

# 불확실성을 갖는 단일 링크 유연로봇의 지능형 디지털 제어

## Intelligent Digital Control of a Single Link Flexible-Joint Robot with Uncertainties

장 권규, 주 영훈

Kwon Kyu Jang and Young Hoon Joo

군산대학교 전자정보공학부

### 요 약

본 논문에서는 불확실성을 포함한 연속시간 비선형 동적 시스템에 대한 퍼지 모델 기반 제어기의 지능형 디지털 재설계를 위한 조직적인 방법을 제안한다. 불확실 비선형 시스템을 표현하기 위해 연속시간 불확실 TS 퍼지 모델이 구성된다. 그리고, 안정화와 추적을 위한 퍼지 모델 기반 제어기 설계를 위해 PDC 기법이 이용된다. 마지막으로, 설계된 연속시간 제어기는 지능형 디지털 재설계 기법을 이용함으로써 이산시간 제어기로 전환됨을 증명하는 방법을 제안한다. 이 새로운 설계 기법은 퍼지 모델 기반 제어 이론과 불확실성을 가진 비선형 동적 시스템에 대한 진보된 디지털 재설계 기법의 통합을 위한 조직적이고, 효과적인 틀을 제공한다. 마지막으로, 단일 링크 유연로봇 시스템의 모의 실험을 이용해 개발된 설계 방법의 효용성과 실행 가능성을 입증한다.

### Abstract

In this paper, we propose a systematic method of a fuzzy-model-based controller for continuous-time nonlinear dynamical systems which may contain uncertainties. The continuous-time uncertain TS fuzzy model is first constructed to represent the uncertain nonlinear system. A parallel distributed compensation(PDC) technique is then used to design a fuzzy model based controller for both stabilization and tracking. Finally, the designed continuous-time controller is converted to an equivalent discrete-time controller by using an intelligent digital redesign method. This new design technique provides a systematic and effective framework for integration of the fuzzy model based control theory and the advanced digital redesign technique for nonlinear dynamical systems with uncertainties. Finally, the single link flexible-joint robot arm is used as an illustrative example to show the effectiveness and the feasibility of the developed design method.

**Key words** : TS fuzzy model, fuzzy-model-based controller, Intelligent digital redesign

### 1. 서 론

산업 현장에서 대부분의 실제 시스템은 강한 비선형성과 불확실성을 내재하고 있기 때문에 일반적인 비선형 시스템의 제어 이론과 제어기 설계에 많은 어려움을 더하고 있다. 따라서, 새롭게 거론된 여러 지능형 제어 방법들 중 퍼지 제어는 내재된 비선형성 때문에 제어 대상 시스템이 수학적으로 모델링하기 어렵거나 강한 비선형성을 보이는 경우, 또는 외부 환경이 불확실한 경우 등에 대해 강인함을 보이는 것으로 알려져 있다.

퍼지 논리 제어 연구에 있어서의 최근 동향은 비용면에서 효과적이고, 계산상으로 간단하고, 안정성이 보장된 제어기 설계를 위한 조직적 방법을 개발하는데 있다. 이러한 노력으로, 간단하지만 아주 효과적인 Takagi-Sugeno(TS) 퍼지 모델이 제안되었고, 이는 시스템 동력학 [3]의 전체적 표현을 위해 국부적 선형 상태 공간 모델을 가진 퍼지 추론 규칙들

을 포함한다. TS 퍼지 모델에 기반을 두고 개발된 퍼지 제어 이론은 복잡한 비선형 시스템의 지능적인 제어를 위한 견고한 기초를 제시하고 있다.

복잡한 동적 시스템을 포함한 실제 제어 시스템의 대부분은 연속 시간 모델에 의해서 표현된다. 연속시간 제어기를 등가의 디지털 제어기로 전환하는 것을 디지털 재설계라 하며, Kuo에 의해 처음으로 소개되었다[6]. 그러나, 이러한 디지털 재설계 기법은 선형 시스템에서 대해서는 많은 연구가 되어있으나, 비선형 시스템에 대해서는 연구가 미흡한 실정이다. 복잡한 비선형 시스템에 대한 지능형 디지털 재설계 방법은 불확실성이 없는 경우에 대해서는 Joo [2]에 의해서 처음으로 시도되었다.

