〈 논문 〉

볼 베어링을 이용하는 직선 운동 가이드의 진동 해석 및 응용

최재석*· 유정훈†· 이용섭**· 김윤영***· 이동진****· 이성진****

(2004 년 12 월 10 일 접수, 2005 년 5 월 3 일 심사완료)

Vibration Analysis and Its Application of a Linear Motion Guide Supported by Rolling Ball Bearings

Jae Seok Choi, Jeonghoon Yoo, Yong-sub Yi, Yoon Young Kim, Dong Jin Lee and Sung Jin Lee

Key Words : Linear Motion Guide(직선 운동 가이드), Ball Bearing(볼 베어링), Hertz Contact(헤르츠 접촉), Sensitivity(민감도), Eccentricity(편심)

Abstract

This research investigates dynamic characteristics of a linear motion (LM) guide through a experimental result and theoretical analysis. The stiffness in the LM guide is determined by the preloading due to the minus clearance between the ball bearing and the contact surface and it can be derived by Hertzian contact theory and the nonlinear motion of equation. The vibration analysis is performed using Lagrange equations and its result agrees with the experiment result. Using the sensitivity analysis on design parameters such as the contact angles of ball bearings and the eccentricity of mass center, the variation of the natural frequencies can be predicted.

1. 서 론

최근 각종 전자 기기들이 소형화, 정밀화됨에 따라서 생산장비의 해석 및 설계 능력이 중요시되고 있다. 직선 운동 가이드(Linear motion (LM) guide)는 직선 왕복 운동을 하는 생산장비의 이송부를 담당하는 기구로써, 반도체와 HDD와 같은 초정밀 생산 장비 시스템에 많이 사용된다. 특히 볼 베어링을 사용하는 LM 가이드는 기존의 미끄럼 가이드(sliding guide)에 비해 위치 결정도가 높고, 고속 운동이 가능하며 강성이 높은 장점을 가지고 있다.

LM 가이드의 동적 해석은 크게 두 가지로 분류할 수 있다. 이송 방향의 병진(translation) 모드에 대한 해석과 이 방향을 제외한 롤링(rolling), 요잉(yawing), 피칭(pitching), 바운싱(bouncing), 고차 롤링(high-rolling) 모드에 대한 해석으로 나누어진다. 병진 모드는 프리 슬라이딩(pre-sliding), 스틱-슬립(stick-slip), 히스테리시스(hysteresis) 등 여러 비선형적 인자가 이송 방향의 강성으로 작용하여 나타나는 모드이다.[1,2] 따라서 그 현상이 매우 복잡하고 비선형성이 강하기 때문에 고유 진동수의 이론적인 예측은 어려운 실정이다.

이송 방향을 제외한 나머지 강체 모드들은 Fig. 1에서 보듯이 LM 블록과 레일 사이에 위치한 볼 베어링이 접촉 요소로써 작용하면서, Hertz 접촉 이론[3]에 따른 강성을 가지게 됨으로써 나타나는 모드들이다. 본 연구에서는 이송 방향을 제외한 5 가지 강체 모드의 진동 해석에 초점을 맞추었다.

LM 가이드에 대한 진동 해석은 최근에 Ohta에 의해서 이루어진 바 있다.[4,5] 그는 실험으로부터 얻은 볼 베어링의 강성값을 이용하여 이론적인 해석과 유한요소 해석을 수행하였다. 또한 면-볼-면의 2자유도 접촉 모델을 바탕으로 한 볼 베어링의 엄밀한 비선형 진동 해석이 다른 연구 그룹에 의해서 진행되어 왔다.[6,7]

† 책임저자, 회원, 연세대학교 기계공학부
E-mail : yoojh@yonsei.ac.kr
TEL : (02)2123-2859, FAX : (02)362-2736
* 연세대학교 대학원 기계공학과
** 서울대학교 대학원 기계항공공학부
*** 서울대학교 기계항공공학부
**** 삼성전자 메카트로닉스센터

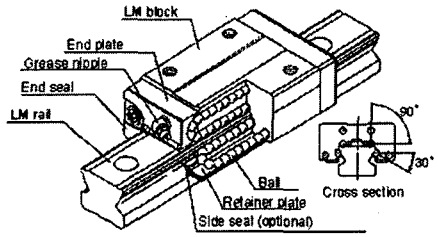


Fig. 1 LM guide

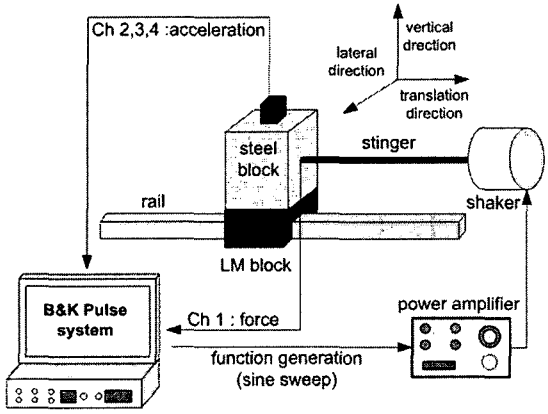


Fig. 2 Configuration of experimental set-up

Hertz 접촉 이론은 지금까지 정적인 관점에서 접촉 영역에서 발생하는 응력 등을 구하는데 주로 이용되었다.[8] 본 연구에서는 Hertz 접촉 이론과 비선형 운동 방정식을 이용해 볼 베어링의 선형적인 강성과 고유 진동수를 계산하였으며 그 값을 실험 결과와 비교하였다. 또한 볼 베어링과 그루브의 곡률 반경, 볼 베어링의 접촉각 등의 설계 인자와 질량 중심의 편심에 의한 고유 진동수의 변화를 살펴보았다.

