

반복 구조로 구성된 3 차원 보의 유효 강성 계산

정일섭[#]

Evaluation of Effective Stiffness for 3D Beam with Repeated Structure

Ilsup Chung[#]

ABSTRACT

Analysis of structures which are composed of numerous repeated unit structures can be simplified by using homogenized properties. If the unit structure is repeated in one direction, the whole structure may be regarded as a beam. Once the effective stiffness is obtained from the analysis of the unit structure in a proper way, the effort for the detail modeling of the global structure is not required, and the real structure can be replaced simply with a beam. This study proposes a kinematical periodicity constraint to be imposed on the FE model of the unit structure, which improves the accuracy of the effective stiffness. The method is employed to a one dimensionally arrayed 3D structure containing periodically repeated un-symmetric holes. It is demonstrated that the deformation behavior of the homogenized beam agrees well with that of the real structure.

Key Words : Repeated Structure(반복 구조), Homogenization(균질화), 3D Beam(3 차원 보), Effective Stiffness(유효 강성), Periodicity Constraint(주기성 구속), FEM(유한요소법)

1. 서론

각종 공학적 응용 분야에서 불균질성이 주기적으로 분포된 재료나 혹은 단위구조가 규칙적으로 반복되어 전체 구조물을 구성하는 경우를 흔히 찾을 수 있다. 이들의 해석을 위하여 그 상세 구조를 모델링하는 방법은 많은 경우 현실적이지 못하며, 대신에 문제 영역을 단순히 균질한 고체로 가정하고 여기에 유효 물성치를 적용하는 소위 균질화 기법이 사용된다.

균질화 물성치는 단위정(unit cell)의 해석을 통해 구해질 수 있는데, 일반적으로 복잡한 형상이나 재료의 특성으로 인하여 이를 해법이 용이하지 않

으며 따라서 수치적 방법이 주로 이용된다. 이에 관한 다수의 연구 결과가 발표되었으며, Anthoine¹과 Chung²⁻⁵은 균일 응력장의 평면 문제에서 변형률의 분포가 주기적 성질을 가짐에 착안하여 단위 정에 적절한 운동 구속 조건을 부여함으로써 정확한 상당 물성치를 구할 수 있음을 보였다.

이러한 균질화 기법의 필요성은 불균질성 재료 혹은 단위 구조가 일차원적으로 반복 배열된 보의 경우에서도 동일하다. Pala 와 Özmen⁶은 내진 설계를 위한 구조물의 해석에 보의 유효 강성을 적용하였으며, Anthoine⁷ 등은 철근 콘크리트 보의 손상 해석에서 3 차원 보의 유효 물성치를 구하였다. 또한, Burgardt 와 Cartraud⁸는 격자형 트러스 구

접수일: 2005년 1월 25일; 게재승인일: 2005년 5월 13일

교신저자: 영남대학교 기계공학부

E-mail: ilchung@yu.ac.kr Tel. (053) 810-3525

조물의 해석에서 단위정을 정의하고 이로부터 유효 강성을 구하였다. 한편, Chung⁹은 보에 균일 단면 하중이 가해질 때, 변형률이 주기적으로 반복된다는 사실로부터 주기성 구속식을 구하고, 이를 면내 보(beam in plane)에 적용하여 정확한 유효 강성을 구할 수 있음을 보였다.

본 연구에서는 3 차원의 단위 구조가 한 방향으로 배열되어 거시적으로는 3 차원 보(beam in space)로 간주되는 구조물의 유효 강성 계산에 적용할 수 있는 주기성 구속식(periodicity constraint)을 제시하고자 한다. 모든 경계가 인접한 재료 혹은 구조물에 의하여 구속되는 문제와는 달리, 단위정이 1 차원적으로만 배열되는 경우에는 단위정의 면 들은 길이 방향으로만 인접 단위정과 접하고 나머지는 자유 경계가 되므로, 일반적인 3 차원 고체의 균질화 기법을 그대로 적용할 수는 없다. 또한, 평면 혹은 3 차원 고체의 균질화에서 가정하는 균일 응력장의 개념 또한 균일 단면 하중 개념으로 수 정되어야 한다.