본 논문에서는 불확실성을 포함할 지도 모르는 복잡한 비선형 동적 시스템에 대한 퍼지 모델 기반 제어기의 지능형 디지털 재설계 기법을 제안한다. 제안된 방법은 퍼지 모델 기반 제어기의 디지털 재설계 시 전역적인 등가성을 유지하도록 한다. 본 논문에서 전역적인 등가성은 아날로그 제어되는 시스템의 상태 변수와 디지털 제어되는 시스템의 상태 변수가 서로 정확히 정합되도록 유지하는 것을 의미한다. 본래의 연속 시간 시스템을 표현하기 위해 불확실 TS 퍼지 모델

접수일자 : 2005년 4월 1일

완료일자 : 2005년 6월 2일

이 구성되고, 그 다음, 대응하는 퍼지 모델 기반 제어기는 병렬 분산 보상 (Parallel Distributed Compensation; PDC) 기법을 사용하여 설계된다. 이 제어기를 바탕으로 상태 정합에 의해 증가의 디지털 퍼지 모델 기반 제어기가 설계된다. 본 논문에서는 심한 비선형성과 불확실성을 가진 단일 링크 유연 로봇에 대한 모의 실험을 통하여 제안된 방법의 효율성과 우수성을 보인다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 연속시간 불확실 TS 퍼지 모델이 기술되고, 3장에서는 지능형 디지털 재설계를 이용한 제어기 설계와 LMI를 이용한 안정도 분석에 관해 논하고, 4장에서는 단일링크 유연 로봇 시스템의 컴퓨터 모의 실험을 통해 제안된 제어기 설계 기법의 효율성을 입증한다. 마지막으로 5장에서 결론을 유도한다.

## 2. 불확실 TS 퍼지 모델 기반 제어기

다음과 같이 불확실성을 갖는 연속시간 비선형 동적 시스템을 고려하자.

$$\dot{x}_c(t) = f(x_c(t)) + \Delta f(x_c(t)) + (g(x_c(t)) + \Delta g(x_c(t)))u_c(t) \quad (1)$$

여기서,  $x_c(t) \in R^n$ 은 상태 벡터,  $u_c(t) \in R^m$ 은 제어 입력,  $f(x_c(t))$ ,  $g(x_c(t))$ 는 비선형 연속함수,  $\Delta f(x_c(t))$ ,  $\Delta g(x_c(t))$ 는 불확실 함수이다. 이 비선형 시스템은 연속 시간 TS 퍼지모델에 의해 근사화 될 수 있다. 식 (1)의 불확실 비선형 시스템을 다음과 같은 TS 퍼지 모델을 사용하여 퍼지 모델링 한다.

$$\begin{aligned} \text{Rule : IF } z_1(t) \text{ is } F_1^i \text{ and } \dots \text{ and } z_n(t) \text{ is } F_n^i, \\ \text{THEN } \dot{x}_c(t) = (A_i + \Delta A_i)x_c(t) + (B_i + \Delta B_i)u_c(t) \quad (2) \\ (i=1, 2, \dots, q) \end{aligned}$$

여기서,  $F^i (i=1, 2, \dots, n)$ 는 퍼지 집합,  $q$ 는 퍼지 규칙수,  $A_i \in R^{n \times n}$ ,  $B_i \in R^{n \times m}$ ,  $z_1(t), \dots, z_n(t)$ 는 전건부 변수이고,  $\Delta A_i, \Delta B_i$ 는 시스템에서 불확실성으로 나타내는 미지의 시변 행렬이다. 시스템 (2)의 비퍼지화된 출력은 다음과 같다.

$$\dot{x}_c(t) = [A(\mu(z(t))) + \Delta A(\mu(z(t)))]x_c(t) + [B(\mu(z(t))) + \Delta B(\mu(z(t)))]u_c(t) \quad (3)$$

여기서,

$$\begin{aligned} z(t) &= (z_1(t), z_2(t), \dots, z_n(t)) \\ A(\mu(z(t))) &= \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t))A_i, \\ B(\mu(z(t))) &= \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t))B_i, \\ \Delta A(\mu(z(t))) &= \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t))\Delta A_i, \\ \Delta B(\mu(z(t))) &= \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t))\Delta B_i, \\ \mu(z(t)) &= (\mu_1(z(t)), \mu_2(z(t)), \dots, \mu_n(z(t))) \\ \mu_i(z(t)) &= \frac{w_i(z(t))}{\sum_{j=1}^q w_j(z(t))} \\ w_i(z(t)) &= \prod_{j=1}^n F^j(z_j(t)) \end{aligned}$$

또한, 불확실 행렬  $\Delta A_i$ 와  $\Delta B_i$ 는 norm bounded 이고, 다음과 같은 구조를 갖는다고 가정한다.

