■ 論 文 ■

다양한 정차 패턴을 고려한 열차 노선계획의 수립

Railway Line Planning Considering the Configuration of Lines with Various Halting Patterns

박 범 환
(한국철도기술연구원 철도정책물류연구본부)

오 석 문
(한국철도기술연구원 철도정책물류연구본부)

홍 순 흠
(한국철도기술연구원 철도정책물류연구본부)

문 대 섭
(한국철도기술연구원 철도정책물류연구본부)

목 차

Ⅰ. 서론
Ⅱ. 기존연구
Ⅲ. 수리 모형 및 해법
Ⅳ. 모형의 적용
Ⅴ. 결론 및 추후연구과제
참고문헌

Key Words : 열차 운영 계획, 열차 노선 계획, 정수 다품종 흐름 문제, 고속열차, 분지한계법

요 약

열차 노선 계획이란 수요를 만족하기 위해 어떤 경로를 통해 어느 정도의 운행 횟수(frequency)로 열차를 투입할 것인가를 결정하는 문제이다. 지금까지 열차노선계획에 관한 대부분의 연구들은 몇 개의 후보 노선들과 링크별 최소 요구 운행 횟수가 주어졌다고 가정하고, 그것으로부터 최적의 노선계획을 설정하였다. 여기서 링크별 최소 요구 횟수란 OD수요로부터 구한 링크별 통과 수요량(traffic load)을 다시 열차 좌석 용량으로 나눈 값인데, 이러한 계산법은 노선상의 경로에 있는 모든 역에서 열차가 정차한다는 가정에 기반하고 있다. 본 연구는 후보 노선과 최소 요구 운행 횟수를 미리 설정하지 않고, 최적의 시종착 정차 패턴과 운행횟수를 모델로부터 직접 구하는 최적화 모형을 제시한다. 특히 이 모형은 최적화된 여러 가지 노선들의 정차 패턴까지 구할 수 있는 모형이라는 점에서 개선된 모형이라 할 수 있다. 본 연구에서는 이 모형을 다양한 정차 패턴으로 운행되고 있는 한국철도의 경부선, 호남선의 고속열차 노선계획에 적용하여 현실에 적합한 정차패턴과 운행횟수를 가진 열차노선계획이 수립됨을 확인하였다.

The line planning problem is to determine the origin and destination stations of the lines with their frequencies so as to meet the OD demands. Since the advent of high speed trains, Korea railway is confronted with the urgent difficulty to reconstruct the line configuration with the frequencies of each line and each fleet type so the demands could be newly created as well as satisfied. Furthermore, the existing trains except the high speed trains suffer from a longer traveling time than before. Now, to reduce the passenger traveling time, the trains with the various halting patterns are run in the same line. Therefore, it is necessary to develop a new line planning model to consider the various halting patterns. Most of studies find the frequencies of each lines which meet the link traffic loads or minimum link frequencies. But these are based on the assumption of all stop patterns. Furthermore, it is not easy to include the actual constraints as like the minimum number of stops at a station, the maximum number of stops of a train, etc. We develop the line planning model considering not only the various halting patterns but also the actual constraints which is based on the multicommodity network flow model with the additional constraints.

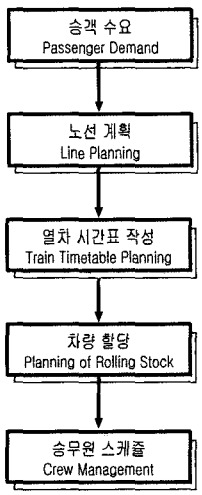
Ⅰ. 서론

열차 노선 계획이란 열차 운영 계획에 있어서 가장 기본적인 계획을 수립하는 과정으로서, 수요 예측을 통해 얻어진 OD수요(origin-destination demand)를 바탕으로 어떤 노선에 어느 정도의 운행 횟수로 열차를 투입할 것인지를 결정하는 절차를 말한다. 〈그림 1〉은 열차 운영 계획에 관한 전반적인 절차를 보여주고 있다.

먼저 각 OD수요를 예측하고 이에 따른 노선 계획을 거쳐 실제 열차 시간표(train timetable)를 작성하며, 각 열차에 차량(rolling stock)과 승무원을 할당하는 순서로 이루어진다.

한국철도에서도 고속열차가 투입되어, 기존선과의 수요 배분이 보다 복잡해짐으로서, 예측된 수요에 대해 적절히 대처하기 위해서는 열차의 노선 계획을 지속적으로 개선해 나가야 할 필요성이 제기되고 있다. 또한 고속열차가 투입됨으로써, 기존선의 운행 횟수가 대폭 줄게 되었고 고속열차의 미정차 지역에 대한 열차서비스 제공을 위해 새마을호의 정차역을 확대함으로써 운행시간이 증가하였다. 고속열차 또한 여러 사회 경제적인 이유 때문에 정차역이 많아져 승객의 여정시간을 고려한 효과적인 정차역 선정이 필요하다.

본 연구는 주어진 수요에서 수익을 최대화함과 동시에 승객의 통행시간(travelling time)을 최소화하는



〈그림 1〉 열차운영계획의 단계

열차 노선 계획에 관한 수리 모형을 제시한다. 특히 이 모형은 미리 주어진 노선을 가정하지 않고, 다양한 정차 패턴을 갖는 여러 가지 노선을 모형 자체에서 생성할 수 있다는 점에서 기존 연구보다 개선된 모형이라 할 수 있다.

Ⅱ. 기존연구

열차 노선 계획이란 수요를 만족하면서 주어진 목적함수를 최적화하는 노선과 그것의 운행횟수(frequency)를 결정하는 문제를 말한다.(Bussieck et al.(1996)) 노선 계획에 관련해서 다양한 연구가 소개되고 있는데, Bussieck et al.(1996), Bussieck(1997), Bussieck et al.(2004), Goossens et al.(2002), Goossens et al.(2004), Claessens et al.(1998), 김기현,서선덕(2002)이 대표적인 연구라 할 수 있다. 이들 연구의 공통점은 우선 주어진 OD수요로 부터 각 링크의 통행량을 계산하고 그 통행량을 기초로 링크별 최소 운행 횟수를 구하여 링크별 최소 운행 요구횟수(minimum frequency)를 만족하는 노선의 운행횟수를 계산한다는 점이다.[8)]

