

6 자유도 진동 흡진기의 기하적 설계 이론

장선준*, 최용제#

Geometrical Design Theory of a 6 DOF Vibration Absorber

Seon Jun Jang*, Yong Je Choi#

ABSTRACT

Many researchers have been investigating the design of multi-mode absorption vibration absorber for multi degree-of-freedom (DOF) system. The approach taken to this problem has been to find the optimized constants of stiffness and damping for the given set of single-DOF absorbers or single multi-DOF absorber attached to a multi degree-of-freedom system. This paper presents a novel geometrical and direct design theory of a 6 DOF vibration absorber via screw theory. Theoretical development is demonstrated by a practical example in which the diagonal stiffness matrix is synthesized using rectangular configuration of springs. The performance of this absorber is simulated by modal analysis.

Key Words : Multi DOF vibration absorber (다자유도 진동 흡진기), Screw theory (나선이론), Geometrical Design (기하적 설계), Stiffness synthesis (강성 합성)

1. 서론

단일 자유도(Single Degree-Of-Freedom)를 갖는 진동흡진기는 가진력의 방향으로 정렬된 스프링-질량 시스템이다. 다자유도(Multi Degree-Of-Freedom) 시스템에는 자유도 개수만큼의 진동 모우드가 존재하며, 일반적으로 다자유도 진동 흡진기는 동시에 2 개 이상의 진동 모우드 응답을 흡수하는 진동 흡진기를 말한다. Vakakis 와 Paipetis¹는 다자유도 시스템에 단일 자유도 흡진기를 부착하였을 때의 효과에 대해서 연구하였으며 Sadek²은 다자유도 구조물에 여러 개의 단일자유도 흡진기들을 설치하였을 때 응답을 최소화시키는 최적화된 흡진기 설계변수에 대해 연구하였다. 다자유도 시스템에 복

수의 단일 자유도를 갖는 흡진기들을 설치하는 방법은 각 진동 모우드들이 잘 분리되어 있는 경우에 한해서 효과를 기대할 수 있으며, 또한 흡진하고자 하는 진동 모우드의 수만큼 진동 흡진기를 사용하여야 하는 단점이 있다. 공간상에서 스프링에 의해 지지되고 있는 한 개의 강체는 여섯 개의 자유도를 가지고 있으므로 한 개의 강체는 여섯 개의 진동 모우드들에 대하여 진동 흡진기로 쓰일 수 있다. Zuo 와 Nayfeh³는 이점에 착안하여 단일 강체가 다수의 진동 모우드에 대하여 흡진 효과를 갖도록 진동 흡진기를 설계하였다. 그들은 주어진 형태의 진동 흡진기가 2 개의 진동 모우드에 대해 흡진 효과를 갖도록 수치최적화 방법을 이용하여 탄성값과 점성상수값을 찾아내었다.

* 접수일: 2004 년 10 월 25 일; 게재승인일: 2005 년 5 월 13 일

* 연세대학교 대학원 기계공학과

교신저자: 연세대학교 기계공학과

E-mail yichoi@yonsei.ac.kr Tel. (02) 2123-2826

각 축방향의 모든 자유도를 이용하여 원하는 모우드들을 흡진하는 진동 흡진기를 설계하기 위해서는 우선 각 축방향의 응답이 서로 연성(coupling)되는 것을 피하는 설계가 필요하다. 그런데 지금까지의 선형운동과 회전운동을 별개로 기술하는 방식으로는 선형운동과 회전운동의 연성을 피할 수 있는 기하적 형태를 구하는 것이 어려웠다. Ball⁴의 나선이론을 이용하여 운동방정식을 기술하면 물체의 일반화(Generalized)된 운동에 대한 하나의 행렬식을 구성할 수 있으며 여기에서부터 선형운동과 회전운동간에 서로 비연성화(decouple)되는 기하적 조건을 얻어낼 수 있다. Dimentberg⁵는 일반적인 진동의 문제에 나선이론을 적용하였으며 Blanchet 과 Lipkin⁶은 나선이론을 이용하여 구성된 운동방정식에 고유치 해석을 적용하여서 얻어진 고유벡터가 물체의 진동의 중심점(vibration center)이 됨을 규명하였다. Dan 과 Choi^{7,8}는 단일 강체의 진동중심에 대한 2 차식을 유도하고, 이로부터 외력이 진동 중심을 통과하게 함으로서 원하는 모우드를 소거하는 방진 설계기법을 제안하였다. 또한 Blanchet⁹은 나선이론을 이용하여 평면상에서 외력이 주어질 때 외력에 의한 진동을 억제하는 흡진기의 설계기법을 제안하였다.

본 논문에서는, 나선이론을 이용하여 강성계로 지지되는 강체의 운동방정식을 기술하고 각 자유도가 모두 비연성화된 6 자유도 흡진기 설계의 이론적 기법을 제시하고, 직교형 강성계를 이용한 6 자유도 흡진기의 설계 예를 소개한다.