2. 실험 장치 및 실험 결과

2.1 실험 장치

본 연구의 실험 대상은 가상 질량(dummy mass)인 스틸(steel) 블록과 LM 블록의 결합체이다. 실험에 사용된 LM 가이드(SSR15-XW)는 THK사의 제품으로 볼 리테이너(retainer)를 채용하였으며 P급의 정밀도를 가지고 있다.

진동 실험은 이송(translation) 방향, 횡(lateral) 방향, 수직(vertical) 방향의 세 방향에 대하여 0~2500*Hz* 범위의 사인 스윕(sine sweep) 가진에 의해 이루어졌다. 3축 가속도계를 스틸 블록 세 면의 네 모서리에 각각 부착하여 측정하였으며, 총 36회의 실험이 수행되었다.

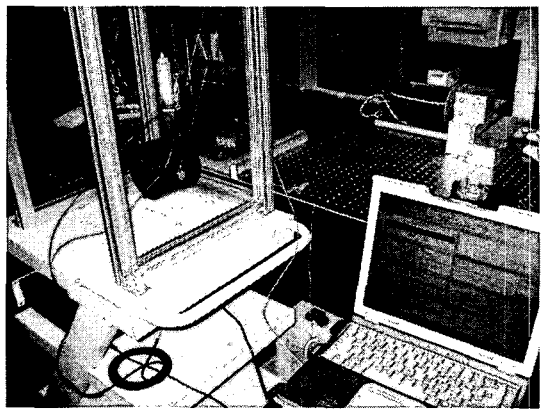


Fig. 3 Test Rig(Axial excitation)

Fig. 2는 가진기, 신호 발생기, 측정을 위한 변환기가 결합된 펄스(Pulse) 시스템과 파워 증폭기(power amplifier) 등으로 구성된 전체 시스템의 기능적인 연결 배치도이며 Fig. 3은 이송 방향의 가진 실험을 보여주고 있다.

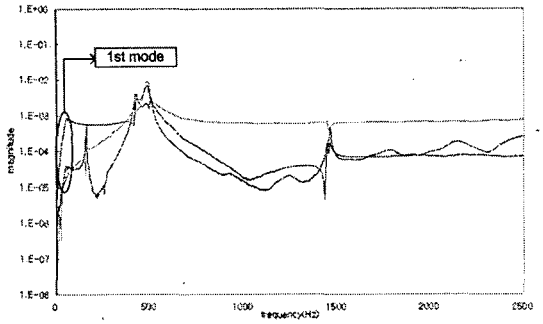
LM 가이드의 강성은 음(minus)의 공차에 의한 예압(preloading)에 의하여 조절되는데, 실험 대상의 경우 비교적 작은 크기의 예압(-10~-4 μm)이 주어졌다. 레일과 LM 블록 사이의 간격보다 큰 볼 베어링을 끼워 넣음으로써 음의 공차를 가지게 되며, 이는 볼, LM 블록 그리고 레일에 탄성 변형을 가져온다. 평형 상태에 있던 시스템에 외란이 가해지면 탄성 변위장에 변화가 생기며, 이러한 탄성 변위장의 변화가 시스템의 진동을 일으키는 강성의 주요한 원인이 된다.

2.2 실험 결과

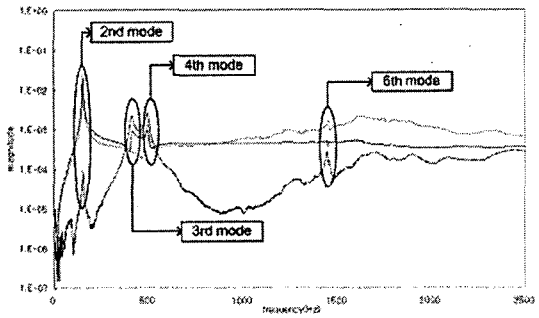
세 가지 가진 방향에 대한 주파수 응답 곡선(frequency response plot)은 아래의 Fig. 4와 같이 나타나며, Fig. 5는 롤링, 요잉, 피칭 등의 5가지 강체 모드의 방향을 보여준다.

특정 모드는 가진 방향에 따른 민감성을 보이고 있는데, Fig. 4(a)의 이송 방향의 가진 실험에서는 첫 번째 모드로 이송 방향 강체 모드가 발생하지만, 횡 방향과 수직 방향 가진 실험에서는 나타나지 않았다. 또한 바운싱 모드는 수직 방향의 가진 실험 (c)에서만 나타나는 민감성을 보인다.

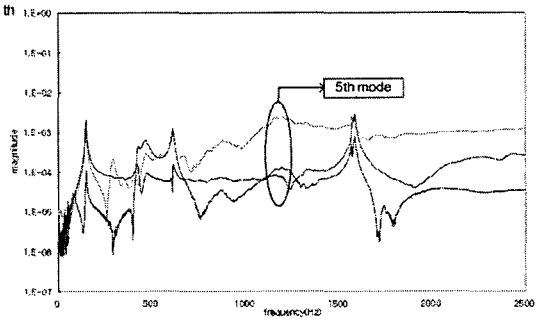
Table 1은 가진 방향에 따라 측정된, 이송 방향의 병진 모드를 제외한 5가지 강체 모드들의 고유 진동수를 나타내고 있다.