R을 주어진 후보 노선의 집합이라 하고, $\underline{lfr}(e)$ $\overline{lfr}(e)$을 링크의 최소 운행 요구 횟수, 최대 허용 운행 횟수, x을 r번째 노선의 운행횟수라고 했을 때, 위 연구들은 다음 식을 만족하는 x를 구하는 문제를 공통적으로 포함하고 있다.

$$\underline{lfr}(e) \le \sum_{r \in R(e)} x_r \le \overline{lfr}(e) \text{ for all } e \in E \qquad (1)$$

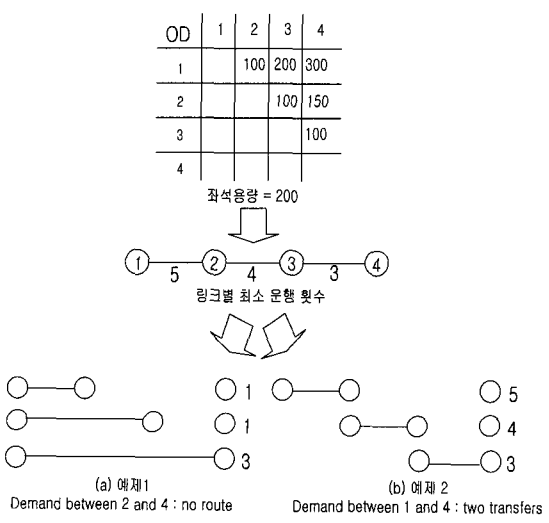
정리1 (Bussieck(1997)) 식(1)을 만족하는 x가 존재하는지를 결정하는 문제는 NP-complete이다.

이 연구들은 목적함수로 두 가지를 주로 사용하였는데, 하나는 철도 운영자 관점이라 할 수 있는 열차 운영비용 최소화이고 (Bussieck et al.(2004), Goossens et al.(2002), Goossens et al.(2004), Claessens et al.(1998), 김기현과 서선덕(2002)), 또 다른 하나는 승객 관점의 목적함수라 볼 수 있는 비환승 승객(direct traveller)의 최대화이다.(Bussieck et al.(1996), Bussieck(1997), Claessens et al.(1998), 김기현과

8) Claessens et al(1998), 김기현, 서선덕(2002)의 경우, 최소 운행 횟수가 아닌 링크의 통행량을 모델에 반영했으나, OD수요를 직접 다루지 않고, 링크별 통행량에 기초하고 있다는 점에서 동일한 범주로 볼 수 있다.

서선덕(2002)) 그러나, 이 모델들은 기본적으로 몇 개의 주어진 노선을 가정하고 시스템 분할(system split)이라는 방법을 통해 링크별 통과 수요량을 구함으로써, OD수요가 아닌 링크별 최소 운행횟수(minimum frequency)를 만족하는 노선별 운행횟수를 구한다. 이것은 열차가 어떤 링크를 지나기만 하면 운행횟수에 기여하는 형태의 모형이므로, 만약 열차가 전역정차(all stops)하지 않을 경우, 링크의 운행횟수에는 기여하지만 무정차로 인해 OD수요를 만족하지 못하는 경우가 발생할 수 있다. 즉, 위 모형은 모든 노선의 시종착간 통과역에 모두 정차해야 한다는 가정을 전제하고 있으며, 이 때 사용되는 노선 또한 몇 개의 주어진 노선만을 대상으로 함으로써, 모형 자체에서 최적화된 노선을 구할 수 없다.

〈그림 2(a)〉에서 보듯이 다양한 정차 패턴을 갖는 노선을 고려할 경우, 특정 OD에 대한 경로가 없을 수 있다. 또한 비환승 승객수의 최대화를 목적함수로 취하더라도, 주어진 노선이 〈그림 2(b)〉과 같을 경우 1~4 OD 수요는 2번의 환승을 거쳐야 한다. 즉, 승객의 여정시간을 줄이기 위해 목적함수를 비환승승객의 최대화로 설정하더라도, 몇 개의 주어진 노선들만을 고려할 경우 매우 비효율적인 노선 구성을 피할 수 없게 된다. 예를 들어 한국 고속열차의 경우 고속 열차간의 환승을 허락한다는 것인데, 이것은 현재 고속열차 운영상황에서는 매우 비현실적인 가정이라 할 수 있다. 만약 이러한 모형이 의미가 있기 위해서는 모든 역에 환승을 고려하기 위한 시간을 별도로 고려해 주어야 하는데, 열차 스케줄 구성 이전 단계라 할 수 있는 노선계획에서 동일 차종간 혹은 이종 차종간 환승 시간은 고려할 수 없다.



〈그림 110〉 링크별 최소 운행 횟수에 기반을 둔 노선 계획

따라서 링크별 최소 운행횟수(혹은 링크별 통과 수요량)에 기반을 둔 모형들은 다양한 정차패턴(halting pattern)을 갖는 노선을 고려하기 어려우며, 모형 자체에서 노선을 구하지 않고 주어진 후보 노선 중에서 몇 가지를 선택한다는 점에서 최적의 노선을 유도할 수 없을 뿐만 아니라, 동일 차종 간의 환승을 고려하지 않으면 특정 OD에 대한 운행 경로가 존재하지 않을 수 있다는 문제점을 가지고 있다.

뿐만 아니라 모형의 변수가 노선에 투입되는 열차 횟수에만 할당되어, 승객 전체의 여정시간과 같은 다양한 목적함수와 제약조건을 추가할 수 없다는 단점을 가지고 있다. 결국 링크별 통과 수요량이 아닌 OD수요에 기반하고, 승객의 흐름을 정할 수 있는 변수를 모델에 직접 도입하여 다양한 목적함수와 제약식을 표현할 수 있는 새로운 수리 모형이 필요하다.

Goossens et al.(2002)는 다양한 정차 패턴을 갖는 노선을 고려하기 위한 확장된 모형을 제시하였다. 그들은, 주어진 몇 개의 후보 노선 상에 승객의 흐름을 결정해주는 변수를 도입하여 다품종 흐름 모형(multi commodity network flow problem)에 기반을 둔 수리 모형을 제시하였는데, 주어진 몇 개의 후보 노선만을 대상으로 하여, 노선 자체를 최적화 모형으로 구하지는 않았다.