2. 나선이론을 이용한 6 자유도 흡진기 설계

2.1 강성행렬의 합성¹⁰

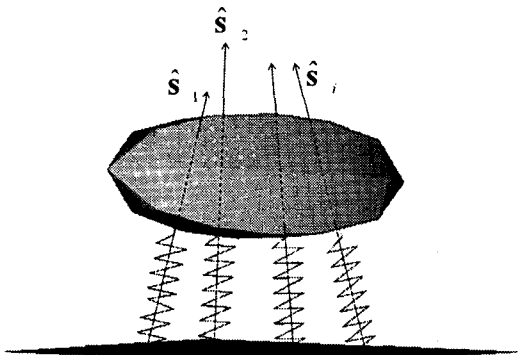


Fig. 1 An elastically suspended rigid body

공간상에 하나의 강체가 Fig. 1 에서와 같이 선형 스프링들에 의하여 지지되고 있을 때, 강성계를 구성하고 있는 스프링을 SPS 연쇄(Spherical-Prismatic-Spherical kinematic chain)로 모델링할 수 있다. 각 스프링은 스프링 축을 따라 힘을 받게 되는데, 이때 공간상의 스프링 축의 위치를 플뤼커(Plücker)의 방사좌표(ray coordinate)¹¹를 사용하여, 이들을 각각 $\hat{s}_1, \hat{s}_2, \dots, \hat{s}_n$ 이라 표기한다. 이제, i 번째 스프링에 걸리는 힘의 크기를 f_i 라 하면 강성계가 외부에서 가해지는 외력 렌치(wrench)와 이루는 힘의 평형식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\hat{w} = f_1 \hat{s}_1 + f_2 \hat{s}_2 + \dots + f_n \hat{s}_n \quad (1)$$

여기서 $\hat{s}_i = [s_i \quad \mathbf{r}_i \times s_i]^T$, s_i 는 i 번째 스프링의 방향벡터이며 \mathbf{r}_i 는 원점에서 스프링까지의 위치벡터이다. 외력렌치는 $\hat{w} = [\mathbf{f} \quad \mathbf{m}]^T$ 로 표현되며, 여기서 \mathbf{f} 는 힘 벡터, \mathbf{m} 는 모우멘트 벡터이다. 식 (1)은 다음과 같이 표현할 수도 있다.

$$\hat{w} = \mathbf{jF} \quad (2)$$

여기서,

$$\mathbf{F} = [f_1 \quad f_2 \quad \dots \quad f_n]^T$$

그리고

$$\mathbf{j} = [\hat{s}_1 \quad \hat{s}_2 \quad \dots \quad \hat{s}_n]$$

이다.

한편, 각 SPS 연쇄의 병진 조인트의 속도 벡터를 i 이라 하고, 강체상의 임의의 점의 속도를 플뤼커의 축좌표(axis coordinate)를 이용하여, 공간상의 일반화된 속도를 나타내는 트위스트(twist) \hat{T} 로 표현하면 다음의 관계가 성립한다.

$$i = \mathbf{j}^T \hat{T} \quad (3)$$

여기서 $\hat{T} = [\mathbf{v} \quad \boldsymbol{\omega}]^T$ 로 표현되며, \mathbf{v} 는 선속도, 그리고 $\boldsymbol{\omega}$ 는 각속도를 나타낸다.

각 병진조인트의 미소 길이 변화량을 δ 이라 하고, 미소변위 트위스트를 $\delta \hat{D}$ 이라 하면 트위스트는 $\hat{T} = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \delta \hat{D} / \delta$ 와 같이 표현할 수 있으며, 따라서 식(3)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\delta t = \mathbf{j}^T \delta \hat{D} \quad (4)$$

i 번째 스프링에서 발생하는 힘은 식 (4)를 이용하여 표현하면 다음과 같다.

$$f_i = k_i j^T \delta \hat{\mathbf{D}} \quad (5)$$

여기서 k_i 는 i 번째 스프링의 강성계수이다. 식(5)는 강성계에 가해지는 임의의 미소변위에 의해서 i 번째 스프링에서 발생하는 힘을 나타낸다. 위의 식을 식 (2)에 대입하면 다음과 같은 미소변위 트위스트에 대한 미소 렌치사이의 관계를 얻을 수 있다.

$$\delta \hat{\mathbf{w}} = \mathbf{j} \mathbf{K} j^T \delta \hat{\mathbf{D}} \quad (6)$$

여기서,

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_n \end{bmatrix}$$

이제 다시

$$\mathbf{K}_O = \mathbf{j} \mathbf{K} j^T \quad (7)$$

라 하면, 식 (6)은 다음과 같이 간단히 표현할 수 있다.

$$\delta \hat{\mathbf{w}} = \mathbf{K}_O \delta \hat{\mathbf{D}} \quad (8)$$

여기서 아래첨자 O 는 스프링의 위치를 나타내는 직선들이 표현된 공간상의 원점을 가리킨다.