(a) Axial excitation frequency response plot



(b) Lateral excitation frequency response plot



(c) Vertical excitation frequency response plot

Fig. 4 Frequency response plot

3. 볼 베어링의 모델링

3.1 Hertz 접촉 이론

Hertz 접촉 이론에 따르면 두 물체가 탄성체이고 접촉면의 변형이 탄성 영역에 한정된다면 접촉 표면의 곡률, 물성치, 작용 하중에 따라 접촉 영역에 작용하는 압력 분포를 예측할 수 있다. Fig. 6과 같이 접촉하는 두 물체(body I, II)의 표면을 타원 포물면으로 가정하고 접촉면을 타원으로 가정하면 타원의 장 · 단축 반지름 a, b 와 두 물체 중심간의 접근거리 δ 는 다음과 같이 정의된다.[9]

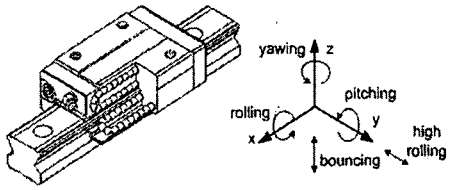


Fig. 5 Rigid body mode

Table 1 Experiment result (unit : Hz)

mode shape		axial excitation	lateral excitation	vertical excitation
2nd	rolling	158	153	149
3rd	yawing	422	416	422
4th	pitching	487	497	467
5th	bouncing			1190
6th	high-rolling	1460	1450	1590

$$a = a^{*}\left[\frac{3N}{2\sum\rho}\left(\frac{1-\nu_I^2}{E_I}+\frac{1-\nu_{II}^2}{E_{II}}\right)\right]^{1/3} \tag{1}$$

$$b = b^{*}\left[\frac{3N}{2\sum\rho}\left(\frac{1-\nu_I^2}{E_I}+\frac{1-\nu_{II}^2}{E_{II}}\right)\right]^{1/3} \tag{2}$$

$$\delta = \delta^{*}\left[\frac{3N}{2\sum\rho}\left(\frac{1-\nu_I^2}{E_I}+\frac{1-\nu_{II}^2}{E_{II}}\right)\right]^{2/3}\cdot\frac{\sum\rho}{2} \tag{3}$$

여기서 E 와 ν 는 탄성 계수(Young's modulus)와 푸아송비(Poisson's ratio)를 나타내며, N 은 작용하는 수직 하중을 나타낸다. 곡률합(curvature sum) $\sum\rho$ 은 $\frac{1}{r_{I1}}+\frac{1}{r_{I2}}+\frac{1}{r_{II1}}+\frac{1}{r_{II2}}$ 로 정의되며, 그루브 형상과 같이 곡률 중심이 물체의 외부에 존재한다면 곡률은 음의 부호를 갖는다. $r_{I1}, r_{I2}, r_{II1}, r_{II2}$ 는 Fig. 6에 나타난 바와 같이 2개의 주평면(plane 1, 2)에 의해 정의되는 두 물체(body I, II)의 곡률 반경을 의미한다. a^{*}, b^{*}, δ^{*} 는 곡률 차이(curvature difference)에 의해 결정되는 상수이며 곡률 차이는 다음과 같이 정의된다.

$$F(\rho) = \frac{(r_{I1}-r_{I2})+(r_{II1}-r_{II2})}{\sum\rho} \tag{4}$$

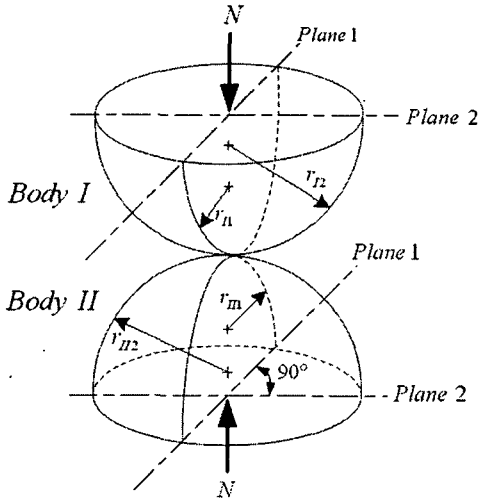


Fig. 6 Geometry of contacting elastic solids

3.2 Hertz 접촉 이론의 적용

식 (3)으로부터 다음과 같은 힘과 변위의 관계를 유도할 수 있다.

$$N=\left[\frac{4\sqrt{2}}{3}(\delta^*)^{-3/2}(\sum\rho)^{-1/2}\left(\frac{1-\nu_I^2}{E_I}+\frac{1-\nu_{II}^2}{E_{II}}\right)^{-1}\right]\delta^{3/2} \quad (5)$$
$$=C\delta^{3/2}$$

C는 접촉면의 형상과 물성치의 관계에 의해 결정되는 Hertz 상수이며, 접촉면에 작용하는 힘 N 은 변위 δ 의 1.5승에 비례함을 알 수 있다. 그리고 이 접촉력은 LM 가이드에서 음의 공차에 의해 발생한다.

Fig. 7과 같이 레일과 LM 블록 사이의 볼 베어링을 스프링으로 모델링 할 경우, 접촉면이 두 개이므로 2개의 스프링으로 모델링이 가능하다. 또한 볼 베어링의 질량은 전체 시스템에 비하여 무시할 정도로 작으므로 1자유도 모델로 간략화할 수 있다. 등가의 스프링 상수는 비선형 스프링임을 고려하여 $k/2^{3/2}$ 가 된다. 따라서 식 (5)는 다음과 같이 표시된다.

$$N=\frac{C}{2\sqrt{2}}q^{3/2},\quad q=2\delta \quad (6)$$

작용력 N 을 q 에 대해 미분하면 선형 스프링의 강성을 얻을 수 있다.