본 연구에 의하면, Chang et al.(2000)의 모형은 위 모형들의 한계점을 극복한 최초의 연구로 판단된다. 즉, 다양한 정차 패턴을 가정할 수 있고, 다양한 변수 설정에 의해 다양한 목적함수와 제약식을 추가할 수 있으며, 모델 자체에서 패턴을 생성하므로 최적화된 노선계획을 구할 수 있다. 그러나 이들이 제시한 모델은 변수의 설정이 어떤 전형적인 문제의 형태를 띠지 않아 문제 크기가 커질 경우 해법 개발에 상당한 어려움이 예상된다.

Borndörfer et al.(2004)은 노선과 OD 수요를 하나의 상품(commodity)으로 보고, 다품종 흐름 문제에 기반을 둔 수리 모형 두 가지를 제시하였다. 이들 모형은 시스템 분할에 의존하지 않고, 승객 흐름에 관한 변수를 직접 도입하여, 다양한 종류의 열차종과 이종 교통수단(heterogeneous transport system)을 동시에 고려할 수 있는 모형이다. 첫 번째 모형은 호-흐름 기반 모델(arc flow based model)인데, 가능한 모든

노선을 고려할 경우 제약식이 지수적으로 증가한다는 단점이 있으며, 다양한 정차 패턴을 고려하지 않았다. 두 번째로 제시한 경로 기반 모형(path based model)은 다양한 노선을 동적으로(dynamically) 발생시킬 수 있다는 점에서 개선된 모델이라 할 수 있지만, 다양한 정차 패턴을 고려하기 위해 모형을 어떻게 변화시켜야 하는지에 대해서 명시적으로 언급하지 않았다. 이 뿐만 아니라 그들의 연구는 같은 열차종간에도 환승이 허용되도록 모델을 구성하였는데, 앞에서 서술했듯이, 현실적인 가정이라 할 수 없다.

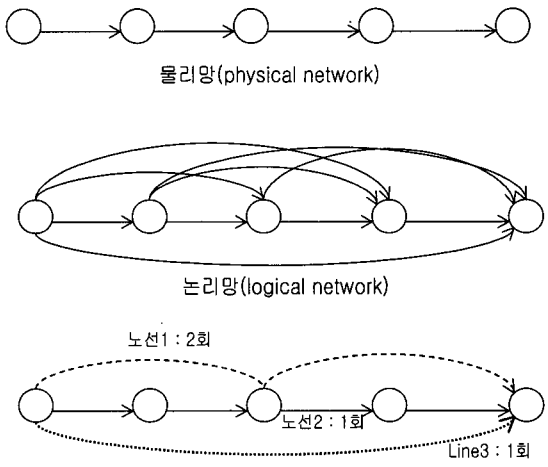
본 연구는 여러 가지 정차 패턴을 고려할 수 있는 노선계획을 위한 새로운 수리 모형을 제시한다. 이를 위해, 본 연구는 주어진 물리적 노선망을 수정하여 논리망을 구성하고 이 논리망(logical network)상에서 하나의 열차와 OD간 수요를 상품으로 본 다품종 흐름 모형에 기반을 둔 수리 모형을 제시한다. 가능한 노선수보다 투입 가능한 열차수가 적다는 점에서 Borndörfer et al.의 호-흐름 기반 모델보다 제약식의 개수가 적으며, 최적화된 다양한 정차 패턴을 모형 자체에서 유도할 수 있다는 점, 동일 차종간 환승을 허락하지 않는다는 점, 그리고 상황에 따른 다양한 목적함수와 제약식의 설정이 가능하다는 점에서 기존 연구들보다 개선된 점이다.

Ⅲ. 수리 모형 및 해법

본 연구에서 제시하는 모형의 가장 큰 특징은 다양한 정차 패턴을 고려할 수 있다는 점이다. 이를 위해 주어진 물리망(physical network) $G=(V,A)$에 〈그림 3〉의 논리망(logical network) $G=(V,A_L)$처럼 각 노드 간에 호를 연결하여(이 호를 편의상 논리호라고 하자.) 다양한 정차 패턴을 고려할 수 있도록 네트워크 구조를 수정한다.

이러한 논리망 상에서 열차노선문제를 풀면, 〈그림 3〉의 세 번째 그림 예처럼 중간역 하나만 정차하는 노선 1(line 1, 운행횟수 2회), 모든 역에 정차하는 노선 2(line 2, 운행횟수 1회), 그리고 시종착 역간 직행 노선인 노선 3(line 3, 운행횟수 1회)을 구할 수 있다. 본 연구는 이러한 다양한 정차 패턴과 각각의 운행횟수를 결정하는 수리모형을 제시한다.

본 연구에서 제시하는 열차노선 계획문제의 수리모형은 다음과 같다.



〈그림 3〉 논리망 구성을 통한 노선계획

파라미터

- K : 투입 가능 후보 열차 집합. 좌석용량(객차의 수 혹은 좌석수)과 차종이 동일하더라도 충분한 개수만큼의 서로 다른 후보 열차를 k에 포함시킨다.
- $A_l(k)$: k번째 후보 열차의 정차 가능역을 이용한 논리망
- t_{ij} : ij 역간 무정차 운행시간
- p^k : k번째 후보 열차의 투입비용. 실제로 각 편성의 비용은 Claessens et al.(1998)에서처럼 객차의 고정비용과 가변비용, 그리고, 열차의 가변비용으로 구성된다고 가정하면, 각 열차에 대한 p^k는 시종착역과 용량(객차수)만으로 사전에 계산 가능하다. 따라서 하나의 후보 열차가 편성(trainset)형태로 주어질 경우, 이 비용은 하나의 파라미터로 설정할 수 있다.
- D^{od} : od간 수요
- f^{od} : od간 운임
- $s(k), t(k)$: k번째 후보 열차의 출발 및 도착역
- L_{uv} : 링크 w의 선로용량(line capacity)
- H_k : k번째 후보 열차의 노선에 대한 최대 정차 횟수 제약
- C_k : k번째 후보 열차의 좌석 용량 (seat capacity) 고속열차의 경우 935석
- T : 투입 가능한 열차 횟수
- S_i : i 역의 최소 정차 횟수

결정 변수

- k번째 후보 열차가 논리호 ij를 지나면 $x_{ij}^k=1$, 그렇지 않으면 0
- k번째 후보 열차가 투입되면 $b^k=1$, 그렇지 않으면 0
- λ_{ijk}^{od} : 논리호 ij를 지나는 k번째 후보열차의 od수요량
- D_k^{od} : k번째 열차에 배분되는 수요량
- s_k^{od} : k번째 열차의 미충족 od수요량(spill)

