.22	-47.71
	WP5	-123.34	-123.74
	WP6	-143.71	-143.75
	WP7	-155.56	-155.52
	WP8	168.14	167.77

표 2. 예제 2에 대한 최적화 결과.

Table 2. Results for example 2.

		Proposed method	Pure trajectory optimization
Cost, J^*		7154.36	7125.75
Launch angle (deg)		90(given)	90(given)
Pass angles (deg)	WP1	30.50	30.77
	WP2	0(given)	0(given)
	WP3	0(given)	0(given)
	WP4	-90(given)	-90(given)
	WP5	-90(given)	-90(given)
	WP6	-151.32	-152.08
	WP7	-156.70	-156.50
	WP8	180(given)	180(given)

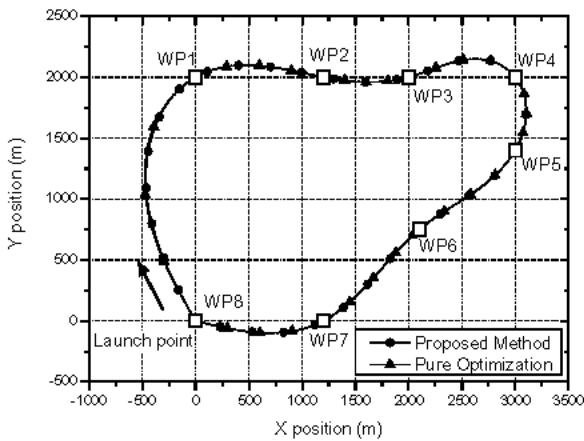


그림 3. 예제 1에 대한 비행궤적 비교.

Fig. 3. Trajectories for example 1.

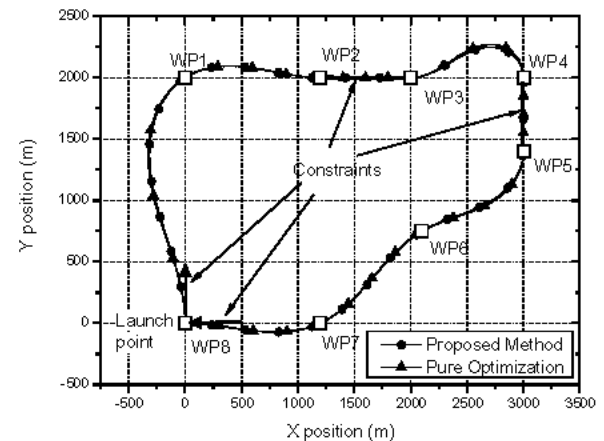


그림 5. 예제 2에 대한 비행궤적 비교.

Fig. 5. Trajectories for example 2.

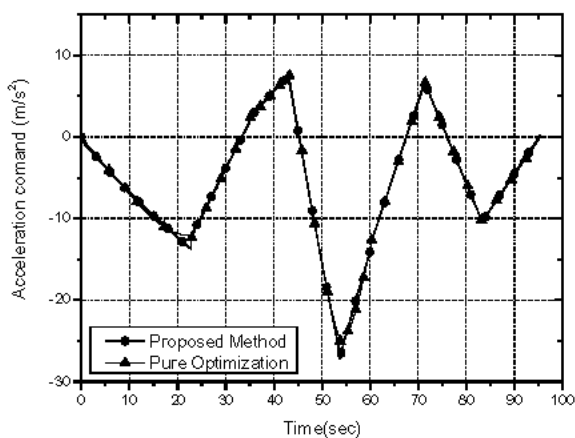


그림 4. 예제 1에 대한 유도명령 선도 비교.

Fig. 4. Command histories for example 1.

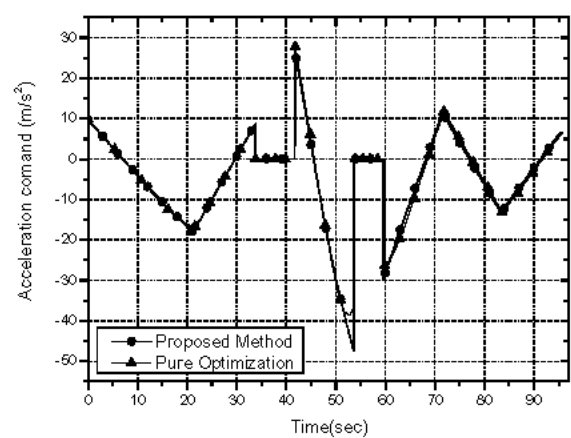


그림 6. 예제 2에 대한 유도명령 선도 비교.

Fig. 6. Command histories for example 2.