2.2 흡진기 설계식

공간상에 위치한 한 개의 강체에 대해서 좌표계의 원점을 관성중심 G 에 놓고 좌표축의 방향을 강성행렬의 관성모멘트의 주 방향과 일치시키면 다음의 대각화된 관성행렬을 구할 수 있다.

$$\mathbf{M}_G = \text{diag}(m \ m \ m \ I_x \ I_y \ I_z) \quad (9)$$

강성행렬과 관성행렬을 이용하여 Fig. 2 와 같이 탄성적으로 지지되어 있고, 강체 1 에 가해지는 외력 $\hat{\mathbf{w}}_{1O}$ 에 의해 미소변위 운동을 하는 2 개의 강체

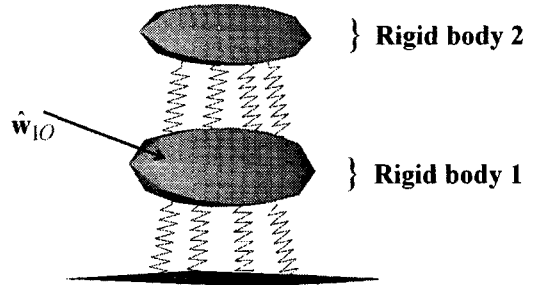


Fig. 2 two-body system

에 대한 운동방정식을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{1O} \ddot{\hat{\mathbf{D}}}_{1O} + \mathbf{K}_{1O} \dot{\hat{\mathbf{D}}}_{1O} + \mathbf{K}_{2O} (\hat{\mathbf{D}}_{1O} - \hat{\mathbf{D}}_{2O}) &= \hat{\mathbf{w}}_{1O} \\ \mathbf{M}_{2O} \ddot{\hat{\mathbf{D}}}_{2O} + \mathbf{K}_{2O} (\hat{\mathbf{D}}_{2O} - \hat{\mathbf{D}}_{1O}) &= 0 \end{aligned} \quad (10)$$

표기의 편의를 위해 미소 변위트위스트 및 렌치를 나타내는 δ 는 생략한다. 식(10)에서 아래첨자 1O 와 2O 는 각각 원점 O 를 기준으로 표현된 첫번째와 두번째 강체를 가리킨다. 두개의 물체로 이루어진 계가 조화운동을 할 때 변위 트위스트와 렌치는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\hat{\mathbf{D}}_{iO} = \hat{\Phi}_{iO} e^{j\omega t}, \quad \hat{\mathbf{w}}_{iO} = \hat{\Psi}_{iO} e^{j\omega t} \quad (11)$$

여기서 i 는 1, 2 이며 $\hat{\Phi}_{iO}$ 와 $\hat{\Psi}_{iO}$ 은 각각 가진에 의한 응답과 가진력을 나타내는 나선이다. 위의 식을 식(10)에 대입하여 행렬식 형태로 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{2O} & -\mathbf{K}_{2O} \\ -\mathbf{K}_{2O} & \mathbf{K}_{1O} + \mathbf{K}_{2O} \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{2O} & 0 \\ 0 & \mathbf{M}_{1O} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\Phi}_{2O} \\ \hat{\Phi}_{1O} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{\Psi}_{1O} \end{bmatrix} \quad (12)$$

강체 1 의 응답은 흡진기로서 부착된 강체 2 에 의해서 흡진된다고 할 때 강체 1 의 응답 $\hat{\Phi}_{1O}$ 을 0 으로 가정할 수 있다. 이때 식(12)는 다음의 두개의 식으로 나누어진다.

$$(\mathbf{K}_{2O} - \omega^2 \mathbf{M}_{2O}) \hat{\Phi}_{2O} = 0 \quad (13a)$$

$$-\mathbf{K}_{2O} \hat{\Phi}_{2O} = \hat{\Psi}_{1O} \quad (13b)$$

식(13)를 하나의 식으로 정리하면 다음과 같다.

$$(\mathbf{K}_{20} - \omega^2 \mathbf{M}_{20}) \mathbf{K}_{20}^{-1} \hat{\Psi}_{10} = 0 \quad (14)$$

식(14)에서 강체 1 에 입력되는 가진렌치 $\hat{\Psi}_{10}$ 에 관계없이 강체 1 의 응답이 0 이 되게 하는 흡진기의 설계식은 다음과 같다.

$$\mathbf{K}_{20} - \omega^2 \mathbf{M}_{20} = 0 \quad (15)$$

식(15)는 6×6 행렬식이다. 먼저 좌표의 원점을 평행축합동변환(Parallel axis congruent transformation)에 의해서 강체 2 의 질량중심 G 로 이동시키면 \mathbf{M}_{20} 이 대각화된다. 평행축합동변환에 관한 간단한 정리는 부록에 소개되어 있다. 이제 \mathbf{K}_{20} 가 질량중심 G 에서 대각화되도록 합성한다면 대각화된 강성행렬은 다음과 같은 형태를 갖는다고 가정할 수 있다.

$$\mathbf{K}_G = \text{diag}(k_1 \ k_2 \ k_3 \ k_4 \ k_5 \ k_6) \quad (16)$$

대각화된 강성행렬의 합성에 대해서는 다음 절에서 다루기로 한다. 이제 식(15)은 서로 다른 축에 대해서 완전히 비연성화된 6 개의 각 축에 대한 평형식으로 다음과 같이 표현되게 된다.