$$[\Delta A_i \ \Delta B_i] = D_i F_i(t) [E_{a_i} \ E_{b_i}] \quad (4)$$

식 (4)에서  $D_i, E_{a_i}, E_{b_i}$ 는 적당한 크기의 미리 정해진 상수 실재 행렬이며, 시스템불확실성의 구조를 표현한다. 그리고,  $F_i(t) \in R^{k \times k}$ 는 Lebesgue-measurable 요소를 가진 미지의 행렬 함수이고, 다음 식을 만족한다.

$$F_i^T(t)F_i(t) \leq I \quad (5)$$

우리는 PDC 기법을 사용하는 다음과 같은 퍼지 모델 기반 제어기를 사용한다.

$$\begin{aligned} \text{Controller Rule } i \\ \text{IF } z_1(t) \text{ is } F_1^i \text{ and } \dots \text{ and } z_n(t) \text{ is } F_n^i \\ \text{THEN } u_c(t) = -K^i x_c(t), \quad (i=1, 2, \dots, q) \quad (6) \end{aligned}$$

여기서,  $K^i$ 는  $i$ 번째 부분공간에서의 게환 이득이다. 퍼지 모델 기반 제어기의 비퍼지화된 출력은 다음과 같다.

$$u_c(t) = -K_c(\mu(z(t)))x_c(t) \quad (7)$$

여기서,  $K_c(\mu(z(t))) = \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t))K^i$  이다.

## 3. 지능형 디지털 재설계

### 3.1 불확실 TS 퍼지 시스템의 강인 안정화

본 절은 불확실 퍼지 모델의 안정화를 위한 충분 조건을 제시한다.

시스템의 전체적인 폐루프 시스템은 다음과 같다.

$$\dot{x}_c(t) = \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t))((A_i + \Delta A_i)x_c(t) + (B_i + \Delta B_i)u_c(t)) \quad (8)$$

시스템 (8)의 강인 안정화를 위한 TS 퍼지 모델 기반 제어기는 다음과 같다.

$$u_c(t) = -\sum_{i=1}^q \mu_i(z(t))K^i x_c(t) \quad (9)$$

시스템 파라미터의 불확실성을 포함하는 TS 퍼지 모델의 점근적 안정성을 보장하는 충분 조건은 다음과 같이 정리할 수 있다.

**정리 1** 다음 두 개의 선형행렬부등식(LMI)을 만족하는 양한정 대칭행렬  $P$ 와 행렬  $K_i$ 와 적절한 양의 상수  $\epsilon_{ij}$ , ( $i, j=1, \dots, q$ )가 존재한다면, TS 퍼지 시스템 (8)은 TS 퍼지 모델 기반 상태 게환 제어기 (9)에 의해서 점근 안정하다.

$$\begin{bmatrix} E_{a_i}Q - E_{b_i}M_i & * & * \\ D_i^T & 0 & -\epsilon_{ii}^{-1}I \end{bmatrix} < 0 \quad (1 \leq i \leq q) \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} Y_{ij} & * & * & * & * \\ E_{a_i}Q - E_{b_j}M_j - \epsilon_{ij}I & * & * & * & * \\ E_{a_i}I - E_{b_j}M_j & 0 & -\epsilon_{ij}I & * & * \\ D_i^T & 0 & 0 & -\epsilon_{ij}^{-1}I & * \\ D_j^T & 0 & 0 & 0 & -\epsilon_{ij}^{-1}I \end{bmatrix} < 0 \quad (1 \leq i \leq j \leq q) \quad (11)$$

여기서,  $\psi_{ii}$ 와  $Y_{ij}$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \psi_{ii} &= QA_i^T + A_i Q - M_i^T B_i^T - B_i M_i \\ Y_{ij} &= QA_i^T + A_i Q + QA_j^T + A_j Q - M_j^T B_i^T \\ &\quad - B_i M_j - M_i^T B_j^T - B_j M_i \end{aligned}$$

그리고,  $Q = P^{-1}$ ,  $M_i = K_i P^{-1}$ 이고, \*는 전치 요소를 나타낸다.

증명: 참고문헌 [6] 참조

### 3.2 상태 정합에 의한 디지털 재설계

디지털 재설계는 주어진 아날로그 시스템과 적절히 설계된 아날로그 제어기를 이용해 아날로그 제어되는 시스템의 상태 변수  $x_c(t)$ 와 디지털 제어되는 시스템의 상태 변수  $x_d(t)$ 가 정합되도록 하는 디지털 제어기를 설계하는 것이다.