수리 모형

$$\min \ \alpha\sum_k b^k b^k+\beta\sum_k\sum_{od} f^{od}s_k^{od}+\gamma\sum_k\sum_{ij}\sum_{od} t_{ij}\lambda_{ijk}^{od} \quad (2)$$

$$s.t.\ \sum_{j:ij\in A_L(k)} x_{ij}^k-\sum_{j:ji\in A_L(k)} x_{ji}^k=\begin{cases} b^k & i=s(k)\\ -b^k & i=t(k)\\ 0 & o/w\end{cases}\quad \forall i,k \quad (3)$$

$$\sum_k\sum_{ij\in A_L(uv)} x_{ij}^k\le L_{uv},\quad \forall uv\in A \quad (4)$$

$$\sum_{ij} x_{ij}^k\le H_k,\ \forall k\in K \quad (5)$$

$$\sum_{ij\in A_L(k)}\lambda_{ijk}^{od}-\sum_{ji\in A_L(k)}\lambda_{jik}^{od}=\begin{cases} D_k^{od}-s_k^{od} & i=o\\ -D_k^{od}+s_k^{od} & i=d\\ 0 & o/w\end{cases}\quad \forall od \quad (6)$$

$$\sum_k D_k^{od}=D^{od},\ \forall od \quad (7)$$

$$\sum_{od\in A(ij)}\lambda_{ijk}^{od}\le C_k x_{ij}^k,\ \forall k\in K,\ \forall ij\in A_L(k) \quad (8)$$

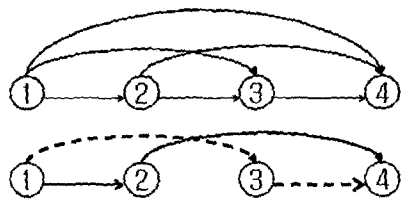
$$\sum_k b^k\le T \quad (9)$$

$$\sum_k\sum_j x_{ij}^k\ge S_i,\ \forall i\in V \quad (10)$$

$x_{ij}^k, b^k\in\{0,1\}$, $\lambda_{ijk}^{od}, s^{od}$: 비음정수

식(3)은 열차의 노선에 대한 흐름 보존식이며, 식(6)은 OD수요에 대한 흐름보존식이고 식(8)은 다양한 노선을 표현하는 변수와 승객의 흐름을 결정하는 변수를 연결하는 결합 제약식(coupling constraints)이다. 위 세 가지 제약식들은 핵심적인 제약식으로서, 문제의 골격을 이룬다. 즉, 열차 노선을 나타내는 변수의 흐름 보존식과 승객의 흐름을 나타내는 변수의 흐름 보존식을 식(8)이 연결하는 구조이다(〈그림 5〉 참조).

예를 들어 위와 같은 형태의 물리망이 주어져 있고, 후보 열차가 3개일 때, 식(3)과 식(6), 식(8)이 갖는 의미는 아래와 같다. 먼저 식(3)은 각 후보 열차가 어떤 정차역을 거쳐 가는지를 결정하는 제약식이다. 즉, 〈그림 4〉와 같이 1번 열차가 1-2-4번 역에, 그리고 2번 열차가



〈그림 4〉 수리모형 예제

1-3-4번 역에 정차하고, 3번 열차는 투입되지 않을 경우, 변수 x_{ij}^k값은 $x_{12}^1=x_{24}^1=1$, $x_{13}^2=x_{34}^2=1$, $x_{ij}^k=0$ o/w와 같이 된다. 식(3)은 열차의 정차역마다 흐름 보존식을 만들어 각 열차의 정차역을 선정하기 위한 것이다. 식(6)은 OD간 승객이 어떤 열차를 거쳐서 최종역에 도착하는지를 표현하기 위한 흐름보존식이다. 예를 들어 1~4간 OD수요가 열차 1과 2에 각각 50씩 배분된다고 하면, $\lambda_{121}^{14}=\lambda_{241}^{14}=50$, $\lambda_{132}^{14}=\lambda_{342}^{14}=50$, $\lambda_{ijk}^{od}=0$ o/w와 같은 값이 설정되도록 강제하는 식이다.

식(6)의 λ_{ijk}^{od}가 양수(positive)를 가지려면, ij를 통과하는 열차 k가 있어야 하고($x_{ij}^k=1$), 그 열차가 서비스할 수 있는 od수요의 합이 열차 좌석 용량(C_k)을 초과하지 말아야 한다. 이것은 다음과 같은 형태의 제약식(8)에 의해 보장된다.

$$\lambda_{121}^{12}+\lambda_{121}^{13}+\lambda_{121}^{14}\le C_1x_{12}^1\ ,\ \lambda_{241}^{24}+\lambda_{121}^{14}\le C_1x_{24}^1$$
$$\lambda_{132}^{13}+\lambda_{132}^{14}\le C_2x_{13}^2\ ,\ \lambda_{342}^{14}+\lambda_{342}^{24}+\lambda_{342}^{34}\le C_2x_{34}^2$$

여기서, 변수 λ_{ijk}^{od}는 열차간 환승을 막기 위해 열차별로 구분하여 변수를 설정하였는데, 만약 환승을 허용하는 모형의 경우, 변수 λ_{ij}^{od}를 사용하는 것으로 충분하다. 즉 식(6)과 식(8)은 다음과 같이 되고, 식(7)은 필요없게 된다.

$$\sum_{j:ij\in A_L}\lambda_{ij}^{od}-\sum_{j:ji\in A_L}\lambda_{ji}^{od}=\begin{cases} D^{od}-s^{od} & i=o\\ -D^{od}+s^{od} & i=d\\ 0 & o/w\end{cases}\quad \forall od$$

$$\sum_{od\in A(ij)}\lambda_{ij}^{od}\le\sum_k C_k x_{ij}^k,\ \forall ij\in A,\forall k\in K$$

식(2)는 후보 열차 투입 비용과 수요 미충족량, 그리고 승객의 전체 통행시간의 일차결합이다. 이렇게 다양한 목적함수를 일차결합형태로 표현한 이유는 다양한 상황에 따라 계수(coefficient) α,β,γ 를 조절하여 목적에 맞는 목적함수를 구성하기 위함이다. 본 연구에서

는 $\alpha=\beta=BigM, \gamma=1$로 설정하여, 각 열차의 총손실(투입비용+수입손실)을 최소화한 노선 계획 중에서 승객의 전체 통행시간을 최소화하는 모형을 고려한다. 이와 같은 목적함수의 형태는 다목적 계획법(multi objective programming)으로도 접근할 수 있다.