제시된 운동 구속식을 단위정의 유한 요소 모델에 적용하여, 길이 방향 축에 대하여 비대칭적인 형상의 기공이 주기적으로 배열된 3 차원 보의 균질화 강성을 구하였다. 또한, 이를 외팔보의 변형 해석에 적용하여 상세 모델의 FE 해석 결과와 비교하였다.

2. 3 차원 보의 주기성 구속식

2.1 3 차원 보의 거동

3 차원 보의 구조적 특성은 축 방향 하중과 굽힘 모멘트에 대한 강성으로 나타낼 수 있으며, 그 변형 거동은 식(1)로 표현된다.

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ M_y \\ M_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \kappa_y \\ \kappa_z \end{Bmatrix} \quad (1a)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \kappa_y \\ \kappa_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_x \\ M_y \\ M_z \end{Bmatrix} \quad (1b)$$

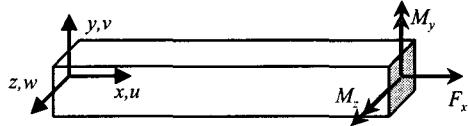


Fig.1 Sign convention of displacements and section loads

여기서 ε_{xx} 와 κ 는 보의 평균 길이 변화율과 곡률이며, F 와 M 은 보의 단면 하중으로서 축 방향 힘과 굽힘 모멘트를 각각 의미한다. 기준 좌표계, 단면 하중 및 변위의 방향은 Fig. 1에 보인 것과 같다. 이 때, 보의 구조적 특성이 xy 평면과 yz 평면에 대하여 비대칭인 경우에는 인장과 굽힘 사이 및 y 방향 굽힘과 z 방향 굽힘에 각각 커플링 효과가 발생되므로 강성 행렬과 유연도 행렬의 대각선 이외의 항들도 모두 0이 아니다.

2.2 주기성 구속식

2 차원 배열의 평면 문제에서 균일한 거시적 응력장을 가정하고 균질화 물성치를 구하였던 것과 유사하게, 보의 경우에는 균일한 단면 하중 분포하의 단위정의 거동으로부터 식(1)의 C_{ij} 와 S_{ij} 를 구할 수 있다.

단위정들이 한 방향으로 배열된 보에 균일한 단면 하중이 가해 진다면, 각 단위정의 변형률 성분은 항상 단위정의 길이를 주기로 하여 반복적이므로, 식(2)가 만족되어야 한다.

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_A - \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_B = 0 \quad (2a)$$

$$\left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)_A - \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)_B = 0 \quad (2b)$$

$$\left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)_A - \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)_B = 0 \quad (2c)$$

$$\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)_A - \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)_B = 0 \quad (2d)$$

$$\left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)_A - \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)_B = 0 \quad (2e)$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)_A - \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)_B = 0 \quad (2f)$$

여기서 A 와 B 는 Fig. 2에 보인 것과 같이 단위정의

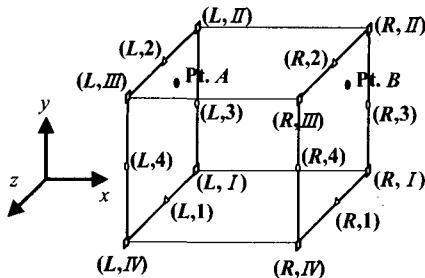


Fig.2 A unit cell for a 3D beam with corresponding points and reference points indicated

양 단면에 놓인 상응(corresponding) 점들로서 서로 동일한 y 및 z 좌표를 가진다. 먼저, 식(2d)의 y 에 대한 미분으로부터 식(2b)의 x 에 대한 미분을 빼면 식(3a)를 얻는다. 유사한 방법으로 식(2c)과 (2f)로부터 식(3b)을 구할 수 있다.