$$k_i - \omega^2 m = 0, \quad (i = 1, 2, 3) \quad (17a)$$

$$k_4 - \omega^2 I_x = 0 \quad (17b)$$

$$k_5 - \omega^2 I_y = 0 \quad (17c)$$

$$k_6 - \omega^2 I_z = 0 \quad (17d)$$

대각화된 강성행렬을 도입함으로써 각축 방향이 비연성화 되었으므로 강체 2 는 마치 각각 서로 다른 방향의 1 자유도 진동흡진기 6 개와 같이 작동하게 된다. 따라서 각각의 방향에 대해서 서로 다른 흡진주파수 Ω_i 를 부여할 수 있으며 이로서 6 축 방향으로 6 개의 모우드를 흡진할 수 있는 진동흡진기의 식을 유도하면 다음과 같다.

$$k_i - \Omega_i^2 m = 0, \quad (i = 1, 2, 3) \quad (18a)$$

$$k_4 - \Omega_4^2 I_x = 0 \quad (18b)$$

$$k_5 - \Omega_5^2 I_y = 0 \quad (18c)$$

$$k_6 - \Omega_6^2 I_z = 0 \quad (18d)$$

식(18)은 총 16 개의 변수를 가지고 있는데 이 중 주어지는 값인 $\Omega_i (i=1..6)$ 을 제외하면 총 10 개

의 설계 변수로 표현된 6 개의 식으로 구성되어, 흡진기 설계의 해는 ∞^4 만큼 존재하게 된다.

2.3 대각화된 강성행렬의 합성

식(7)에서 알 수 있듯이 강성행렬은 스프링 상수와 스프링축을 지나는 직선의 기하적 위치에 따라 결정됨을 알 수 있다. 식(18)과 같은 6 자유도 흡진기를 설계하기 위해서는 강성행렬이 질량중심에서 대각화가 이루어지도록 강성계를 구성하는 스프링들의 스프링 상수와 위치를 결정하는 것이 필요하다. 강성행렬을 분해하여 구성 스프링들을 찾는 방법은 많은 연구자들에 의해 연구되어져 왔다. Loncaric¹²은 스프링들로 분해가 가능한 강성행렬의 조건을 Lic 의 대수를 이용하여 구하였으며 Ciblak¹³과 Huang¹⁴, Choi¹⁵는 각각 주어진 강성행렬을 합성하는 스프링들의 스프링 상수와 방향과 위치를 결정하는 알고리즘을 제시하였다. 그러나 이러한 방법들을 대각화된 강성 행렬의 합성 문제에 적용하는 것은 실용적이지 않을 수 있다. 이는 이런 방법은 수치적 계산에 의존하므로 구해진 해가 현실적으로 실현이 어려운 위치나 스프링 상수가 가질 경우가 많기 때문이다. 대각화된 강성행렬과 같이 단순화된 문제의 경우는 오히려 설계자가 흡진기의 기본 형태에 대해 몇가지 가정을 세우는 것이 실용적이다. 따라서 본 논문에서는 Fig. 3 과 같이 스프링들이 직교하며 3 개의 스프링이 한점에서 모이는 특정한 형태를 이용한 대각화된 강성행렬을 합성하였고 이를 이용하여 6 자유도의 진동흡진기를 설계하였다.

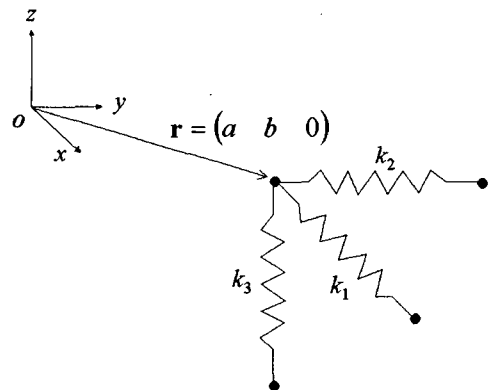


Fig. 3 Orthogonal and coincident three springs

2.4 직교 강성계를 갖는 진동흡진기의 설계

Fig. 3 과 같이 흡진기의 무게중심 G 로부터 거리가 $\mathbf{r}=(a \ b \ 0)$ 인 한 점에서 만나며 서로 직교하는 3 개의 스프링이 갖는 강성행렬은 다음과 같다.

$$\mathbf{K}_G^i = \mathbf{jkj}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & b \\ 0 & 0 & -a \\ -b & a & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_3 \end{bmatrix} \mathbf{j}^T$$

$$= \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -bk_1 \\ 0 & k_2 & 0 & 0 & 0 & ak_2 \\ 0 & 0 & k_3 & bk_3 & -ak_3 & 0 \\ 0 & 0 & bk_3 & b^2k_3 & -abk_3 & 0 \\ 0 & 0 & -ak_3 & -abk_3 & a^2k_3 & 0 \\ -bk_1 & ak_2 & 0 & 0 & 0 & a^2k_2 + b^2k_1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