먼저 구간 연속 제어 입력  $u_d(t)$ 에 의한 시스템 (3)의 샘플치 데이터 시스템은 다음과 같다.

$$\dot{x}_d(t) = [A(\mu(z(t))) + \Delta A(\mu(z(t)))]x_d(t) + [B(\mu(z(t))) + \Delta B(\mu(z(t)))]u_d(t) \quad (12)$$

$$u_d(t) = u_d(kT) = -K_d(\mu(z(t)))x_d(kT), \text{ for } kT \leq t \leq kT + T \quad (13)$$

여기서,  $x_d(t)$ 는 샘플치 데이터 시스템의 상태 변수이고,  $u_d(t) = u_d(kT)$ 는 제어 입력이고,  $k_d(\mu(z(t)))$ 는 디지털로 재설계된 이득이다.

식 (13)에서의 디지털 이득  $k_d(\mu(z(t)))$ 를 찾기 위해 다음을 가정한다.

**가정 1** 임의의 구간  $[kT, kT + T]$ 내에서  $i$ 번째 규칙  $\mu_i(t)$ 의 발화도가  $\mu_i(kT)$ 로 근사화 될 수 있도록 샘플링 주기  $T$ 는 충분히 짧다.

또한, 이에 따라  $A(\mu(z(t)))$ ,  $B(\mu(z(t)))$ ,  $K_c(\mu(z(t)))$ ,  $\Delta A(\mu(z(t)))$ ,  $\Delta B(\mu(z(t)))$ 는 임의의 구간  $[kT, kT + T]$ 내에서 각각  $A(\mu(z(kT)))$ ,  $B(\mu(z(kT)))$ ,  $\Delta A(\mu(z(kT)))$ ,  $\Delta B(\mu(z(kT)))$ ,  $K_c(\mu(z(kT)))$ 로 근사화된다.

가정 1에 근거해 식 (12)의 등가 이산 시간 페루프 시스템은 다음과 같이 근사화 된다.

$$\begin{aligned} x_d(kT + T) &= \Phi(kT + T, kT)x_d(kT) + \int_{kT}^{kT+T} \Phi(kT + T, \tau)B(\mu(z(\tau)))u_d(\tau)d\tau \\ &\cong \exp^{A(\mu(z(kT)))}x_d(kT) \\ &\quad + [\exp^{A(\mu(z(kT)))} - I_n]A(\mu(z(kT)))^{-1}B(\mu(z(kT)))u_d(kT) \\ &= [I_n + A(\mu(z(kT)))T + O(T^2)]x_d(kT) \\ &\quad + [A(\mu(z(kT)))T + O(T^2)]A(\mu(z(kT)))^{-1}B(\mu(z(kT))) \\ &\quad u_d(kT) \\ &\cong [I_n + A(\mu(z(kT)))T]x_d(kT) + B(\mu(z(kT)))Tu_d(kT) \\ &= \sum_{i=1}^q \mu_i(z(kT))[(I_n + A_{ii}T)x_d(kT) + B_{ii}Tu_d(kT)] \\ &\cong \sum_{i=1}^q \mu_i(z(kT))[G_i x_d(kT) + H_i u_d(kT)] \\ &\cong G(\mu(z(kT)))x_d(kT) + H(\mu(z(kT)))u_d(kT) \end{aligned} \quad (14)$$

여기서,  $I_n$ 은  $n \times n$  단위 행렬이며,  $O(T^2)$ 는 고차항을 의미한다. 또한

$$\begin{aligned} \dot{A}(\mu(z(kT))) &= A(\mu(z(kT))) + \Delta A(\mu(z(kT))), \\ \dot{B}(\mu(z(kT))) &= B(\mu(z(kT))) + \Delta B(\mu(z(kT))) \end{aligned}$$

아날로그로 제어되는 식 (3)의 상태 변수와 디지털로 제어되는 시스템 (14)의 상태 변수 정합을 위해 식(3)의 이산 시간 상태 변수  $x_c(kT)$ 를 다음과 같이 구한다.

$$x_c(kT + T) = \Phi(kT + T, kT)x_c(kT) + \int_{kT}^{kT+T} \Phi(kT + T, \tau)B(\mu(z(\tau)))u_c(\tau)d\tau \quad (15)$$

가정 1과 블록 펄스 함수 방법 [9]을 사용하면,

$$\begin{aligned} u_c(\tau) &\cong \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{2} [u_c(kT) + u_c(kT + T)]\phi_i(\tau) \\ &\cong \sum_{i=0}^{\infty} -\frac{1}{2} K_c(\mu(z(kT)))[x_c(kT) + x_c(kT + T)] \end{aligned} \quad (16)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \phi_i(\tau) &= 1, \text{ for } i T \leq \tau \leq (i+1)T \\ \phi_i(\tau) &= 0, \text{ otherwise} \end{aligned}$$