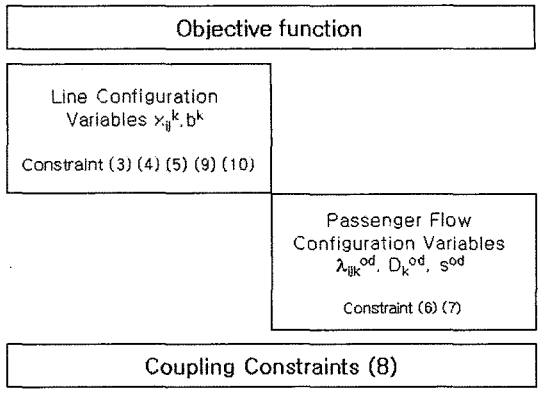
특히, 열차 용량이 부족할 때의 수입 손실을 쉽게 파악할 수 있도록 승객에 대한 흐름 보존식 식(6)에 k 번째 열차의 미충족 od 수요량 s_k^{od}를 도입하였다. 이러한 다양한 변수들을 통해, 위 모형은 현실의 열차노선 계획에서 발생할 수 있는 대부분의 운영상의 제약 및 선택기준들을 반영할 수 있다는 장점이 있다.

본 연구에서는 미충족 수요는 없는 것으로 가정하여, 주어진 모든 OD수요를 만족하도록 충분한 열차가 투입되도록 모든 미충족 수요량을 0으로 설정하였다 ($s_k^{od}=0$). 미충족 수요가 발생하지 않고 모든 수요를 만족하도록 모형을 설정한 이유는, 열차 투입 비용의 정확한 값을 가질 때만 미충족 수요에 의한 수입손실과의 trade-off를 비교할 수 있다는 점과, 미충족 수요에 대한 수입 손실은 보다 마케팅적인 면에서 다루어야 한다는 점 때문이다. 따라서 본 연구에서 열차 투입 비용이 갖는 의미는 수입 손실과 비용간의 tradeoff에 의한 투입 여부 결정 보다는 서울~부산, 서울~대구와 같이 시종착역을 결정하는 데 중요한 역할을 하게 된다.

이 모형은 지수적으로 많은 후보 노선을 변수로 설정하여 선택하는 모형이 아니고, 모형 자체를 풂으로써 최적화된 노선을 도출할 수 있는 모형이다. 물론 편성수에 해당하는 수의 품종(commodity)이 존재하지만 그것의 개수는 후보 노선의 개수보다는 현저히 적다. 또한 위 수리모형에서 보듯이, 물리망에 대한 선로 용량 제약식 (식(4)), 각 열차의 최대 정차 횟수 제한(식(5)), 투입 가능한 최대 열차수(식(9)), 각 역의 최소(최대) 정차 횟수(식(10)) 등 문제의 목적에 따라 다양한 제약식을 반영할 수 있다.

모형은 〈그림 5〉에서 보듯이 부가적인 제약식이 포함된 2개의 네트워크 흐름 모형이 결합 제약식으로 묶여 있는 형태로서 문제의 복잡도를 증가시키는 결합 제약식 식(8)을 라그랑지안 승수(Lagrangian Multiplier)를 이용하여 목적함수에 포함시킬 경우, 두 개의 문제, 노선 구성 문제와 승객 흐름 문제의 독립적인 두 개의 문제로 분해된다는 장점을 가지고 있다.

노선 구성 문제(line configuration)는 부가적인 제약식들이 추가된 정수 다품종 흐름 모형이며, 승객 흐름



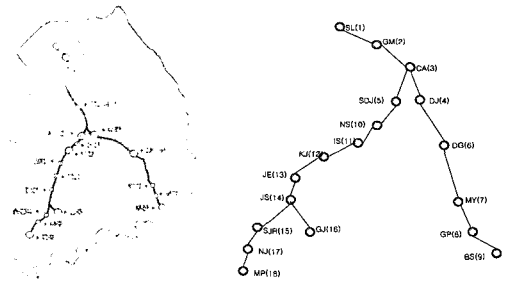
〈그림 5〉 수리모형의 구조

문제(passenger flow configuration)는 용량 제약이 사라졌으므로 빠른 시간에 해를 구할 수 있는 최단경로 문제가 된다(Ahuja et al.(1993)). 노선 구성 문제의 효율적인 해법의 개발을 위해서는 열생성기법(column generation)에 기반을 둔 분지평가법(branch-and-price) 등의 최근 연구 결과 Barnhart et al.(1998), Wolsey(1998) 등을 참조할 수 있다.

본 연구에서는 이러한 대형 정수 계획문제에 대한 효율적인 해법보다는 모형의 현실성과 그것의 적용에 주안점을 두기 때문에, 상용 최적화 소프트웨어에서 적용하는 분지한계법(branch-and-bound)을 이용하여 문제를 해결하였다.

Ⅳ. 모형의 적용

이 절에서는 경부선 호남선 고속열차 노선에 대해 제안된 모형의 적용결과를 제시한다. 실험에 사용된 최적화 패키지는 ILOG Cplex 9.0이고, 전산환경은 windows 2000, Intel Pentium 4 2.8GHz 이다. 〈그림 6〉은 고속열차운행 구간을 나타낸 것인데, 오른쪽 그림은 그것의 물리망을 나타낸 것이다.