Fig. 4 과 같이 좌표계의 X, Y 축에 대해서 대칭인 위치에 존재하는 총 4 개의 3 개의 스프링으로 구성된 강성계의 강성행렬들을 더하면 다음과 같이 비대각성분이 소거된다.

$$\mathbf{K}_G = \sum_{i=1}^4 \mathbf{K}_G^i$$

$$= \begin{bmatrix} 4k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4k_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4k_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4b^2k_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4a^2k_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4(a^2k_2 + b^2k_1) \end{bmatrix} \quad (20)$$

식(20)의 강성행렬을 식(18)에 적용하면 직교 강성계를 갖는 6 자유도의 진동흡진기에 대한 식은 다음과 같다.

$$4k_1 - \Omega_1^2 m = 0 \quad (21a)$$

$$4k_2 - \Omega_2^2 m = 0 \quad (21b)$$

$$4k_3 - \Omega_3^2 m = 0 \quad (21c)$$

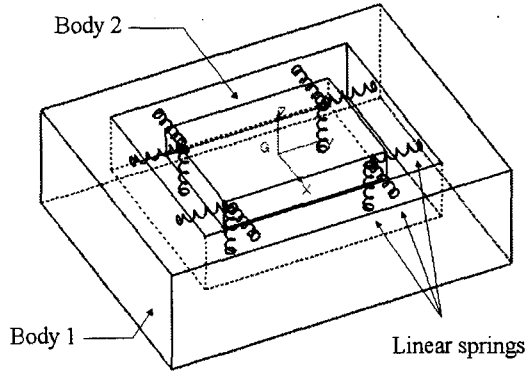


Fig. 4 Design model of proposed vibration absorber

$$4b^2k_3 - \Omega_4^2 I_x = 0 \quad (21d)$$

$$4a^2k_3 - \Omega_5^2 I_y = 0 \quad (21e)$$

$$4(a^2k_2 + b^2k_1) - \Omega_6^2 I_z = 0 \quad (21f)$$

식(21)을 이용하여 설계자는 6 개의 개별적인 자유도에 대해서 스프링 상수 $k_i (i=1,2,3)$ 값과 스프링의 위치를 나타내는 변수인 a, b 그리고 흡진기의 질량 m 과 각 축에 대한 관성모우먼트 값을 변경시킴으로서 흡진할 주파수 값들을 각각 설정하여 줄 수 있다.

3. 수치 예

강체 1 은 지면과의 사이에 임의로 주어진 탄성기반위에 놓여져 있다.(Fig. 2 참조) 탄성기반의 강성행렬은 다음과 같다.

$$\mathbf{K}_{10} = 10^8 \times$$

0.3715	0.1237	-0.1212	-0.4836	-1.0686	-0.8029
0.1237	0.1755	-0.0574	-0.2342	-0.2774	-0.0557
-0.1212	-0.0574	0.3900	0.4227	0.7864	0.7609
-0.4836	-0.2342	0.4227	1.1028	1.4286	1.3264
-1.0686	-0.2774	0.7864	1.4286	4.0424	3.0908
-0.8029	-0.0557	0.7609	1.3264	3.0908	2.9682

(22)

전체계의 원점 O 가 강체 1 의 질량중심에 있다고 하면 Table 1 과 같은 물성치를 가진 강체 1 의 관성행렬은 다음과 같다.

$$\mathbf{M}_{1O} = \text{diag}(13.338 \ 13.338 \ 13.338 \ 0.05528 \ 0.03314 \ 0.07849) \quad (23)$$

Table 1 Mass properties of body 1

$m(\text{kg})$	$I_X(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	$I_Y(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	$I_Z(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$
13.338	0.05528	0.03314	0.07849

주어진 관성행렬과 강성행렬에 대해 모우드 해석을 수행하면 160.1, 558.2, 1338.8, 22270, 32588, 128138 (Hz)의 6개의 고유진동수를 얻을 수 있다.

Fig. 5는 식(28)의 $\hat{\Psi}_{1O}$ 으로 표현된 강체 1의 공간가진에 대한 각 축 방향의 주파수 응답을 보여주고 있다. Fig. 5의 응답에 대해서 X축방향의 1차 모우드(160.1 Hz), Y축방향의 2차 모우드(558.2 Hz), Z축방향의 3차 모우드(1338.8 Hz), X축 회전방향의 2차 모우드, Y축 회전방향의 1차 모우드, Z축 회전방향의 1차 모우드를 흡진하는 진동 흡진기를 식(21)을 이용하여 설계하였다. 선정된 흡진기의 설계변수는 Table 2와 같다.