V. 결론

본 논문에서는 경로점들 간의 유도를 표적입사각을 고려한 최적유도법칙을 이용하여 수행하는 방법에 대해 기술하였다. 이 방법은 직선비행과 같은 구속조건을 최적유도법칙의 제어입력 파라미터로 고려할 수 있기 때문에 무인기 경로점 유도에 특히 적합하다. 또한 최적 경로점 입사각들을 적용할 경우 최적유도법칙은 제어에너지를 최소화하는 제적을 산출한다. 최적 경로점 입사각들은 구속조건이 없는 입사각 최적화 비선형 프로그래밍을 통해 SQP 방법으로 산출될 수 있으며, 이 방법은 기존의 제어에너지 최소화를 위한 최적제어문제와는 달리 제어입력의 파라미터화를 포함하지 않기 때문에 훨씬 빠르고 안정된 방법으로 최적제적 수치해를 제공한다. 동적 기동성 제한이 존재하는 경우 경로점을 추가로 설정하여 유도명령이 이 동적 기동성 제한을 초과하지 않도록 고려할 수 있다. 다이나믹스나 자동조종장치에 의한 시간 지연 요소가 존재할 경우 이를 고려한 표적입사각을 고려한 최적유도법칙을 이용하거나 운동구속조건으로 고려하는 것에 의해 보다 향상된 결과를 얻을 수 있을 것이다.

참고문헌

[1] I. Spangelo and O. Egeland, "Generation of energy-optimal trajectories for an autonomous underwater vehicle", *Proceedings of the 1992 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2107-2112, May, 1992.
 [2] G. Moon and Y. Kim, "Optimum flight path design passing through waypoints for autonomous flight control system", AIAA 2003-5334, *Proceedings of the 2003 AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, Aug., 2003.
 [3] J. Z. Ben-Asher, "Optimal trajectories for an unmanned air-vehicle in the horizontal plane", *Journal of Aircraft*, vol. 32, no. 3, pp. 677-680, May-June, 1995.
 [4] I. Shapira and J. Z. Ben-Asher, "Near-optimal horizontal trajectories for autonomous air vehicles", *Journal of Guidance*,

Control, and Dynamics, vol. 20, no. 4, pp. 735-741, Jul.-Aug., 1997.
 [5] C. Lawrence, K. L. Zhou, and A. L. Tits, *User's Guide for CFSQP Version 2.5: A C Code for Solving (Large Scale) Constrained Nonlinear (Minmax) Optimization Problems, Generating Iterates Satisfying All Inequality Constraints*, Institute for Systems Research, University of Maryland, 1997.
 [6] M. J. Tahk and B. C. Sun, "Co-evolutionary augmented Lagrangian methods for constrained optimization", *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol.4, no. 2, pp. 114-124, July 2000.
 [7] P. Zarchan, *Tactical and Strategic Missile Guidance*, 4th ed., AIAA Inc., pp.11-15, 2003.
 [8] I. H. Whang and T. W. Whang, "Horizontal waypoint guidance design using optimal control", *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 38, no. 3, pp. 1116-1120, July, 2002.
 [9] V. Bakarić, Z. Vukić, and R. Antonic, "Improved basic planar algorithm of vehicle guidance through waypoints by the line of sight", *Proceedings of IEEE International Symposium on Communications and Signal Processing*, pp. 541-544, 2004.
 [10] 류창경, 조항주, "표적충돌각과 최대가속도 제한을 고려한 최적유도기법", 한국자동제어학술회의논문집(KACC), pp. 601-606, 1992.
 [11] C. K. Ryoo, H. Cho, and M. J. Tahk, "Optimal guidance laws with terminal impact angle constraint", to appear in *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*.
 [12] D. E. Kirk, *Optimal Control Theory - An Introduction*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1970, pp. 54-55.
 [13] D. G. Hull, "Conversion of Optimal Control Problems into Parameter Optimization Problems", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 20, no. 1, Jan.-Feb., 1997, pp. 57-60.
 [14] D. G. Luenberger, *Linear and nonlinear programming*, 2nd ed., Addison-Wesley, 1984.
 [15] A. E. Bryson, Jr. and Y-C Ho, *Applied Optimal Control*, John Wiley & Sons, 1975, pp. 158-164.



유창경

1989년 인하대학교 항공공학과(공학사). 1991년 KAIST 항공우주공학과(공학석사). 2003년~현재 동대학원 박사과정 재학중. 1991년~현재 국방과학연구소 선임연구원. 관심분야는 유도탄 및 무인기 유도제어, 최적제어, 비선형제어.



신효상

2004년 부산대학교 항공우주공학과(공학사). 2004년~현재 KAIST 석사과정 재학중. 관심분야는 무인기 유도제어, 제적최적화.



박민제

1976년 서울대학교 항공공학과(공학사). 1983년 Univ. of Texas at Austin 석사. 1986년 Univ. of Texas at Austin 박사. 1976년~1981년 국방과학연구소 연구원. 1986년~1989년 Integrated Systems, Research scientist. 1989년~현재 KAIST 항공우주공

학과 교수.