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)_A - \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)_B = 0 \quad (3a)$$

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)_A - \left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)_B = 0 \quad (3b)$$

식(3a)와 (3b)를 모두 만족하는 u 의 분포는

$$u_A - u_B = c_1 yz + c_2 y + c_3 z + c_4 \quad (4)$$

의 형태가 됨을 쉽게 알 수 있다. Anthoine⁷ 등은 y 와 z 에 대한 일차식 즉 $c_1=0$ 을 가정하였으나, 이는 보의 구조가 xy 평면과 xz 평면에 대하여 대칭인 경우에만 적용할 수 있다. Fig. 2 와 같이 단면에서 임의의 기준점 쌍(pair) 4 개를 선택하고 이들의 좌표와 변위를 이용하여 식(4)를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$u_A - u_B = [yz \quad y \quad z \quad 1] [A]^{-1} \{ \Delta U \} \quad (5)$$

$$[A] = \begin{bmatrix} y_I z_I & y_I & z_I & 1 \\ y_{II} z_{II} & y_{II} & z_{II} & 1 \\ y_{III} z_{III} & y_{III} & z_{III} & 1 \\ y_{IV} z_{IV} & y_{IV} & z_{IV} & 1 \end{bmatrix}, \quad \{ \Delta U \} = \begin{bmatrix} u_I^L - u_I^R \\ u_{II}^L - u_{II}^R \\ u_{III}^L - u_{III}^R \\ u_{IV}^L - u_{IV}^R \end{bmatrix}$$

식(2a)와 (2d)로부터 식(6a)를 식(2a)와 (2f)로 부

터 식(6b)를 구할 수 있으며, 이는 상응 점에서의 곡률이 서로 동일함을 의미한다.

$$\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\right)_A - \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\right)_B = 0 \quad (6a)$$

$$\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)_A - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)_B = 0 \quad (6b)$$

식(2c)의 y 에 대한 미분과 식(2e)의 z 에 대한 미분의 차이로부터 구해지는 식(7)은 식(8)과 같이 표현되며, Fig. 2 의 기준점 쌍 $(L,3)$ 과 $(R,3)$ 및 $(L,4)$ 와 $(R,4)$ 의 변위로 표현하면 식(9)와 같다.

$$\left(\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right)_A - \left(\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right)_B = 0 \quad (7)$$

$$v_A - v_B = c_5 z + c_6 \quad (8)$$

$$v_A - v_B = \frac{1}{z_4 - z_3} [z_4 - z \quad z - z_3] \begin{bmatrix} v_3^L - v_3^R \\ v_4^L - v_4^R \end{bmatrix} \quad (9)$$

유사한 방법으로 Fig. 2 의 점 $(L,1)$, $(L,2)$, $(L,3)$, $(L,4)$ 의 변위를 이용하여 식(2b)와 (2e)로부터 식(10)을 유도할 수 있다.

$$w_A - w_B = \frac{1}{y_2 - y_1} [y_2 - y \quad y - y_1] \begin{bmatrix} w_1^L - w_1^R \\ w_2^L - w_2^R \end{bmatrix} \quad (10)$$

식(5), (9) 및 (10)이 바로 단위정 유한 요소 모델의 x 방향 단면에 위치한 절점에 가해질 주기성 구속식이며, 이를 통해 변형률장의 주기적 분포를 인위적으로 구현할 수 있게 된다.

단면에 위치한 절점의 개수가 증가함에 따라 구속식을 부가하는 작업에 매우 긴 시간을 소모하게 되는데, 본 연구에서는 단위정 모델 데이터 파일로부터 절점의 좌표를 읽고 상응 절점을 찾은 뒤 미리 지정된 기준 절점쌍을 이용한 구속식을 FE 해석용 입력 파일의 양식에 맞추어 생성하는 프로그램을 작성하여 사용하였다.