Table 2의 변수들을 사용하여 흡진기, 즉 강체 2의 관성행렬과 강성행렬을 구하면 식(25)와 같다. 식(25)은 흡진기의 무게 중심 G_2 에 대해서 대각화된 강성행렬과 관성행렬을 구한뒤 식(24)에 의해 원점 O (강체 1의 무게중심)에 대한 표현으로 변환한 결과이다.

$$\mathbf{M}_{2O} = \mathbf{E}_{G_2O}^T \mathbf{M}_{G_2} \mathbf{E}_{G_2O}, \mathbf{K}_{2O} = \mathbf{E}_{G_2O}^T \mathbf{K}_{G_2} \mathbf{E}_{G_2O}, \quad (24)$$

여기서 $\mathbf{E}_{G_2O} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{d} \times \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix}, \mathbf{d} \times = \begin{bmatrix} 0 & 0.1 & 0 \\ -0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$$\mathbf{M}_{2O} = \begin{bmatrix} 1.3300 & 0 & 0 & 0 & 0.1330 & 0 \\ 0 & 1.3300 & 0 & -0.1330 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.3300 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.13300 & 0 & 0.0273 & 0 & 0 \\ 0.13300 & 0 & 0 & 0 & 0.0320 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0419 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_{2O} = 10^6 \times \begin{bmatrix} 0.0341 & 0 & 0 & 0 & 0.0034 & 0 \\ 0 & 0.4144 & 0 & -0.0414 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2.3838 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0414 & 0 & 0.0085 & 0 & 0 \\ 0.0034 & 0 & 0 & 0 & 0.0062 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0011 \end{bmatrix} \quad (25)$$

Table 2 Selected design parameters

$m(\text{kg})$	$I_X(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	$I_Y(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$
1.33	0.014	0.0187
$I_Z(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	$k_1(\text{N}/\text{m})$	$k_2(\text{N}/\text{m})$
0.0057	8527.4	103600
$k_3(\text{N}/\text{m})$	$a(\text{m})$	$b(\text{m})$
595950	0.0142	0.0428