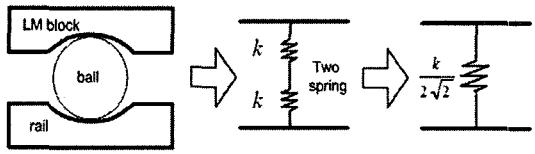


Fig. 7 Modeling of ball bearing

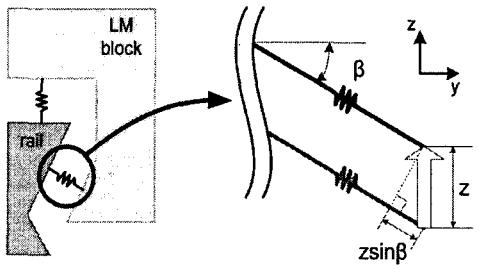


Fig. 8 Ball bearing of LM guide

$$k=\frac{3C}{4\sqrt{2}}q^{1/2} \quad (7)$$

3.3 상 · 하단 볼 베어링의 서로 다른 강성

LM 가이드는 순환하는 4열의 볼 베어링에 의해서 지지되고 좌우 대칭이므로, Fig. 8에서 보는 바와 같이 상단과 하단 2열의 선형 스프링으로부터 바운싱 모드에 대한 운동 방정식을 유추해볼 수 있다. 시스템이 수직 방향으로 z 만큼 움직인다면, 상단의 스프링은 늘어나고 하단의 스프링은 줄어든다. LM 가이드는 음의 공차에 의한 예압이 가해진 상태이므로, 상단의 음의 공차는 $z\sin\alpha$ 만큼 줄어들고 하단의 음의 공차는 $z\sin\beta$ 만큼 늘어난다. 그리고, 중력에 의한 하중의 영향은 예압에 비해 매우 작으므로 무시할 수 있다. Hertz 접촉 이론을 이용하여 이러한 관계를 수식으로 표현하면 다음과 같다.

$$M\ddot{z}=2C_{eq}\sin\alpha\left(z_1-z\sin\alpha\right)^{3/2}-2C_{eq}\sin\beta\left(z_2+z\sin\beta\right)^{3/2} \quad (8)$$

여기에서 C_{eq} 는 식 (6)의 $C/2\sqrt{2}$ 에 한 열당 배열된 볼의 개수를 곱한 등가의 Hertz 상수이며, z_1 은 상단 스프링의 음의 공차, z_2 는 하단 스프링의 음의 공차를 나타낸다. 시스템이 정적 평형 상태를 이룬다면 상·하단 음의 공차는 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$\frac{z_1}{z_2}=\left(\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}\right)^{2/3} \tag{9}$$

이번 연구에서 사용된 LM 가이드의 경우 $\alpha=90°, \beta=30°$ 이므로 $z_1:z_2=0.630:1$ 이 되며, 스프링의 선형적인 강성은 0.794:1 의 비율을 갖게 된다.

식 (8)은 바운싱 모드에 대한 비선형 운동 방정식으로 이 방정식의 해를 구하면 선형적인 해석에서 나타나지 않는 비선형적인 특성(softening)을 확인할 수 있다.[10]

4. 진동 해석

볼 베어링들은 LM 블록 안에서 일정 간격으로 일렬로 배열되어 있다. 볼들은 불연속적으로 배열되어 있으나, 이러한 볼들의 강성을 연속적인 양으로 가정하여 다음과 같이 단위 길이당 강성으로 나타낼 수 있다.

$$K=\frac{nk}{L} \tag{10}$$

여기에서 n 은 한 열당 하중을 받는 평균적인 볼들의 개수이고, L 은 LM 블록 내부에서 한 열당 하중을 받는 볼들이 배열된 길이를 나타낸다.

Fig. 9는 LM 가이드의 형상을 나타낸다. 지면에서 나오는 방향이 x축 방향이며, 이 방향은 이송 방향과 일치한다. y축과 z축은 가진 방향인 횡 방향, 수직 방향에 각각 일치한다. 그리고 x, y, z 축을 중심으로 한 회전 변위는 각각 ϕ, θ, ψ 이며, 이 회전 변위는 각각 롤링, 피칭, 요잉 모드의 변위에 해당한다. 원점 O는 질량 중심의 위치를 나타내며 α , β 는 상단과 하단에 위치한 볼 베어링이 레일, LM 블록과 접촉하고 있는 각도를 표시한다. c_1 , c_2 , a , b 는 상단과 하단에 위치한 볼 베어링과 질량 중심의 y축, z축 방향의 거리를 나타낸다. LM 가이드 시스템의 5자유도에 해당되는 운동 에너지는 다음과 같다.

$$T=\frac{1}{2}M\dot{y}^2+\frac{1}{2}M\dot{z}^2+\frac{1}{2}J_x\dot{\phi}^2+\frac{1}{2}J_y\dot{\theta}^2+\frac{1}{2}J_z\dot{\psi}^2 \tag{11}$$

볼 베어링에 의한 위치 에너지는 하중을 받는 볼들이 늘어선 길이 L에 대한 적분 형태로 표현할 수 있다.

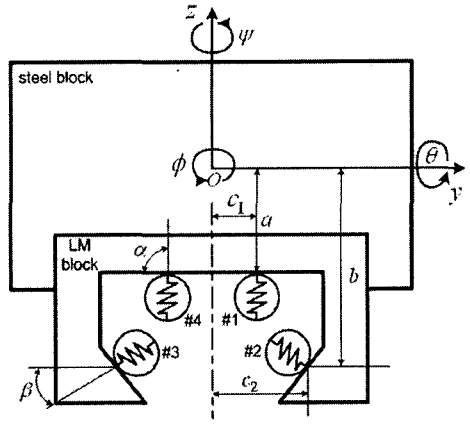


Fig. 9 Geometry of LM guide

$$\begin{aligned}U=\frac{1}{2}\int_{-L/2}^{L/2}\Big[&K_1\{(y+a\phi+l\psi)\cos\alpha+(z+c_1\phi-l\theta)\sin\alpha\}^2\\&+K_2\{(y+b\phi+l\psi)\cos\beta-(z+c_2\phi-l\theta)\sin\beta\}^2\\&+K_2\{-(y+b\phi+l\psi)\cos\beta-(z-c_2\phi-l\theta)\sin\beta\}^2\\&+K_1\{-(y+a\phi+l\psi)\cos\alpha+(z-c_1\phi-l\theta)\sin\alpha\}^2\Big]dl\end{aligned} \tag{12}$$