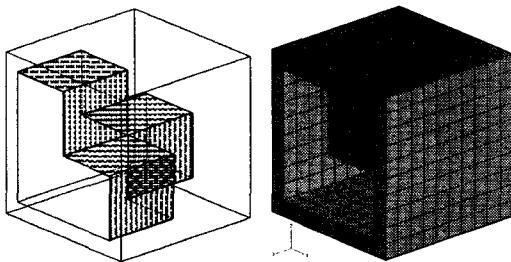


Fig. 3 Geometry and FE model of a unit cell

3. 보의 유효 강성

3.1 단위정 모델

앞 절의 주기성 구속식을 적용한 균질화의 예를 보이기 위하여 기공이 규칙적으로 배열된 보에 대한 계산을 수행하였다. 단위정의 형상과 그 해석을 위하여 사용한 유한 요소 모델은 Fig. 3 과 같다. 여기서 기공은 xy , yz , zx 평면에 대하여 모두 비대칭 형상이다. 기공 사이의 간격과 보의 높이 및 두께를 1로 하여 모든 단위정 모서리의 길이는 1이다. 단위정 모델은 680 개의 20 절점 요소로 구성되어 총 절점 수는 3988 개이며, 주기성 구속식이 적용되는 좌, 우측 경계 면에는 각각 341 개의 절점이 위치한다. 이 가운데 Fig. 2 와 같이 각 모퉁이의 절점과 모서리 중앙에 위치한 절점들을 기준 절점으로 선택하였다. 재료의 탄성계수는 1, 푸아송 비는 0.25로 하였다.

3.2 유효 강성

변형률의 주기성을 고려하지 않고 균질화 물성치 혹은 강성을 계산할 때 흔히 사용되는 방법은 단위정의 경계 면에 균일 응력을 가하고 이로 인한 평균 변형을 계산하여 가해진 응력과의 관계로부터 유연도 행렬을 구하거나, 또는 모서리에 균일 변형장을 가하고 그 반력의 평균값으로부터 강성 행렬을 구하는 방법이다. 보의 경우에는 Fig. 4 의 (a-c)와 같이 균일한 축 방향 변위와 균일한 회전 변위를 모서리의 모든 절점에 가하고 그 반력을 부터 축 방향 하중 F_x 와 굽힘 모멘트 M_y 및 M_z 를 계산하여 식(1a)의 강성 행렬을 구할 수 있다. 그러나, 이 방법의 문제점은 균일한 단면 하중이 가해진 보에서 단위정 경계면의 변위 분포가 이처럼 단순한 직선형이 아니라는 데 있으며, 이는 구해진

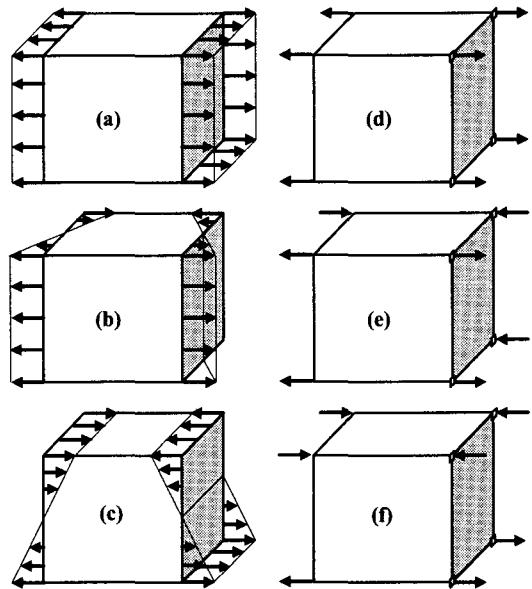


Fig. 4 Boundary conditions to evaluate effective stiffness from analysis of a unit cell: (a) & (d) extension, (b) & (e) bending in y -dir., (c) & (d) bending in z -dir. (periodicity constraint imposed in (d), (e) & (f).)