따라서, 우리는 다음 식을 얻는다.

$$\begin{aligned} &\int_{kT}^{kT+T} \Phi(kT + T, \tau)B(\mu(z(\tau)))u_c(\tau)d\tau \quad (17) \\ &\cong \frac{1}{2} \int_{kT}^{kT+T} \Phi(kT + T, \tau)B(\mu(z(\tau)))[u_c(kT) + u_c(kT + T)]d\tau \\ &\cong \frac{1}{2} [G(\mu(z(kT))) - I_n]A(\mu(z(kT)))^{-1}B(\mu(z(kT))) \\ &\quad [u_c(kT) + u_c(kT + T)] \\ &= \frac{1}{2} [A(\mu(z(kT)))T + O(T^2)] \\ &\quad \times A(\mu(z(kT)))^{-1}B(\mu(z(kT)))[u_c(kT) + u_c(kT + T)] \\ &\cong -\frac{1}{2} B(\mu(z(kT)))TK_c(\mu(z(kT)))[x_c(kT) + x_c(kT + T)] \\ &= -\frac{1}{2} [ \sum_{i=1}^q \mu_i(z(kT))B_{ii}T ]K_c(\mu(z(kT)))[x_c(kT) + x_c(kT + T)] \\ &\cong -\frac{1}{2} [ \sum_{i=1}^q \mu_i(z(kT))H_i ]K_c(\mu(z(kT)))[x_c(kT) + x_c(kT + T)] \\ &\cong -\frac{1}{2} H(\mu(z(kT)))K_c(\mu(z(kT)))[x_c(kT) + x_c(kT + T)] \end{aligned}$$

식 (17)을 식 (15)에 대입하면 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned} x_c(kT + T) &\cong [I_n + \frac{1}{2} H(\mu)K_c(\mu)]^{-1} [G(\mu) - \frac{1}{2} H(\mu)K_c(\mu)]x_c(kT) \end{aligned} \quad (18)$$

상태 변수  $x_c(kT)$ 와  $x_d(kT)$ 를 정합시키기 위해 식(18)과 식 (14)를 이용하여 풀면 우리는 다음을 얻을 수 있다.

$$k_d(\mu) \cong \frac{1}{2} [I_m + \frac{1}{2} K_c(\mu)H(\mu)]^{-1} K_c(\mu)(I_n + G(\mu)) \quad (19)$$

따라서, 디지털 퍼지 모델 기반 제어기는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$u_d(t) = u_d(kT) = -\frac{1}{2} \left[ \sum_{i=1}^q \mu_i(z(kT))(I_m + \frac{1}{2} K^i H_i) \right]^{-1} \times \left[ \sum_{i=1}^q \mu_i(z(kT)) K^i \right] \left[ \sum_{i=1}^q \mu_i(z(kT))(I_n + G_i) \right] x_d(kT) \quad (20)$$

#### 4. 모의 실험

제안된 지능형 디지털 재설계 기법의 효용성을 입증하기 위해 그림 1과 같은 단일 링크 유연 로봇 시스템에 이를 적용한다.

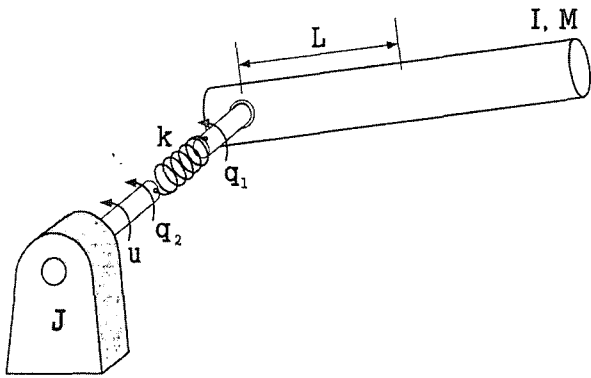


그림 1. 단일 링크 유연 로봇  
Fig. 1. The single link flexible-joint robot arm

시스템 동역학 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} I\ddot{\theta}_1(t) + Mgl \sin(\theta_1(t)) + k(\theta_1(t) - \theta_2(t)) &= 0 \\ J\ddot{\theta}_2(t) - k(\theta_1(t) - \theta_2(t)) &= u(t) \end{aligned} \quad (21)$$

여기서,  $\theta_1(t)$ 는 수직 축에 따른 링크의 각도,  $\theta_2(t)$ 는 장치 손잡이의 각도,  $I$ 는 회전축에 대한 회전 관성,  $J$ 는 구동부 축의 관성,  $M$ 는 링크의 질량,  $l$ 은 회전축의 무게 중심으로부터 관절까지의 거리,  $g$ 는 중력상수이다.