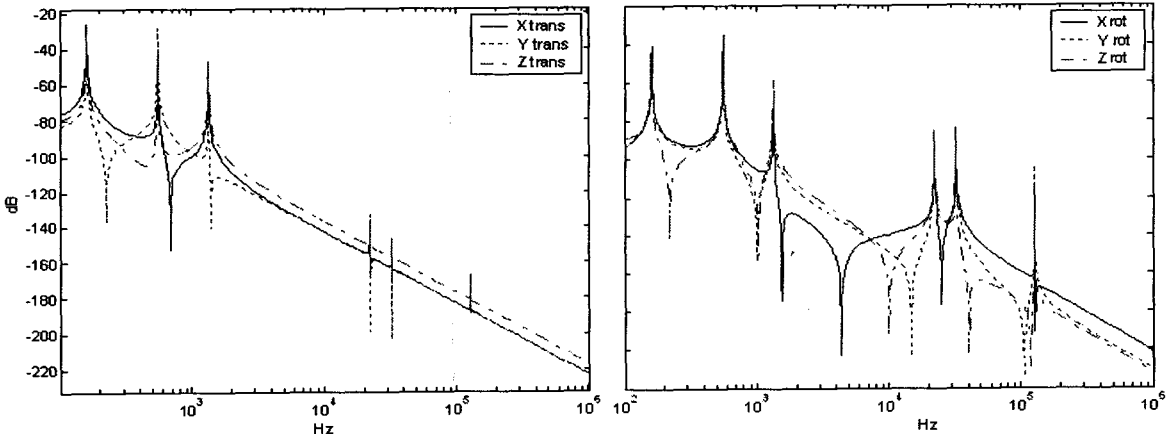


Fig. 5 Frequency response of rigid body 1

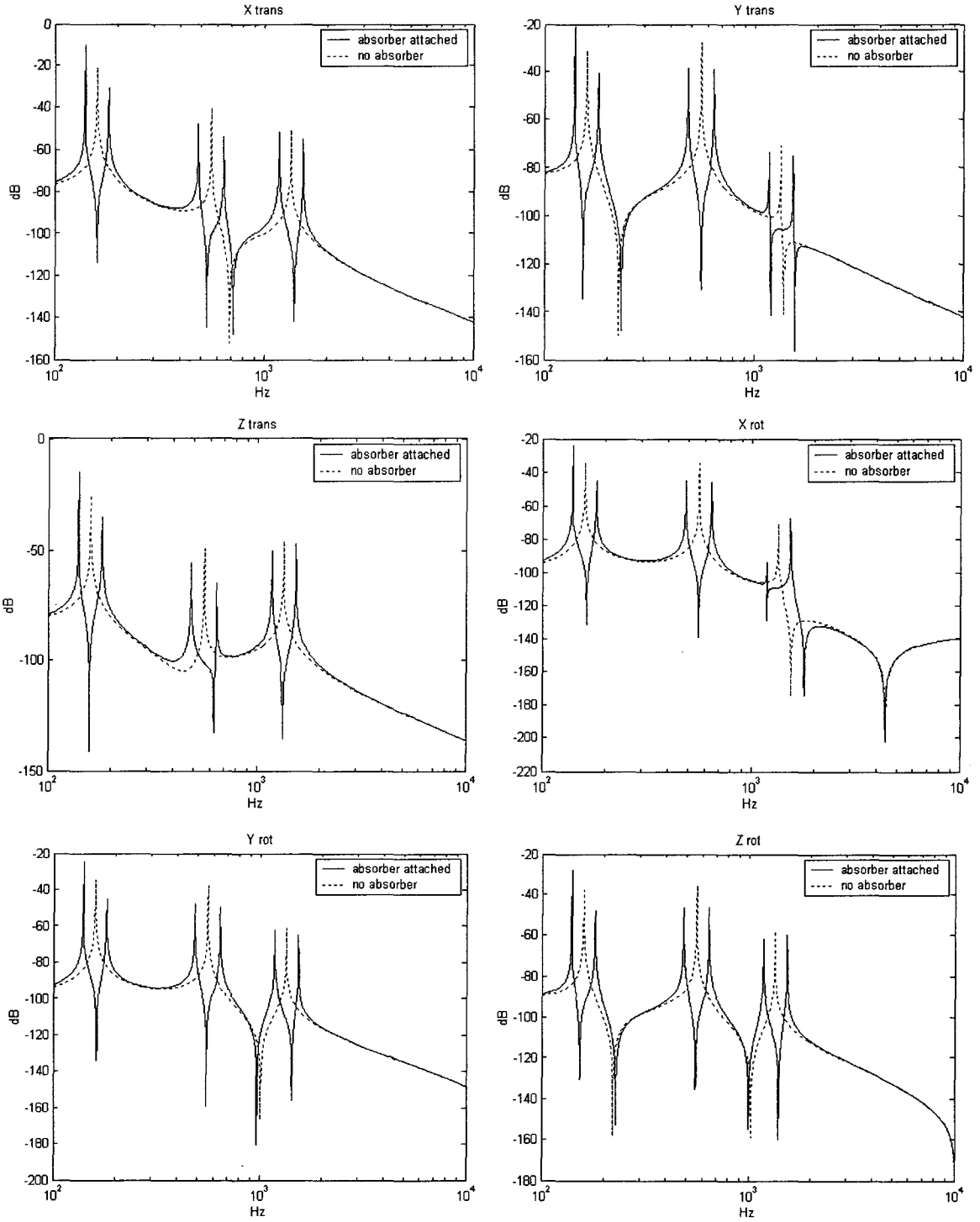


Fig. 6 Result from modal analysis

위에서 제시된 M_{10} , M_{20} , K_{10} , K_{20} 을 이용하여 방진효과를 확인하기 위해 모우드 해석을 수행하였다. 전체 관성행렬과 강성행렬은 다음과 같다.

$$M = \begin{bmatrix} M_{10} & 0_{6 \times 6} \\ 0_{6 \times 6} & M_{20} \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} K_{10} + K_{20} & -K_{20} \\ -K_{20} & K_{20} \end{bmatrix} \quad (26)$$

식(26)으로부터 12 개의 열로 구성된 모우드 벡터를 얻을 수 있다.

$$\Theta = \begin{bmatrix} X_{11}^1 & \Lambda & X_{12}^1 \\ X_{11}^2 & \Lambda & X_{12}^2 \end{bmatrix} \quad (27)$$

식(27)에서 위 첨자는 강제 번호를 가리키고 아래 첨자는 모우드 번호를 나타낸다. 위에서 구한 모우드 벡터를 이용하여 임의로 주어진 외부 가진에 대한 응답을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \hat{\Phi}_{10} \\ \hat{\Phi}_{20} \end{bmatrix} = \sum_{r=1}^{12} \frac{\begin{bmatrix} X_r^1 \\ X_r^2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \hat{\Psi}_{10} \\ \hat{\Psi}_{20} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_r^1 \\ X_r^2 \end{bmatrix}}{k_r - \omega^2 m_r}, \quad (28)$$

여기서, $\hat{\Psi}_{10} = (100 \ 100 \ 200 \ 5 \ -1 \ -2)^T$, $\hat{\Psi}_{20} = 0$ 이며 k_r 과 m_r 은 각각 $\Theta^T K \Theta$ 과 $\Theta^T M \Theta$ 행렬의 r 번째 대각원소를 나타낸다. Fig. 6 은 식(28)를 이용하여 강체 1의 원점에서 X, Y, Z 방향, X 축을 중심으로 한 회전, Y 축을 중심으로 한 회전, Z 축을 중심으로 한 회전방향에 대해서 주파수 응답을 구한 것이다. 실선은 흡진기가 설치되었을 때의 응답이며 은선은 흡진기가 없는 본래의 시스템의 응답을 나타내고 있다. 설계시에 의도하였던 대로 본래의 모우드에 존재하였던 피크(peak)가 사라지고 그 주위에 2 개의 새로운 피크가 형성되었음을 확인할 수 있다. 이는 기존의 단일자유도 진동 흡진기에서 확인할 수 있는 결과와 같다. Fig. 6 을 보면 각 축방향으로 튜닝하고자 설계한 모우드 외에 다른 축상의 동일한 주파수에 대한 응답에도 영향이 나타나고 있는 것을 볼 수 있는데 이는 강체 1의 탄성기반이 모든 축 방향으로 연성되어서 한 축 방향에 대

해서 특정주파수에서 진폭을 영(Zero)으로 만들 때 그 효과가 다른 축 방향에도 나타나기 때문이다.