강성의 오차를 유발하게 된다.

반면에, 주기적 운동 구속식으로 모서리 절점의 변위를 구속한 경우에는 Fig. 4 의 (d-f)와 같이 기준 절점에만 ε_{xx} , K_y 및 K_z 에 해당하는 변위 성분을 가하면 된다.

먼저, Fig. 3 의 단위정에 주기성 구속을 부여하고, Fig. 4 (d), (e) 및 (f)의 변형을 가하여 기준 절점의 반력을 구하였다. 그 결과를 이용하여 식(1a)의 강성 행렬을 계산하였는데, 그 역행렬인 유연도 (flexibility) 행렬은 아래와 같다.

$$[S_{ij}] = \begin{bmatrix} 2.7901 & 3.7166 & 1.4838 \\ 3.7164 & 32.7742 & -1.8827 \\ 1.4838 & -1.8823 & 19.2384 \end{bmatrix} \quad (11)$$

수치 오차로 인하여 미소한 차이가 있으나 유연도 행렬은 대칭임을 보이며, 보에 포함된 기공의 비대칭성으로 인하여 인장과 각 굽힘 성분 간의 커플링이 존재함을 알 수 있다.

주기성 구속식을 부여하지 않고 Fig. 4 의 (a), (b), (c)의 경계 조건을 가하여 구한 유연도 행렬은 식(11)의 값과는 상이함을 Fig. 5 에서 알 수 있다.

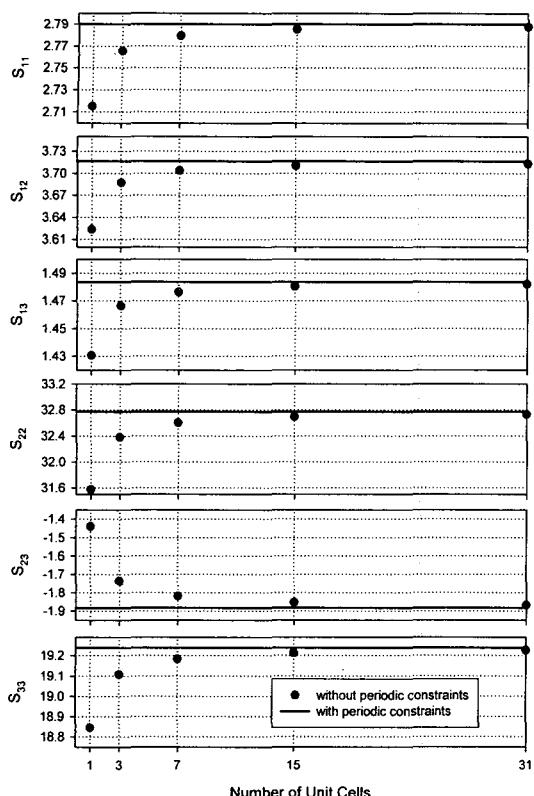


Fig.5 Comparison of flexibility matrix components from linear displacement boundary condition with those from periodicity-constrained single cell analysis

한 개의 단위정을 사용하는 경우, $S_{11}, S_{12}, S_{13}, S_{22}, S_{23}, S_{33}$ 의 식(11)의 성분에 대한 오차의 크기는 각각 2.68%, 2.50%, 3.59%, 3.65%, 23.45%, 2.04%이다. 한 개의 단위정 대신에 그 숫자를 늘려감에 따라 유연도 행렬은 주기성 구속식을 부여한 결과에 근접한다. 그러나, 21080 개의 20 절점 요소로 구성된 31 개의 단위정 모델을 사용한 경우에도 여전히 오차가 남아 있음을 Fig. 5에서 볼 수 있다. 이는 직선형 변위 분포 경계 조건이 부여된 단위정의 변위가 실제 균일 단면 하중하의 변형과 상이하기 때문에, 주기성 구속식이 부여되지 않고는 피할 수 없는 오차이다.