상태 벡터  $x(t)$ 를  $[\theta_1(t) \ \dot{\theta}_1(t) \ \theta_2(t) \ \dot{\theta}_2(t)]^T$ 로 선택하면 다음의 상태 공간 방정식 표현을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{x}_4(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2(t) \\ -\frac{Mgl}{I} \sin(x_1(t)) - \frac{k}{I}(x_1(t) - x_3(t)) \\ x_4(t) \\ -\frac{k}{J}(x_1(t) - x_3(t)) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{J} \end{bmatrix} u(t) \quad (22)$$

시스템 (22)은 비선형항  $\sin(x_1(t))$ 를 가지고 있으며, 만약 이 비선형항이 어떤 선형 함수의 합으로 다시 표현될 수 있다면, 시스템 (22)의 TS 퍼지 모델은 구성 가능하며, 다음과 같이 표현된다.

Plant Rules :

Rule1 : IF  $x(t)$  is about  $M_1$  THEN  $\dot{x}_c(t) = A_1 x_c(t) + B u_c(t)$

Rule2 : IF  $x(t)$  is about  $M_2$  THEN  $\dot{x}_c(t) = A_2 x_c(t) + B u_c(t)$

여기서,

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{Mgl}{I} - \frac{k}{I} & 0 & \frac{k}{I} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k}{J} & 0 & -\frac{k}{J} & 0 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{\alpha Mgl}{I} - \frac{k}{I} & 0 & \frac{k}{I} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k}{J} & 0 & -\frac{k}{J} & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{k}{J} \end{bmatrix}$$

이며, 소속 함수는 그림 2와 같이 주어진다.

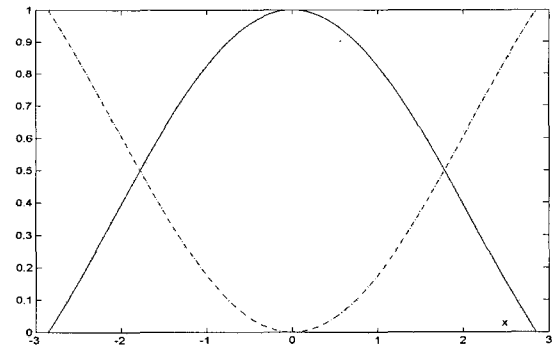


그림 2. 단일 링크 유연 로봇의 TS 퍼지 모델에 대한 소속 함수

Fig.2. The membership function for the TS fuzzy model of the single link flexible-joint robot arm

정해진 연속시간 TS 퍼지 모델을 가지고, 단일 링크 유연 로봇 시스템의 제어성을 위한 디지털 제어를 설계한다. 실제 시스템의 매개변수는 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} M &= 0.2678(kg), k = 31(Nm/rad), l = 1(m), \alpha = 0.1 \\ I &= 0.03(kgm^2), J = 0.004(kgm^2), g = 9.8(m/sec^2) \end{aligned}$$

단일 링크 유연 로봇의 TS 퍼지 모델 기반 제어기 구조는 다음과 같다.

Controller Rule :

Rule 1: IF  $x_1(t)$  is about  $M_1$  THEN  $u(t) = -K_1(t)$   
Rule 2: IF  $x_2(t)$  is about  $M_2$  THEN  $u(t) = -K_2(t)$

모의 실험에서,  $[M_1 \ M_2] = [-2.58 \ 2.85]$ ,  $\Gamma_i$ 는 모든

$t$ 에 대해 양의 반한정이며, 시스템 매개변수  $\frac{k}{I}$ ,  $\frac{k}{J}$ ,  $\frac{Mgl}{I}$ 는 명목상의 값의 30%이내에서 제한된다고 가정한다. 불확실 행렬  $\Delta A_1$ ,  $\Delta A_2$ ,  $\Delta B_1$ ,  $\Delta B_2$ 는 다음과 같이 분해된다.

$$D_1 = 10^5 \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2170 & 0.0184 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.6275 & 0.0525 \end{bmatrix}$$

$$D_2 = 10^5 \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2170 & 0.00184 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.6275 & 0.0525 \end{bmatrix}$$

$$E_{11} = E_{12} = \begin{bmatrix} -0.0143 & 0 & 0.0143 & 0 \\ -0.0143 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0143 & 0 & -0.0143 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$E_{21} = E_{22} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.0143 \end{bmatrix}$$

$$F_1(t) = F_2(t) = \begin{bmatrix} \delta_1(t) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_2(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_3(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta_4(t) \end{bmatrix}$$