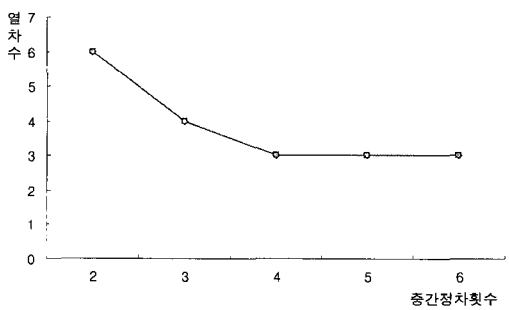
〈그림 6〉 고속열차 운행구간

- 열차 투입 비용(p^k)은, 김기현, 서선덕(2002)에서 제시한 것과 같이 열차-km당 비용을 43,830원으로 설정하였다. 이 비용은 2001년 한국철도기술연구원의 "고속철도 운임정책에 관한 연구" 보고서에 기초한 추정 비용으로서, 향후 2004년 개통 후 축적된 실적자료를 바탕으로 비용추정을 좀 더 정확히 할 필요성이 있다.
- 논리호(logical arc)의 통행 시간(t_{ij})은 현재 운행되고 있는 고속열차 스케줄로부터 ij역간 무정차 운행시간을 도출하였다.
- OD수요는 시간대별 2004년 4월 달 실적 수요를 이용하였다. 그러나 실적수요는 주어진 열차 스케줄에 따라 달라진다는 점에서 열차 투입 계획의 입력으로서 실적수요를 사용하는 것은 부적절하다. 수요 예측 중 실현된(realized) 수요가 실적 수요라고 보았을 때, 실제 열차 투입 계획에서 다루어져야 할 수요는 OD 열차 서비스를 구매하고자 하는 수요로서, 실적 수요 보다 많다고 볼 수 있다. OD간 수요의 비율 혹은 시간대별 발생 패턴은 현재의 실적 치와 동일한 패턴을 이룬다는 가정 하에, 본 연구에서는 기존 실적 치에 일정 상수를 곱하여 그 때마다 열차 수가 어떻게 변하는지 실험하였다.
- 현재 철도공사에서 운영 중인 열차 스케줄에 의하면 경부선 하행선의 출발역은 서울역, 호남선 하행선의 출발역은 용산역으로 고정하였다. 따라서 본 연구에서도 경부선, 호남선 하행의 출발역은 각각 서울역, 용산역만을 고려하였다. (행신역은 고려대상에서 제외하였다.)
- 본 연구에서는 2시간 동안 투입 가능한 고속열차의 수를 15($T=15$)로 설정하였다. 이 횟수는 선로 용량에 비해 상당히 적은 횟수지만, 본 연구에서 설정된 수요 수준에 의하면 충분한 투입 횟수라고 할 수 있다.
- 호남선의 경우, 현재 탑승률이 매우 저조하여, 본 연구에서 설정한 차량 투입 비용을 고려하면, 호남선의 경우 수요가 집중된 특정 시간대를 제외하면 거의 투입되지 않는 결과를 초래한다. 이것은 열차의 공공성이라는 측면과 열차의 지속적인 투입으로 인한 수요 유인 효과를 고려했을 때 바람직하지 않은 결과이다. 따라서 본 연구에서는 수리모형의 식(9)에서 광주, 목포에 해당하는 노드에 대해 $S_i=1$로 설정하여 2시간동안 광주행, 목포행 고속 열차가 적어도 한번은 투입되도록 설정하였다. 광주, 목포뿐만 아니라, 식(9)의 S_i를 조절하여 여러 정책적인 이유로 인해, 특정 역의 정차 횟수를 늘리고자 할 때, 이 제약식을 사용하면 된다. 본 연구에서도 광주, 목포뿐만 아니라 광명역의 수요 유발을 위해 광명역의 2시간동안의 정차 열차수를 최소 4회($S_i=4$)로 설정하였다.

위와 같은 문제 설정에 의해 다양한 환경에 따라 아래와 같은 실험을 수행하였다. 먼저 모형의 유효성을 확인하기 위해 정차 횟수 제한에 따라 투입해야 되는 열차 수를 계산해 보았다. 〈그림 7〉은 5:00~7:00까지의 실적수요를 이용하여 정차횟수 제한에 따른 그 시간대의 경부선 고속열차 투입 횟수를 계산한 것이다. 그림에서 보는 바와 같이 정차횟수를 줄이면 줄일수록 열차 수는 증가하며, 특히, 일정 수준의 열차수를 넘어서면, 더 이상의 추가적인 정차횟수에도 불구하고 열차수는 줄지 않음을 확인할 수 있다. 현재 고속열차의 경우, 모든 역에 정차하는 열차부터, 서울~부산간 직통 열차까지 다양한 정차 패턴을 갖는 열차들이 운영되고 있는데, 단지 수요를 만족한다는 관점에서만 봤을 때, 중간 정차역을 상당히 줄일 수 있을 것으로 판단된다.

열차 노선 계획은 위에서 지적한 중간 정차역을 몇 개로 제한할 것인가 하는 부분뿐만 아니라, 열차 노선 계획의 시간 간격을 어떻게 할 것인가 하는 것에 따라서도 열차 투입 횟수에서 상당한 차이가 있다. 〈표 1〉은 9:00~13:00까지의 수요를 각각 1시간 간격, 2시간간격, 4시간간격으로 분할하여 문제를 접근했을 때, 경부선의 열차 투입 횟수가 어떻게 변하는지를 보여준다.

시간 간격이 커질수록 동일 시점에서 모든 승객이



〈그림 7〉 중간정차횟수 제한에 따른 열차 투입 횟수의 변화

한꺼번에 탑승하는 효과(aggregated demand cover)로 인해 수요를 만족하는 열차의 수는 적게 되고, 반대로 시간간격이 적어지면 적어질수록 수요를 만족하기 위해 탑승률이 매우 낮은 열차들이 투입됨으로써, 열차수는 많아진다. 이럴 경우, 열차 투입 비용과 수입을 비교해야 되는데, 낮은 탑승률로 인해 투입되어야하는 열차수가 매우 적을 수도 있으며, 정확한 열차 투입 비용이 계산 가능해야 한다. 그리고 시간 간격을 단축할 경우, 다른 시간대에서 넘어오는 수요를 고려하기 위한 확률적 분석이 반드시 필요하다. 즉, 열차 노선 계획을 최적화 모형을 통해 해결하기 위해서는, 추계적으로(stochastically) 발생하는 수요를 특정 시간대에 만족해야 할 정량적인 수요로 전환하는 확률적 분석이 선행되어야 한다는 어려움이 있다.

〈표 2〉은 시간대별 수요 패턴은 실적 수요와 유사하다고 보고, 예측 수요가 실적 수요의 상수배가 될 때 하루치 열차 투입 횟수를 계산한 것이다. 이 때 사용한 시간 간격은 2시간이다.