위의 오차의 크기는 내재된 불균질성의 특성에 의존하는 것이므로 경우에 따라서는 그 정도가 훨씬 심화될 수 있다. 정사각형 배열된 원공을 가지는 평판에 대한 Meguid¹⁰ 등의 점근적 (asymptotic) 균질화 기법의 연구 결과에서는 변형률의 주기성

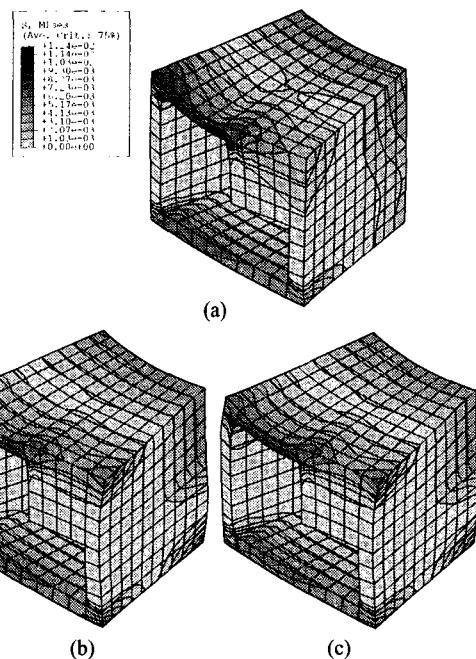


Fig.6 Deformed shape and distribution of von Mises stress under bending in y-dir.: (a) single cell under uniform curvature, (b) single cell under periodicity constraint, (c) middle cell of 31 cell model

을 고려하지 않는 경우 기공율이 커짐에 따라 균질화 물성치의 오차가 증가함을 보인 바 있다. 그 이유는 단위정 모서리의 변형이 심한 곡률을 가지게 되기 때문인데, 보의 경우에도 실제 단위정 경계면의 변형이 Fig. 4(a, b, c)에서 가정한 직선 형태에서 벗어날수록 오차가 커짐은 쉽게 예측할 수 있다.

본 연구에서 사용한 Fig. 3의 단위정의 변형 모양과 von Mises 응력의 분포를 Fig. 6에 보였다. 그림의 (a)는 Fig. 4(a)의 경우에 해당하는 것으로 Fig. 6(b)의 주기성 구속을 부여한 단위정의 해석 결과와 상이함을 보인다. 한편 31 개의 단위정을 모델링하고 양단의 단면에 Fig. 4(a)의 경계 조건을 가하여 해석한 결과 중 모델의 중앙에 위치하여 균일 단면 하중 상태에 가장 가깝다고 여겨지는 16 번째 단위정의 변형과 응력 분포는 Fig. 6(c)에 보인 바와 같이 Fig. 6(b)와 매우 유사한 결과를 보이고 있다.