제어기 이득 행렬은 다음과 같다.

$$K_1 = [20.4621 \quad 0.0633 \quad -16.0493 \quad 0.2671]$$

$$K_2 = [20.4614 \quad 0.0634 \quad -16.0476 \quad 0.2672]$$

제어된 TS 퍼지 모델의 전체적인 안정성은 다음과 같은 공통 양한정 행렬 P를 구함으로써 보증된다.

$$P = \begin{bmatrix} 0.0986 & -0.0011 & -0.1096 & -0.0021 \\ -0.0011 & 0.0001 & 0.0026 & 0.0001 \\ -0.1096 & 0.0026 & 0.1793 & 0.0036 \\ -0.0021 & 0.0001 & 0.0036 & 0.0001 \end{bmatrix}$$

이때 구간 연속 제어 입력에 의한 이산 시간 시스템은 다음과 같다.

Rule 1: IF  $x_{d1}$  is  $M_1^1$ , THEN  $\dot{x}_d = G_1 x_d + H_1 u_d$

Rule 2: IF  $x_{d2}$  is  $M_1^2$ , THEN  $\dot{x}_d = G_2 x_d + H_2 u_d$

$T=0.01(\text{sec})$ 이고, 초기조건은  $x = [\frac{\pi}{2} \quad -\frac{\pi}{6} \quad -\frac{\pi}{2} \quad \frac{\pi}{6}]^T$  이고, 최종적인 디지털 퍼지 모델 기반 제어기는  $K_i, G_i, H_i$ 와 식 (20)를 사용해 얻을 수 있다.

그림 3은 제안된 방법(실선),과 아날로그 제어기(대시)에 의한 상태 변수  $x_1(t)$ 를 보인 것이다. 그림 4는 제안된 방법과 아날로그 제어기에 의한 상태 변수  $x_2(t)$ 의 변화를 보인 것이다. 그림 5와 6은 각각 제안된 방법과 아날로그 제어기에 의한 상태 변수  $x_3(t)$ 와  $x_4(t)$ 의 변화를 보인 것이고, 그림 7은 제안된 방법(실선)과 아날로그 제어기(대시)에 의한 제어 입력을 보인 것이다.

시뮬레이션 결과에서 알 수 있듯이 제안된 제어기는 불확실성을 포함하는 아날로그 제어기에 의한 시스템 응답을 매우 정확하게 추종함을 알 수 있다.