식 (12)의 각 항들은 Fig. 9에서 #1~#4의 각 볼 베어링들의 위치 에너지를 나타내며, K_1, K_2 는 각각 상단과 하단 스프링의 단위 길이당 강성을 가리킨다. 식 (11), (12)로부터 보존계의 라그랑지 방정식을 구성하여, 5자유도에 해당하는 일반화 좌표의 운동 방정식을 얻을 수 있다. α 가 $\pi/2$ 인 경우에 대해서 정리하면 다음과 같다.

$$M\ddot{y}+(2K_2L\cos^2\beta)y+K_2L(2b\cos^2\beta-c_2\sin2\beta)\phi=0 \tag{13}$$

$$M\ddot{z}+2L(K_1+K_2\sin^2\beta)z=0 \tag{14}$$

$$\begin{aligned}&J_x\ddot{\phi}+2L(K_1c_1^2+K_2b^2\cos^2\beta+K_2c_2^2\sin^2\beta\\&-K_2bc_2\sin2\beta)\phi+L(2K_2b\cos^2\beta-K_2c_2\sin2\beta)y=0\end{aligned} \tag{15}$$

$$J_y\ddot{\theta}+\frac{L^3}{6}(K_1+K_2\sin^2\beta)\theta=0 \tag{16}$$

$$J_z\ddot{\psi}+\left(\frac{K_2L^3}{6}\cos^2\beta\right)\psi=0 \tag{17}$$

식 (13)~(17)은 각각 고차 롤링, 바운싱, 롤링, 피칭, 요잉 모드의 운동 방정식을 나타낸다. 위 식들로부터 z , θ , ψ 는 서로 독립된 변수들이지만,

ϕ , y 는 서로 연성되어 있음을 확인할 수 있다. 즉, 바운싱, 피칭, 요잉 모드는 서로 연성되어 있지 않지만, 롤링과 고차 롤링(y 방향의 모드) 모드는 서로 연성되어 있다. Table 2는 위의 식들로부터 얻은 이론적 고유 진동수와 실험에서 얻은 결과를 비교하고 있다.

5. 설계변수 및 질량중심의 편심에 의한 고유 진동수의 변화

5.1 설계 변수

LM 가이드의 설계자는 각 설계 변수와 고유 진동수와의 관계를 파악함으로써 시스템의 작동 주파수 영역 내에서 LM 가이드의 공진을 피할 수 있다.

설계 변수들은 음의 공차(q), 볼과 그루브의 곡률 반경(r_I, r_{II})과 같은 선형화된 강성을 구성하는 변수들과 볼 베어링의 접촉각(α, β), 폭(c_1, c_2), 높이($b-a$) 등과 같은 LM 가이드의 형상에 관련된 변수들로 구분될 수 있다.

특히 강성을 구성하는 변수들의 크기 변화는 5개 모드의 고유 진동수 비율을 변화시키지 못한다. 현재의 해석 결과를 바탕으로 했을 때 롤링, 요잉, 피칭, 바운싱, 고차 롤링 모드의 고유 진동수의 비는 1.0:3.4:4.0:10:14 이며 음의 공차, 볼 베어링과 그루브의 곡률 반경 같은 강성을 구성하는 설계 변수들은 각 모드의 고유 진동수들을 이 비율로만 변화시킬 수 있다.

5.1.1 음의 공차 (q)

음의 공차는 스프링의 선형적인 강성을 구성하는 직접적인 설계 변수이기 때문에 고유 진동수의 변화에 가장 큰 영향력을 가진다. 하단 볼 베어링의 음의 공차를 q 라 가정하면 상단의 음의 공차는 식 (9)에 의해서 $(1/2)^{2/3}q$ 가 된다.

Fig. 10은 하단 볼 베어링의 음의 공차 q 의 변화에 따른 각 모드들의 고유 진동수를 나타내며 수 μm 의 음의 공차 변화만으로도 수십에서 수백 Hz 의 고유 진동수가 바뀔 수 있음을 보여주고 있다.

Table 2 Result of theoretical analysis (unit: Hz)

mode shape		experiment	theory	error(%)
rolling	X rot.	153	137.3	10.3
yawing	Z rot.	422	468.4	11.0
pitching	Y rot.	487	545.3	12.0
bouncing	Z trans.	1190	1389	16.7
high-rolling	Y trans.	1450	1889	30.3

5.1.2 볼과 그루브의 곡률 반경(r_I, r_{II})

볼 베어링(body I)의 곡률은 $1/r_{I1} = 1/r_{I2}$ 이고, 그루브(body II)의 곡률은 $1/r_{II1} = 0, -1/r_{II2}$ 이다. 따라서 r_{I1} 과 r_{II2} 만이 고려해야 할 설계 변수이다.

Fig. 11은 볼, 그루브의 곡률 반경과 롤링 모드의 고유 진동수 관계를 나타낸 그래프이며, 다른 모드들도 유사한 경향을 보여준다. Fig. 11 (b)에서 명도가 낮은 부분이 고유 진동수가 높은 부분이며, 볼의 곡률 반경이 크고 그루브의 곡률 반경이 작을수록 고유 진동수가 증가함을 알 수 있다.