〈표 1〉 시간 간격 크기에 따른 열차 투입 횟수의 변화

시간 간격	4시간 동안의 경부선 열차 투입 횟수
Δt=4	9
Δt=2	10
Δt=1	16

〈표 2〉 수요에 따른 열차 투입횟수의 변화

실적수요×k	투입횟수(하행기준)		
	경부선	호남선	계
k=1	43	18	61
k=1.2	47	18	65
k=1.5*	55	20	75
k=1.8	64	22	86

〈표 3〉 정차횟수 비교

	현행 스케줄		본 연구	
	경부선	호남선	경부선	호남선
평균 정차횟수	3.24	5.47	2.00	5.45

〈표 4〉 네트워크 크기에 따른 수행 시간 비교(sec)

	호남선	경부선	경부선+호남선
비첨두시간	0.13	45.36	102.91
첨두시간	0.45	135.30	490.67 (7.38%)

앞에서 서술했듯이, 열차 노선 계획을 위해 본 연구에서 사용하는 실적 수요를 사용함에 있어 두 가지 문제점이 있다. 하나의 문제는 어떤 시간간격별로 수요를 나눌 것인가와 또 하나는 실적 수요를 기반으로 예측 수요를 어떻게 추정할 것인가 하는 부분이다. 본 연구에서는 실제 탑승률을 평균 50%임을 감안하여 실적수요의 1.5배를 예측 수요로 보고 〈표 4〉와 같은 시간대별 정차 패턴 및 열차 투입 횟수를 구하였다. 여기서 서울~부산, 서울~동대구, 서울~대전, 용산~광주, 용산~목포간 열차의 중간 정차 횟수를 각각 4, 2, 1, 6, 7회 이하로 제한하였다. 〈표 3〉에서 보듯이, 승객의 여정시간을 최소화 할 수 있도록, 현행 스케줄에 비해 평균정차횟수가 감소된 다양한 정차 패턴을 갖는 열차가 생성됨을 알 수 있다.

〈표 4〉는 네트워크 크기에 따른 알고리듬 수행시간을 표현한 것이다. 비첨두시간의 경우 후보열차수가 첨두 시간에 비해 상당히 작으므로 빠른 시간 안에 해를 얻을 수 있다. 이러한 결과는 호남선과 경부선의 비교에서도 마찬가지인데, 호남선의 경우 네트워크의 크기가 경부선의 그것보다 크지만, 수요가 적으므로 후보 열차수를 줄임으로써, 수행시간이 대폭 감소됨을 알 수 있다. 경부선+호남선의 경우에는 후보열차수가 커짐에 따라, 최적해를 구하기까지는 상당한 시간이 소요되는데, 본 연구에서는, MIP 갭(gap)[9]이 5000개 이상의 분지 노드(branch node) 검색 후에도 떨어지지 않을 경우 종료하는 조건을 추가하여 프로그램을 수행하였다. 괄호에 표시된 %는 종료됐을 때의 MIP 갭(gap)이다.

V. 결론 및 추후연구과제

본 연구에서는 고속열차 하나의 차종에 대해 문제를 풀었지만, 모든 노선과 열차종을 분리하지 않고 동시에 풀기 위해서는 다음과 같은 적용상의 어려움을 극복할 수 있는 추후 연구가 필요하다.

우선 모든 노선과 열차종에 대해 본 연구의 수리 모형을 구성할 경우, 선로용량 제약으로 인해 다수의 부분문제로 분해되지 않고, 변수와 제약식의 개수가 매우 많은 대형 정수 계획 모형으로 정형화된다. 이러한 대형 정수 계획 모형은 분지한계법과 같은 방법으로는 현실적인 시간 안에 해를 얻기는 불가능하며, 앞에서 서술했듯이, 결

9) MIP gap = |하한-obj|/하한*100. 최적해와의 비율이 (1+MIP gap/100)을 보장.

합 제약식 등을 라그랑지안 승수(Lagrangian Multiplier)를 이용하여 목적함수에 포함하는 방법처럼, 주어진 문제를 다수의 작은 문제로 분해해서 접근하는 해법이 필요하다. 본 연구에서 제시한 모형은 타 연구에 비해 이러한 분해가 매우 용이한 편이라 할 수 있다.

또 하나의 적용상의 문제점으로는, OD수요를 어느 시간대로 분할할 것인가에 대한 합리적인 가정이 있어야 한다. 극단적으로 하루치 수요를 모두 모아서 하나의 시간대에 처리를 하면, 하루의 모든 수요가 동일한 시점에 모여 함께 탑승한다고 볼 수 있으므로 열차 운행 횟수는 대폭 감소할 것이다. 또한, 극단적으로 시간대를 아주 세밀하게 나눌 경우, 상당히 많은 열차가 투입되지만, 각 열차의 탑승률은 저조하다. 즉, 시간에 따라 변하는 수요를 이산적인(discrete) 열차 서비스에 어떻게 연결할 것인가 하는 문제에 대한 합리적인 가정 혹은 방법론이 수립되어야 할 것이다.

뿐만 아니라, 현재 한국철도에서처럼 고속열차와 기존 열차(환승포함)가 동일한 OD간 열차를 운행하는 경우 운행횟수(frequency), 통행시간, 열차 요금 등의 요인에 의해 OD수요가 확률적으로 배분된다고 보면, 노선 계획상에서 각 열차종별 수요의 배분을 반영할 수 있는 모형이 필요하다. 이를 위해서는 열차종별 투입횟수에 상응하는 차종별 수요 배분 효과를 반영할 수 있는 비선형(nonlinear)적인 새로운 수리모형이 필요하다.

〈표 5〉 고속열차 노선계획 결과

시간대	하행 열차 운행 패턴(중간정차횟수)		투입횟수	
5시~7시	경부	서울~천안아산~동대구~구포~부산(3)	4	6
		서울~광명~대전~구포~부산(3)		
		서울~천안아산~대전(1)		
		서울~광명~대전~동대구(2)		
	호남	용산~광명~천안아산~서대전~정읍~광주(4)	2	
		용산~광명~서대전~논산~익산~김제~정읍~송정리~목포(7)		
7시~9시	경부	서울~동대구~밀양~구포~부산(3)	4	6
		서울~광명~대전~동대구~부산(3)		
		서울~광명~대전~구포~부산(3)		
		서울~천안아산~대전~동대구~부산(3)		
	호남	용산~광명~서대전~논산~익산~정읍~광주(5)	2	
		용산~광명~천안아산~서대전~논산~익산~정읍~송정리~목포(7)		
9시~11시	경부	서울~천안아산~대전~구포~부산(3)	8	10
		서울~광명~부산(1)		
		서울~부산(0)		
		서울~광명~대전~동대구~부산(3)		
		서울~대전~동대구~구포~부산(3)		
		서울~부산(0)		
		서울~천안아산~동대구(1)		
		서울~동대구(0)		
	호남	용산~광명~서대전~논산~익산~정읍~장성~광주(6)	2	
		용산~광명~익산~김제~정읍~장성~송정리~나주~목포(7)		
11시~13시	경부	서울~대전~동대구~구포~부산(3)	5	7
		서울~대전~동대구~밀양~부산(3)		
		서울~광명~천안아산~대전~부산(3)		
		서울~광명~천안아산~동대구(2)		
		서울~동대구(0)		
	호남	용산~광명~천안아산~논산~익산~김제~광주(5)	2	
		용산~광명~서대전~논산~익산~정읍~송정리~나주~목포(7)		
		서울~대전~동대구~밀양~부산(3)		
		서울~부산(0)		
		서울~대전~동대구~구포~부산(3)		
13시~15시	경부	서울~대전~동대구~밀양~부산(3)	7	10
		서울~부산(0)		
		서울~대전~동대구~구포~부산(3)		
		서울~광명~천안~아산~대전~부산(3)		