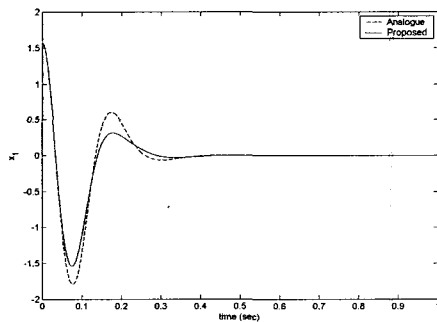


그림 3.  $x_1(t)$ 의 비교  
Fig. 3. Comparison of  $x_1(t)$

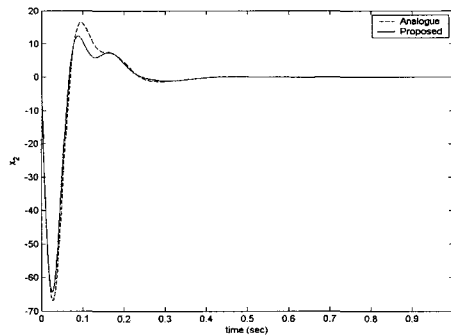


그림 4.  $x_2(t)$ 의 비교  
Fig. 4. Comparison of  $x_2(t)$

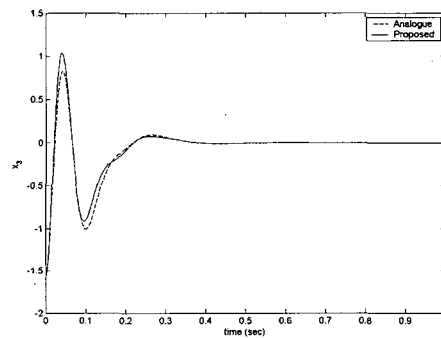


그림 5.  $x_3(t)$ 의 비교  
Fig. 5. Comparison of  $x_3(t)$

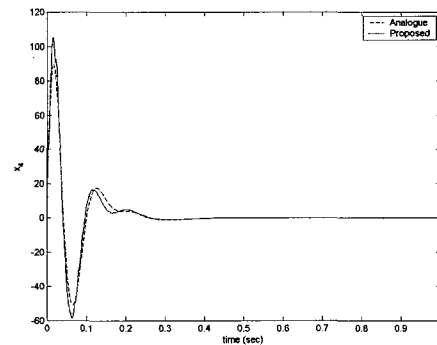


그림 6.  $x_4(t)$ 의 비교  
Fig. 6. Comparison of  $x_4(t)$

## 5. 결 론

본 논문에서는 불확실성을 가진 연속시간 비선형 시스템에 대하여 전역적인 상태 변수의 정합을 고려한 디지털 재설계 기법을 제안하였다. 제안된 방법은 퍼지 모델 기반 제어기의 디지털 재설계 시 아날로그 제어되는 시스템의 상태 변수와 디지털 제어되는 시스템의 상태 변수를 전역적으로 정합하도록 구성되었다. 제안된 방법은 불확실성을 가진 복잡한 비선형 시스템의 디지털 제어기를 용이하게 설계할 수 있는 기법이다. 제안된 방법을 단일 링크 유연 로봇 시스템에 적용한 결과 그 유용성을 확인 하였다.

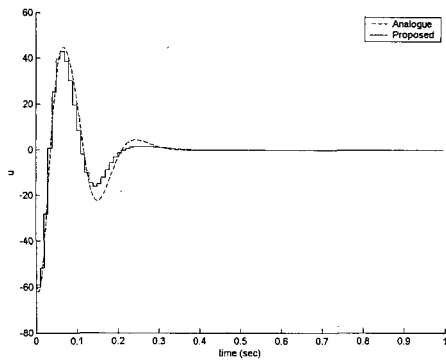


그림 7.  $u(t)$ 의 비교  
Fig. 7. Comparison of  $u(t)$

### 참 고 문 헌

[1] W Chang, Y. H. Joo, J. B. Park, "Digital control of an inverted pendulum by using intelligent digital redesign" *대한전기학회 논문지*, Vol. 50D, pp. 457-463, 2001, 10.

[2] Y. H. Joo, Y. W. Lee, D. B. Cha, and J. H. Oh, "Intelligent digitally redesigned fuzzy controller," *Int. Journal of Fuzzy logic and Intelligent Systems*, Vol. 2, No. 3, pp. 221-226, 2002, 12.

[3] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control," *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, vol. 15, pp. 116-132, 1985

[4] H. O. Wang, K. Tanaka, and M. Griffin, "An approach of fuzzy control of nonlinear systems: stability and design issues", *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, vol. 4, pp.14- 23, Feb. 1996.

[5] K. Tanaka, T. Ikeda, and H. O. Wang, "Robust stabilization of a class of uncertain nonlinear systems via fuzzy control: quadratic stabilizability,  $H^\infty$  control theory, and linear matrix inequalities," *IEEE Trans. on Fuzzy systems*, vol. 86, no. 3, pp. 279-288, 1997.

[6] H. J. Lee, J. B. Park, and G. Chen, "Robust fuzzy control of nonlinear systems with parametric uncertainties," *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, vol. 9, pp. 369-379, 2001.

[7] Y. H. Joo, G. Chen, and L. S. Shieh, "Hybrid state-space fuzzy model-based controller with dual-rate sampling for digital control of chaotic systems," *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, vol. 7, pp. 394-408, Aug. 1999

[8] J. Li, D. Niemann and H. O. Wang, "Parallel distributed compensation for Takagi-Sugeno fuzzy models: multi-objective controller design," *Proc. of ACC*, pp. 1832-1836, San Diego, California, June, 1999

[9] K. Tanaka and M. Sugeno, "Stability analysis and design of fuzzy control systems," *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 45, No 2, pp. 134-156, 1992

[10] K. L. Cho, Y. H. Joo and J. B. Park, "Intelligent digital redesign for dynamical systems with uncertainties", *퍼지 및 지능시스템학회 논문지* 2003, Vol. 13, No 6, pp. 667-672.

[11] B. C. Kuo, *Digital Control Systems*, Holt, Rinehart and Winston, New York, 1980

### 저 자 소 개



장권규(Kwon Kyu Jang)

2003년 : 군산대 전자정보공학부 졸업  
2003년~현재 : 동 대학원 전자정보공학과 석사 과정

관심분야 : 지능로봇, 지능형 보행로봇, 퍼지 제어  
Phone : 063-469-4706  
Fax : 063-469-4706  
E-mail : lucifer@kunsan.ac.kr

### 주영훈(Young Hoon Joo)

15권 2호 참조