일정한 음의 공차가 주어졌을 때, 볼의 곡률 반경이 커지고 그루브의 곡률 반경이 작아진다면

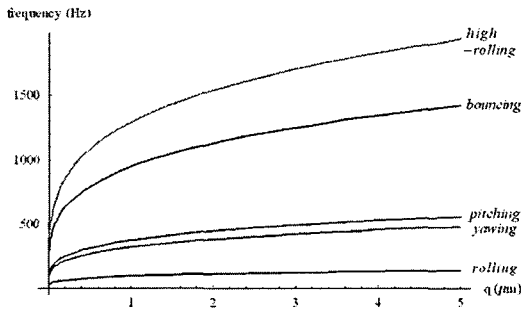
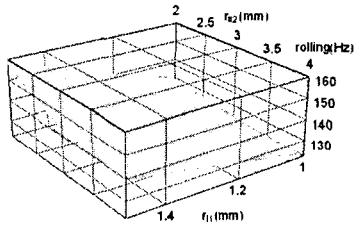
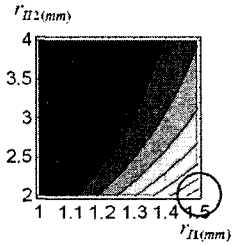


Fig. 10 Natural frequencies with respect to q



(a) 3D plot



(b) Contour plot

Fig. 11 Natural frequencies with respect to r_I, r_{II}

실제 접촉 면적은 증가하게 된다. 즉 볼 베어링과 그루브와의 타원형의 접촉 면적이 증가할수록 시스템의 강성이 증가한다고 볼 수 있다.

접촉 면적이 증가하게 되면 LM 가이드의 동적 특성이 향상되지만 슬립(slip) 현상이 증가하게 된다. Fig. 12에 나타난 바와 같이 회전축을 중심으로 볼 베어링이 한 바퀴 회전할 때, 타원 접촉면의 중앙과 양 가장자리는 $\pi(d_1-d_2)$ 만큼의 이동 거리의 차가 발생해 필연적으로 슬립이 일어나게 된다. 따라서 접촉면의 증가를 통한 무리한 강성의 증가는 슬립의 양을 증가시키며 결과적으로 LM 가이드의 수명을 저하시키는 요인이 된다.

5.1.3 상 · 하단 볼 베어링의 접촉각(α, β)

LM 가이드 상단과 하단의 접촉각의 변화는 식 (9)와 같이 상단과 하단의 음의 공차를 변화시키므로 접촉각이 동일한 경우를 제외하고 접촉각을 독립적인 설계 변수로 설정하기가 어렵다. 따라서 음의 공차의 최대값을 고정시킨 후에 접촉각의 변화에 따른 고유 진동수의 변화를 살펴보는 방법이 좀 더 일반적이라고 판단된다.

식 (18)에서 보듯이 최대 음의 공차를 q라 할 때, $\beta \geq \alpha$ 인 경우에는 상단의 음의 공차 z_1이 최

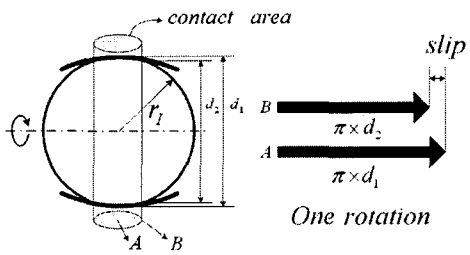


Fig. 12 Slip between ball bearing and groove

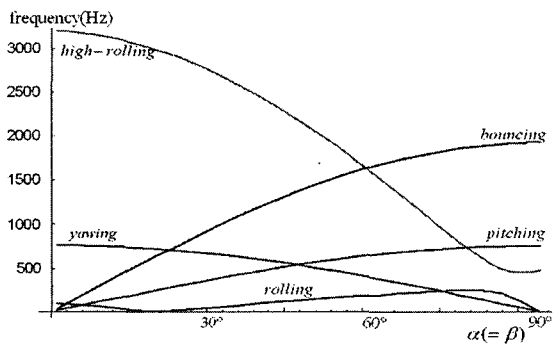


Fig. 13 Natural frequencies with respect to $\alpha = \beta$

$$\begin{cases} \beta \geq \alpha : z_1 = q,\ z_2 = q\left(\dfrac{\sin\beta}{\sin\alpha}\right)^{-2/3} \\ \beta < \alpha : z_1 = q\left(\dfrac{\sin\beta}{\sin\alpha}\right)^{2/3},\ z_2 = q \end{cases} \tag{18}$$

대 음의 공차가 되며, $\beta < \alpha$ 인 경우에는 하단의 음의 공차 z_2가 최대 음의 공차가 된다.

Fig. 13은 상·하단 볼 베어링의 접촉각도가 일정한 경우이며, Fig. 14는 식 (18)을 이용한 일반적인 경우의 고유 진동수 변화를 보여주고 있다. 상단과 하단 볼 베어링의 접촉각이 직각에 가까울수록 수직 방향의 강성은 커져, 피칭과 바운싱 모드의 고유 진동수가 증가함을 확인할 수 있다. 또한 접촉각이 작을수록 횡 방향 강성이 증대되어 요잉과 고차 롤링 모드의 고유 진동수는 증가한다.

x축의 회전 모드인 롤링 모드는 다른 모드들과는 달리 횡 방향 강성과 수직 방향 강성의 영향을 동시에 받기 때문에 Fig. 14 (a)에서 보듯이 단조로운 경향성을 보이지 않는다. 그러나 대체적으로 일정 접촉각 이상에서는 접촉각이 증가함에 따라