4. 결론

본 논문에서는 나선이론을 이용하여 기하적 형상을 고려한 6 자유도 진동흡진기의 설계방법에 대한 이론을 제시하고, 직교하는 스프링들로 구성된 대각화된 강성행렬을 도입하여 6 자유도 진동 흡진기의 실제적인 예를 제시하였다. 또한 모우드 해석 기법을 이용하여 설계된 흡진기의 주파수 응답을 구하고 이를 통해 진폭이 영이 됨을 확인하였다. 6 자유도 진동흡진기는 새로운 개념의 기계 요소로서 원하는 모우드를 소거하기 위한 설계변수들의 조건, 설계변수의 최적화, 감쇠 행렬의 추가 등을 비롯한 추가적인 연구가 필요할 것으로 사료된다.

참고문헌

1. Vakakis, A. F., Paipetis, S. A., "The effect of a viscously damped dynamic absorbers on a linear multi-degree-of-freedom system," *Journal of Sound and Vibration* 105, pp. 49-60, 1986.
2. Sadek, F., Mohraz, B., Taylor, A. W., Chung, R. M., "A method of estimating the parameters of tuned mass dampers for seismic applications," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 26 pp. 617-635, 1997.
3. Zuo, L., Nayfeh, S. A., "Minmax optimization of multi-degree-of-freedom tuned-mass dampers," *Journal of Sound and Vibration* 272 893-908, 2004.
4. Ball, R. S., "The Theory of Screws," Cambridge University Press, 1900.
5. Dimentberg, F. M., "The Screw Calculus and its Application in Mechanics," Foreign Technology Division, Wright-Patterson Air Force Base, Ohio. Document No. FTD-HT_23-1632-67, 1965.
6. Blanchet, P., Lipkin, H., "Vibration Centers for Planar Motion," ASME 1996 Design Engineering Technical Conferences, August 18-22, Irvine, 1996.
7. Dan, B. J., Choi, Y. J., "Vibration Analysis via

Screw Theory with Application to the Design of Information Storage Device,” Trans. of the KSME(A), Vol. 23, No. 2, pp. 155-165, 1999.

8. Dan, B. J., Choi, Y. J., “Vibration Stabilization of the Tracking System of an Optical Disc Drive,” Journal of KSPE, Vol. 16, No. 1, pp. 191-199, 1999.
9. Blanchet, P., Lipkin, H., “A New Design Methodology for Planar Vibration Absorbers,” ASME 1999 Design Engineering Technical Conferences, September 12-16, Las Vegas, DETC’99/VIB-8214, 1999.
10. Duffy, J., “Statics and Kinematics with Applications to Robotics,” Cambridge University Press, 1996.
11. Choi, Y. J., “Kinematic and Static Analyses of Robots via Screw Theory,” Journal of the KSME, Vol. 31, No. 7, pp. 616-625, 1991.
12. Loncaric, J., “Normal Forms of Stiffness and Compliance Matrices,” IEEE Journal of Robotics and Automation, RA-3, 1987.
13. Ciblak, N., Lipkin, H., “Synthesis of Cartesian stiffness for robotic applications,” IEEE Conference Robotics and Automation, May 10-15, 1999, Detroit, Michigan, pp. 2147-2152, 1999.
14. Huang, S., Shimmels, J. M., “The bounds and realization of spatial stiffness achieved with simple springs connected in parallel,” IEEE trans. Robotics and Automation, Vol. 14, No. 3, pp. 466-475, 1998.
15. Choi, K., Jiang, S., Li, Z., “Spatial stiffness realization with parallel springs using geometric parameters,” IEEE Trans. Robotics and Automation, Vol. 18, No. 3, 2002.

부록

강체 1 과 강체 2 의 질량중심 $G_i (i=1,2)$ 에 대해 서 표현된 렌치 $\hat{\Psi}_{G_i}$ 와 트위스트 $\hat{\Phi}_{G_i}$ 는 전체 시스템의 원점 O 에 대해서 다음과 같은 변환을 이용하여 표현할 수 있다.

$$\hat{\Psi}_O = \mathbf{e}_{G_i O}^T \hat{\Psi}_{G_i}, \quad \hat{\Phi}_O = \mathbf{E}_{G_i O}^T \hat{\Phi}_{G_i}, \quad (A1)$$

여기서,

$$\mathbf{E}_{G_i O} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{r}_{G_i O} \times \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{E}_{G_i O}^T = \mathbf{e}_{G_i O}^{-1}.$$

이며, $\mathbf{r}_{G_i O}$ 는 G_i 에서 전체계의 원점 O 로의 벡터이다.

각 강체의 질량중심 $G_i (i=1,2)$ 에 대해 표현된 강성행렬과 관성행렬을 전체계의 원점 O 에 대해 표현하기 위한 평행축 합동변환은 다음과 같다.

$$\mathbf{M}_{iO} = \mathbf{E}_{G_i O}^T \mathbf{M}_{G_i} \mathbf{E}_{G_i O}, \quad \mathbf{K}_{iO} = \mathbf{E}_{G_i O}^T \mathbf{K}_{G_i} \mathbf{E}_{G_i O} \quad (A2)$$