〈표 5〉 고속열차 노선계획 결과(계속)

13시~15시	경부	서울~밀양~구포~부산(2)	7	10
		서울~동대구(0)		
		서울~광명~대전~동대구(2)		
	호남	용산~광명~천안아산~광주(2)	3	
		용산~서대전~익산~광주(2)		
		용산~광명~서대전~논산~익산~정읍~송정리~나주~목포(7)		
15시~17시	경부	서울~대전~동대구~밀양~부산(3)	9	12
		서울~광명~천안아산~대전~부산(3)		
		서울~천안아산~밀양~구포~부산(3)		
		서울~대전~동대구~구포~부산(3)		
		서울~부산(0)		
		서울~광명~천안아산~동대구~부산(3)		
		서울~대전(0)		
		서울~동대구(0)		
		서울~광명~동대구(1)		
	호남	용산~광명~서대전~익산~광주(3)	3	
		용산~서대전~논산~익산~김제~정읍~광주(5)		
		용산~천안아산~서대전~익산~정읍~송정리~나주~목포(6)		
17시~19시	경부	서울~부산(0)	7	9
		서울~동대구~밀양~구포~부산(3)		
		서울~천안아산~대전~밀양~부산(3)		
		서울~광명~대전~구포~부산(3)		
		서울~구포~부산(1)		
		서울~대전~동대구(1)		
		서울~광명~천안아산~동대구(2)		
	호남	용산~광명~천안아산~서대전~정읍~장성~광주(5)	2	
		용산~광명~서대전~논산~익산~김제~송정리~나주~목포(7)		
19시~21시	경부	서울~동대구~구포~부산(2)	7	9
		서울~대전~동대구~구포~부산(3)		
		서울~천안아산~대전~구포~부산(3)		
		서울~광명~밀양~구포~부산(3)		
		서울~광명~대전(1)		
		서울~광명~천안아산~동대구(2)		
		서울~대전~동대구(1)		
	호남	용산~광명~서대전~익산~김제~장성~광주(5)	2	
		용산~광명~서대전~논산~정읍~송정리~나주~목포(6)		
21시~24시	경부	서울~천안아산~대전~구포~부산(3)	4	6
		서울~광명~천안아산~동대구~부산(3)		
		서울~동대구~밀양~구포~부산(3)		
		서울~광명~대전~동대구(2)		
	호남	용산~광명~서대전~논산~익산~정읍~장성~광주(6)	2	
		용산~광명~서대전~익산~김제~장성~송정리~나주~목포(7)		
1일 운행 횟수	경부		55	75
	호남		20	

참고문헌

1. 김기현, 서선덕(2002). "비선형정수계획법을 이용한 운행전략에 따른 열차운영계획 수립" 대한교통학회지, 20(7), pp.117~133.
2. R. K. Ahuja, T. L. Magnanti, and J. B. Orlin.(1993). "Network Flows : Theory, Algorithms, and Applications", Prentice Hall, Newsersey.
3. C. Barnhart, E. L. Johnson, G. L. Nemhauser, Martin W. P. Savelsbergh, and P.H. Vance.(1998).

"Branch-and-price : Column generation for solving huge integer programs", Operations Research, 46(3), pp.316~329.

4. N. Ben-Khedher, J. Kintanar, C. Queille, and W. Stripling (1998). "Schedule optimization at SNCF : From conception to day of departure", Interfaces 28, pp.6~23.
5. R. Borndörfer, M. Grötschel, and M. E. Pfetsch. (2004). "Models for line planning in public transport", ZIB-Report 04-10, Zuse Institute Berlin.
6. M. R. Bussieck.(1997). "Optimal Lines in Public Rail Transport", PhD thesis, TU Braunschweig.
7. M. R. Bussieck, P. Kreuzer, and U. T. Zimmermann (1996). "Optimal lines for railway systems", European Journal of Operations Research(96), pp.54~63.
8. M.R. Bussieck, T.Lindner, and M.E. Lubbecke (2004). "A fast algorithm for near optimal line plans", Math. Methods Opers. Res(59), to appear.
9. M. R. Bussieck, T. Winter, and U. T. Zimmermann. (1997). "Discrete optimization in public rail transport" Mathematical Programming(79B), pp.415~444.
10. Y. H. Chang, C. H. Yeh, and C. C. Shen. (2000). "A multiobjective model for passenger train services planning : application to taiwan's high-speed rail line", Transportation Research Part B(34), pp.91~106.
11. M. T. Claessens, N. M. van Dijk, and P. J. Zwaneveld(1998). "Cost optimal allocation of rail passenger lines", European Journal of Operations Research, Vol.110, pp.474~489.
12. J. W. Goosens, S. V. Hoesel, and L. Kroo (2002). "On solving multi-type line plannning problems", METEOR Research Memorandum RM/02/009, University of Maastricht.
13. J.W. Goosens, S.V. Hoesel, and L.Kroon (2004). "A branch-and-cut approach for solving railway line-planning problems", Transportation Science, 38(3).
14. L. A. Wolsey(1998). "Integer Programming", John Wiley and Sons, INC.

♧ 주 작 성 자 : 박범환
♧ 논문투고일 : 2005. 8. 1
논문심사일 : 2005. 9. 29 (1차)
2005. 10. 7 (2차)
심사판정일 : 2005. 10. 7
♧ 반론접수기한 : 2006. 2. 28