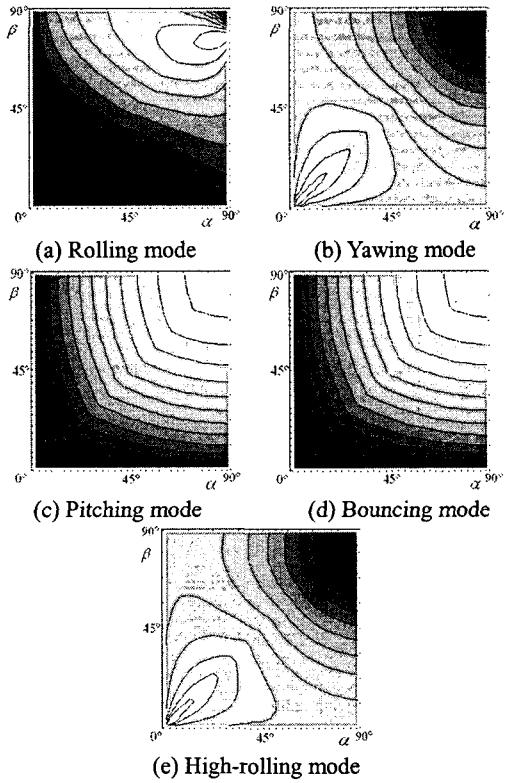
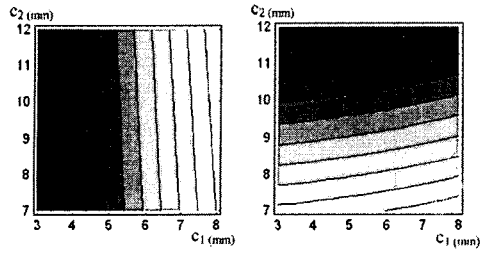
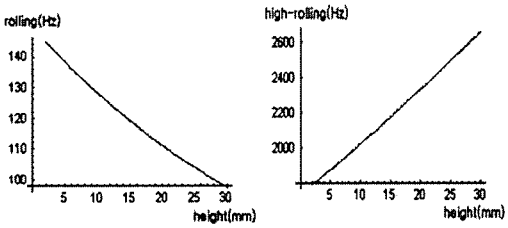


Fig. 14 Natural frequencies with respect to general α, β



(a) Rolling mode (b) High-rolling mode

Fig. 15 Natural frequencies with respect to c_1, c_2



(a) Rolling mode (b) High-rolling mode

Fig. 16 Natural frequencies with respect to $b-a$

증가하는 양상을 보인다고 판단할 수 있다.

고차 모드(바운싱, 고차 롤링)를 제외하고 강성을 높이고자 할 때 부딪히는 어려움은 롤링, 피칭 모드와 요잉 모드가 Fig. 14 (a)~(c)에서처럼 서로 반대의 경향성을 가지고 있다는 점이다. 따라서 LM 가이드 상단과 하단의 접촉 각도는 사용 목적에 따른 적절한 선택이 요구된다.

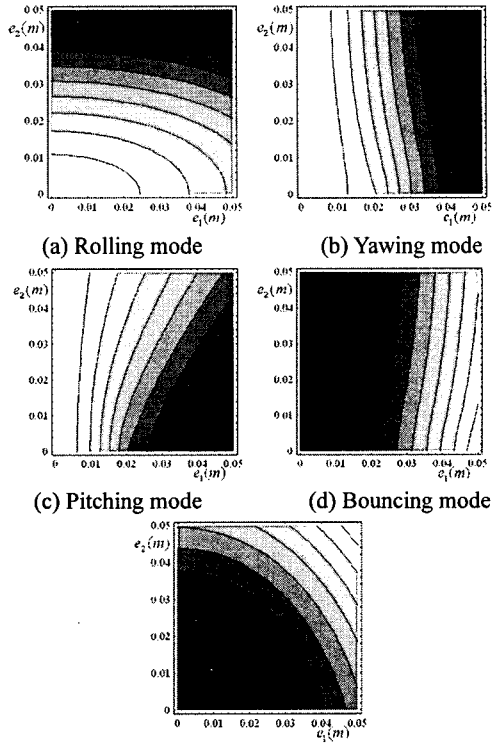
5.1.4 상 · 하단 볼 베어링의 폭과 높이

볼 베어링의 폭이란 Fig. 9에 나타난 바와 같이 상단 볼의 폭 c_1과 하단 볼의 폭 c_2를 가리키며, 높이란 상단과 하단 볼 베어링 간의 거리 $b-a$를 가리킨다. 요잉, 피칭, 바운싱 모드는 볼 베어링의 폭과 높이에 관련이 없으므로 롤링과 고차 롤링 모드에 대해서만 그 경향성을 파악하였다.

Fig. 15에서 롤링 모드는 c_1, c_2가 모두 클수록 진동수가 증가하는 경향을 보이며, 고차 롤링 모드는 c_1이 크고 c_2가 작을수록 증가하는 경향을 나타낸다.

Fig. 16은 볼 베어링의 높이에 따른 경향성을 보여주고 있다. 높이가 증가함에 따라 롤링 모드의 고유 진동수는 거의 선형적으로 감소하고 고차 롤링 모드는 증가함을 확인할 수 있다.

고차 모드의 영향을 배제하고 롤링 모드만을 고려한다면 상 · 하단 볼의 폭(c_1, c_2)을 증가시키고, 높이($b-a$)를 작게 설계하는 편이 시스템의 강성을 높이는데 유리함을 알 수 있다.



(a) Rolling mode (b) Yawing mode

(c) Pitching mode (d) Bouncing mode

(e) High-rolling mode

Fig. 17 Natural frequencies with respect to e_1, e_2

5.2 질량 중심의 편심

질량 중심을 어느 한 쪽으로 치우치게 하는 정도인 편심은 설계 변수들과 마찬가지로 고유 진동수를 변화시킬 수 있다.