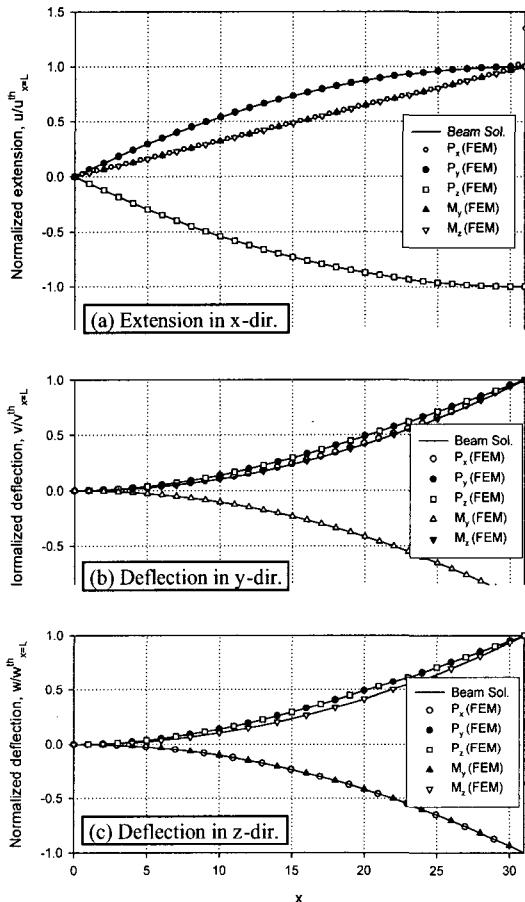


Fig.7 Displacements normalized by those at the free end of 31 cell cantilever beam subject to end loads

4. 유효 강성을 이용한 보의 변형 해석

앞 절에서 구해진 보의 유효 강성을 이용하여 31 개의 단위정이 반복된 보의 변형을 계산하였다. 좌단이 고정된 외팔보의 반대쪽 자유단에 축 방향 하중 P_x , 전단 방향 하중 P_y 와 P_z , 집중 모멘트 M_y 와 M_z 가 가해질 때 보의 변형은 식(1b)를 사용하여 아래와 같이 구할 수 있다.

$$u^{th} = \left\{ S_{11}P_x + S_{12}M_y + S_{13}M_z + \frac{S_{12}P_z - S_{13}P_y}{2}(x-2l) \right\} x$$

$$v^{th} = \left\{ S_{13}P_x + S_{23}M_y + S_{33}M_z + \frac{S_{23}P_z - S_{33}P_y}{6}(x-3l) \right\} x^2$$

$$w^{th} = - \left\{ \frac{S_{12}P_x + S_{22}M_y + S_{23}M_z}{2} + \frac{S_{22}P_z - S_{23}P_y}{6}(x-3l) \right\} x^2$$

여기서 l 은 외팔보의 길이를 나타내며, 본 해석에서 길이가 1 인 31 개 단위정으로 구성된 보를 대상으로 하였으므로 그 크기는 31 이다. 각각의 하중 성분에 대하여 계산된 보의 위치 별 변형을 외팔보 끝단의 변형량의 크기로 정규화한 결과를 Fig. 7에 실선으로 표시하였다.

그림의 기호는 모든 기공이 실제 형상대로 모델링된 유한 요소 해석의 결과를 나타낸다. 모든 결과는 보의 중앙에 놓인 절점들의 변위인데, 역시 이론해의 외팔보 자유단 변형 크기로 정규화한 것이다. 대체로 이론해와 매우 잘 일치하여 본 연구에서 제시한 주기성 구속식을 사용하여 구한 유효 강성이 매우 정확함을 알 수 있다. 다만, Fig. 7(a)의 P_x 하에 발생된 x 방향 변위를 보면 외팔보의 자유단에 놓인 단위정에서 이론 값과의 차이가 크게 증가하고 있는데, 이는 집중 하중이 가해짐에 따른 국부적 변형이 발생한 결과이다. 상세 구조에 따라 그 정도에는 차이가 있으나, 이러한 현상은 미시적 구조에 대한 평균적 성질을 구하고 이를 단순한 형태의 재료 혹은 구조물로 대체하는 균질화 방법에서는 항상 나타날 수 있다. 그러나, 구조물에 하중이 한 점에 집중되도록 설계하는 경우는 없으므로 본 방법은 여전히 유용한 것이라 판단된다. 만약 이러한 하중의 집중이 불가피하다면, 하중 부위에는 상세 모델을 사용하고 나머지 부분에는 유효 강성을 적용한 단순 모델을 조합함으로써 해결될 수 있을 것이다.

5. 결론

본 연구에서는 동일한 3 차원 구조가 한 방향으로 반복되어 구성되는 보의 유효 강성을 계산하기 위한 방법을 제시하였다.