질량 중심의 x축 방향 편심량인 e_1과 y축 방향 편심량인 e_2를 고려한 위치 에너지는 식 (19)와 같이 나타난다. 라그랑지 방정식을 이용해 운동 방정식을 구성해 보면 편심되지 않은 기존의 운동 방정식과는 달리 5개의 모드가 모두 연성되어 있는 형태를 가지며 결과는 Fig. 17과 같다.

$$
\begin{aligned}
U = \frac{1}{2}\int_{-L/2-e_1}^{L/2-e_1} \Big[& K_1\left\{\left(z+(c_1-e_2)\phi-l\theta\right)\right\}^2 \\
& + K_2\left\{\left(y+b\phi+l\psi\right)\cos\frac{\pi}{6}-\left(z+(c_2-e_2)\phi-l\theta\right)\sin\frac{\pi}{6}\right\}^2 \\
& + K_2\left\{-\left(y+b\phi+l\psi\right)\cos\frac{\pi}{6}-\left(z-(c_2+e_2)\phi-l\theta\right)\sin\frac{\pi}{6}\right\}^2 \\
& + K_1\left\{\left(z-(c_1+e_2)\phi-l\theta\right)\right\}^2 \Big] dl
\end{aligned} \tag{19}
$$

Fig. 17에서 롤링 모드는 편심량이 적을수록 고유 진동수가 증가하는 경향을 보이며, 고차

Table 3 Tendency of natural frequencies for variables

	rolling	yawing	pitching	bouncing	high-rolling
q	↑	↑	↑	↑	↑
r_I	↑	↑	↑	↑	↑
r_{II}	↓	↓	↓	↓	↓
α, β	-	↓	↑	↑	↓
c_1	↑	-	-	-	↑
c_2	↑	-	-	-	↓
$b-a$	↓	-	-	-	↑
e_1	↓	↓	↓	↑	↑
e_2	↓	-	-	-	↑

롤링 모드는 반대의 경향성을 보이고 있다. 요잉, 피칭, 바운싱 모드는 e_2와는 거의 관계없이 e_1에만 의존하는 것을 확인할 있으며 요잉, 피칭 모드는 e_1이 작을수록, 바운싱 모드는 e_1이 클수록 고유 진동수가 증대된다.

Table 3은 지금까지 살펴본 각 변수들의 크기가 증가함에 따른 고유 진동수의 증가(↑) 혹은 감소(↓)의 경향성을 각 모드별로 나타내었다. 화살표가 없는 공란은 해당 변수가 모드에 거의 영향을 주지 않거나 증가와 감소의 경향성이 반복되는 경우를 뜻한다.

6. 결 론

본 연구에서는 Hertz 접촉이론과 비선형 운동 방정식으로부터 LM 가이드 강체 모드의 원인이 되는 볼 베어링의 접촉 강성을 유도하여 시스템의 동적 특성을 파악할 수 있는 방법을 제안하였다. 또한 실험 결과와 비교함으로써 그 타당성을 검증하였다.

설계 변수 및 질량 중심의 편심에 의한 고유 진동수의 변화를 살펴봄으로써 설계자나 현장의 엔지니어에게 도움이 될 수 있는 가이드를 아래와 같이 제시하였다.

(1) 강성을 구성하는 변수(q, r_I, r_{II})들의 크기 변화는 5개 모드의 고유 진동수 비율을 변화시키지 못한다.

(2) 음의 공차(q)와 볼 베어링 곡률 반경(r_I)의 증가, 그루브 곡률 반경의 감소(r_{II})는 강성을 증가시킨다

(3) 볼 베어링의 접촉 각도(α, β)에 따라 각 모드의 고유 진동수는 서로 다른 경향성을 보이기 때문에 사용 환경에 따른 적절한 고려가 필요하다.

(4) 고차 롤링 모드를 고려하지 않는다면 상·하단 볼의 폭(c_1, c_2)을 증가시키고 높이($b-a$)를 감소시킴으로써 시스템의 강성을 높일 수 있다.

(5) 질량 중심의 횡 방향 및 이송 방향의 편심은 저차 모드(롤링, 요잉, 피칭)의 고유 진동수를 감소시키고 고차 모드(바운싱, 고차 롤링)의 고유 진동수를 증가시킨다.

후 기

본 연구는 삼성전자 메카트로닉스센터의 지원을 받아 이루어졌습니다. 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

(1) Yi, Y. S., Kim, Y. Y., J. S. Choi, J. S., Yoo, J., Lee, D. J. and Lee, S. W., 2004, "Micro-Scale Vibration Phenomena in a Linear Motion Guide Having Rolling Elements," *Journal of the KSNVE*, Vol. 14, No. 10, pp. 1029~1034.

(2) Futami, S., Furutani, A. and Yoshida, S., 1990, "Nanometer Positioning and its Micro-Dynamics," *Nanotechnonlogy*, Vol. 1, pp. 31~37.

(3) Johnson, K. L., 1985, Contact Mechanics, Cambridge University Press, New York.

(4) Ohta, H., 1999, "Sound of Linear Guideway Type Recirculating Linear Ball Bearings," *Transactions of the ASME, Journal of Tribology*, Vol. 121, pp. 678~685.

(5) Ohta, H. and Hayashi, E., 2000, "Vibration of Linear Guideway Type Recirculatinig Linear Ball Bearings," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 235, No. 5, pp. 847~861.

(6) Nayak, R., 1972, "Contact Vibration," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 22, No. 3, pp. 297~322.

(7) Sabot, J. and Krempf, P. and Janolin, C., 1998, "Nonlinear Vibration of a Sphere-Plane Contact Excited by a Normal Load," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 214, No. 2, pp. 359~375.

(8) Yoon, K. Y., Chweh, S. H. and Tack, G. R., 1987, "A Stress Analysis on the Involute-Circular Arc Composite Tooth Profile Gear," *Transactions of the KSME*, Vol. 11, No. 2, pp. 198~204.

(9) Harris, T. A., 1991, Rolling Bearing Analysis, John Wiley and Sons, Inc., New York.

(10) Choi, J. S., Yoo, J., Yi, Y. S., Kim, Y. Y., Lee, D. J. and Lee, S. J., 2004, "Dynamic Characteristics of Linear Motion Guide Supported by Rolling Ball Bearings," *Journal of the KSNVE*, Vol. 14, No. 9, pp. 868~876.