균일한 단면 하중이 가해지는 경우 보에 발생하는 변형률은 단위 구조의 길이와 같은 주기를 가지고 반복된다. 이 사실로부터 단위정의 경계면에 놓인 절점의 변위 성분들이 만족하여야 하는 주기성 구속식을 유도할 수 있었다.

균질화를 위하여 흔히 사용되는 균일 변형장

경계 조건은 실제 구조물내의 단위정의 거동과는 상이하므로 오차가 내재될 수 밖에 없다. 오차의 정도는 단위정 내의 상세 구조에 따라 다르나, 이를 완화할 수 있는 방법은 다수의 단위정을 사용하는 것이다. 그러나, 주기성 구속식을 적용하면 단지 한 개의 단위정 모델 해석만으로 매우 정확한 유효 강성을 구할 수 있다.

비대칭형 기공이 포함된 3 차원 보의 예에 대하여 유효 강성을 구하고, 이를 이용한 외팔보 문제의 해를 상세 모델의 유한 요소 해석 결과와 비교하여, 보의 변형 거동이 잘 일치됨을 확인하였다.

엄밀히 말하자면, 본 연구에서 주기성 구속식을 구하기 위하여 가정한 변형률의 반복 조건은 단면의 전단 하중이 균일한 경우에는 더 이상 성립되지 않는다. 그 이유는 균일 전단 하중은 항상 불균일 굽힘 모멘트를 수반하기 때문이다. 따라서 보의 처짐에 대한 전단 변형의 영향이 현저한 경우에는 오차가 증가할 것으로 보인다. 그러나, 앞에서 보인 외팔보의 경우 그 영향은 미미하였다.

후 기

이 논문은 2005년도 두뇌한국 21 사업에 의하여 일부 지원되었음.

참고문헌

- Anthoine, A., "Derivation of the In-Plane Elastic Characteristics of Masonry through Homogenization Theory," Int. J. Solids Structures, Vol. 32, No. 2, pp. 137-163, 1995.
- Chung, I., "Evaluation of In-Plane Effective Properties of Circular-Hole Perforated Sheet," J. of KSPE, Vol. 21, No. 1, pp. 181-188, 2004.
- Chung, I. and Chai, Y.S., "Evaluation of Elastic and Creep Properties of Perforated Materials by Finite Element Analysis Imposing Periodic Boundary Conditions," APCFS'04, Jeju, Korea, p. 181, 2004.
- Chung, I., "Evaluation of Effective In-Plane Elastic Properties by Imposing Periodic Displacement Boundary Conditions," Tran. of KSME A, Vol. 28, No. 12, pp. 1950-1957, 2004.
- Chung, I., "Evaluation of Effective Orthotropic Creep Parameters for Perforated Sheets," J. of KSPE, Vol. 22, No. 2, pp. 79-88, 2005.
- Pala, S. and Ö zmen, G., "Effective Stiffness of Coupling Beams in Structural Walls," Computers & Structures, Vol. 54, No. 5, pp. 925-931, 1995.
- Anthoine, A., Guedes, J. and Pegon, P., "Non-linear Behavior of Reinforced Concrete Beams: From 3D Continuum to 1D Member Modeling," Computers & Structures, Vol. 65, No. 6, pp. 949-963, 1997.
- Burgardt, B. and Catraud, P., "Continuum Modeling of Beamlike Lattice Trusses Using Averaging Methods," Computers & Structures, Vol. 73, pp. 267-279, 1999.
- Chung, I., "Homogenized Stiffness of Beams with Periodically Repeated Structure," Tran. of KSME A, submitted.
- Meguid, S. A., Kalamkarov, A. L., Yao, J. and Zougas, A., "Analytical, Numerical and Experimental Studies of Effective Elastic Properties of Periodically Per-forated Materials," J. of Engineering Materials and Technology, Tran. ASME, Vol. 118, No. 1, pp. 43-48, 1996.